PROBLEMAS DE VALORES INICIALES (Segunda parte)

ANÁLISIS NUMÉRICO/MÉTODOS MATEMÁTICOS Y NUMÉRICOS

(75.12/95.04/95.13)

CURSO TARELA

Ejemplo

Dada la ecuación diferencial ordinaria:

$$\begin{cases} y' = -y + t^2 + 2t - 2 \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

Resolver el sistema en el intervalo [0, 2] por métodos numéricos (Crank Nicholson, Euler modificado y Runge Kutta de orden 4). Utilizar pasos de cálculo 0,4; 0,2 y 0,1.

Solución analítica: $y(t) = 2e^{-t} + t^2 - 2.$

Ejemplo

1) Discretizo var. Independiente “t” → $t \sim t_n = h * n$

2) Discretizo EDO → $y(t_n) \sim u_n$

$$f(y,t) \sim f(u_n, t_n)$$

3)Discretizo CI → $y(0) = 0$

$$u_0 = 0$$

Ponderado implícito

$$y' = f(y(t), t)$$

$$\boxed{u^{(n+1)} = u^{(n)} + h * \left[\beta\big(f(u^{(n+1)}, t^{(n+1)})\big) + (1-\beta)\big(f(u^{(n)}, t^{(n)})\big)\right]}$$

$\boldsymbol{\beta = 0}$	Euler explícito
$\boldsymbol{\beta = 1}$	Euler implícito
$\boldsymbol{\beta = \frac{1}{2}}$	Crank Nicholson (implícito de O(2))

En nuestro ejemplo:

$$u^{(n+1)} = u^{(n)} + h * \left[\frac{1}{2} f(u^{(n+1)}, t^{(n+1)}) + (1 - \frac{1}{2}) f(u^{(n)}, t^{(n)})\right]$$

Ponderado implícito

$$u^{(n+1)} = u^{(n)} + h * \left[\frac{1}{2} f(u^{(n+1)}, t^{(n+1)}) + \frac{1}{2} f(u^{(n)}, t^{(n)})\right]$$

$y' = f(y(t), t)$ $\rightarrow$ $f\left(u^{(n+1)}, t^{(n+1)}\right) = -u^{(n+1)} + {t^{(n+1)}}^2 + 2\, t^{(n+1)} - 2$

$y' = -y + t^2 + 2t - 2$ $f\left(u^{(n)}, t^{(n)}\right) = -u^{(n)} + {t^{(n)}}^2 + 2\, t^{(n)} - 2$

$$\Rightarrow \quad u^{(n+1)} = u^{(n)} + h * \left[\frac{1}{2}\left(-u^{(n+1)} + {t^{(n+1)}}^2 + 2\, t^{(n+1)} - 2\right) + \frac{1}{2}\left(-u^{(n)} + {t^{(n)}}^2 + 2\, t^{(n)} - 2\right)\right]$$

Ponderado implícito

$$\Rightarrow \quad u^{(n+1)} = u^{(n)} + h * \left[\frac{1}{2}\left(-u^{(n+1)} + \, {t^{(n+1)}}^2 + 2\, t^{(n+1)} - 2\right) + \frac{1}{2}\left(-u^{(n)} + \, {t^{(n)}}^2 + 2\, t^{(n)} - 2\,\right)\right]$$

$$\mathbf{u^{(n+1)}} = \frac{\mathbf{u^{(n)}} * (\mathbf{1} - \frac{\mathbf{h}}{\mathbf{2}}) + \frac{\mathbf{h}}{\mathbf{2}} * \left[\, \mathbf{t^{(n+1)}}^{\mathbf{2}} + \mathbf{2}\, \mathbf{t^{(n+1)}} + \, \mathbf{t^{(n)}}^{\mathbf{2}} + \mathbf{2}\, \mathbf{t^{(n)}} - \mathbf{4}\right]}{\mathbf{1} + \frac{\mathbf{h}}{\mathbf{2}}}$$

