ECUACIONES NO LINEALES (Segunda parte)

ANÁLISIS NUMÉRICO/MÉTODOS MATEMÁTICOS Y NUMÉRICOS

(75.12/95.04/95.13)

CURSO TARELA

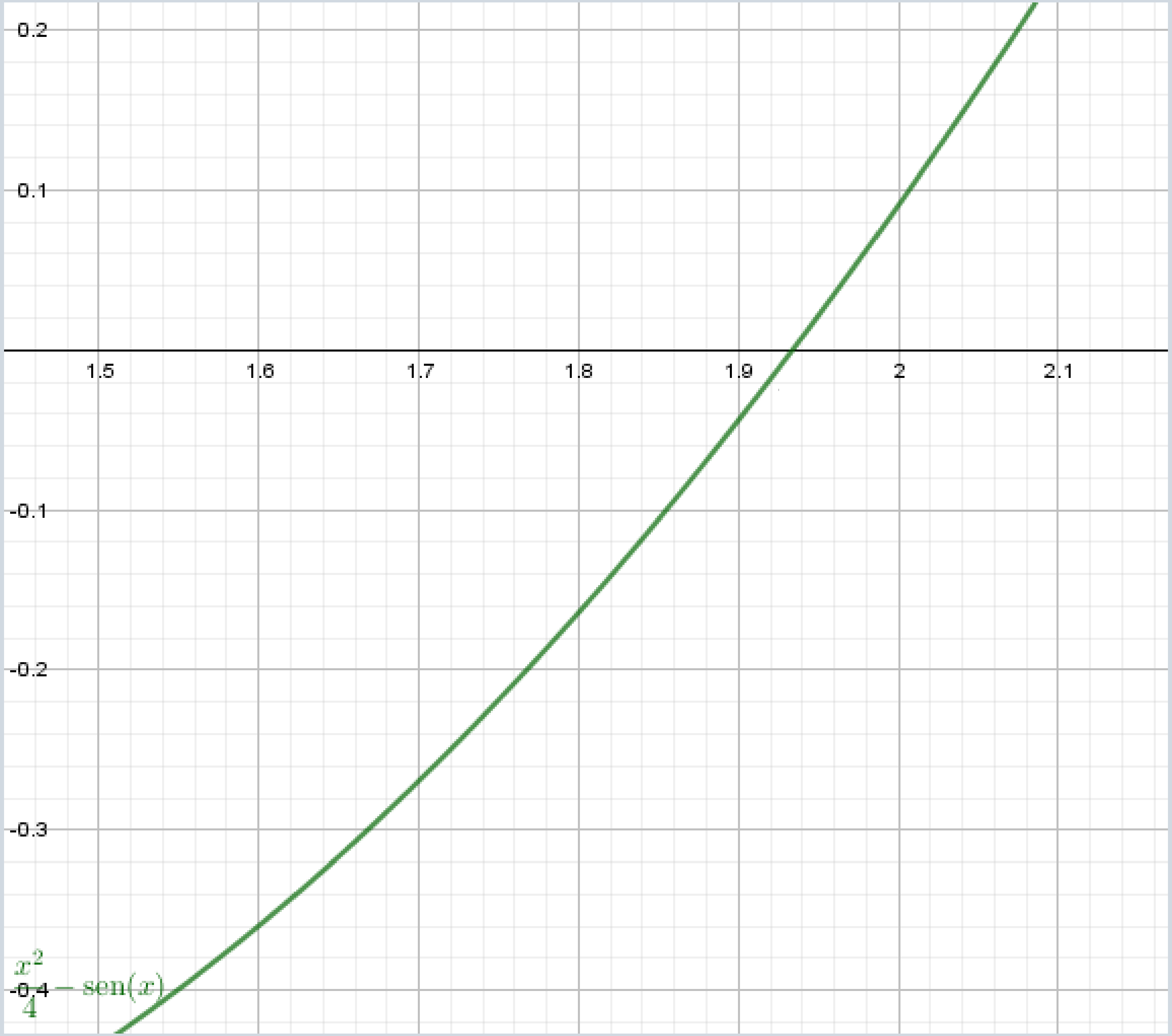
PROBLEMA:

