Capítulo 1

Solicitación por Flexión

1.1 Flexión Simple

Se denomina flexión simple cuando el elemento estructural está sometido únicamente a un momento flector. Al flexionarse, el elemento se curva y se deforma

Por definición una sección se encontrará solicitada por flexión simple en presencia de un momento flector en conjunto con la ausencia de un esfuerzo normal

$$(N = 0) \cap (M_y \neq 0 \cup M_z \neq 0) \tag{1.1}$$

Por lo tanto

$$N = \int_A \sigma_x \, dA = 0 \tag{1.2}$$

Además, asumiendo la ley de Hooke, se da la siguiente igualdad:

$$\sigma_x = E \cdot \varepsilon \tag{1.3}$$

Considerando:

- La hipótesis de Bernoulli-Navier, esto es, se asume que las secciones planas y perpendiculares al eje de la barra, se mantienen planas y perpendiculares al eje de la barra luego de la deformación.
- Linealidad Cinemática, esto es, se asume que los desplazamientos son muy pequeños frente a las dimensiones de la estructura.

Entonces la deformación (ε) en un punto P genérico a una distancia v de la línea neutra, resulta (ver Fig. 1.1) :

$$\varepsilon = v \cdot K \tag{1.4}$$

Siendo:
- K la pendiente de las deformaciones
- v la distancia de un punto genérico P a la línea neutra
- La línea neutra (LN) la línea respecto de la cual gira la sección

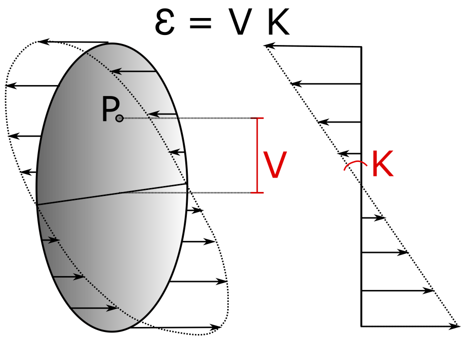

Fig. 1.1: Deformación generada por la flexión

Luego:

$$\sigma_x = E \cdot K \cdot v \tag{1.5}$$

Siendo E el módulo de elasticidad del material. Reemplazando (1.5) en (1.1), resulta:

$$0 = \int_A E \cdot K \cdot v \; dA \longrightarrow E \cdot K \int_A v \; dA \tag{1.6}$$

Como el producto entre E y K nunca será nulo

$$E \cdot K \neq 0 \longrightarrow \int_A v dA \tag{1.7}$$

Se concluye entonces que el momento estático respecto a la línea neutra debe ser nulo. Esto implica, entonces, que **la línea neutra es baricéntrica** en el caso de la flexión simple.

Dado que la línea neutra es aquella respecto a la cual gira la sección, las deformaciones en dicho eje son nulas. Asumiendo la ley de Hooke esto implica que las tensiones también lo son. Por extensión esto implica que, en el caso de flexión simple, la tensión en el baricentro será nula.

A continuación analizaremos qué ocurre con las tensiones. Considerando que:

- El plano de fuerzas es aquel que contiene a las fuerzas actuantes. Se conoce a este mismo plano como el plano del momento, porque es el plano que contiene al momento.
- La intersección de dicho plano con el plano de la sección se denomina Línea de Fuerzas. La misma es ortogonal al momento flector.
- eqsigmanoblicuoα es el ángulo entre la línea neutra y la línea de fuerzas

