

ÍNDICE DE TEMAS - CLASE VIRTUAL Martes-18-Marzo-2025

07.- FOTOGRAFÍAS

08.- EXPRESIONES Y VARIABLES: DESARROLLO

09.- DESPLAZAMIENTOS Y DEFORMACIONES

10.- RESUMEN DE EXPRESIONES Y VARIABLES

11.- RIGIDEZ A LA SOLICITACIÓN AXIL

12.- RESOLUCIÓN DE SISTEMAS HIPERESTÁTICOS

12.01.- Introducción

12.02.- Resolución de SH: Metodología por Inspección

08.- EXPRESIONES Y VARIABLES: DESARROLLO

08.01.- Resolución de las Ecs de Equivalencia

08.02.- Coeficiente de Seguridad y Tensiones Admisibles

08.03.- Los Problemas en las Solicitación Axil

**08.04.- Misceláneos: Tipos de Acero - Nomenclatura -
Diagrama Tensión-Deformación**

08.01.- RESOLUCIÓN DE LAS ECS. DE EQUIVALENCIA:

→ DE LA 1º EC. DE EQUIVALENCIA .

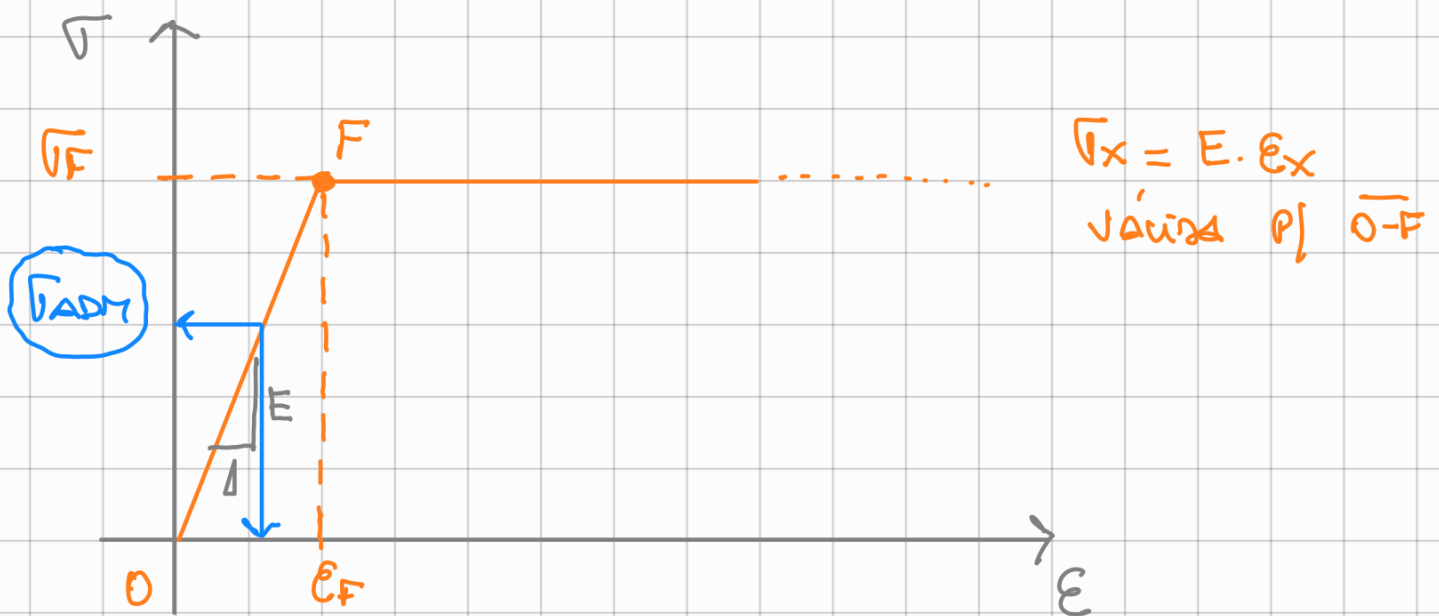
$$N = \int_A \sigma_x \cdot dA$$

$$N(x) = \sigma_x(x) \cdot A(x)$$

$$\sigma_x(x) = \frac{N(x)}{A(x)}$$

$$A(x) = \frac{N(x)}{\sigma_x(x)}$$

DIAGRAMA σ - ϵ // COEFICIENTE O FACTOR DE SEGURIDAD // TENSIONES ADMISIBLES:



→ LA TENSION DE FLUENCIA CONSTITUYE UN VALOR LÍMITE ..

→ COEFICIENTE → $CS = FS > 1$ →

$$\rightarrow \frac{\sigma_F}{CS} = \sigma_{ADM}$$

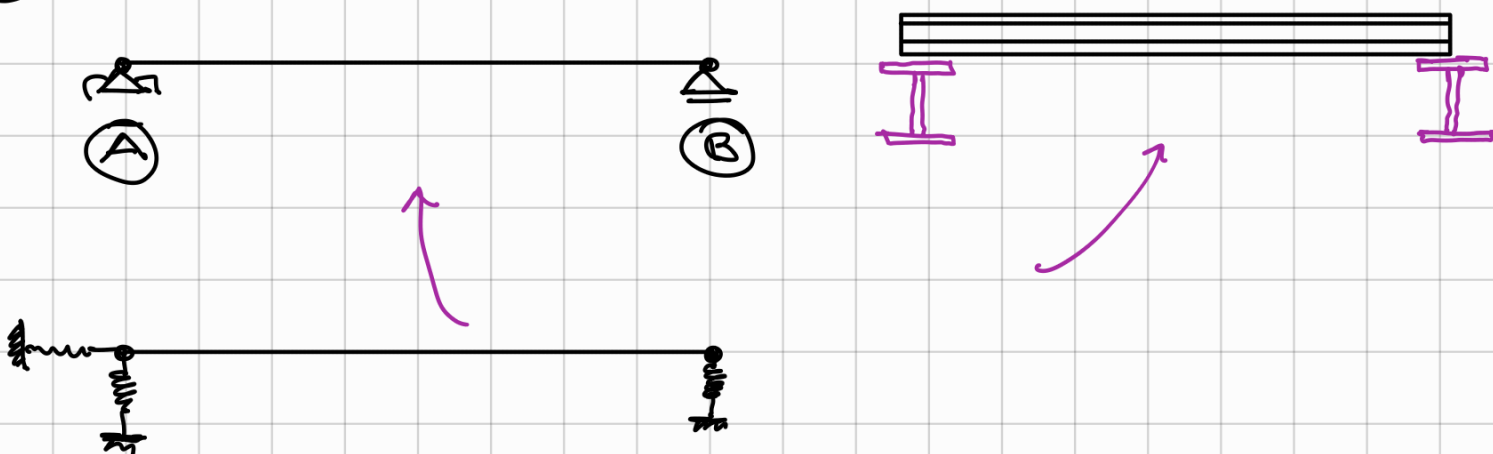
'CS' o 'FS' SON PARÁMETROS "ADIMENSIONALES"

COEFICIENTE O FACTOR DE SEGURIDAD:

De qué depende el CS o FS?

- i.- Destino y uso de la construcción o estructura;
- ii.- Lugar de implantación de la construcción o estructura;
- iii.- Modelos matemáticos de cálculo;
- iv.- Métodos de Fabricación;
- v.- Métodos Constructivos.

iii



vi.- Las características de los materiales;

vii.- Las variabilidad de las cargas.