Hallar la raíz de $f(x) = \frac{x^2}{4} - sen(x)$ *en el intervalo [1,6; 2] con un error absoluto de 0,02 por los métodos:*

a. *Newton-Raphson*
b. *Secante*

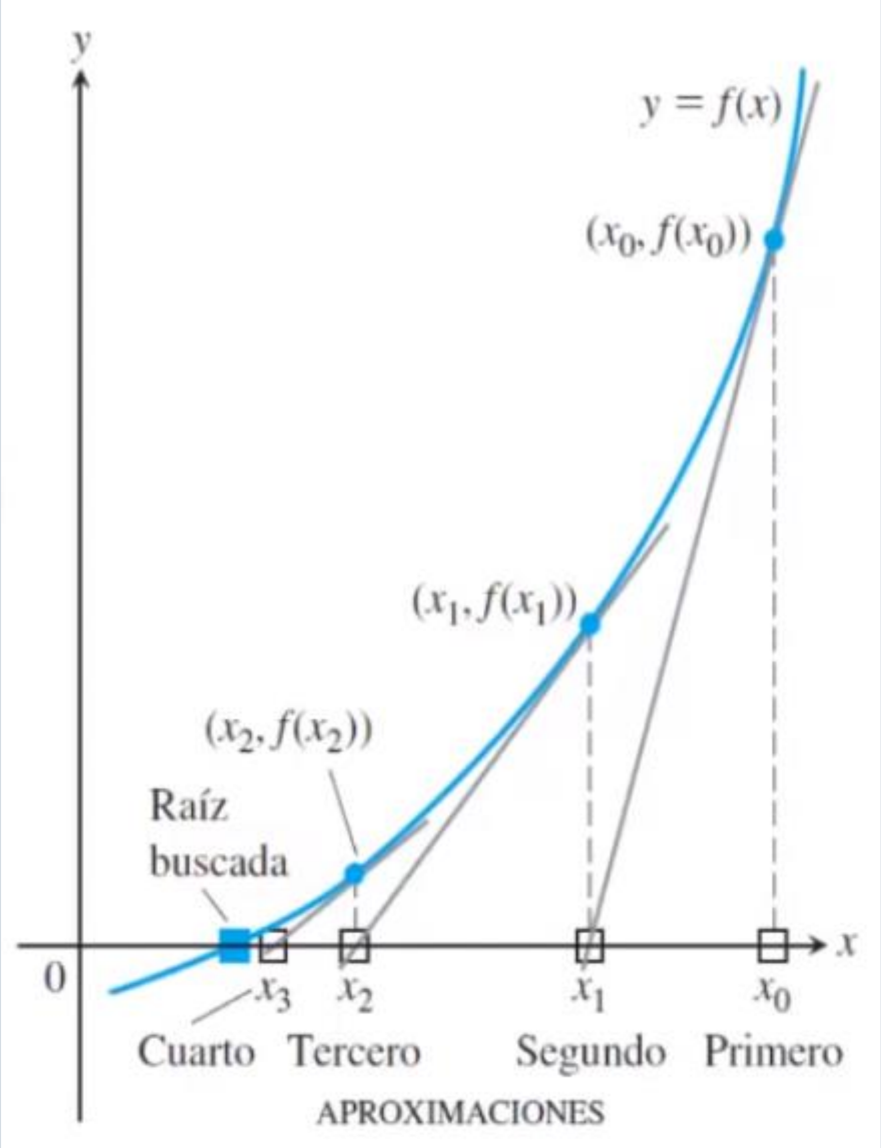
Calcular orden de convergencia para cada uno.

FUNCIÓN:



NEWTON RAPHSON

A partir de un valor semilla, se calcula la recta tangente a f en x_0. La intersección de esta recta con el eje de abscisas define el nuevo valor semilla x_1



