SOLICITACIÓN POR FLEXIÓN

Algunos comentarios útiles

1. Definiciones:

- Lo primero que les tiene que quedar claro son los tipos de flexión que tenemos.

  Es decir:

  a. *Flexión simple*: Solo tengo momento.
  b. *Flexión compuesta*: Tengo momento y esfuerzo normal.
  c. *Flexión (simple o compuesta) recta*: La línea de fuerza coincide con uno de los ejes principales, por ende, el vector momento es coincidente con uno de los ejes principales.
  d. *Flexión (simple o compuesta) oblicua*: La línea de fuerzas no coincide con alguno de los ejes principales, lo que significa que deberemos descomponer el momento.

  Dicho esto, y dado que ya los mencionamos, *“todo ejercicio se resuelve siempre utilizando los ejes principales de inercia de la sección”*.

- *Centro de presiones*: Se define como la relación CP=excentricidad=M/N. Estamos trasladando las cargas del baricentro una distancia e=N/M para deshacernos del vector Momento. Estamos reduciendo las cargas a un nuevo punto, y ahora sólo tenemos N.
- *Núcleo Central*: Es el lugar geométrico de los centros de presiones para los cuales tenemos tensiones de un único signo en la sección (positivas o negativas).
- *Línea neutra o eje neutro*: la discusión entre línea y eje se debe a que no tiene sentido (positivo/negativo). Usualmente se la llamaba "eje neutro", pero nuevas corrientes dicen que es una línea por este motivo. Pero, ¿qué es la línea neutra? Es una línea "sobre o fuera" de la sección cuyas tensiones y por ende deformaciones son nulas. Es el "eje" de rotación de la sección... uno no habla de líneas de rotación sino de ejes… y por eso la discusión sobre el nombre.

2. Comentarios:

- Ya que hablamos de rotación, es conveniente, ahora, destacar el tema de la importancia de las hipótesis de linealidades:

  Si $\exists$ LC, LM, y LE $\Rightarrow$ Se cumple Bernoullí-Navier (B/N) y las secciones se mantienen planas después de la deformación (y se puede aplicar superposición de efectos).

  Quiere decir que conociendo la línea neutra, y la tensión (o deformación) en una fibra de la sección, puedo, por relación de triángulos, determinar las tensiones (o deformaciones) en cualquier punto de la sección.

  $\therefore$ *El problema de flexión se resuelve cuando se encuentra la línea/eje neutro.*

- El centro de presiones y la línea neutra **siempre** se encuentran en semiplanos opuestos del baricentro de la sección.
  El CP y la LN "trabajan como imanes de igual carga (se repelen)". Es decir: Si el CP se acerca al baricentro, la LN se aleja del mismo, y viceversa, si la LN se acerca al baricentro, el CP se aleja del mismo.

Esto puede parecer complicado de comprender, pero analicemos los siguientes casos:

1) Solicitación Axil: N=N; M=0 ⇒ CP=M/N=0.
   Quiere decir que CP=G (baricentro) y el diagrama de tensiones es "rectangular". O sea que la traza de la sección sin deformar y la traza de la sección deformada son paralelas. Finalmente, las paralelas se cortan en el infinito o impropio.

   ∴ Por ende la línea neutra se encuentra en el infinito.

2) Flexión Simple: Como se indicó previamente, en flexión simple, la línea neutra pasa por el baricentro, es decir que la traza de la sección sin deformar y la traza de la sección deformada se cortan en el baricentro.
   Analicemos, entonces, un caso en el que (N→0). Si tomamos el límite CP=M/N con N→0, ⇒ CP→infinito

   ∴ Es decir que el centro de presiones se encuentra en el infinito.

- Si en la sección ∃ LM y estamos ante un caso de flexión simple, el baricentro siempre es un punto de la línea neutra. (La línea neutra pasa por el baricentro).
- Cuando estamos en flexión compuesta (y se cumplen las 3 linealdades), la línea neutra se corre del baricentro.
- En Flexión simple, la línea de fuerzas es el conjugado de inercia de la línea neutra. Si la LF coincide con alguno de los ejes principales de inercia de la sección, entonces la línea neutra es el otro eje principal pasante por el baricentro.
- En Flexión compuesta, la LN es paralela al conjugado de inercia de la LF.
- Determinación del Núcleo Central:

  Es evidente que si la línea neutra se encuentra "atravesando" la sección, entonces tendremos diagramas de tensiones con dos signos. Mientras que si la LN no se encuentra comprendida dentro de la sección el diagrama de tensiones será trapezoidal tendiendo al rectángulo cuanto más lejos se encuentre la LN. Entonces para determinar el Núcleo Central, tenemos que:

  1) Encontrar las LN más cerca de la sección que generen diagramas de un único signo en "todas las direcciones posibles". Para ello trazamos todas las líneas neutras posibles tangentes a la sección en todas las direcciones posibles. Esto nos deja con "n" líneas neutras con "n" diagramas triangulares de tensiones, que tienen la "particularidad" (no tan particular, dado que es un triángulo) de tener un valor de tensión igual a "cero" en la tangente donde se encuentra la LN asociada.
  2) Lo que sigue es para cada una de las LNn, determinar su CP asociado. Y para ello, necesitamos la ecuación de la LN; que no es otra cosa que la ecuación de superposición de efectos en la sección con algunas operaciones algebraicas.