08.03.- LOS PROBLEMAS EN LA SOLICITACIÓN AXIL:

I.- Problemas de Verificación de Secciones

II.- Problemas de Dimensionamiento

III.- Problemas de Determinación de la Capacidad Portante

I.- PROBLEMAS DE VERIFICACIÓN DE TENSIONES:

SE CONOCEN : $N(x)$ y $A(x)$.

$$\frac{N(x)}{A(x)} = \sigma_{x, TRAB} = \sigma_{x, SERV} \leq \sigma_{ADM} = \frac{\sigma_F}{CS}$$

$$\frac{\sigma_F}{\sigma_{x, TRAB}} = \frac{\sigma_F}{\sigma_{SERV}} = CS_{REAL} \text{ y } CS_{MIN}$$

ASUMAMOS COMO EJEMPLO QUE: $F=24 \rightarrow \sigma_F = 24 \text{ kN/cm}^2$

$$CS = FS = 1.60 \quad \sigma_{ADM} = \sigma_F / CS = 24 / 1.6 = 15 \text{ kN/cm}^2$$

Si suponemos que $\frac{N}{A} = \sigma_{trab, \max} = 12 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} < 15 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} = \sigma_{adm}$

$$\frac{\sigma_f}{\sigma_{trab}} = \frac{24}{12} = 2,00 = CS_{perm} > CS_{mín}$$

II.- PROBLEMAS DE DIMENSIONAMIENTO:

$$\frac{N(x)}{\sigma_{adm}} = A_{mín} = A_{nec} \leq A_{adopt}$$

EJEMPLO: Supongamos que el área mínima o necesaria es la siguiente.

$$A_{mín} = A_{nec} = 12,5 \text{ cm}^2$$

PERFILES COMERCIALES:

Nº 1 $A_1 = 10,80 \text{ cm}^2$

Nº 2 $A_2 = 11,20 \text{ cm}^2$

Nº 3 $A_3 = 12,90 \text{ cm}^2$

Nº 4 $A_4 = 13,50 \text{ cm}^2$

← Perfil adoptado.

III.- PROBLEMAS DE DETERMINACIÓN DE LA CAPACIDAD PORTANTE ADMISIBLE:

$$\sigma_{adm} \cdot A(x) = N_{adm} \text{ P/ cada sección}$$

Si $A(x) = A_{mínima}$ es N_{adm} DEL ELEMENTO.

ACLARACIONES:

1.- El área necesaria, A_{nec} , NO depende del tipo de sección, sino solamente de la cantidad de materia. No importa cómo está distribuida la materia en la sección transversal.

2.- Lo anterior es válido exclusivamente para "Esfuerzos de Tracción". Para esfuerzos de compresión, si depende de cómo está distribuida la materia en la sección transversal. Esto se verá más adelante en la carrera (asignaturas como "Análisis Estructural", "Estructuras Metálicas" y "Estructuras de Hormigón").

En esta asignatura se asumirá que las barras comprimidas no son susceptibles de sufrir o experimentar "inestabilidad del equilibrio" o "pandeo".

3.- NOMENCLATURA Y CALIDAD DE LOS ACEROS:

Si $F-24$ y $CS = 1,60$

$$\frac{\sigma_F}{CS} = \sigma_{ADM} \rightarrow \frac{24}{1,60} = 15 \frac{KW}{CM^2}$$

CALIDAD	$\sigma_F [KW/CM^2]$
F-20	20,00
F-24	24,00
F-30	30,00
F-36	36,00

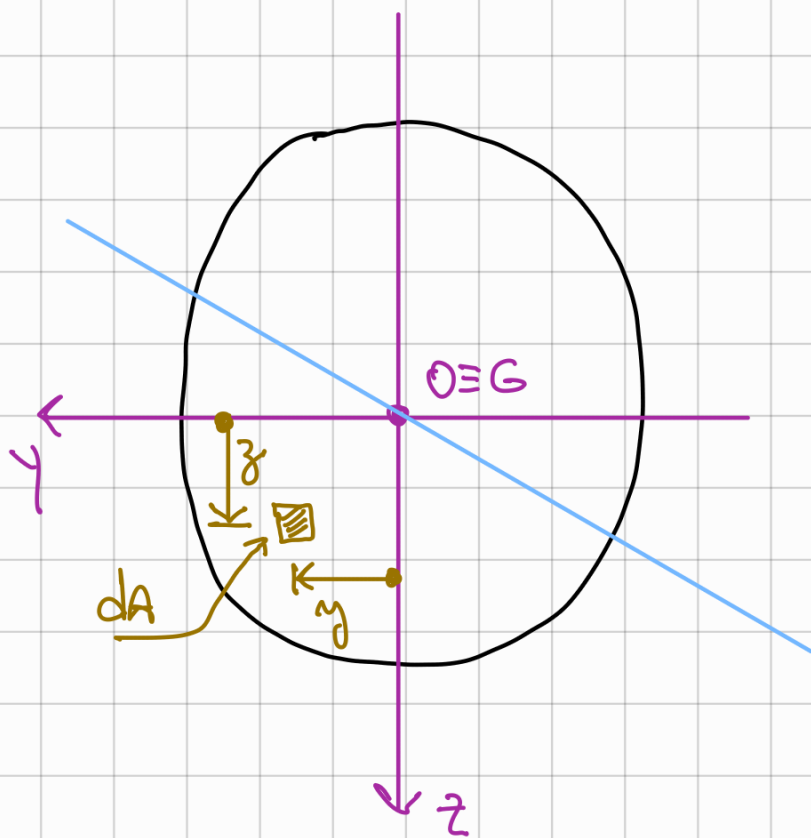
5° y 6° ECS DE EQUIVALENCIA:

5° $M_y = 0 = \int_A \sigma_x \cdot z \cdot dA \rightarrow \sigma_x = C \sigma_B \rightarrow$

6° $M_z = 0 = \int_A -\sigma_x \cdot y \cdot dA \rightarrow \sigma_x = C \sigma_B \rightarrow$

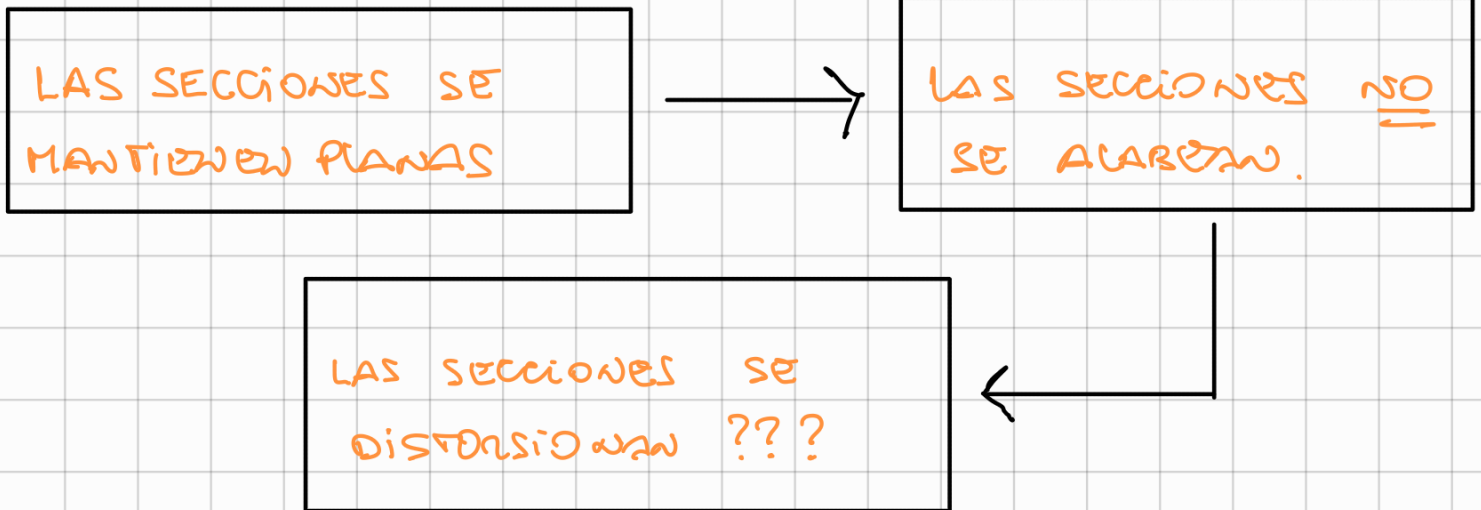
5° $0 = \cancel{\sigma_x} \cdot \int_A z \cdot dA \rightarrow 0 = \int_A z \cdot dA = S_{yG}$