El momento total respecto a la línea neutra es la sumatoria de los momentos pro-

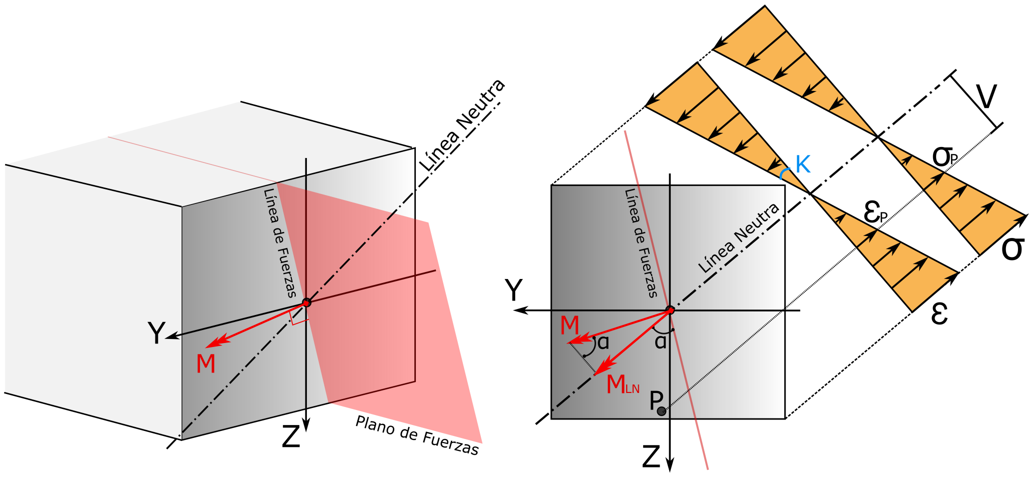

Fig. 1.2: Línea de fuerza y línea neutra

ducidos por las tensiones en todos los diferenciales de área:

$$M_{LN} = \int_A v\ dF = \int_A v \cdot \sigma_X\ dA$$

Reemplazando por la expresión (1.5):

$$M_{LN} = \int_A v \cdot (E \cdot v \cdot K)\ dA = \int_A E \cdot K \cdot v^2\ dA = E \cdot K \int_A v^2\ dA = \tag{1.8}$$

$$M_{LN} = E \cdot K \cdot J_{LN} \tag{1.9}$$

A su vez, proyectando el momento sobre la línea neutra, resulta:

$$M_{LN} = M \cdot \sin(\alpha) \tag{1.10}$$

Reemplazando (1.9) en (1.10), y expresándolo en función de las tensiones :

$$E \cdot K \cdot J_{LN} = M \cdot \sin(\alpha) \longrightarrow K = \frac{M \cdot \sin(\alpha)}{E \cdot J_{LN}}$$

$$\sigma_x = E \cdot v \cdot K = E \cdot v \cdot \frac{M \cdot \sin(\alpha)}{E \cdot J_{LN}} \longrightarrow \sigma_x = \frac{M \cdot v}{J_{LN}} \cdot \sin(\alpha)$$

Esta expresión nos da el valor de la tensión normal de un punto en una sección solicitada a flexión simple. Es función del momento, la distancia del punto a la línea neutra, el momento de inercia de la sección respecto a la línea neutra, y el ángulo entre la línea neutra y la línea de fuerzas.

Si proyectamos el momento sobre la línea de fuerzas:

Siendo *u* la distancia de un punto genérico P a la línea de fuerzas podemos calcular

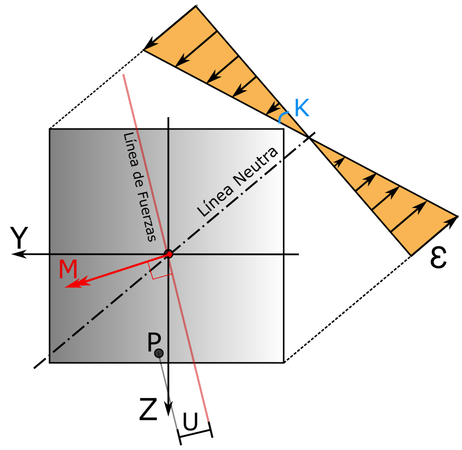

Fig. 1.3: Diagrama de tensiones

al momento respecto a la línea de fuerzas como la integral en el área de la tensión por la distancia u:

$$M_{LN} = \int_A u \cdot \sigma_x \; dA$$

A su vez, el momento respecto a la línea de fuerzas debe ser igual a la proyección del momento total sobre la misma. Como por definición, la línea de fuerzas y M son ortogonales, luego:

$$M_{LN} = 0 \;\longrightarrow\; \int_A u \cdot \sigma_x \; dA = 0$$

Reemplazando la ecuación (1.5)

$$\int_A u \; (K \cdot v \cdot E) \cdot \; dA \;\longrightarrow\; K \cdot E \int_A v \cdot u \; dA = 0$$

$$K \cdot E \cdot J_{uv} = 0$$

Dado que el producto de K y E nunca será nulo, se concluye entonces que el momento centrífugo respecto a los ejes uv debe serlo

$$K \cdot E \neq 0 \;\rightarrow\; J_{uv} = 0$$

Por lo tanto el eje neutro y la línea de fuerzas son **ejes conjugados de inercia**.