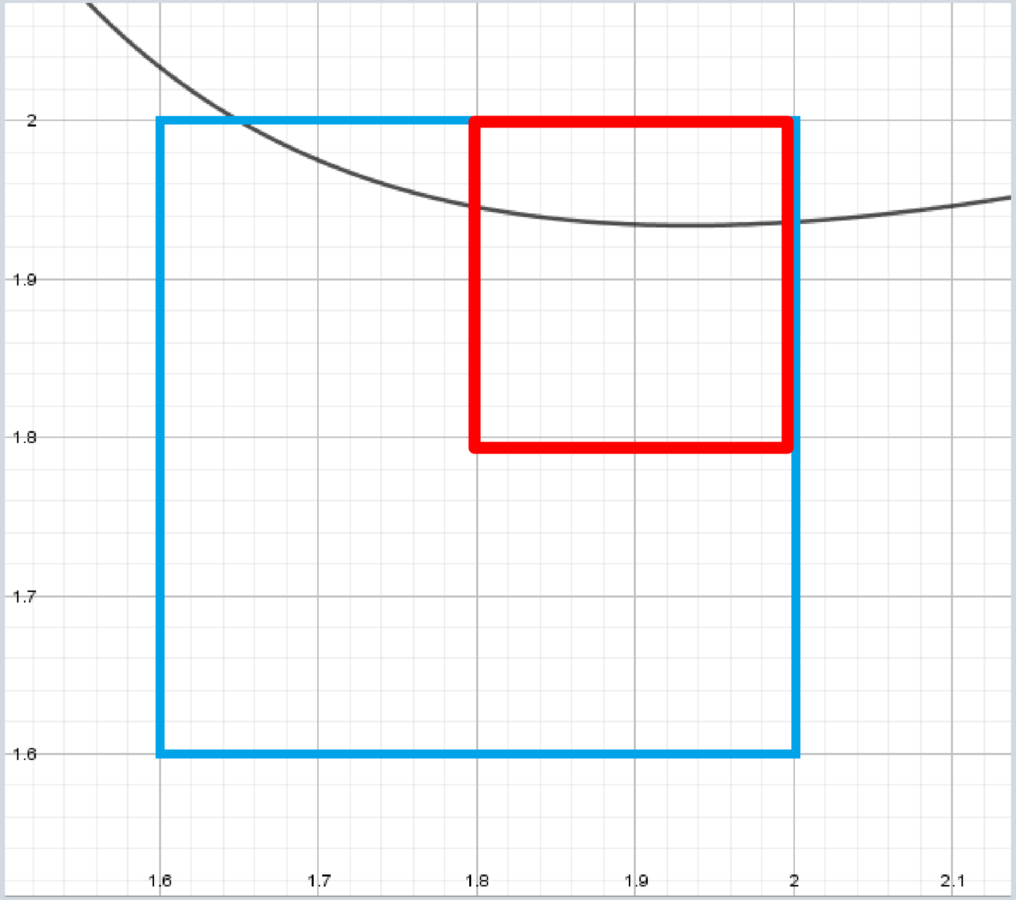
$$g(x) = x - \frac{f(x)}{f'(x)}$$

$$x_{k+1} = x_k - \frac{f(x_k)}{f'(x_k)}$$

NEWTON RAPHSON

Hay que tener en cuenta que:

- Se cumplan las condiciones del Teorema de Punto Fijo.
- Exista $f''(x)$ en el intervalo *[1,6; 2]*
- $f'(x) \neq 0 \; \forall x \in$ *[1,6; 2]*



Se cumple la condición de existencia del PF:

[1,6; 2]

[1,8; 2]

NEWTON RAPHSON

$$g(x) = x - \frac{\frac{x^2}{4} - sen(x)}{\frac{x}{2} - cos(x)}$$

$$x_{k+1} = x_k - \frac{\frac{{x_k}^2}{4} - sen(x_k)}{\frac{x_k}{2} - cos(x_k)}$$

k	x_k	x_{k+1}	Δk+1
0	1,60000	2,03364	0,43364
1	2,03364	1,93856	0,09508
2	1,93856	1,93377	0,00479

Raíz: $\boldsymbol{x = 1,93 \pm 0,01}$

SECANTE

Utiliza una aproximación de la derivada de f:

$$f'(x_k) \cong \frac{f(x_k)-f(x_{k-1})}{x_k-x_{k-1}}$$

$$x_{k+1} = x_k - f(x_k) * \frac{x_k-x_{k-1}}{f(x_k)-f(x_{k-1})}$$

Necesito dos valores semilla (x_{-1} y x_0)

⇒ Utilizo métodos de arranque: Bisección o Regula Falsi.