6° $0 = -\cancel{\sigma_x} \int_A y \cdot dA \rightarrow 0 = \int_A y \cdot dA = S_{zG}$



✓

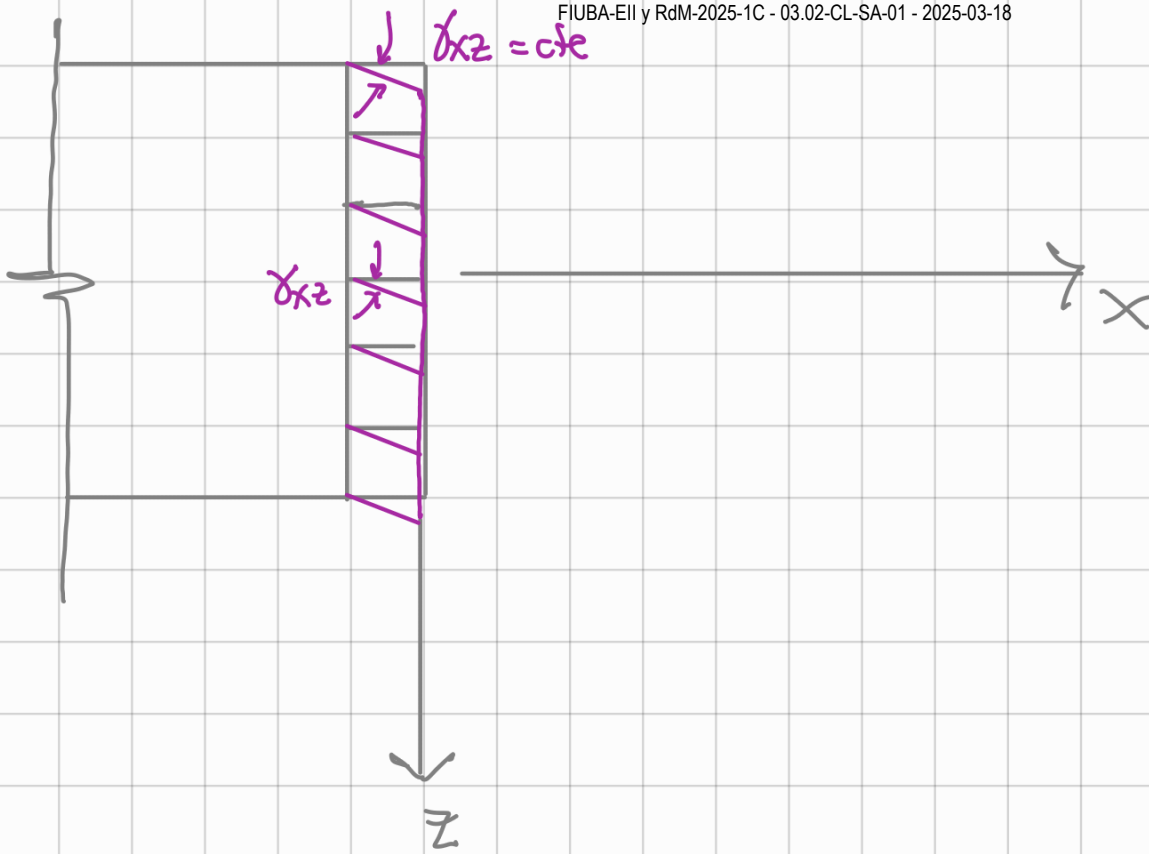
2° y 3° ECS DE EQUIVALENCIA:



PUEDEN SUCCEDER 2 CUESTIONES

i) $\gamma = 0$ \rightarrow LA SECCIÓN NO SE DISTORSIONA, NO SE ALABAN Y SE MANTIENE PLANA.

ii) $\gamma = CTE$ \rightarrow LA SECCIÓN SE DISTORSIONA, NO SE ALABAN Y SE MANTIENE PLANA.



iii) $\gamma \neq cte$

→ LA SECCIÓN SE DISTORSIONA, SE
 DEFORMA, NO SE MANTIENE
 PLANA, NO CUMPLE LA HIPÓTESIS
 DE NAVIER.



NO PUEDE SER

si $\gamma = 0 \rightarrow \tau = G \cdot \gamma = 0$
 Hook's

si $\gamma = cte \rightarrow \tau = G \cdot \gamma = cte.$
 Hook's

2º) $Q_y = 0 = \int_A \tau_{xy} dA$
 3º) $Q_z = 0 = \int_A \tau_{xz} dA$

si $\tau = 0$ ✓
 si $\tau = cte$ ✓

2º) $Q_y = 0 = \int_A \tau_{xy} dA$
 3º) $Q_z = 0 = \int_A \tau_{xz} dA$

si $\tau = cte \rightarrow$
 \rightarrow

$Q_y = 0 = \cancel{\tau_{xy}} \int_A dA \rightarrow 0 = \int_A dA = A$
 $Q_z = 0 = \cancel{\tau_{xz}} \int_A dA \rightarrow 0 = \int_A dA = A$

$\rightarrow \tau = \tau_{xy} = \tau_{xz} = 0 \rightarrow \gamma = 0 \rightarrow$

\rightarrow LAS SECCIONES NO SE DISTORSIONAN.

$\gamma = \frac{\tau}{G} = 0$

La conclusión de estos resultados es que:

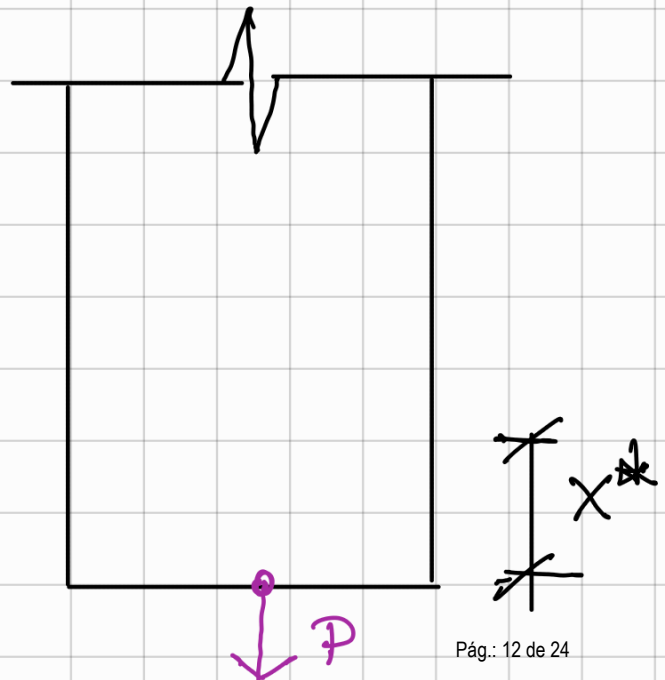
1. Las secciones se mantienen planas, hecho observado experimentalmente;
2. De lo anterior (de 1), se concluye que las secciones no se alabean;
3. Las secciones tampoco se distorsionan y por lo tanto, las tensiones tangenciales, en un problema de sollicitación axial, son nulas.