$$\pm\frac{N}{A}\pm\frac{M_z}{J_z}*y\pm\frac{M_y}{J_y}*z=0$$

Nos quedamos con todos los positivos y dejamos que los signos los lleven los parámetros

$$N * (\frac{1}{A} + \frac{M_z/N}{J_z} * y + \frac{M_y/N}{J_y} * z) = 0$$

M/N=e (e_y se mide sobre el eje y, e_z se mide sobre el eje z)

$$\frac{1}{A} + \frac{e_y}{J_z} * y + \frac{e_z}{J_y} * z = 0$$

$$\frac{1}{A}(1 + \frac{e_y}{J_z/A} * y + \frac{e_z}{J_y/A} * z) = 0$$

SJ/A=radio de giro de la sección (i, o r en las tablas nuevas)

$$1 + \frac{e_y}{i_z{}^2} * y + \frac{e_z}{i_y{}^2} * z = 0$$

3) Entonces, en esta última ecuación, deben reemplazar los valores de y y de z para dos puntos cualesquiera de cada LNn y con el sistema de 2x2 que se armen, resuelven la ecuación para hallar ey y ez, que son las coordenadas de cada CP_n.
4) Se entiende que las coordenadas se miden desde su sistema re referencia, ejes y y z principales de inercia.
5) Se ubica cada par (e_y,e_z) sobre la sección y se une los puntos de manera de formar un polígono. La región encerrada por este polígono, incluida la línea de cierre, es el Núcleo Central.

∴ El NC no depende de las cargas, sino de la geometría de la sección.

¡ES UNA CARACTERÍSTICA GEOMÉTRICA!

- Ecuación de superposición de efectos:

$$\pm\frac{N}{A} \pm \frac{M_z}{J_z} * y \pm \frac{M_y}{J_y} * z = \sigma$$

Lo que sigue ahora, es la explicación de la forma en que personalmente me resulta más sencillo determinar los signos de esta ecuación. Ciertamente no es una ciencia exacta; Uds. deberán analizar si les resulta satisfactorio este método, o si prefieren trabajar de otra forma.

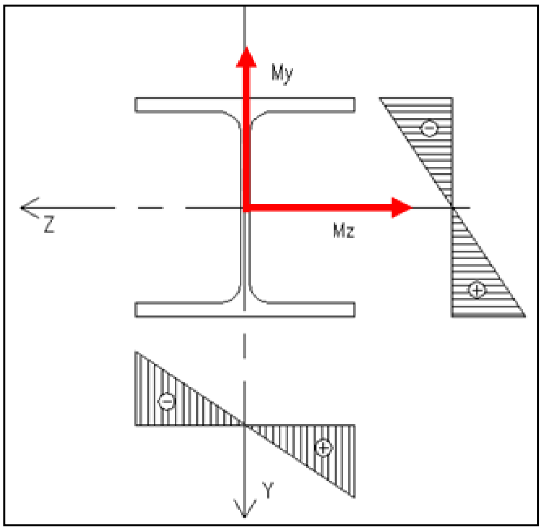
Hipótesis y consideraciones:

1) N trabaja con su signo. Por ende el término N/A siempre va con signo "**+**", ya que N aporta el signo.
2) M_y y M_z van en módulo.
3) Las coordenadas *y* y *z* van con su signo.

Es decir:

$$\frac{N}{A} \pm \frac{|M_z|}{J_z} * y \pm \frac{|M_y|}{J_y} * z = \sigma$$

Ejemplo 1:



Datos:

- N < 0;
- M_Y < 0;
- M_Z < 0;

Análisis:

- Si nos posicionamos en el cuadrante positivo, (*y* > 0; *z* > 0), se ve que las tensiones producidas únicamente por M_Z, son positivas. Es decir que si nos desplazamos para el lado de *y* > 0,

  ⇒ El término $|M_Z|*y/J_Z > 0 \wedge$ Dado que $|M_Z| > 0$ y $y > 0$.

  ⇒ El signo "**+**" corresponde a este término de la ecuación.

- Ahora, parados en el mismo lugar, pero analizando las tensiones producidas únicamente por M_Y, se observa que, en este caso, las tensiones son negativas, cuando *z* > 0,

  ⇒ El término $|M_Y|*z/J_Y < 0 \wedge$ Dado que $|M_Y| > 0$ y $z > 0$.

  ⇒ El signo "**-**" corresponde a este término de la ecuación.