$h = 0{,}4$
$\mathrm{n} = 0$

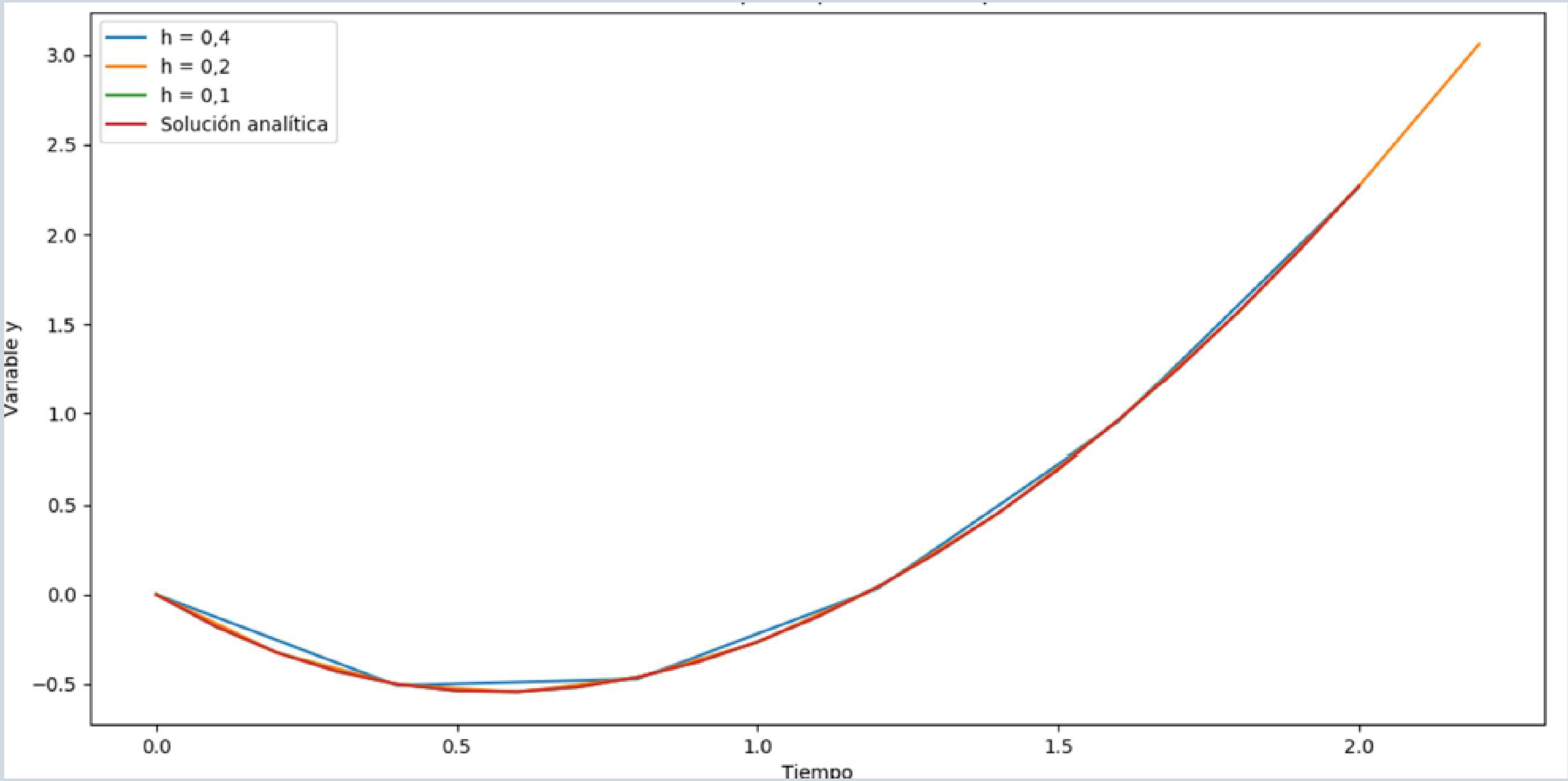
$$u^{(1)} = \frac{u^{(0)} * (1 - \frac{h}{2}) + \frac{h}{2} * \left[\, {t^{(1)}}^2 + 2\, t^{(1)} + \, {t^{(0)}}^2 + 2\, t^{(0)} - 4\right]}{1 + \frac{h}{2}}$$