4° EC DE EQUIVALENCIA:

$$M_x = 0 = \int_A (-\tau_{xy} \cdot z + \tau_{xz} \cdot y) dA$$

$$\text{Si } \tau_{xy} = \tau_{xz} = 0$$

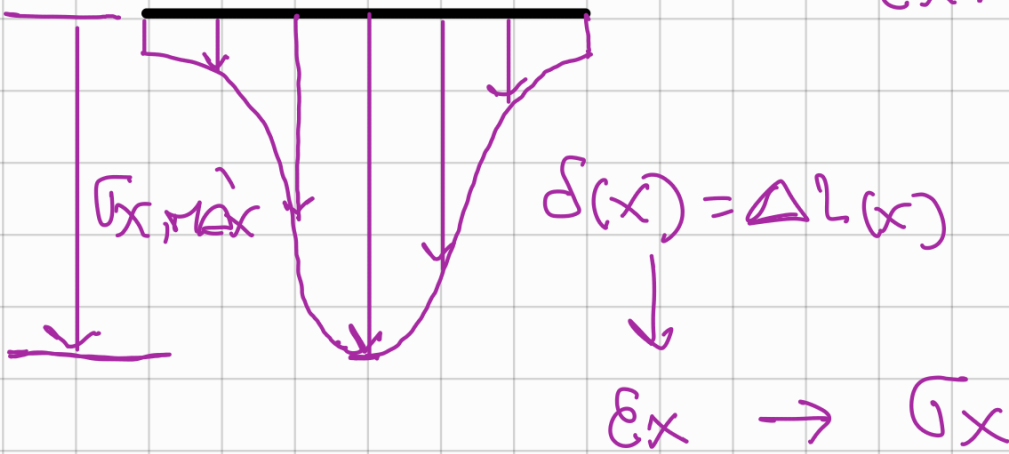
COMPLEMENTO:



$$x_1^* = d/4$$

$$\frac{\Delta L(x_1^*)}{L_0} = \epsilon_x$$

$$\epsilon_x \cdot E = \sigma_x$$



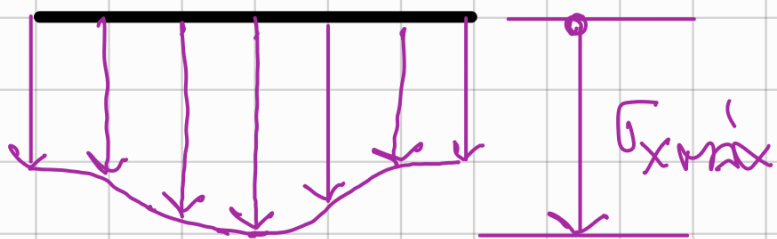
Si $x_1^* = \frac{d}{4} \rightarrow \sigma_{x,max} \cong 2,58 \cdot \sigma_{media}$

$$\sigma_{media} = \frac{\sigma}{A}$$

$$x_2^* = d/2$$

$$\frac{\Delta L(x_2^*)}{L_0} = \epsilon_x$$

$$\epsilon_x \cdot E = \sigma_x$$



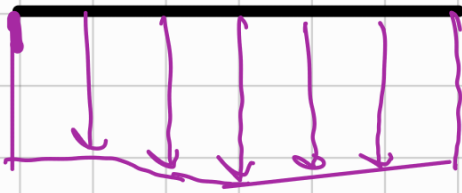
Si $X_{\text{max}} \approx 11$ $\frac{L}{d} \approx 10$ \rightarrow