$$x_{k+1} = x_k - f(x_k) * \frac{x_k - x_{k-1}}{f(x_k) - f(x_{k-1})}$$

SECANTE

Bisección

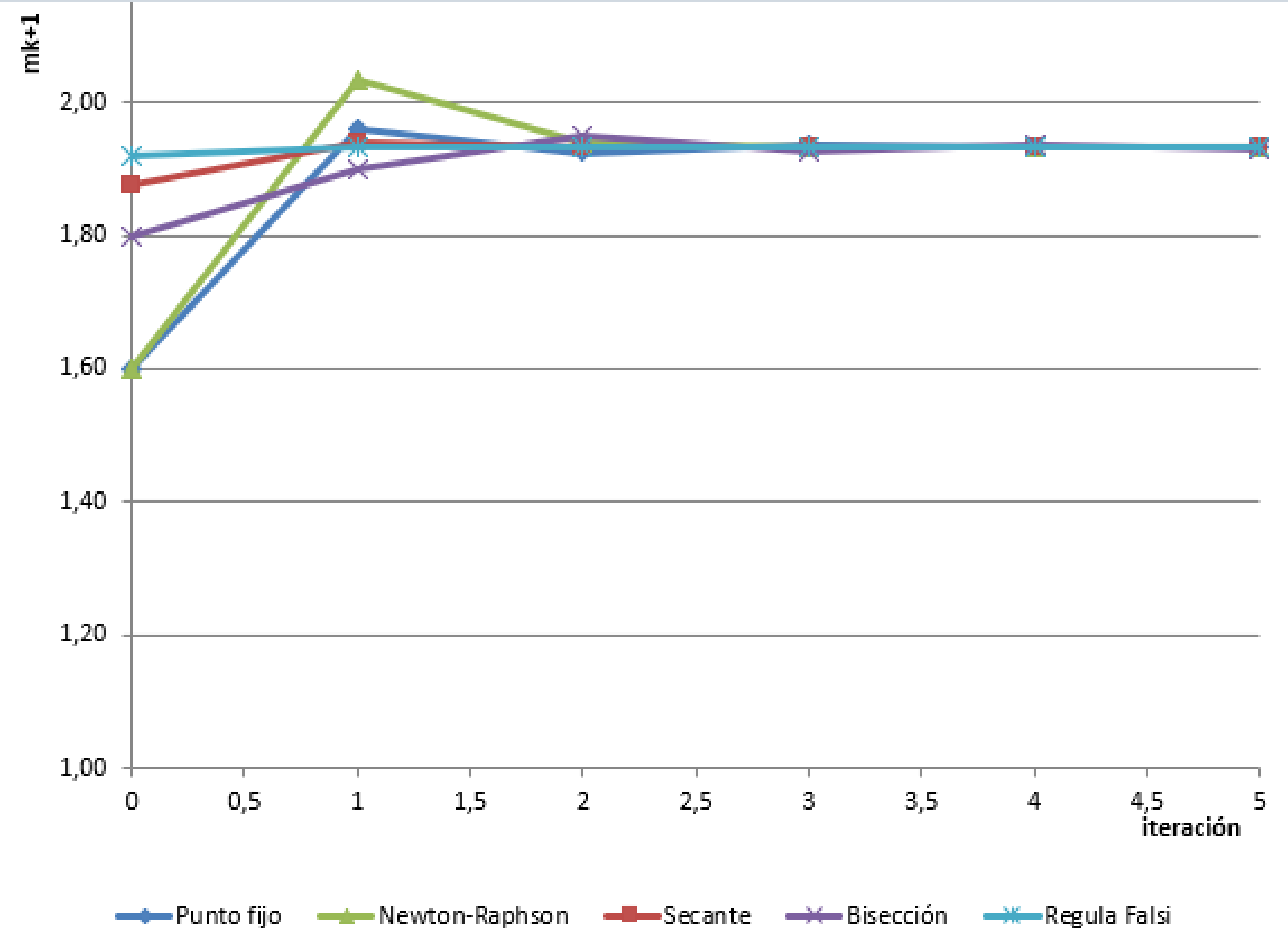
k	a_k	b_x	$f(a_k)$	$f(b_k)$	m_{k+1}	$f(m_{k+1})$	Δ_{k+1}
0	1,800	1,950	-0,164	0,022	1,875	-0,075	0,075
1	1,875	1,950	-0,075	0,022	1,913	-0,028	0,038
2	**1,913**	**1,950**	-0,028	0,022	1,931	-0,003	0,019