$$u^{(1)} = 0{,}50667$$

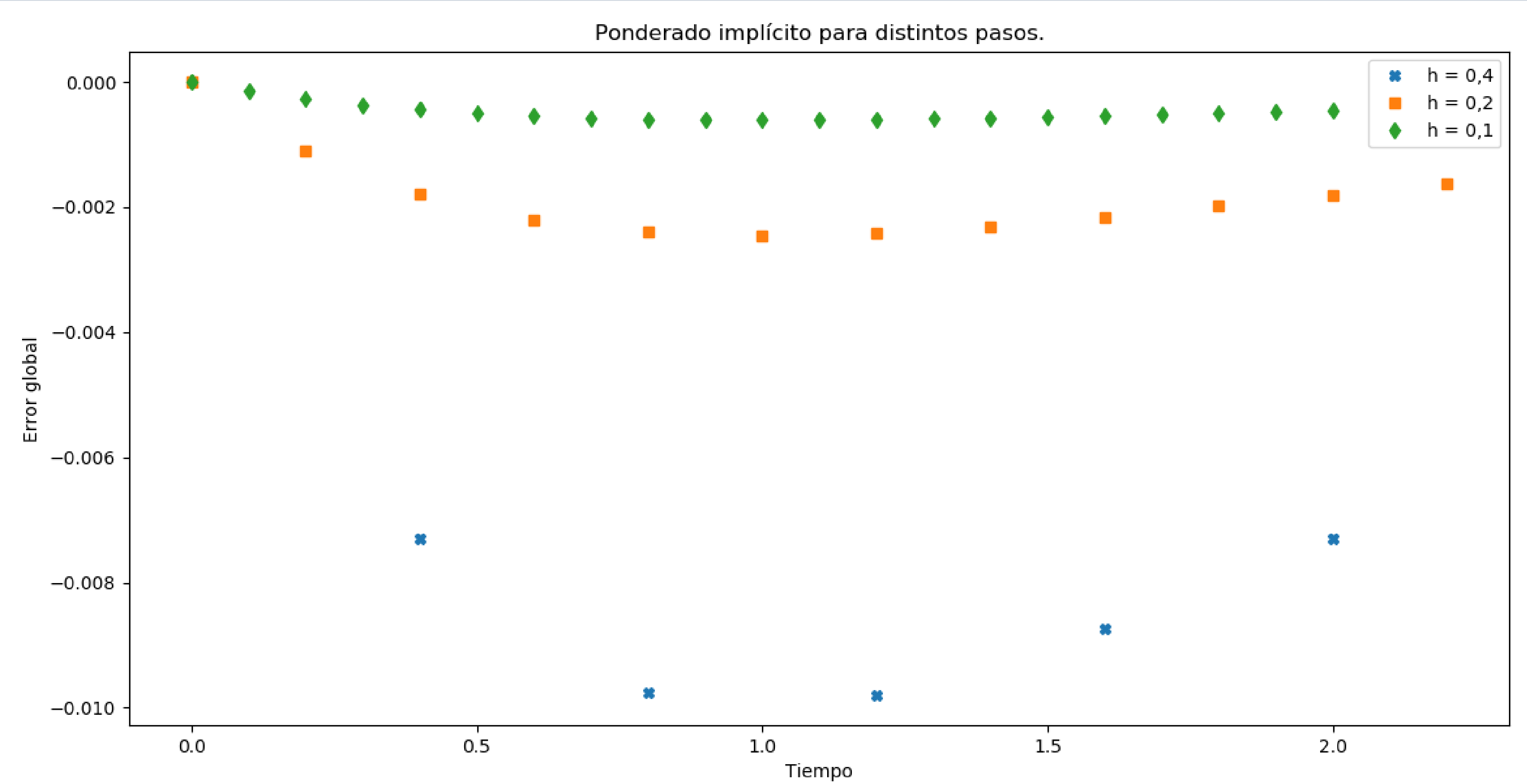
Ponderado implícito

n	$t^{(n)}$	$u^{(n)}$	$y(t^{\boldsymbol{n}})$	$\|e\|$
0	0	0	0	
1	0,4	-0,50667	-0,49936	0,00730676
2	0,8	-0,47111	-0,46134	0,00976904
3	1,2	0,032593	0,042388	0,00979583
4	1,6	0,955062	0,963793	0,00873131
5	2	2,263374	2,270671	0,00729608

Ponderado implícito



Ponderado implícito



Euler modificado

$$y' = f(y(t), t)$$

$$\boxed{\begin{aligned} u^{*(n+1)} &= u^{(n)} + h * f(u^{(n)}, t^{(n)}) \\ u^{(n+1)} &= u^{(n)} + \frac{h}{2} * \left[f\left(u^{(n)}, t^{(n)}\right) + f(u^{*(n+1)}, t^{(n+1)})\right] \end{aligned}}$$

PASO PREDICTOR

PASO CORRECTOR

- Método explícito de O(2)
- Primero calculo $u^{*(n+1)}$ para luego conocer $u^{(n+1)}$

Euler modificado

$$u^{*(n+1)} = u^{(n)} + h * f(u^{(n)}, t^{(n)})$$ PASO PREDICTOR

$$u^{(n+1)} = u^{(n)} + \frac{h}{2} * \left[f\left(u^{(n)}, t^{(n)}\right) + f(u^{*(n+1)}, t^{(n+1)})\right]$$ PASO CORRECTOR

$$u^{*(n+1)} = u^{(n)} + h * (-u^{(n)} + \, t^{(n)^2} + 2\, t^{(n)} - 2)$$

$$u^{(n+1)} = u^{(n)} + \frac{h}{2} * \left[(-u^{(n)} + \, t^{(n)^2} + 2\, t^{(n)} - 2\,) + (-u^{*(n+1)} + \, t^{(n+1)^2} + 2\, t^{(n+1)} - 2)\right]$$