$\sigma_{x, \text{max}} \approx 1,39 \sigma_{\text{media}}$

$\sigma_{\text{media}} = \frac{\sigma}{A}$



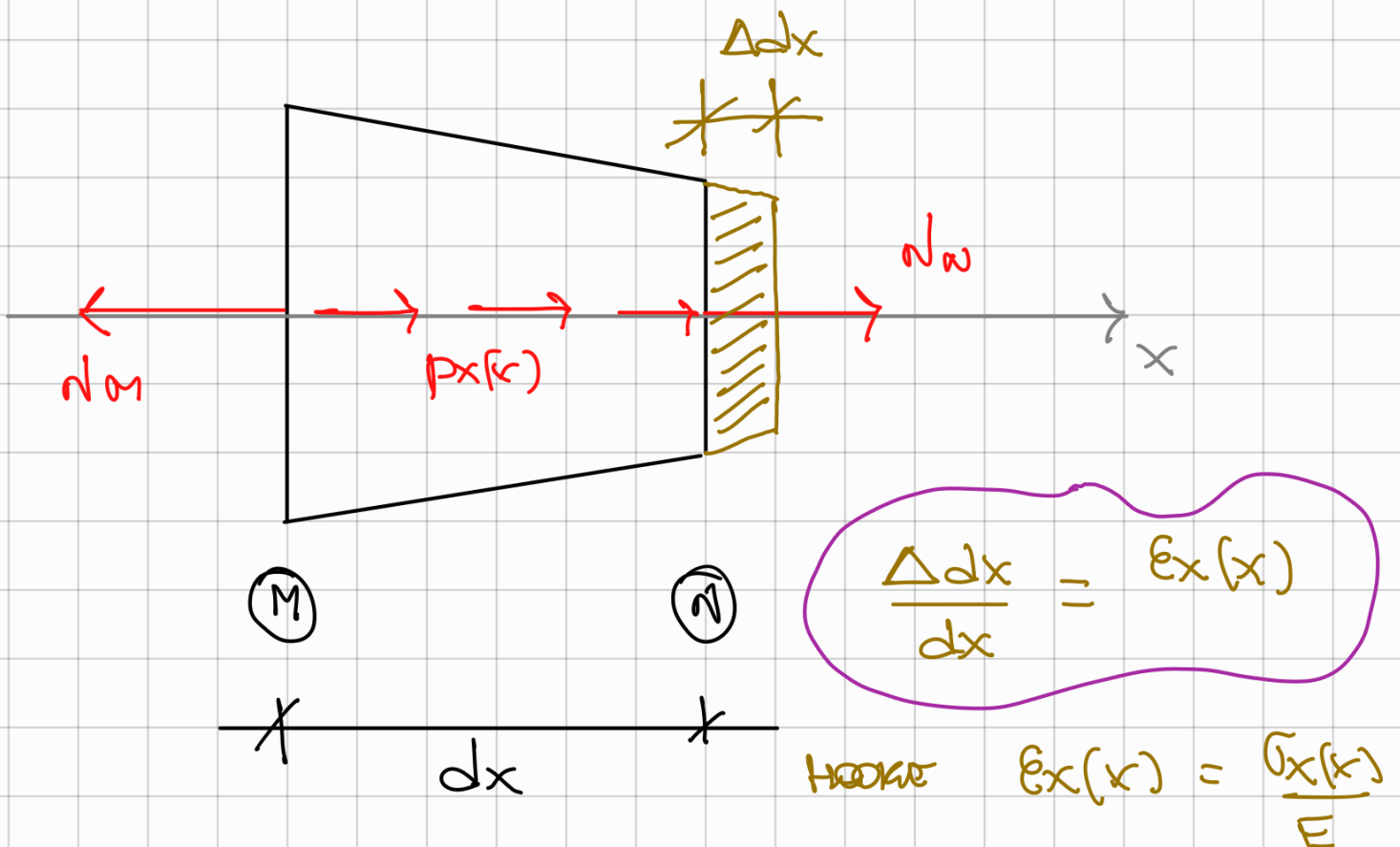
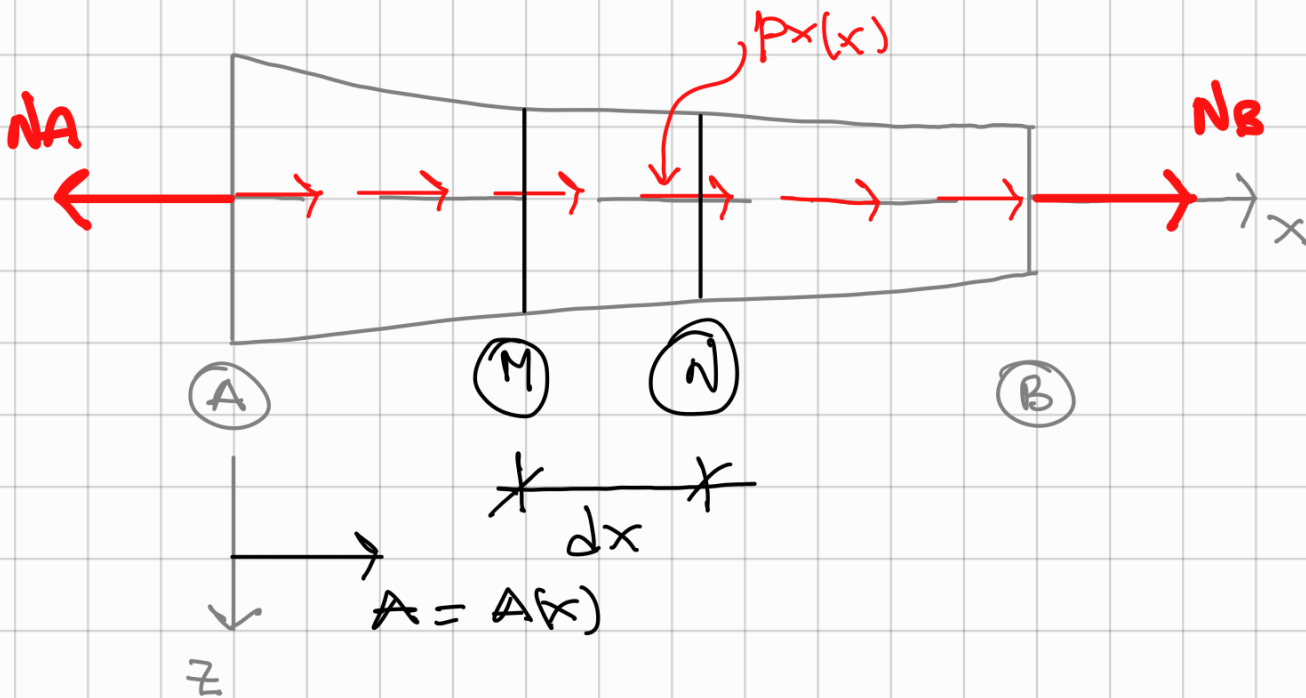
$X_{\text{max}} \approx d$



$\sigma_{x, \text{max}} \approx 1,03 \sigma_{x, \text{media}}$

BARRAS ESBELTAS : $\frac{L}{d} \geq 10$

09.- DESPLAZAMIENTOS Y DEFORMACIONES:



$$\Delta dx(x) = \epsilon_x(x) dx = \frac{\sigma_x(x)}{E} dx$$

$$\sigma_x(x) = \frac{\sigma(x)}{A(x)}$$

$$\Delta dx(x) = \frac{\sigma_x(x) \cdot dx}{E} = \frac{\sigma(x)}{E A(x)} \cdot dx$$

$$\Delta L(x) = \delta(x) = \int_0^x \Delta dx(x) = \int_0^x \frac{\sigma(x)}{E \cdot A(x)} \cdot dx$$

$$E_x(x) = \frac{d\Delta L(x)}{dx} = \frac{d\delta(x)}{dx} = \frac{\sigma(x)}{E A(x)}$$

• CASO PARTICULAR:

si $\sigma(x) = cte$; $E = cte$; $A = cte$

$$\Delta L(x) = \delta(x) = \frac{\sigma}{EA} \cdot x$$

$$x = L \quad \Delta L(L) = \delta(L) = \frac{\sigma L}{EA}$$

10.- RESUMEN DE EXPRESIONES Y VARIABLES:

VARIABLES ESTÁTICAS:

- ESFUERZO NORMAL $\sigma(x)$
- TENSIONES NORMALES $\sigma_x(x) = \frac{\sigma(x)}{A(x)}$

VARIABLES CINEMÁTICAS:

- DESPLAZAMIENTOS O VARIACIONES DE LONGITUD.

$$\delta(x) = \Delta L(x) = \int_0^x \frac{\sigma(x)}{EA(x)} \cdot dx$$

- DEFORMACIONES ESPECÍFICAS LONGITUDINALES:

$$\epsilon_x(x) = \frac{d\Delta L(x)}{dx} = \frac{d\delta(x)}{dx} = \frac{\sigma(x)}{E \cdot A(x)}$$

11.- RIGIDEZ A LA SOLICITACIÓN AXIL:

$$\delta(x) = \int_0^x \frac{\sigma(x)}{E \cdot A(x)} dx$$

si $x = L$

$N = \text{cte}$; $E = \text{cte}$; $A = \text{cte}$

$$\delta(x=L) = \frac{N L}{EA} \rightarrow \delta(L) = \frac{N}{\frac{EA}{L}} = \frac{N}{K}$$