1.1.1 Flexión Recta vs. Flexión Oblícua

Recordando que el ángulo α de la ec. (1.1) es el ángulo entre la línea neutra y la línea de fuerzas, podemos notar que si $\alpha = 90°$ entonces la línea de fuerza y la línea neutra coinciden con los ejes principales de la sección. Se llama a este caso **Flexión Recta**, es decir cuando la línea de fuerza coincide con un eje principal. Como este ángulo no es de fácil calculo en general, entonces veremos cómo independizamos la expresión de dicho parámetro.

Haciendo uso de la superposición de efectos, es posible descomponer al momento en dos componentes correspondientes a los ejes principales de inercia y sumar las tensiones generadas por ambas componentes por separado. Al trabajar en un eje principal su eje conjugado es perpendicular.

Entonces para un eje principal, la tensión resultante es:

$$\sigma_x = \frac{M \cdot v}{J_{LN}} \cdot \sin(\alpha) = \frac{M \cdot v}{J_{LN}} \cdot \sin(90) = \frac{M \cdot v}{J_{LN}}$$

Llamando y, z a los ejes principales, entonces planteamos la tensión en un punto debido a un momento flector como la suma de la tensión generada por un momento en y más un momento en z, siendo estas las proyecciones del momento resultante en los ejes principales. Las líneas neutras correspondientes a cada componente pasarán a ser los ejes y, z respectivamente.

Luego:

$$\sigma_x = \sigma_x^{M_y} + \sigma_x^{M_z} \longrightarrow \sigma_X = \frac{M_y}{J_Y} \cdot z - \frac{M_z}{J_z} \cdot y$$

Siendo:

- M_y, M_z las componentes del momento en los ejes principales
- J_y, J_z los momentos principales de inercia
- z, y las distancias en sus respectivos ejes de un punto al baricentro

Esta es la expresión que caracteriza las tensiones por flexión simple en régimen elástico. El caso de momento no coincidente con los ejes principales se llama **Flexión Oblícua**.

1.2 *Flexión Compuesta*

Se caracteriza por manifestar un esfuerzo axil no nulo, además del momento flector.

Asiendo un procedimiento análogo al de la sección anterior

$$N \neq 0 \longrightarrow \int_A \sigma_x \, dA \neq 0$$

$$\int_A E \cdot \varepsilon \, dA = \int_A E \cdot v \cdot K \, dA = E \cdot k \cdot \int_A v \, dA \neq 0 \longrightarrow \int_A v \, dA \neq 0$$

De esta ecuación se concluye que la línea neutra no es baricéntrica para el caso de flexión compuesta.

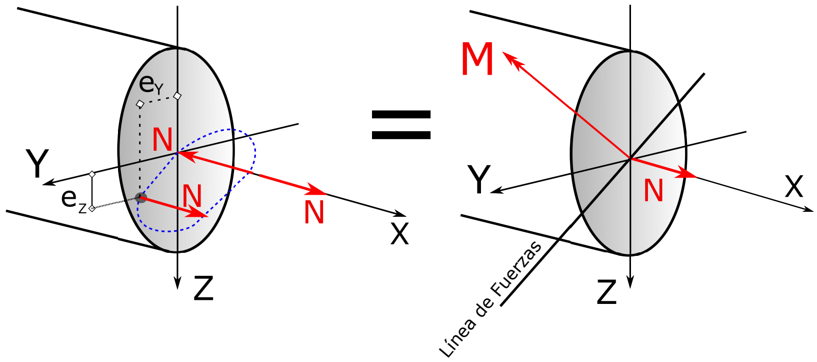

Fig. 1.4: Línea de Fuerza

1.2.1 Centro de Presión

Podemos definir al Centro de Presión como el punto respecto al cual se deben reducir al sistema de fuerzas para tener únicamente una fuerza de dirección axial. Este punto es el baricentro del volumen de tensiones, y puede ver como el punto sobre el cual debe aplicarse el esfuerzo axil de forma tal que su efecto sea el mismo. Donde: • v = distancia