$h = 0{,}4$

$$u^{*(1)} = u^{(0)} + h * (-u^{(0)} + \, t^{(0)^2} + 2\, t^{(0)} - 2)$$

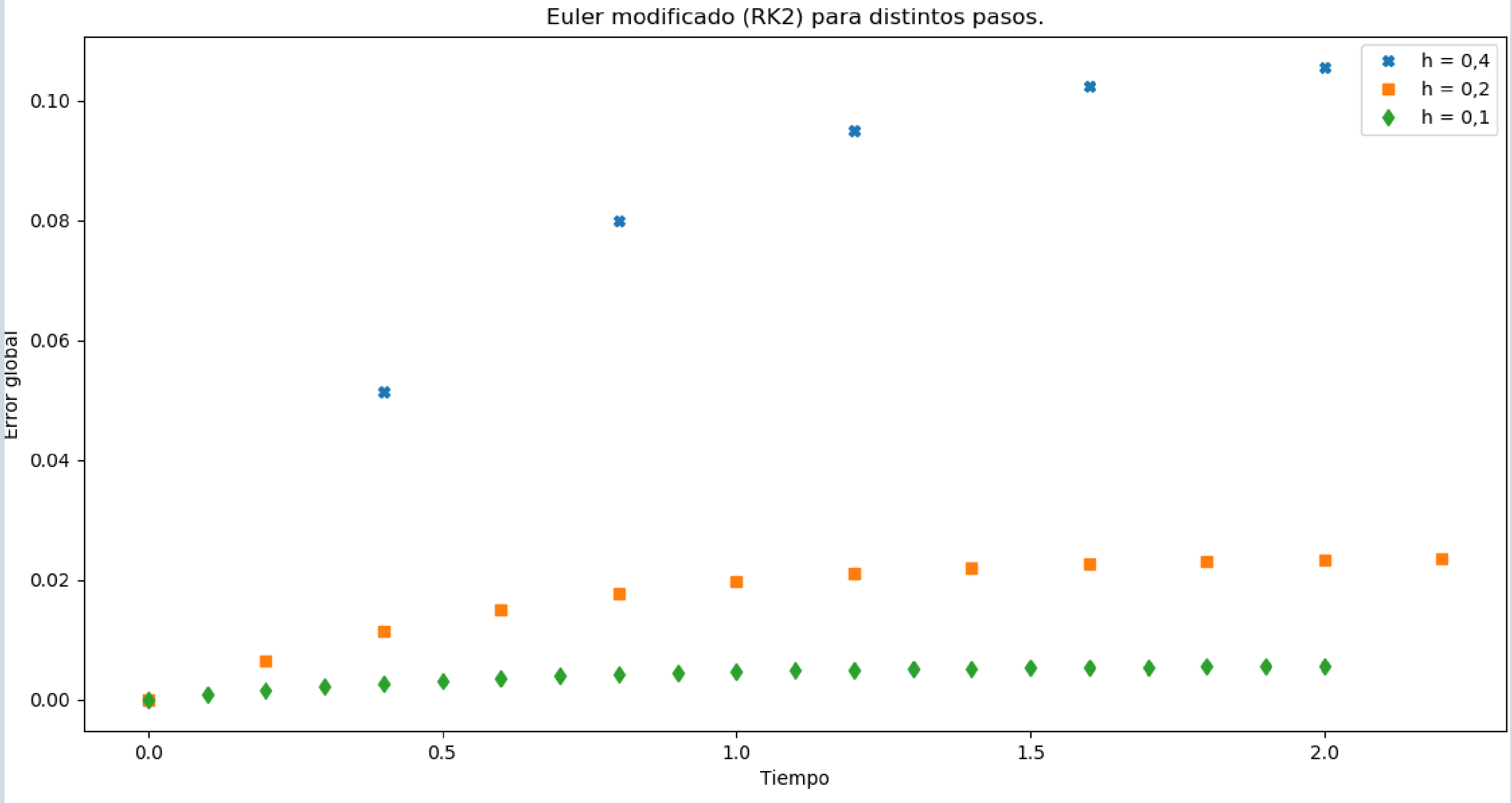
$$u^{(n+1)} = u^{(0)} + \frac{h}{2} * \left[(-u^{(0)} + \, t^{(0)^2} + 2\, t^{(0)} - 2\,) + (-u^{*(1)} + \, t^{(1)^2} + 2\, t^{(1)} - 2)\right]$$

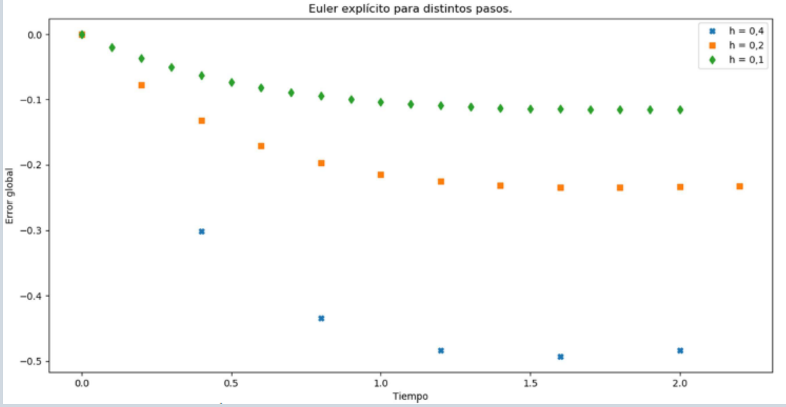
$$\boxed{\begin{gathered} u^{*(1)} = -0{,}8 \\ u^{(n+1)} = -0{,}448 \end{gathered}}$$

Euler modificado

n	$t^{(n)}$	$u^{*(n)}$	$u^{(n)}$	$y(t^{(n)})$	$\|e\|$
0	0	-	0	0	0
1	0,4	-0,8	-0,448	-0,49936	0,05135991
2	0,8	-0,6848	-0,38144	-0,46134	0,07990207
3	1,2	-0,13286	0,137421	0,042388	0,09503238
4	1,6	0,818452	1,066246	0,963793	0,10245311
5	2	2,143748	2,376247	2,270671	0,10557681

Euler modificado





Runge Kutta de orden 4

$$y' = f(y(t), t)$$

$$u^{*\left(n+\frac{1}{2}\right)} = u^{(n)} + \frac{h}{2} * f\left(u^{(n)}, t^{(n)}\right)$$

$$u^{**\left(n+\frac{1}{2}\right)} = u^{(n)} + \frac{h}{2} * f\left(u^{*\left(n+\frac{1}{2}\right)}, t^{\left(n+\frac{1}{2}\right)}\right)$$

$$u^{*(n+1)} = u^{(n)} + h * f\left(u^{**\left(n+\frac{1}{2}\right)}, t^{\left(n+\frac{1}{2}\right)}\right)$$