Secante

k	x_{k-1}	x_k	x_{k+1}	Δk+1
0	1,913	1,950	1,934	0,016
1	1,950	1,934	1,934	0,0002
2	1,934	1,934	1,934	0,0000…

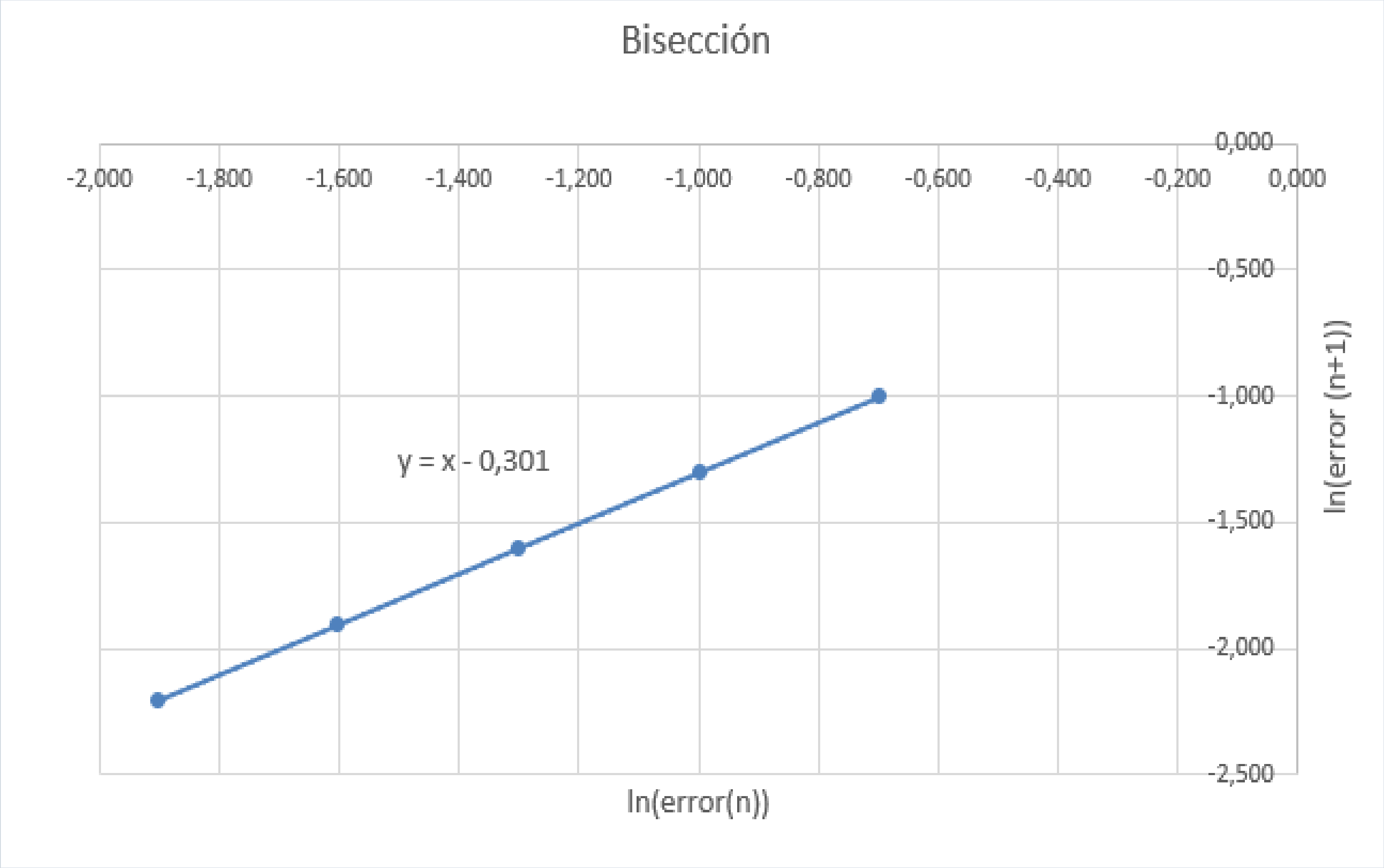
Raíz: $\boldsymbol{x = 1,93 \pm 0,02}$