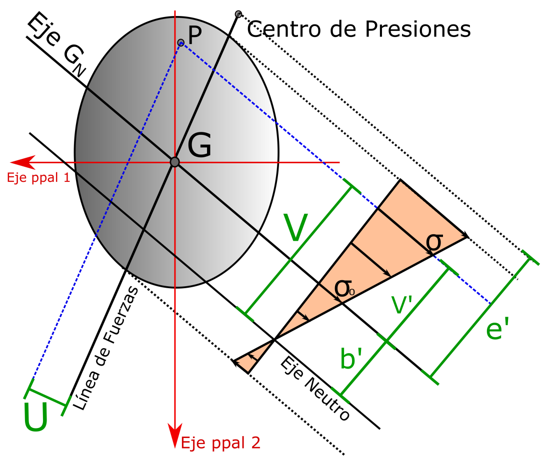

Fig. 1.5: Centro de presiones

de un punto genérico al eje neutro

- σ = tensión en un punto genérico
- σ_0= tensión en el baricentro
- GN = línea neutra trasladada al baricentro
- b’ = distancia del eje neutro al baricentro
- e’ = distancia del centro de presiones al baricentro
- v’ = distancia de un punto genérico al baricentro

Para hallar las coordenadas del centro de presión, tenemos que calcular las distancias que se debería trasladar al esfuerzo axil para que genere el mismo momento resultante respecto al baricentro. Por lo tanto, estas coordenadas resultan

$$e_y^{CP} = -\frac{M_z}{N} \quad \text{y} \quad e_z^{CP} = \frac{M_y}{N} \tag{1.11}$$

1.2.2 Calculo de tensiones

El desarrollo de las expresiones que rigen la solicitación por flexión compuesta parte de las siguientes identidades:

$$N = \int_A \sigma_x \, dA \tag{1.12}$$

$$N \cdot (e' + b') = \int_A \sigma_x \cdot v \, dA \tag{1.13}$$

$$\int_A \sigma_x \cdot u \, dA = 0 \tag{1.14}$$

$$\frac{\sigma}{v} = \frac{\sigma_0}{b'} \tag{1.15}$$

$$V' + b' = v \tag{1.16}$$

Al haber un esfuerzo axil, el valor de las tensiones se ve modificado:

$$N = \int_A \sigma \, dA = \int_A \left(\frac{\sigma_0}{b'} \cdot v \right) \, dA = \frac{\sigma_0}{b'} \int_A v \, dA = \frac{\sigma_0}{b'} \cdot S_{A,EN} = \frac{\sigma_0}{b'} \cdot (A \cdot b')$$

$$N = \sigma_0 \cdot A \longrightarrow \sigma_0 = \frac{N}{A} \tag{1.17}$$

En el baricentro aparece una tensión igual al cociente entre el esfuerzo axil y el área. Esta tensión, producida por el esfuerzo axil, se suma a la provocada por el momento flector. Luego:

$$\sigma_x = \frac{N}{A} + \frac{M_y}{J_y} \cdot z - \frac{M_z}{J_z} \cdot y$$

1.2.3 Línea Neutra

Como vimos, en el caso de flexión compuesta el eje neutro se ve desplazado del baricentro. Su posición guarda una correlación directa con la posición del centro de presiones. Para hallar esta correlación desarrollaremos el momento flector actuante en la superficie:

$$N \cdot (e' + b') = \int_A \sigma \cdot V \, dA = \int_A \left(\frac{\sigma_0}{b'} \cdot v \right) \cdot v \, dA = \int_A \frac{\sigma_0}{b'} \cdot v^2 \, dA = \frac{\sigma_0}{b'} \int_A v^2 \, dA$$

$$N(e' + b') = \frac{\sigma_0}{b'} \cdot J_{EN}$$

Aplicando el teorema de Steiner:

$$J_{EN} = J_{GN} + A \cdot (b')^2$$

Luego:

$$N \cdot (e' + b') = \frac{\sigma_0}{S'} \cdot \left(J_{GN} + A \cdot (b')^2\right) \tag{1.18}$$

Aplicando la expresión (1.17) resulta:

$$N \cdot (e' + b') = \frac{N}{A \cdot b'} \cdot \left(J_{GN} + A \cdot (b')^2\right)$$

Dividiendo ambos lados de la igualdad por la normal N, y luego multiplicando por b':

$$(e' + b') = \frac{1}{A \cdot b'} \cdot \left(J_{GN} + A \cdot (b')^2\right)$$

$$e' \cdot b' + (b')^2 = \frac{J_{GN}}{A} + (b')^2$$

$$e' \cdot b' = \frac{J_{GN}}{A}$$

$$e' \cdot b' = i_{GN}^2$$

El producto entre la distancia del eje neutro al baricentro y la distancia del baricentro al centro de presiones es igual al radio de giro al cuadrado respecto a GN. Esto implica que dicho producto es una magnitud positiva, lo que implica que ambas distancias poseen el mismo signo. De esto se concluye que **el baricentro se ubica entre el centro de presiones y el eje neutro.** Nunca ambos se hallarán del mismo lado respecto al baricentro.