ETAPA PREDICTORA

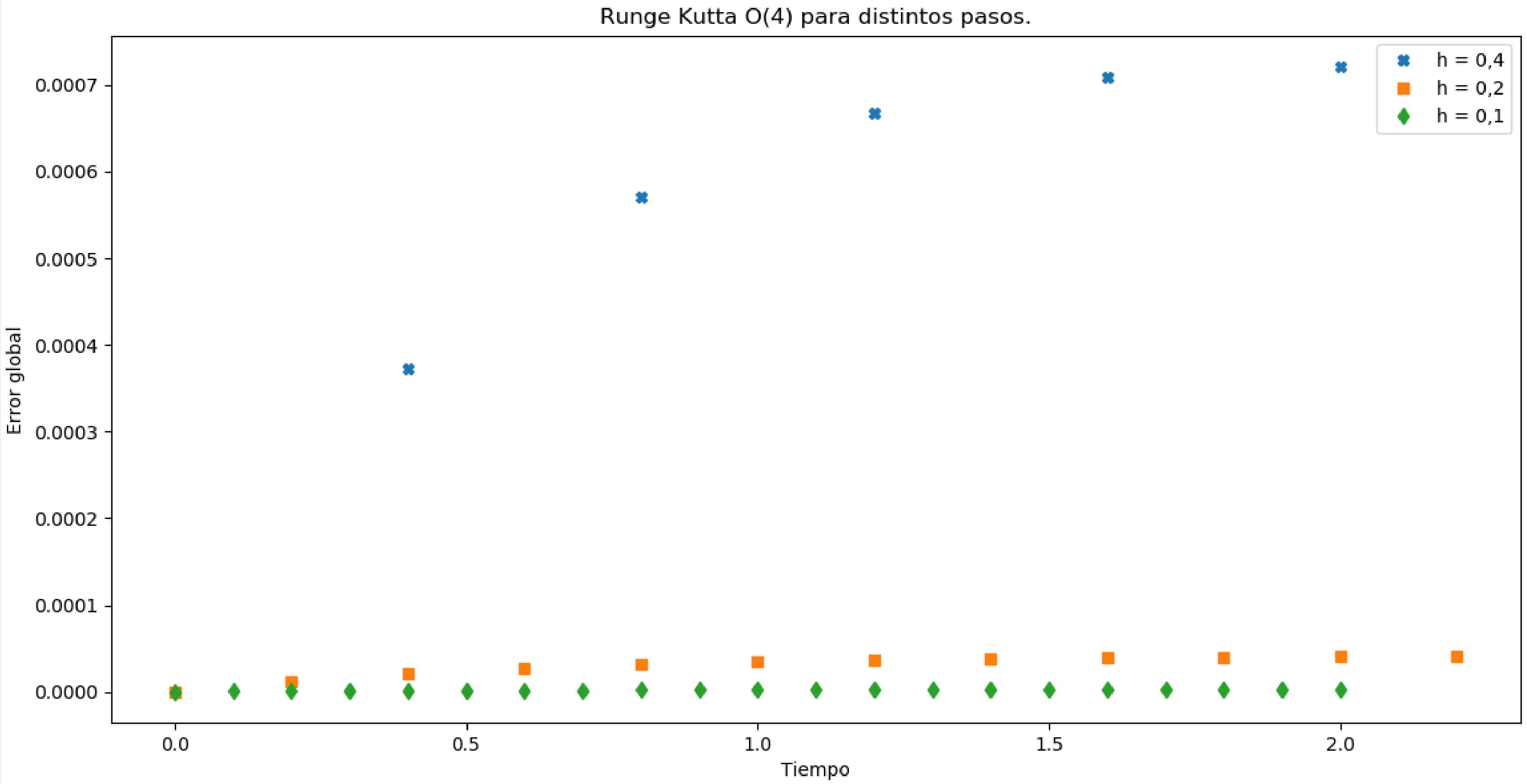
$$u^{(n+1)} = u^{(n)} + \frac{h}{6}\left[f\left(u^{(n)}, t^{(n)}\right) + 2f\left(u^{*\left(n+\frac{1}{2}\right)}, t^{\left(n+\frac{1}{2}\right)}\right) + 2f\left(u^{**\left(n+\frac{1}{2}\right)}, t^{\left(n+\frac{1}{2}\right)}\right) + f\left(u^{*(n+1)}, t^{(n+1)}\right)\right]$$

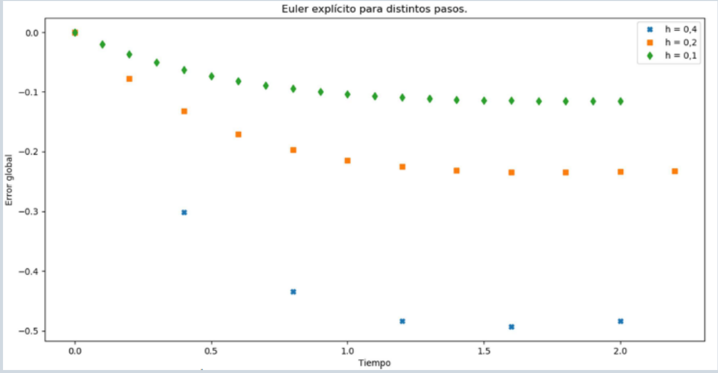
PASO CORRECTOR

Runge Kutta de orden 4

n	$t^{(n)}$	$u^{*\left(n+\frac{1}{2}\right)}$	$u^{**\left(n+\frac{1}{2}\right)}$	$u^{*(n+\mathbf{1})}$	$u^{(n)}$	$y(t^{(n)})$	e
0	0	-	-	-	0	0	0
1	0,4	-0,4	-0,232	-0,5312	-0,49899	-0,49936	0,00037324
2	0,8	-0,60719	-0,46555	-0,48877	-0,46077	-0,46134	0,00057074
3	1,2	-0,32062	-0,19665	0,017888	0,043056	0,042388	0,00066781
4	1,6	0,402445	0,514567	0,941229	0,964502	0,963793	0,0007092
5	2	1,523602	1,627782	2,249389	2,271392	2,270671	0,00072106

Runge Kutta de orden 4





Otros problemas

1) Analizar la estabilidad de la ecuación diferencial $y' = 2y^2 - y$ con el esquema de Euler explícito.

