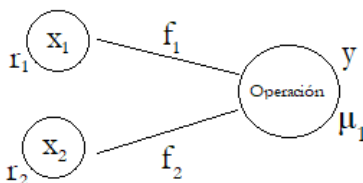


## Gráfica de Procesos

### 1.1 Introducción

La Gráfica de Procesos consiste en una técnica gráfica o diagrama de flujo, que permite estimar la cota de error involucrada como consecuencia de una operación determinada. El análisis de la Gráfica de Procesos trabaja con *errores relativos*, y tiene en cuenta tanto la propagación de los *errores de entrada* como así también los *errores de redondeo*. El esquema gráfico que se utiliza y la fórmula general se expresan a continuación:



1.1 Esquema de representación para la Gráfica de Procesos.

$$r_y = \sum f_j \cdot r_j + \sum g_i \cdot \mu_i \quad (1) \text{ Fórmula gral. de propagación}$$

Siendo  $r_y \sim$  Error relativo de la operación

$r_j \sim$  Error relativo de entrada de la variable  $j$

$f_j \sim$  Factor de amplificación de errores de entrada de la variable  $j$

$g_i \sim$  Factor de amplificación de errores de redondeo de la operación  $i$

$\mu_i \sim$  Error de redondeo de la operación  $i$  (unidad de máquina)

Veamos su aplicación práctica con un ejemplo.

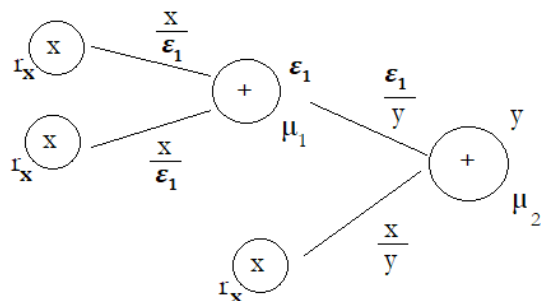
### 1.2 Aplicación práctica

**Ej1.** Resolver las siguientes operaciones y dar con la expresión de la cota del error mediante la Gráfica de Procesos.  
¿Cuál operación es más conveniente?

a)  $y = x + x + x$

b)  $w = 3x$

a) Comencemos planteando la Gráfica 1.2 para la primera ecuación  $y = x + x + x$ , teniendo en cuenta los factores de amplificación de los errores de entrada que se muestran en la tabla 1.3.



$f_j$	.	/	+	-
$x_1$	1	1	$\frac{x_1}{y}$	$\frac{x_1}{y}$
$x_2$	1	-1	$\frac{x_2}{y}$	$-\frac{x_2}{y}$

1.2 Gráfica de Procesos para la ecuación  $y = x + x + x$

1.3 Tabla de Factores de Amplificación  $f_j$

Una vez planteado el esquema, aplicando la ecuación (1), resolvemos:

$$r_y = \sum f_j \cdot r_j + \sum g_i \cdot \mu_i$$

$$r_y = \left[ \frac{x}{\varepsilon_1} \cdot r_x + \frac{x}{\varepsilon_1} \cdot r_x + \mu_1 \right] \cdot \frac{\varepsilon_1}{y} + \frac{x}{y} \cdot r_x + \mu_2$$

$r_{\varepsilon_1}$

$g = 1$  ya que “y” no participa de otra operación

$$r_y = \left[ 2 \frac{x}{\varepsilon_1} r_x + \mu_1 \right] \frac{\varepsilon_1}{y} + \frac{x}{y} r_x + \mu_2$$

$$r_y = 2 \frac{x}{\varepsilon_1} r_x \frac{\varepsilon_1}{y} + \mu_1 \frac{\varepsilon_1}{y} + \frac{x}{y} r_x + \mu_2$$

$$|r_y| \leq \left| 2 \frac{x}{\varepsilon_1} r_x \frac{\varepsilon_1}{y} \right| + \left| \mu_1 \frac{\varepsilon_1}{y} \right| + \left| \frac{x}{y} r_x \right| + |\mu_2|$$

$$R_y = \left| 2 \frac{x}{\varepsilon_1} r_x \frac{\varepsilon_1}{y} \right| + \left| \mu_1 \frac{\varepsilon_1}{y} \right| + \left| \frac{x}{y} r_x \right| + |\mu_2|$$

$$R_y = \left| 2 \frac{x}{\varepsilon_1} \frac{\varepsilon_1}{y} \right| R_x + \left| \frac{\varepsilon_1}{y} \right| \mu + \left| \frac{x}{y} \right| R_x + \mu$$