GRÁFICOS



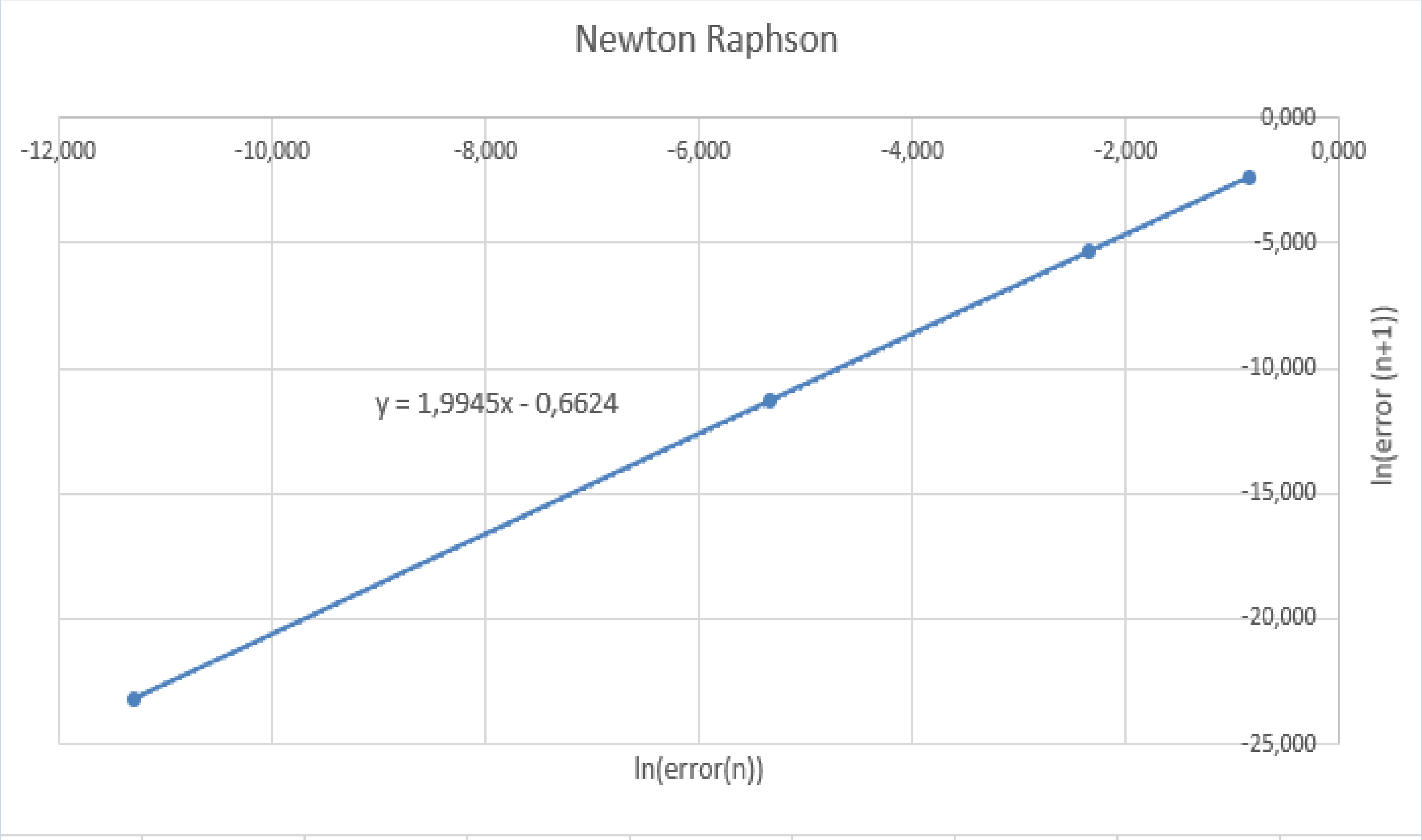
mk+1
2,00
1,80
1,60
1,40
1,20
1,00
0
0,5
1
1,5
2
2,5
3
3,5
4
4,5
5
iteración
Punto fijo
Newton-Raphson
Secante
Bisección
Regula Falsi