Particularidad: es una EDO no lineal

Problema: el factor de amplificación no se puede despejar.

Solución: linealizar términos.

$$u^{(n+1)} = u^{(n)} + h * \left[2\left(u^{(n)}\right)^2 - u^{(n)}\right]$$

$$u^{(n+1)} + \delta u^{(n+1)} = u^{(n)} + \delta u^{(n)} + h * \left[2\left(u^{(n)} + \delta u^{(n)}\right)^2 - \left(u^{(n)} + \delta u^{(n)}\right)\right]$$

$$u^{(n+1)} + \delta u^{(n+1)} = u^{(n)} + \delta u^{(n)} + h * \left[2\left({u^{(n)}}^2 + 2 * u^{(n)} * \delta u^{(n)} + \cancel{{\delta u^{(n)}}^2}\right) - \left(u^{(n)} + \delta u^{(n)}\right)\right]$$

DESESTIMABLE

Otros problemas

Continuando con el desarrollo:

$$u^{(n+1)} + \delta u^{(n+1)} = u^{(n)} + h * \left(2u^{(n)^2} - u^{(n)}\right) + \delta u^{(n)} + 4h * u^{(n)} * \delta u^{(n)} - h\delta u^{(n)}$$

$$\delta u^{(n+1)} = \ \delta u^{(n)}(1 + 4h * u^{(n)} - h)$$

$$\frac{\delta u^{(n+1)}}{\delta u^{(n)}} = 1 + h(4u^{(n)} - 1)$$

Para que el método sea estable debe cumplirse que:

$$0 < h < \frac{-2}{4u^{(n)} - 1}$$

Otros problemas

2) Resolver la EDO $y'' = 2(2y + t)$ en el intervalo $[0;\ 1]$ con paso de cálculo $h\ =\ 0{,}05$ por Euler explícito y analizar su estabilidad. Los valores iniciales: $y(0)\ =\ 1$ e $y'(0) =\ -\frac{5}{2}$.

Particularidad: es una EDO de segundo grado

Problema: trabajamos hasta ahora con EDOs de primer grado.

Solución: cambio de variables.

$$\begin{cases} u' = f(u, v, t) \\ v' = f(u, v, t) \end{cases}$$

Dos EDOs de primer grado.

Otros problemas

2) Resolver la EDO $y'' = 2(2y + t)$ en el intervalo $[0;\ 1]$ con paso de cálculo $h\ =\ 0{,}05$ por Euler explícito y analizar su estabilidad. Los valores iniciales: $y(0)\ =\ 1$ e $y'(0) =\ -\frac{5}{2}$.

Cambio de variable

$$y(t) = u$$
$$u' = v$$
$$v' = 2(2u + t)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} u' = v \\ v' = 2(2u + t) \end{cases}$$

Dos EDOs de primer grado.

1) Discretizo "t" $\rightarrow$ $t \sim t_n = h * n$

2) Discretizo EDOs $\rightarrow$ $\begin{cases} u^{(n+1)} = u^{(n)} + h\ \mathrm{f}(u^{(n)}, v^{(n)}, t^{(n)}) \\ v^{(n+1)} = v^{(n)} + h\ \mathrm{f}(u^{(n)}, v^{(n)}, t^{(n)}) \end{cases}$ $\Rightarrow$ $\begin{cases} u^{(n+1)} = u^{(n)} + hv^{(n)} \\ v^{(n+1)} = v^{(n)} + h\left[2(2u^{(n)} + t^{(n)})\right] \end{cases}$

3)Discretizo CI $\rightarrow$ $y(0) \sim u_0 = 1$

$$y(0) \sim v_0 = -\frac{5}{2}$$

Otros problemas

2) Resolver la EDO $y'' = 2(2y + t)$ en el intervalo $[0;\ 1]$ con paso de cálculo $h\ =\ 0{,}05$ por Euler explícito y analizar su estabilidad. Los valores iniciales: $y(0)\ =\ 1$ e $y'(0) =\ -\frac{5}{2}$.

$$\begin{cases} u^{(n+1)} = u^{(n)} + hv^{(n)} \\ v^{(n+1)} = v^{(n)} + h\left[2(2u^{(n)} + t^{(n)})\right] \end{cases} \quad \overset{n=0}{\Rightarrow} \quad \begin{cases} u^{(1)} = u^{(0)} + hv^{(0)} \\ v^{(1)} = v^{(0)} + h\left[2(2u^{(0)} + t^{(0)})\right] \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} u^{(1)} = 1 - \frac{5}{2}0{,}05 = 0{,}875 \\ v^{(1)} = -\frac{5}{2} + 0{,}05[2(2 * 1 + 0)] = -2{,}3 \end{cases}$$