∴ Finalmente:

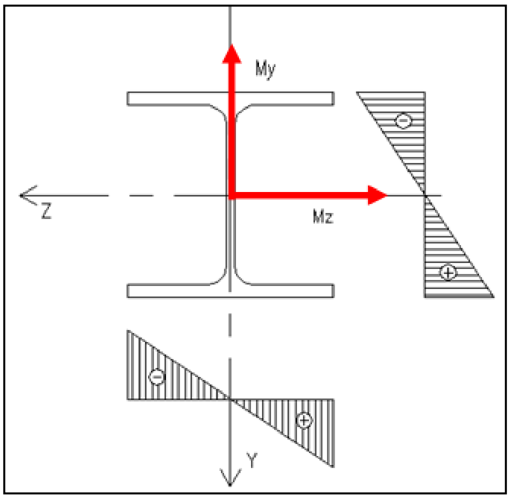
$$\frac{N}{A} + \frac{|M_z|}{J_z} * y - \frac{|M_y|}{J_y} * z = \sigma$$

De forma adicional, procedamos a analizar cómo operar si no se desea trabajar con módulos. Reformulamos, entonces, las hipótesis y consideraciones:

Hipótesis y consideraciones:

1) N trabaja con su signo. Por ende el término N/A siempre va con signo "**+**".
2) M_y y M_z trabajan con su signo.
3) Las coordenadas *y* y *z* van con su signo.

Ejemplo 2:



Datos:

- N < 0;
- $M_y < 0$;
- $M_z < 0$;

Análisis:

- Si nos posicionamos en el cuadrante positivo, ($y > 0$; $z > 0$), se ve que las tensiones producidas únicamente por M_z, son positivas. Es decir que si nos desplazamos para el lado de $y > 0$,

  $\Rightarrow$ El término $M_z*y/J_z > 0 \wedge$ Dado que $M_z < 0$ y $y > 0$.

  $\Rightarrow$ El signo "**-**" corresponde a este término de la ecuación.

- Ahora, parados en el mismo lugar, pero analizando las tensiones producidas únicamente por M_y, se observa que, en este caso, las tensiones son negativas, cuando $z > 0$,

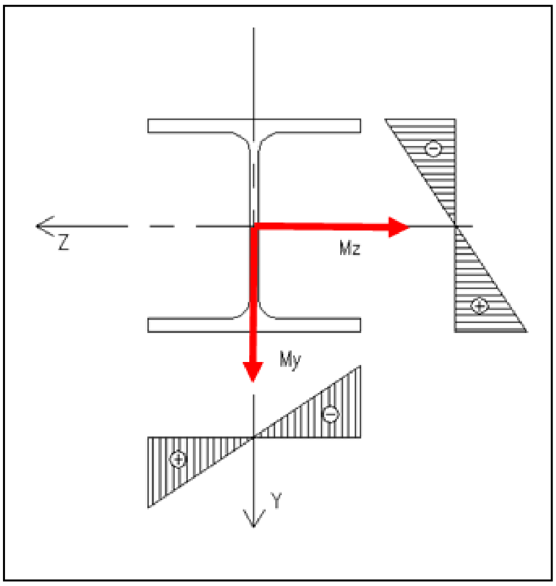
  $\Rightarrow$ El término $M_y*z/J_y < 0 \wedge$ Dado que $M_y < 0$ y $z > 0$.

  $\Rightarrow$ El signo "**+**" corresponde a este término de la ecuación.

$\therefore$ Finalmente:

$$\frac{N}{A} - \frac{M_z}{J_z} * y + \frac{M_y}{J_y} * z = \sigma$$

Ejemplo 2:



Datos:

- N < 0;
- My > 0;
- Mz < 0;

Análisis:

- Si nos posicionamos en el cuadrante positivo, ($y > 0$; $z > 0$), se ve que las tensiones producidas únicamente por M_z, son positivas. Es decir que si nos desplazamos para el lado de $y > 0$,

  $\Rightarrow$ El término $M_z * y / J_z > 0 \wedge$ Dado que $M_z < 0$ y $y > 0$.

  $\Rightarrow$ El signo "**-**" corresponde a este término de la ecuación.

- Ahora, parados en el mismo lugar, pero analizando las tensiones producidas únicamente por M_y, se observa que, en este caso, las tensiones son positivas, cuando $z > 0$,

  $\Rightarrow$ El término $M_y * z / J_y > 0 \wedge$ Dado que $M_y > 0$ y $z > 0$.

  $\Rightarrow$ El signo "**+**" corresponde a este término de la ecuación.

$\therefore$ Finalmente:

$$\frac{N}{A} - \frac{M_z}{J_z} * y + \frac{M_y}{J_y} * z = \sigma$$

NOTA 1: Cabe destacar que en todos estos casos, estuve omitiendo el diagrama de tensiones producido por N/A para no complicar el dibujo, pero además de las tensiones de flexión tenemos que dibujar el diagrama de N/A, sobre cualquiera de los ejes, pero una sola vez.

NOTA 2: En los ejemplos que se muestran, se está trabajando con terna izquierda. Se hace la aclaración, sin embargo, lo único que realmente importa es que se posicionen correctamente los ejes en la sección y que la forma en la que coloquen los momentos sobre la misma, responda a lo que le pasa a la estructura.