Esto también implica una **correlación entre la posición del centro de presiones y la del eje neutro**, pues el producto de ambas distancias debe permanecer constante. Esto es, a menor distancia entre el centro de presiones y el baricentro, mayor será la distancia entre la línea neutra y el baricentro y viceversa. Los casos extremos son:

- Aquel con el centro de presiones ubicado en el baricentro, lo cual se corresponde con la línea neutra ubicada en el impropio, implicando traslación pura de la sección (Solicitación axil)

- El caso del centro de presiones en el impropio, correspondido con la línea neutra baricéntrica, implicando rotación pura de la sección (Flexión simple)

Para calcular la ecuación de la linea neutra podemos la expresión de tensiones, e igualarla a cero:

$$\sigma_x = 0 = \frac{N}{A} + \frac{M_y}{J_y} \cdot z - \frac{M_z}{J_z} \cdot y$$

Esta ecuación nos da la ecuación de una recta, que es justamente la línea neutra. Pero, si la expresamos en función del centro de presión, la podemos reescribir como:

$$0 = \frac{1}{A} + \frac{e_z^{CP} \cdot z}{J_y} + \frac{e_y^{CP} \cdot y}{J_z} \tag{1.19}$$

$$0 = 1 + \frac{e_z^{CP} \cdot z}{i_y^2} + \frac{e_y^{CP} \cdot y}{i_z^2}$$

1.2.4 Relación entre el eje neutro y la línea de fuerza

El eje neutro ya no es baricéntrico, pero veamos que sucede con sus otras propiedades. Para tal fin recurrimos a la identidad (1.14)

$$0 = \int_A \sigma_x \cdot u \, dA = \int_A \left(\frac{\sigma_0}{b'} \cdot v \right) \cdot u \, dA = \frac{\sigma_0}{b'} \int_A u \cdot v \, dA$$

$$0 = \int_A u \cdot v \, dA = J_{LF;EN}$$

El momento centrífugo para el par de ejes comprendido por la **línea de fuerzas y el eje neutro** se anula, luego estos **son ejes conjugados de inercia**.

Por otro lado, analizando el eje paralelo a la línea neutra pasante por el baricentro:

$$0 = \int_A \sigma_x \cdot \, dA = \int_A \frac{\sigma_0}{b'} \cdot (v' + b') \cdot u \, dA = \int_A \frac{\sigma_0}{b'} \cdot (v' \cdot u + b' \cdot u) \, dA$$

$$0 = \int_A (v' \cdot u + b' \cdot u) \, dA = \int_A v' \cdot u \, dA + b' \int_A u \, dA = J_{LF;GN} + b' \cdot S_{LF}$$

La línea de fuerzas siempre es baricéntrica, luego el momento estático respecto a la misma es nulo:

$$S_{LF} = 0$$

Entonces:

$$\because J_{LF;GN} = 0$$

Como en el caso anterior, el momento centrífugo respecto a ambos ejes se anula. Por lo tanto **la línea de fuerzas y el eje GN son conjugados de inercia**

1.3 Núcleo Central

La región geométrica tal que si el centro de presión se halla contenido en ella, entonces las tensiones tendrán el mismo signo en toda la sección, se llama **Núcleo Central**. Para realizar el trazado de este se plantean los infinitos casos limites. Es decir, si lo que buscamos es que todas las tensiones tengan el mismos signo, los casos límites serán cuando las tensiones se vuelven nulas en el borde. Por lo tanto, debemos hallar los infinitos casos que generan que la línea neutra sea tangente a la sección, lo cual en principio implicaría infinitos puntos a calcular.

En este apunte, nos limitaremos al caso de secciones que no tienen curvas en el contorno. En estos casos el problema entonces se limita de entre las infinitas rectas tangentes, a únicamente las que tocan dos o más puntos de la sección. Procedemos a hallar todas estas rectas, como se puede ver en la Fig. **??**. Podemos notar, que si estas rectas fuesen líneas neutras, tendrían asociadas un centro de presión que estaría ubicado en el contorno del núcleo central.

Se procede entonces a calcular estos centros de presión utilizando al ecuación de la línea neutra (1.19). Podemos notar que todos los parámetros de la ecuación y los datos de entrada dependen únicamente de las dimensiones del sección. Por lo tanto, el núcleo central es una propiedad geométrica de la sección, y no depende de las solicitaciones.

