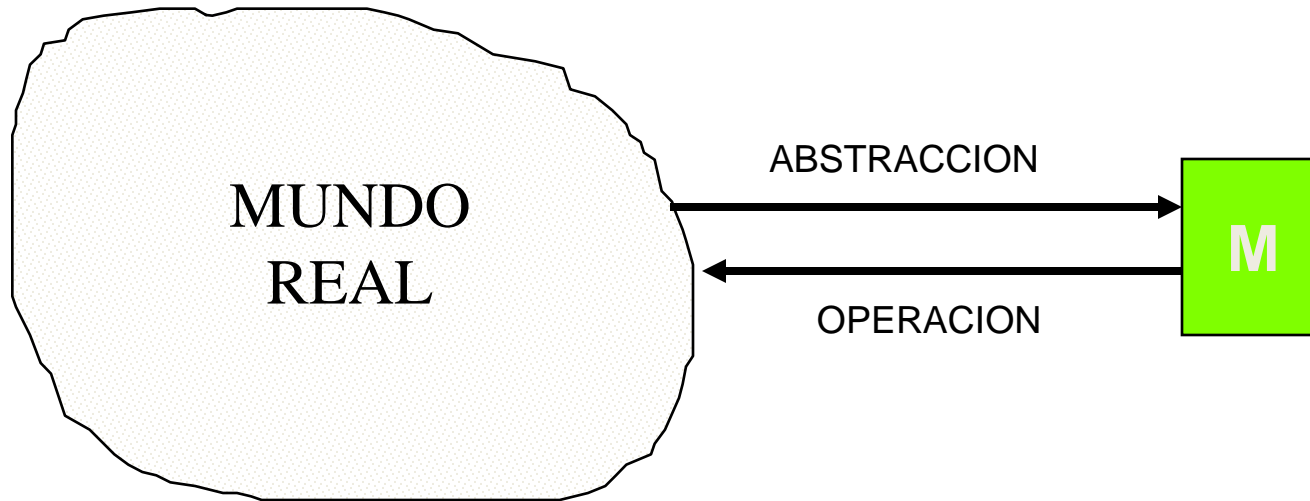


EXTENSIONES DE LA PROGRAMACIÓN LINEAL

MODELOS OPTIMIZANTES



PROGRAMA MATEMÁTICO

OPT: $Z = f(X)$

Sujeto a:

$$\left\{ \begin{array}{l} g_1(X) \leq b_1 \\ g_2(X) \geq b_2 \\ \dots\dots\dots \\ g_m(X) = b_m \end{array} \right.$$

y a condiciones de X

	LINEAL	NO LINEAL
CONTINUA	PL	
ENTERA	EXTENSIONES	
BINARIA		
ENTERA MIXTA		
VAR. NEGATIVAS		
PROG. DE METAS		
PROG. SEPARABLE		
RECURRENCIA		