GRÁFICOS

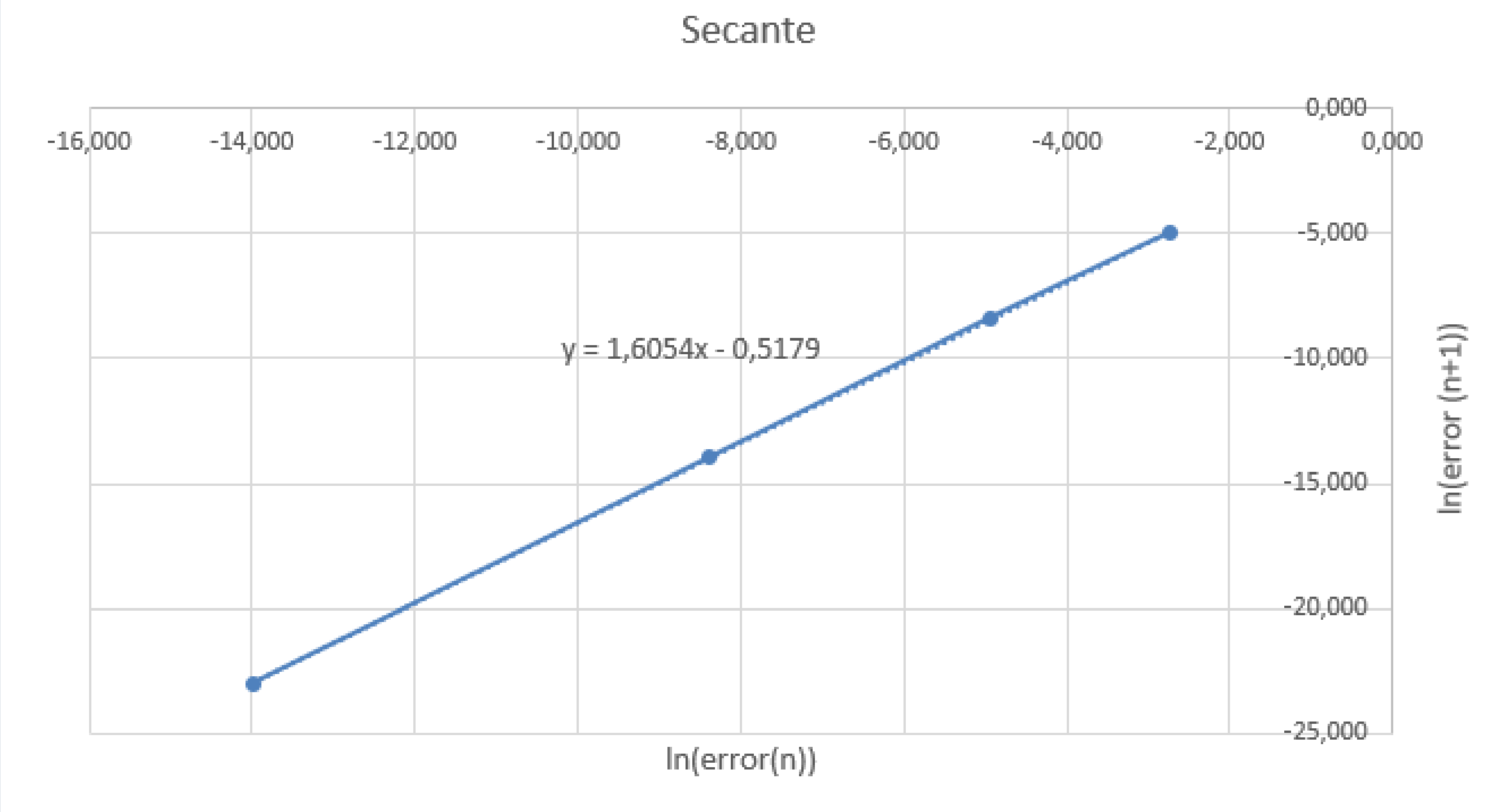


$$ln(\varepsilon_{n+1}) = ln(\lambda) + P * ln(\varepsilon_n)$$

GRÁFICOS


Newton Raphson
-12,000
-10,000
-8,000
-6,000
-4,000
-2,000
0,000
0,000
-5,000
-10,000
-15,000
-20,000
-25,000
y = 1,9945x - 0,6624
ln(error(n))
ln(error (n+1))

GRÁFICOS


Secante
-16,000
-14,000
-12,000
-10,000
-8,000
-6,000
-4,000
-2,000
0,000
0,000
-5,000
-10,000
-15,000
-20,000
-25,000
y = 1,6054x - 0,5179
ln(error(n))
ln(error (n+1))