

Determinar los invariantes del sistema de fuerzas generalizadas representado en la figura:

Datos :

$$BC := 3.00 \cdot m \quad CE := 3.00 \cdot m \quad ED := 3.00 \cdot m \quad DB := 3.00 \cdot m$$

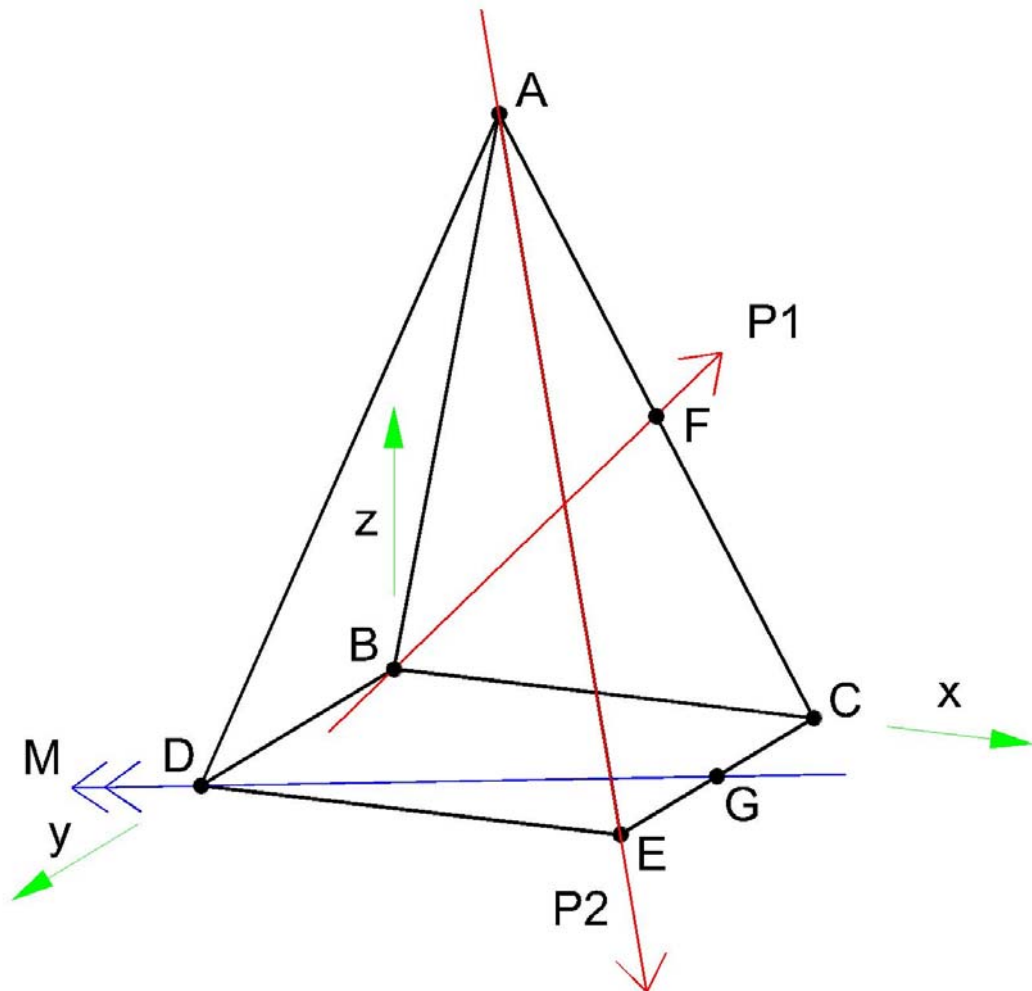
$$GE := 1.5 \cdot m \quad CG := GE \quad AF = FC$$

$$kN := 1000N$$

$$P_1 := 200 \cdot kN \quad P_2 := 150 \cdot kN \quad M := 300 \cdot kN \cdot m$$

$$AEC = ACE = ACB = ABC = ABD = ADB = ADE = AED = \alpha^\circ = 75^\circ$$

$$\alpha^\circ := 75 \quad \alpha := \alpha^\circ \cdot \frac{\pi}{180} \quad \alpha = 1.309$$