Una vez que encontramos los centros de presión asociados a las líneas neutras de la la Fig. **??**, nos queda la interrogante de como calculamos los otros infinitos centros de presión asociados al resto de las infinitas rectas tangentes. Podemos notar en primer lugar, que estas infinitas rectas tangente faltantes son las que pivotan sobre las aristas de la sección. Demostraremos que los centros de presión de estas líneas neutras están contenidos por las rectas que unen los centros de presión previamente calculados.

Consideramos lo siguiente, todo esfuerzo axil N_0 puede descomponerse en dos esfuerzos axiles N_A y N_B, tal que las tres sean colineales y se cumpla la equivalencia estática (igual fuerza y momento resultante). Esto es, los infinitos centros de presión ubicados en dicho segmento pueden analizarse como una superposición de efectos de esfuerzos axiles aplicados en A y B. Ambos centros de presión se corresponden con sus respectivas líneas neutras.

Planteamos la ecuación de la línea neutra utilizando la fórmula para la tensión e imponiendo que la misma sea nula:

$$\sigma = \frac{N}{A} + \frac{N \cdot e_z}{J_y} \cdot z + \frac{N \cdot e_y}{J_z} = 0 \;\longrightarrow\; \frac{N}{A} \cdot \left(\frac{e_z}{i_y^2} \cdot z + \frac{e_y}{i_z^2} \cdot y + 1 \right) = 0$$

$$\frac{e_z}{i_y^2} \cdot Z_{LN} + \frac{e_y}{i_z^2} \cdot Y_{LN} + 1 = 0$$

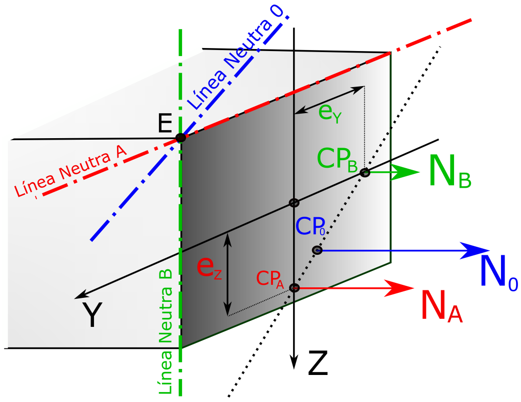

Fig. 1.6: Núcleo Central - Relación entre líneas neutras y centros de presión

En el caso de la figura:

$$N_B \longrightarrow e_z = 0 \longrightarrow Y_{LN} = -\frac{i_z^2}{e_y}$$

$$N_A \longrightarrow e_y = 0 \longrightarrow Z_{LN} = -\frac{i_y^2}{e_z}$$

Entonces el punto E, correspondiente a la intersección de ambas líneas neutras, siempre tendrá tensión nula para los infinitos CP ubicados en el segmento analizado, pues una fuerza actuante en cualquiera de esos CP se puede descomponer en N_A y N_B.

$$E = \left(-\frac{i_z^2}{e_y}; -\frac{i_y^2}{e_z} \right)$$

Si tomamos la línea neutra A y pivotamos con eje en el punto E para terminar con la línea neutra B, entonces el centro de presiones se habrá desplazado desde CP_A a CP_B. De esto concluimos que **el conjunto de líneas neutras que pivotean en una esquina de la sección se corresponden con infinitos centros de presión que describen una recta**.

Pivotando respecto de las otras esquinas logramos trazar el perímetro del núcleo central.

En la práctica sólo será necesario hallar los vértices del núcleo central planteando líneas neutras tangentes al contorno externo de la sección. Las infinitas líneas que pivotan respecto a los vértices generan los infinitos puntos entre los vértices del núcleo central, por lo tanto bastará con unir estos con segmentos rectos.

1.4 Homogeneización - Flexión con varios materiales

Es común que una sección esté compuesta por más de un material. Ante esta situación, la distribución de tensiones ya no sigue la misma ley lineal que con un perfil completamente