Otros problemas

n	$t^{(n)}$	$u^{(n)}$	$v^{(n)}$	$u^{(n+1)}$	$v^{(n+1)}$	$y^{(n+1)}$
0	0	1	-2,5	0,875	-2,3	0,87983742
1	0,05	0,875	-2,3	0,76	-2,12	0,76873075
2	0,1	0,76	-2,12	0,654	-1,958	0,66581822
3	0,15	0,654	-1,958	0,5561	-1,8122	0,57032005
4	0,2	0,5561	-1,8122	0,46549	-1,68098	0,48153066
5	0,25	0,46549	-1,68098	0,381441	-1,562882	0,39881164
6	0,3	0,381441	-1,562882	0,3032969	-1,4565938	0,3215853
7	0,35	0,3032969	-1,4565938	0,23046721	-1,36093442	0,24932896
8	0,4	0,23046721	-1,36093442	0,16242049	-1,27484098	0,18156966
9	0,45	0,16242049	-1,27484098	0,09867844	-1,19735688	0,11787944
10	0,5	0,09867844	-1,19735688	0,0388106	-1,12762119	0,05787108
11	0,55	0,0388106	-1,12762119	-0,01757046	-1,06485907	0,00119421
12	0,6	-0,01757046	-1,06485907	-0,07081342	-1,00837317	-0,05246821
13	0,65	-0,07081342	-1,00837317	-0,12123208	-0,95753585	-0,10340304
14	0,7	-0,12123208	-0,95753585	-0,16910887	-0,91178226	-0,15186984
15	0,75	-0,16910887	-0,91178226	-0,21469798	-0,87060404	-0,19810348
16	0,8	-0,21469798	-0,87060404	-0,25822818	-0,83354363	-0,24231648
17	0,85	-0,25822818	-0,83354363	-0,29990536	-0,80018927	-0,28470111
18	0,9	-0,29990536	-0,80018927	-0,33991483	-0,77017034	-0,32543138
19	0,95	-0,33991483	-0,77017034	-0,37842335	-0,74315331	-0,36466472
20	1	-0,37842335	-0,74315331	-0,41558101	-0,71883798	-0,40254357

Cuál es la solución del problema?

Otros problemas

$$\begin{cases} u^{(n+1)} = u^{(n)} + hv^{(n)} \\ v^{(n+1)} = v^{(n)} + h\left[2(2u^{(n)} + t^{(n)})\right] \end{cases}$$

Estabilidad:

$$\begin{cases} u^{(n+1)} + \delta u^{(n+1)} = u^{(n)} + \delta u^{(n)} + h(v^{(n)} + \delta v^{(n)}) \\ v^{(n+1)} + \delta v^{(n+1)} = v^{(n)} + \delta v^{(n)} + h\left[2(2(u^{(n)} + \delta u^{(n)}) + t^{(n)})\right] \end{cases}$$

$$u^{(n+1)} + \delta u^{(n+1)} = u^{(n)} + \delta u^{(n)} + h(v^{(n)} + \delta v^{(n)})$$
$$v^{(n+1)} + \delta v^{(n+1)} = v^{(n)} + \delta v^{(n)} + h\left[2(2(u^{(n)} + \delta u^{(n)}) + t^{(n)})\right]$$

Otros problemas

$$\begin{cases} u^{(n+1)} = u^{(n)} + hv^{(n)} \\ v^{(n+1)} = v^{(n)} + h\left[2(2u^{(n)} + t^{(n)})\right] \end{cases}$$

Estabilidad:

$$\begin{cases} u^{(n+1)} + \delta u^{(n+1)} = u^{(n)} + \delta u^{(n)} + h(v^{(n)} + \delta v^{(n)}) \\ v^{(n+1)} + \delta v^{(n+1)} = v^{(n)} + \delta v^{(n)} + h\left[2(2(u^{(n)} + \delta u^{(n)}) + t^{(n)})\right] \end{cases}$$

$$\begin{cases} \delta u^{(n+1)} = \delta u^{(n)} + h\, \delta v^{(n)}) \\ \delta v^{(n+1)} = \delta v^{(n)} + 4h\, \delta u^{(n)} \end{cases}$$

Otros problemas

$$\begin{cases} \delta u^{(n+1)} = \delta u^{(n)} + h\delta v^{(n)} \\ \delta v^{(n+1)} = \delta v^{(n)} + 4h\delta u^{(n)} \end{cases}$$

En forma matricial:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{1} & \boldsymbol{h} \\ \mathbf{4}\boldsymbol{h} & \mathbf{1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta u^{(n)} \\ \delta v^{(n)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \delta u^{(n+1)} \\ \delta v^{(n+1)} \end{pmatrix}$$

MATRIZ DE AMPLIFICACIÓN

Para que el problema sea estable:

$$\rho(A) < 1$$

$$\lambda_1 = 1 + 2h \quad ; \quad \lambda_2 = 1 - 2h$$

Otros problemas

3) Plantear las discretizaciones para el PVI $y'' = 2(2y + t); y(0) = 1$ e $y'(0) = -\frac{5}{2}$ por medio del método de Euler Modificado (RK O(2))

Particularidad: es una EDO de segundo grado y el esquema posee dos pasos (predictor y corrector)

Problema: muchas ecuaciones.