Acoto  $\mu_2$  y  $\mu_1$  con un valor  $\mu$

$$R_y = R_x \left( \left| 2 \frac{x}{\varepsilon_1} \frac{\varepsilon_1}{y} \right| + \left| \frac{x}{y} \right| \right) + \mu \left( \left| \frac{\varepsilon_1}{y} \right| + 1 \right)$$

$$R_y = R_x \left( \left| 2 \frac{x}{x+x} \frac{x+x}{x+x+x} \right| + \left| \frac{x}{x+x+x} \right| \right) + \mu \left( \left| \frac{x+x}{x+x+x} \right| + 1 \right) \quad (\text{Reemplazo } \varepsilon_1 = x + x ; y = x + x + x)$$

$$R_y = R_x \left( \frac{2}{3} + \frac{1}{3} \right) + \mu \left( \frac{2}{3} + 1 \right)$$

$$R_y = 1 R_x + \frac{5}{3} \mu$$

CP FU

A los coeficientes que acompañan al  $R_x$  y al  $\mu$  se los denominan respectivamente Número de Condición del Problema y Factor global de amplif. de errores de redondeo, y se definen como:

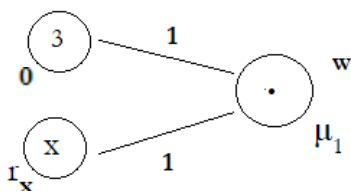
$$\left. \begin{array}{l} \text{Número de Condición del problema } CP = \sum |f_j| \\ \text{Fact. global amplif. errores redondeo } FU = \sum |g_i| \end{array} \right\} \text{Número de Condición del Algoritmo } CA = \frac{FU}{CP}$$

Y ocurre que:

$CP < 1$  el problema es Estable       $CA < 1$  el algoritmo es Estable

$CP \gg 1$  el problema es Inestable       $CA \gg 1$  el algoritmo es Inestable

b) Resolvamos ahora para la segunda ecuación  $w = 3x$



1.4 Gráfica de Procesos para la ecuación  $w = 3x$

$f_j$	.	/	+	-
$x_1$	1	1	$\frac{x_1}{y}$	$\frac{x_1}{y}$
$x_2$	1	-1	$\frac{x_2}{y}$	$-\frac{x_2}{y}$

1.3bis Tabla de Factores de Amplificación  $f_j$

Una vez planteado el esquema, aplicando la ecuación (1), resolvemos:

$$r_w = \sum f_j \cdot r_j + \sum g_i \cdot \mu_i$$

$$r_w = 1.0 + 1 \cdot r_x + \mu_1$$

$g=1$  ya que "w" no participa de otra operación

$$|r_w| \leq |r_x| + |\mu_1|$$

$$R_w = 1 R_x + 1 \mu$$

$CP$        $FU$

Vemos que el CP de ambas ecuaciones coinciden en valor, lo que es correcto ya que el problema es el mismo, pero vemos que el FU varía, ya que éste además es función del algoritmo empleado para la resolución de dicho problema.

Analicemos los CA de cada operación:

$$CA_y = \frac{FU_y}{CP_y} = \frac{\frac{5}{3}}{1} = \frac{5}{3}$$

$$CA_w = \frac{FU_w}{CP_w} = \frac{1}{1} = 1$$

$CA_y > CA_w \rightarrow$  Entre las dos operaciones a) y b), nos conviene quedarnos con la que propague menos el error, es decir la que menor CA tenga en este caso. Por lo tanto, nos conviene elegir  $w = 3x$ .