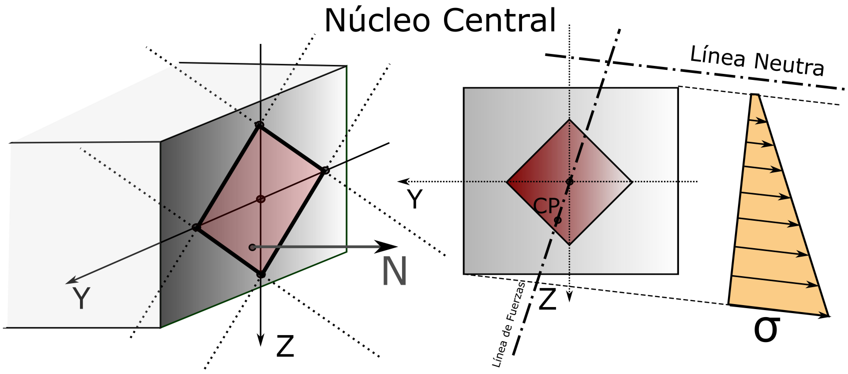

Fig. 1.7: Núcleo Central - Región geométrica

homogéneo, y por lo tanto no podemos utilizar la fórmula usada anteriormente para calcular las tensiones, es decir la ec. (1.2.2).

La hipótesis de secciones planas se mantiene vigente. Por lo tanto las deformaciones son lineales, pero el diagrama de tensiones se ve modificado como se puede ver en la Fig. 1.8. Esto se debe al cambio en el módulo de elasticidad de cada material, pues según Hooke:

$$\sigma_i = E_i \cdot \varepsilon_i = E_i \cdot K \cdot z$$

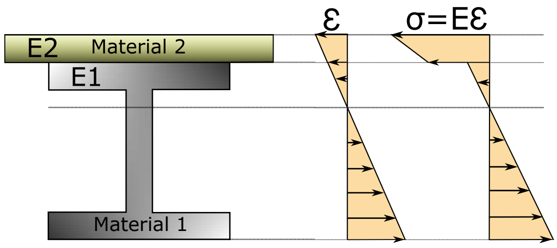

Fig. 1.8: Diagramas de Deformación - Material Compuesto

El módulo E no será constante a lo largo de z, por lo tanto al pasar de un material a otro habrá cambios de pendiente y de valor absoluto en la distribución de tensiones.

Analizaremos el caso de flexión simple y recta con varios materiales. Supongamos una sección con cuatro materiales como se muestra en al Fig. 1.9:

- Sea z_{LN} la distancia de un punto genérico P al eje neutro de posición desconocida
- Se trata de flexión simple, y por lo tanto:

$$F = \int_A \sigma \; dA = 0$$

$$0 = \int_A (E_i \cdot \varepsilon_x) \; dA = \int_A E_i \cdot (K \cdot z_{LN}) \; dA = K \int_A E_i \cdot z_{LN} \; dA$$

$$\int_A E_i \cdot z_{LN} \; dA = 0$$

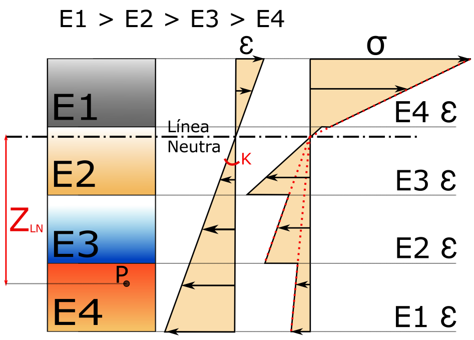

Fig. 1.9: Diagramas de deformaciones y tensiones - Sección heterogénea

Esto nos indica que el momento estático respecto de la línea neutra ya no es nulo, ya que E no es constante. Esto implica que la línea neutra ya se encuentra en el baricéntro de la sección heterogénea. Como el módulo de elasticidad E varía a lo largo de la sección según los materiales que la componen:

$$\int_A E_i \cdot z_{LN}\; dA = \sum_{i=1}^{n} \left(E_i \int_{A_i} z_{i_{LN}}\; dA \right) = \sum_{i=1}^{n} E_i \cdot z_{(G;LN)_i} \cdot A_i = 0$$

Siendo $z_{(G;LN)_i}$ la distancia del baricentro de las regiones de cada material a la línea neutra, la cual podemos expresar como la diferencia entre la altura de cada baricentro z_G y la altura de la línea neutra z_N:

$$\sum_{i=1}^{n} E_i \cdot z_{(G;LN)_i} \cdot A_i = \sum_{i=1}^{n} E_i \cdot (z_{G_i} - z_N) \cdot A_i = 0$$

$$\sum_{i=1}^{n} E_i \cdot z_{G_i} \cdot A_i \; - \; z_N \sum_{i=1}^{n} E_i \cdot A_i = 0$$

$$z_N = \frac{\sum_{i=1}^{n} E_i \cdot z_{G_i} \cdot A_i}{\sum_{i=1}^{n} E_i \cdot A_i}$$

Esto nos indica que la posición de la línea neutra z_N se ubica en el promedio de la distribución de masas y elasticidades. Esta posición es el **baricentro del área homogeneizada**.