De los datos y la figura surge que:

$$x_A := 1.5 \cdot \text{m}$$

$$y_A := 1.5 \cdot \text{m}$$

Determinación de la coordenada z_A .

$$AG := GE \cdot \tan(\alpha) \quad AG = 5.598 \text{ m}$$

$$x_F := 2.25 \cdot \text{m}$$

$$AE := \sqrt{AG^2 + GE^2} \quad AE = 5.796 \text{ m}$$

$$y_F := 0.75 \cdot \text{m}$$

$$z_A := \sqrt{AG^2 - GE^2} \quad z_A = 5.393 \text{ m}$$

$$z_F := \frac{z_A}{2} \quad z_F = 2.697 \text{ m}$$

$$A := \begin{pmatrix} 1.5 \cdot \text{m} \\ 1.5 \cdot \text{m} \\ z_A \end{pmatrix} \quad A = \begin{pmatrix} 1.5 \\ 1.5 \\ 5.393 \end{pmatrix} \text{ m}$$

$$BF := \sqrt{x_F^2 + y_F^2 + z_F^2} \quad BF = 3.591 \text{ m}$$

$$GD := \sqrt{GE^2 + ED^2} \quad GD = 3.354 \text{ m}$$

Cálculo de las componentes cartesianas de las fuerzas generalizadas.

$$P_{1x} := P_1 \cdot \frac{x_F}{BF} \quad P_{1x} = 125.304 \text{ kN}$$

$$P_{2x} := P_2 \cdot \frac{GE}{AE} \quad P_{2x} = 38.823 \text{ kN}$$

$$P_{1y} := P_1 \cdot \frac{y_F}{BF} \quad P_{1y} = 41.768 \text{ kN}$$

$$P_{2y} := P_{2x} \quad P_{2y} = 38.823 \text{ kN}$$

$$P_{1z} := P_1 \cdot \frac{z_F}{BF} \quad P_{1z} = 150.181 \text{ kN}$$

$$P_{2z} := -P_2 \cdot \frac{z_A}{AE} \quad P_{2z} = -139.591 \text{ kN}$$

$$P_1 := \begin{pmatrix} P_{1x} \\ P_{1y} \\ P_{1z} \end{pmatrix} \quad P_1 = \begin{pmatrix} 125.304 \\ 41.768 \\ 150.181 \end{pmatrix} \text{ kN}$$

$$P_2 := \begin{pmatrix} P_{2x} \\ P_{2y} \\ P_{2z} \end{pmatrix} \quad P_2 = \begin{pmatrix} 38.823 \\ 38.823 \\ -139.591 \end{pmatrix} \text{ kN}$$

$$M_x := -M \cdot \frac{ED}{GD}$$

$$M_y := M \cdot \frac{GE}{GD}$$

$$M_z := M \cdot 0$$

$$M_x = -268.328 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$M_y = 134.164 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$M_z = 0 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$M := \begin{pmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{pmatrix}$$

$$M = \begin{pmatrix} -268.328 \\ 134.164 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Reducción del sistema de fuerzas al origen B

Cálculo del vector "Resultante de Reducción":

$$R_R := P_1 + P_2$$

$$R_R = \begin{pmatrix} 164.127 \\ 80.591 \\ 10.59 \end{pmatrix} \text{ kN}$$

Este vector es el Invariante vectorial.

Cálculo del par de traslación del la fuerza P2 al origen B:

$$M_{P2_B} := P_2 \times (-A) \quad M_{P2_B} = \begin{pmatrix} -418.772 \\ 418.772 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ kN}\cdot\text{m}$$

El "Momento Resultante de Reducción" del sistema de fuerzas al origen es la suma de $M + M_{P2_B}$

$$M_{RR_B} := M + M_{P2_B} \quad M_{RR_B} = \begin{pmatrix} -687.1 \\ 552.936 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ kN}\cdot\text{m}$$

Finalmente, el "Invariante escalar del sistema" es la proyección (producto escalar) del vector Momento Resultante de Reducción sobre la dirección del vector Resultante de Reducción:

$$I_e := M_{RR_B} \cdot \frac{R_R}{|R_R|} \quad I_e = -372.423 \text{ kN}\cdot\text{m} \quad \text{Este número es el Invariante escalar}$$