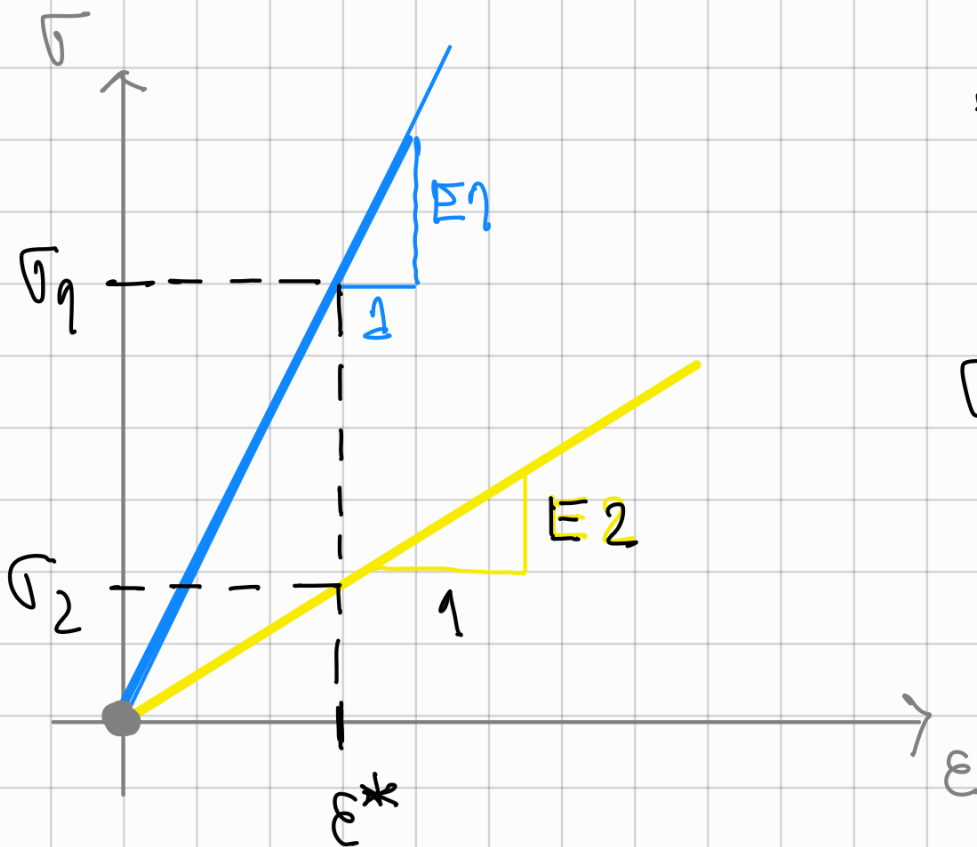
$\left\{ \begin{array}{l} K \uparrow \rightarrow \delta(L) \downarrow \rightarrow \text{MÁS RÍGIDO O MENOS DEFORMABLE} \\ K \downarrow \rightarrow \delta(L) \uparrow \rightarrow \text{MENOS RÍGIDO O MÁS DEFORMABLE.} \end{array} \right.$

$$N = K \cdot \delta(x)$$

$$K = \frac{EA}{L}$$

RIGIDEZ A LA SOLICITACIÓN AXIL

$$[K] = \frac{[E][A]}{[L]} = \frac{[F]}{[L]^2} \cdot \frac{[L]^2}{[L]} = \frac{[F]}{[L]}$$