Solución: paciencia y concentración.

$$\begin{cases} u' = f(u, v, t) \\ v' = f(u, v, t) \end{cases}$$

Otros problemas

3) Plantear las discretizaciones para el PVI $y'' = 2(2y + t); y(0) = 1$ e $y'(0) = -\frac{5}{2}$ por medio del método de Euler Modificado (RK O(2))

Cambio de variable

$$y(t) = u$$
$$u' = v$$
$$v' = 2(2u + t)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} u' = v \\ v' = 2(2u + t) \end{cases}$$

Dos EDOs de primer grado.

1) Discretizo "t" $\rightarrow$ $t \sim t_n = h * n$

3)Discretizo CI $\rightarrow$ $y(0) \sim u_0 = 1$

$y(0) \sim v_0 = -\frac{5}{2}$

Otros problemas

3) Plantear las discretizaciones para el PVI $y'' = 2(2y+t); y(0) = 1$ e $y'(0) = -\frac{5}{2}$ por medio del método de Euler Modificado (RK O(2))

$$\begin{cases} u' = v \\ v' = 2(2u+t) \end{cases}$$

2) Discretizo EDOs

1 variable:

$$\begin{cases} u^{*(n+1)} = u^{(n)} + h * f_u(u^{(n)}, t^{(n)}) \\ u^{(n+1)} = u^{(n)} + \frac{h}{2} * \left[f_u\left(u^{(n)}, t^{(n)}\right) + f_u(u^{*(n+1)}, t^{(n+1)})\right] \end{cases}$$

2 variables:

$$\begin{cases} u^{*(n+1)} = u^{(n)} + h * f_u\left(u^{(n)}, v^{(n)}, t^{(n)}\right) \\ u^{(n+1)} = u^{(n)} + \frac{h}{2} * \left[f_u\left(u^{(n)}, v^{(n)}, t^{(n)}\right) + f_u\left(u^{*(n+1)}, v^{*(n+1)}, t^{(n+1)}\right)\right] \end{cases}$$

$$\begin{cases} v^{*(n+1)} = v^{(n)} + h * f_v\left(u^{(n)}, v^{(n)}, t^{(n)}\right) \\ v^{(n+1)} = v + \frac{h}{2} * \left[f_v\left(u^{(n)}, v^{(n)}, t^{(n)}\right) + f_v(u^{*(n+1)}, v^{*(n+1)}, t^{(n+1)})\right] \end{cases}$$

$$\Rightarrow$$

$$\begin{cases} u^{*(n+1)} = u^{(n)} + h * v^{(n)} \\ u^{(n+1)} = u^{(n)} + \frac{h}{2} * \left[v^{(n)} + v^{*(n+1)}\right] \end{cases}$$

$$\begin{cases} v^{*(n+1)} = v^{(n)} + h * 2\left(2u^{(n)} + t^{(n)}\right) \\ v^{(n+1)} = v + \frac{h}{2} * \left[2\left(2u^{(n)} + t^{(n)}\right) + 2\left(2u^{*(n+1)} + t^{(n+1)}\right)\right] \end{cases}$$

Otros problemas

n	tn	un	vn	u*n+1	v*n+1	un+1	vn+1	yn
0	0	1	-2,5	0,875	-2,3	0,88	-2,31	0,879837
1	0,05	0,88	-2,31	0,7645	-2,129	0,769025	-2,13805	0,768731
2	0,1	0,769025	-2,13805	0,662123	-1,97425	0,666218	-1,98244	0,665818
3	0,15	0,666218	-1,98244	0,567096	-1,83419	0,570802	-1,8416	0,57032
4	0,2	0,570802	-1,8416	0,478722	-1,70744	0,482076	-1,71415	0,481531
5	0,25	0,482076	-1,71415	0,396368	-1,59274	0,399404	-1,59881	0,398812
6	0,3	0,399404	-1,59881	0,319463	-1,48893	0,32221	-1,49442	0,321585
7	0,35	0,32221	-1,49442	0,247489	-1,39498	0,249975	-1,39995	0,249329
8	0,4	0,249975	-1,39995	0,179978	-1,30996	0,182228	-1,31446	0,18157
9	0,45	0,182228	-1,31446	0,116505	-1,23301	0,118541	-1,23708	0,117879
10	0,5	0,118541	-1,23708	0,056687	-1,16337	0,05853	-1,16706	0,057871
11	0,55	0,05853	-1,16706	0,000177	-1,10035	0,001844	-1,10369	0,001194
12	0,6	0,001844	-1,10369	-0,05334	-1,04332	-0,05183	-1,04634	-0,05247
13	0,65	-0,05183	-1,04634	-0,10415	-0,9917	-0,10278	-0,99444	-0,1034
14	0,7	-0,10278	-0,99444	-0,1525	-0,94499	-0,15127	-0,94746	-0,15187
15	0,75	-0,15127	-0,94746	-0,19864	-0,90272	-0,19752	-0,90496	-0,1981
16	0,8	-0,19752	-0,90496	-0,24277	-0,86446	-0,24176	-0,86648	-0,24232
17	0,85	-0,24176	-0,86648	-0,28508	-0,82984	-0,28417	-0,83167	-0,2847
18	0,9	-0,28417	-0,83167	-0,32575	-0,7985	-0,32492	-0,80016	-0,32543
19	0,95	-0,32492	-0,80016	-0,36493	-0,77014	-0,36418	-0,77164	-0,36466
20	1	-0,36418	-0,77164	-0,40276	-0,74448	-0,40208	-0,74584	-0,40254

Cuál es la solución del problema?

¡MUCHAS GRACIAS!