En cuanto a la distribución de tensiones, recordando que K es la pendiente de las deformaciones y que las secciones siempre permanecen planas, entonces:

$$\varepsilon = K \cdot z_{LN} \;\longrightarrow\; \sigma = E_i \cdot K \cdot z_{LN}$$

Para hallar la expresión de K, se desarrolla la expresión del momento mediante la ecuación de equivalencia:

$$M_y = \int_A \sigma_z \cdot z_{LN}\, dA = \int_A E_i \cdot K \cdot z_{LN} \cdot z_{LN}\, dA = K \int_A E_i \cdot z_{LN}^2\, dA$$

$$M_y = K \sum_{i=1}^{n} E_i \cdot J_{i_{LN}} \longrightarrow K = \frac{M_y}{\sum_{i=1}^{n} E_i \cdot J_{i_{LN}}}$$

Entonces, para calcular las deformaciones y las tensiones:

$$\varepsilon = K \cdot z_{LN} = \frac{M_y \cdot z_{LN}}{\sum_{i=1}^{n} E_i \cdot J_{i_{LN}}} \longrightarrow \sigma = \frac{E_i \cdot M_y \cdot z_{LN}}{\sum_{i=1}^{n} E_i \cdot J_{i_{LN}}} = \frac{M_y \cdot z_{LN}}{\frac{\sum_{i=1}^{n} E_i \cdot J_{i_{LN}}}{E_i}}$$

Si definimos un parámetro J_H como:

$$J_H = \frac{\sum_{i=1}^{n} E_i \cdot J_{i_{LN}}}{E_i}$$

Entonces llegamos a la expresión:

$$\sigma = \frac{M_y \cdot z_{LN}}{J_H}$$

Que resulta similar a la utilizada para secciones completamente homogéneas. El parámetro J_H es un artilugio matemático que resulta del promedio de las elasticidades y los momentos de inercia. Tanto J_H como el baricentro de la sección homogeneizada coincidente con z_N, pueden ser obtenidos fácil e intuitivamente mediante el método de homogeneización.

Como dice su nombre, este método consiste en transformar a la sección heterogénea a una homogénea. En el análisis de la sección homogénea las tensiones serán lineales. Por lo tanto, la línea neutra coincidirá con el baricentro de esta sección, y se podrá utilizar la fórmula (1.4), donde J_H será igual al momento de inercia de la sección homogeneizada.

El procedimiento consiste en, utilizando un material de referencia, se lleva la totalidad de la sección a ese material definiendo un η_E como la razón entre cada módulo de elasticidad y el del material de referencia. Esta constante definirá cuanto se debe modificar las dimensiones de las regiones para llevarlas al material de referencia. Dado que el diagrama de deformaciones no debe sufrir modificaciones, este cambio de la sección debe ser realizado en la dirección del eje neutro. Entonces, si por ejemplo η resultara ser igual a 2, entonces la región cuyo material fue llevado al material de referencia duplicará su ancho.

Habiendo homogeneizado la sección se procede a calcular las tensiones utilizando las mismas expresiones que se vieron en la sección anterior, pero con utilizando la geometría de la sección homogeneizada. Finalmente, como el diagrama de tensiones obtenido para la sección homogeneizada no es el real, se lo debe modificar por el factor K_E para finalmente llegar al verdadero diagrama de tensiones de la sección solicitada.

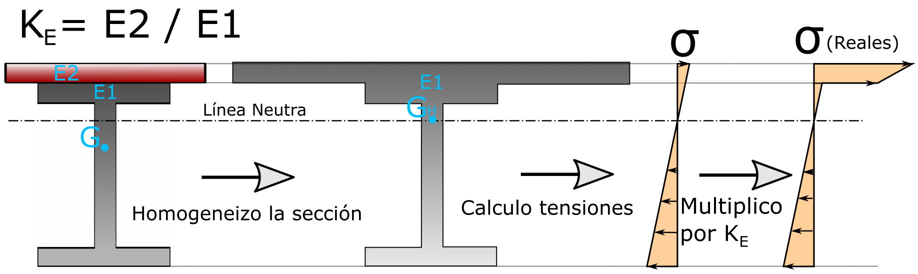

Fig. 1.10: Diagramas de Tensiones Finales