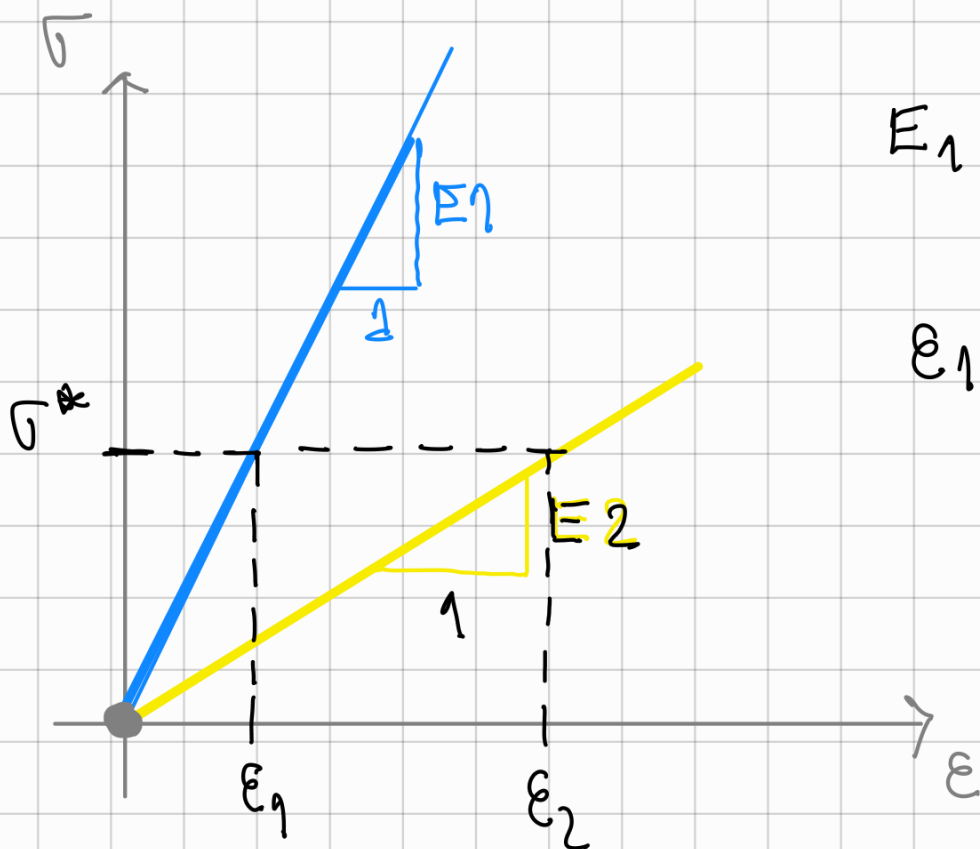
$$E_1 > E_2$$



$$\sigma_1 > \sigma_2$$

$$\sigma = E \epsilon$$

$$\epsilon = \sigma / E$$



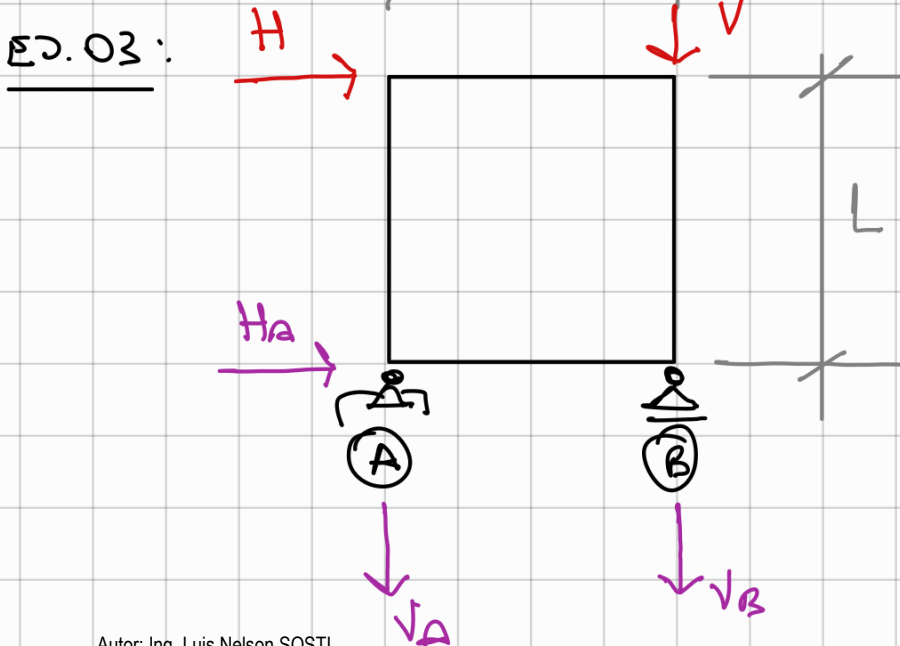
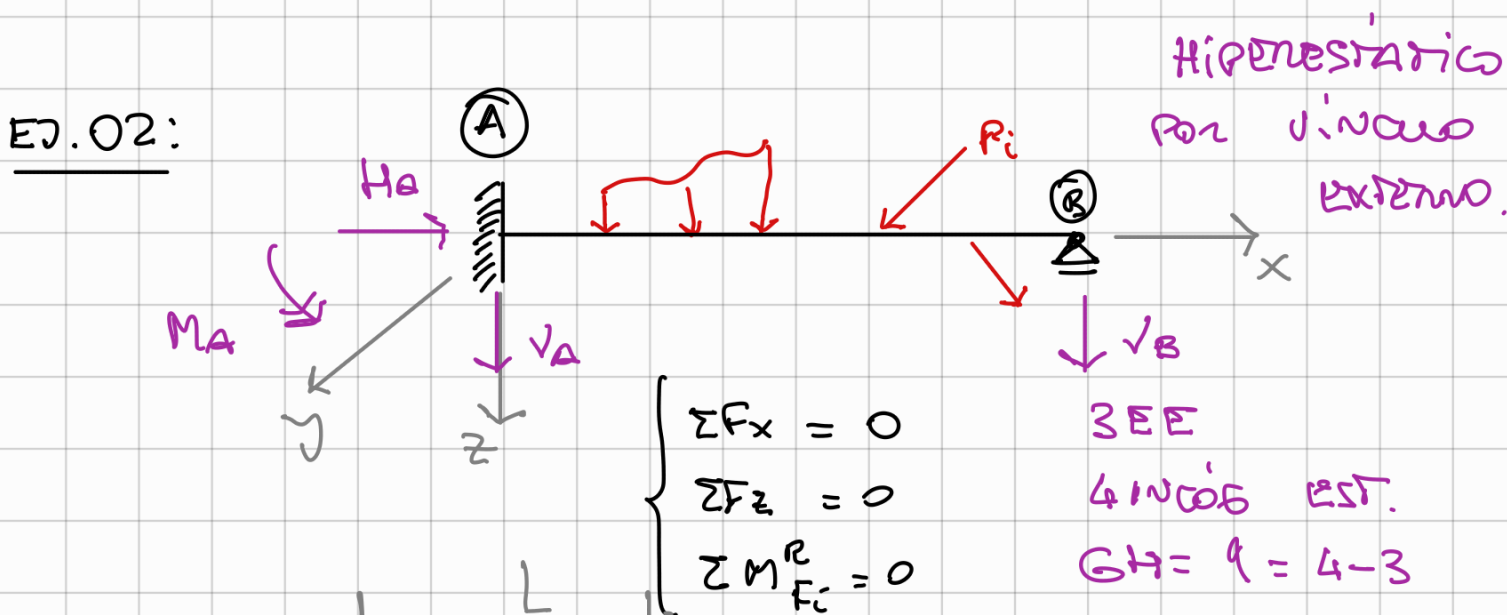
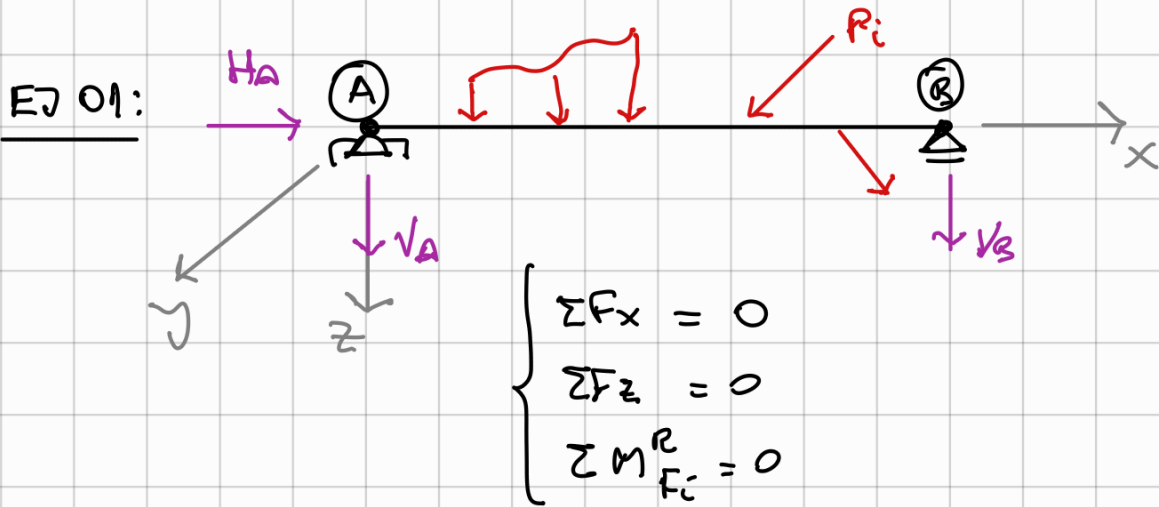
$$E_1 > E_2$$



$$\epsilon_1 < \epsilon_2$$

12.- SISTEMAS HIPERESTÁTICOS:

12.01.- INTRODUCCIÓN:

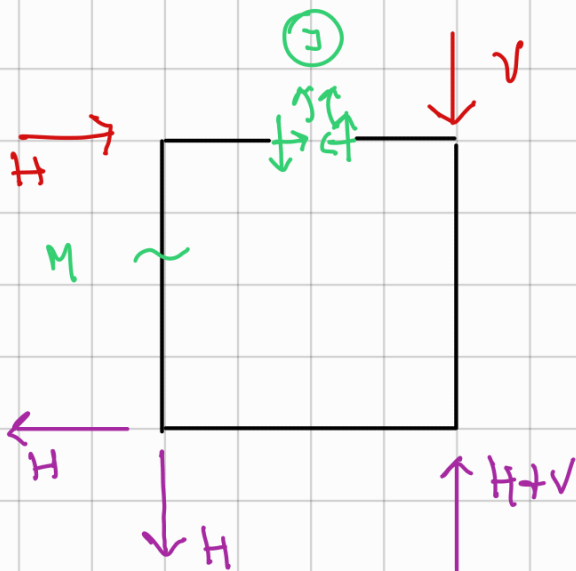
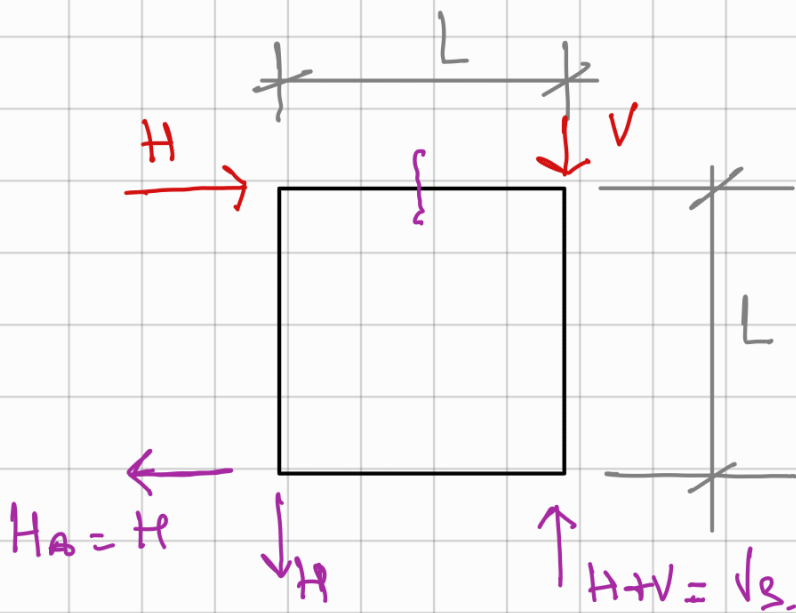


$$\sum \hat{M} F_i = 0$$

$$- H \cdot L - V \cdot L = \sqrt{3} L = 0$$

$$V_B = -(H + V)$$

HIPOESTÁTICO POR VÍNCULO INTERNO

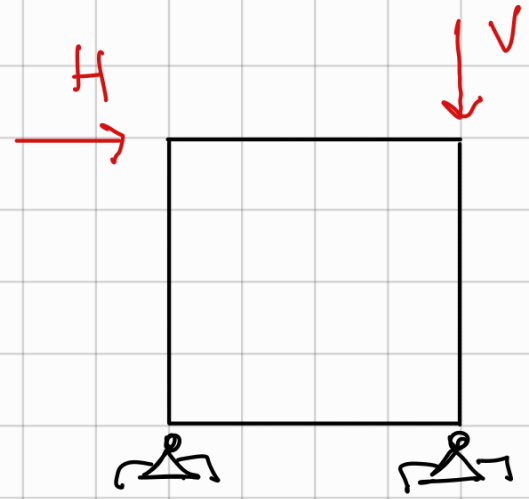


$$Q \uparrow ; N \uparrow ; M \circlearrowleft$$

$$GH = 3 - 0 = 3$$



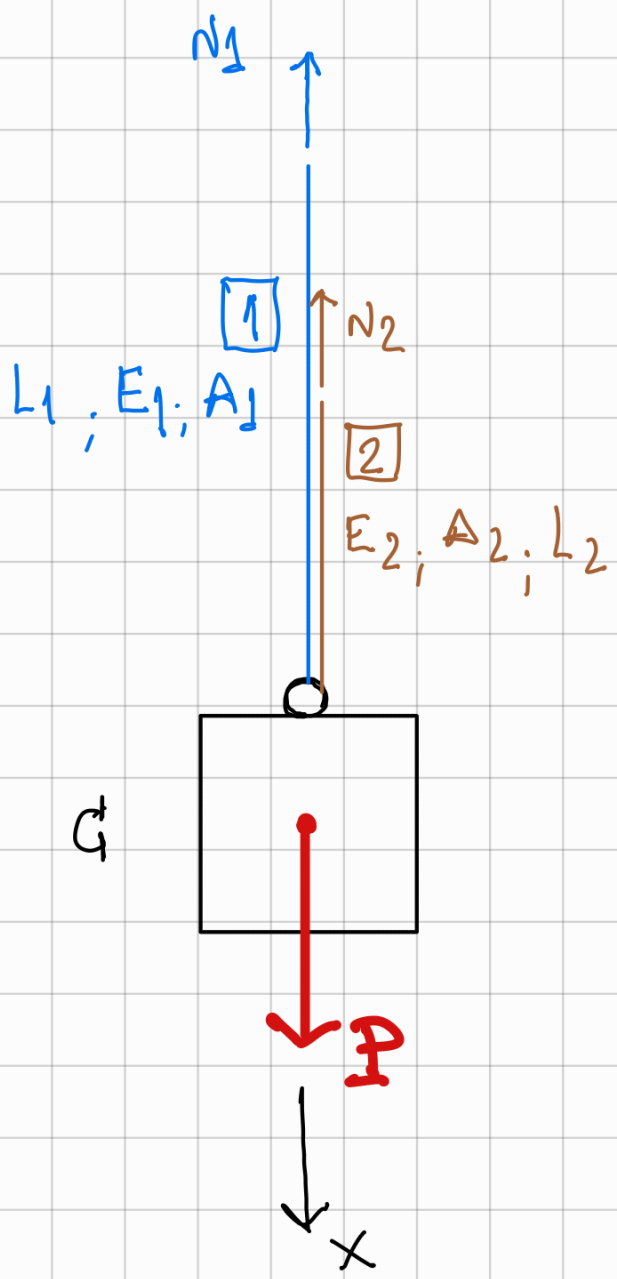
ED 04:



HIPERESTÁTICO Por Vínculo Mixto (Por vínculo externo e interno).

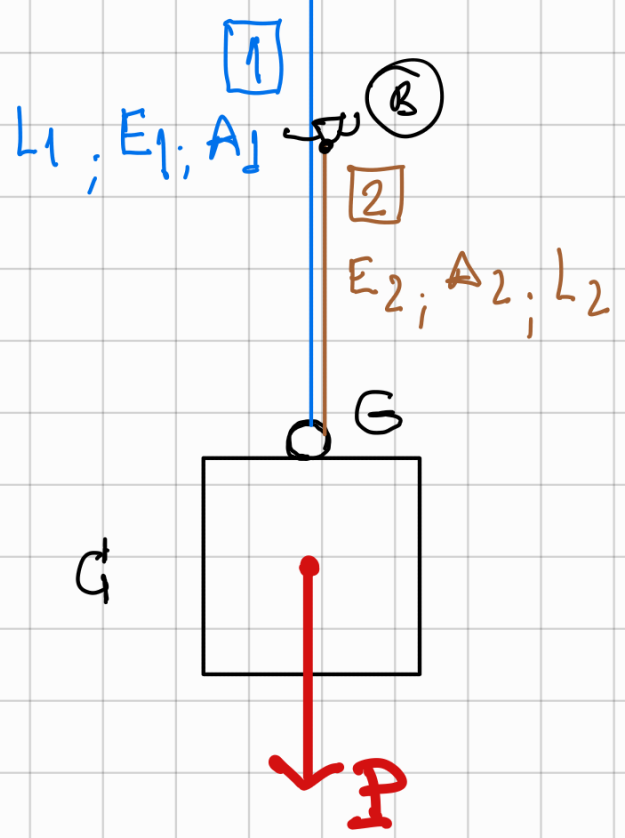
$GM = 1 + 3 = 4$

12.02.- RESOLUCIÓN DE SH: Metodología por Inspección



$\sum F_x = 0$

$P - \sigma_1 - \sigma_2 = 0$ (*)



$$\underline{\underline{\Delta L_1 = \Delta L_2}}$$

$$\Delta L(x=L) = \int \frac{\sigma}{E A} dx =$$

$$= \frac{\sigma L}{E A}$$

$$\frac{\sigma_1 L_1}{E_1 A_1} = \frac{\sigma_2 L_2}{E_2 A_2} \quad (2)$$

ECUACIÓN DE COMPATIBILIDAD DE LOS DESPLAZAMIENTOS

$$\sigma_2 = \frac{\sigma_1 L_1}{E_1 A_1} \cdot \frac{E_2 A_2}{L_2} \quad \leftarrow$$

$$P - \sigma_1 - \frac{L_1}{E_1 A_1} \cdot \frac{E_2 A_2}{L_2} \cdot \sigma_1 = 0.$$

1ª conclusión → VERIFICACIÓN EN UNO DE LOS MATERIALES.

2ª conclusión →

$$N_2 = \frac{E_2 A_2}{L_2} \cdot \frac{1}{\frac{E_1 A_1}{L_1}} \cdot N_1$$

$$N_2 = \frac{K_2}{K_1} \cdot N_1$$

$$\text{Si } K_2 > K_1 \rightarrow N_2 > N_1$$

$$\text{Si } K_2 < K_1 \rightarrow N_2 < N_1$$

CONCLUSIONES:

1.- En sistemas hiperestáticos, el proceso de dimensionamiento no es directo, sino que se transforma en un proceso indirecto.

Es decir, se propone una solución dada por un material elegido (a través del parámetro "E") y una sección transversal con un área determinada (a través del área "A" de la sección transversal), y se verifica que la solución propuesta es aceptable y cumple con los requisitos de resistencia, deformabilidad y estabilidad.

El proceso es iterativo hasta alcanzar la mejor solución posible.

2.- En sistemas hiperestáticos, los elementos estructurales más rígidos son los que toman mayor esfuerzo.