PROGRAMACIÓN LINEAL

Optimizar

$$z = \sum c_j \cdot x_j$$

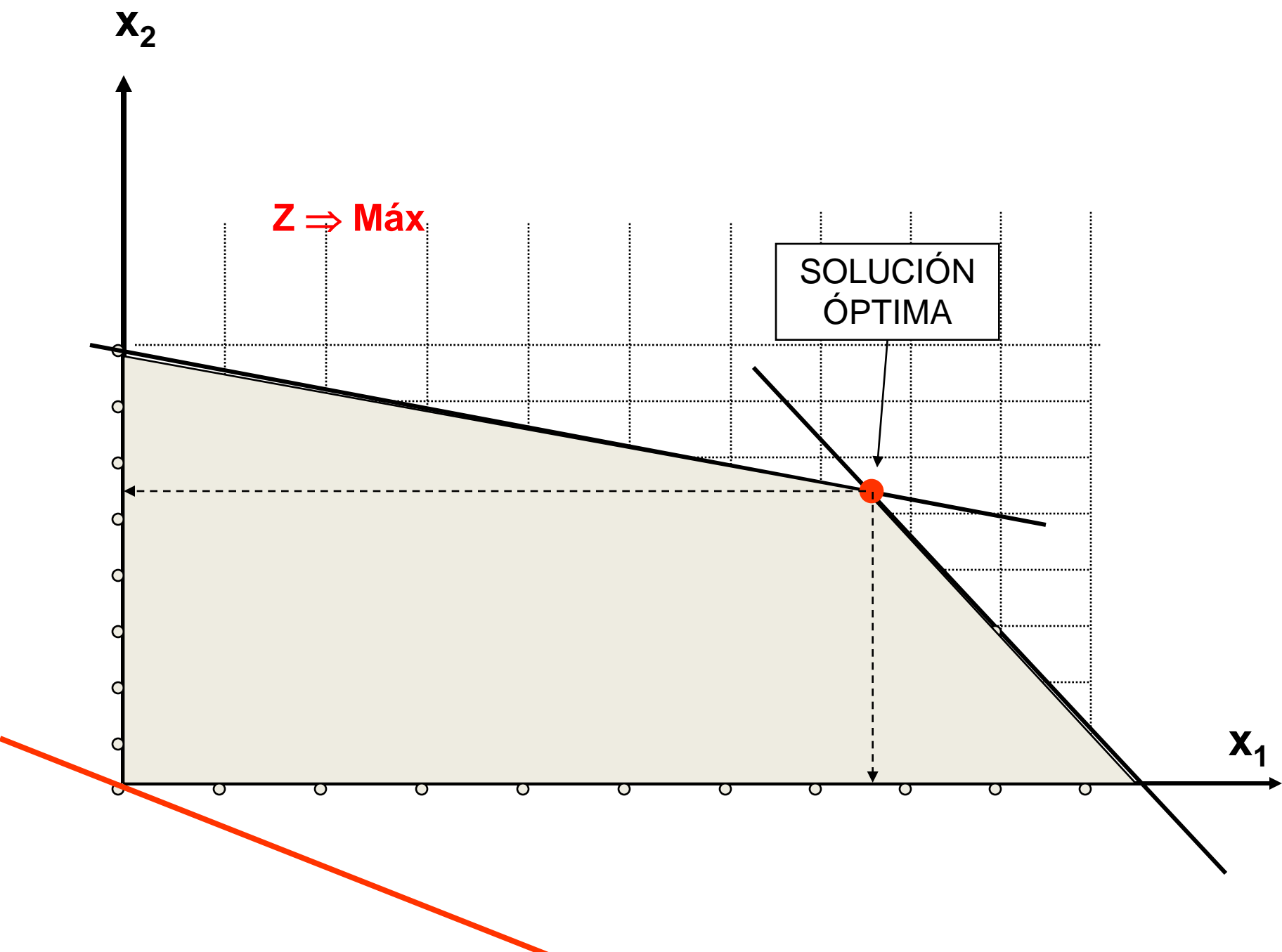
sujeto a

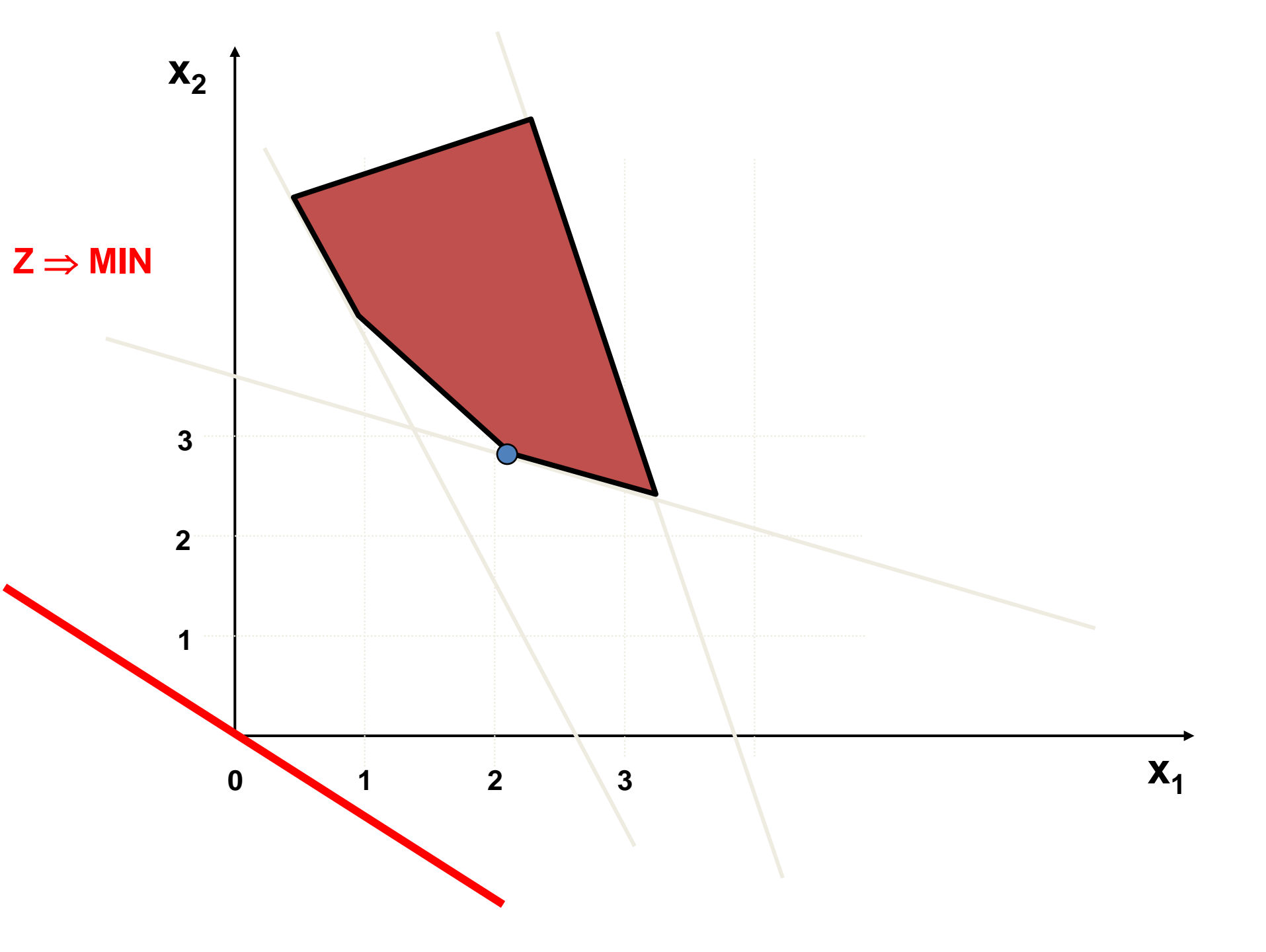
$$\sum a_{ij} \cdot x_j \leq b_i$$

y a condiciones de x_j

NO NEGATIVIDAD

CONTINUIDAD



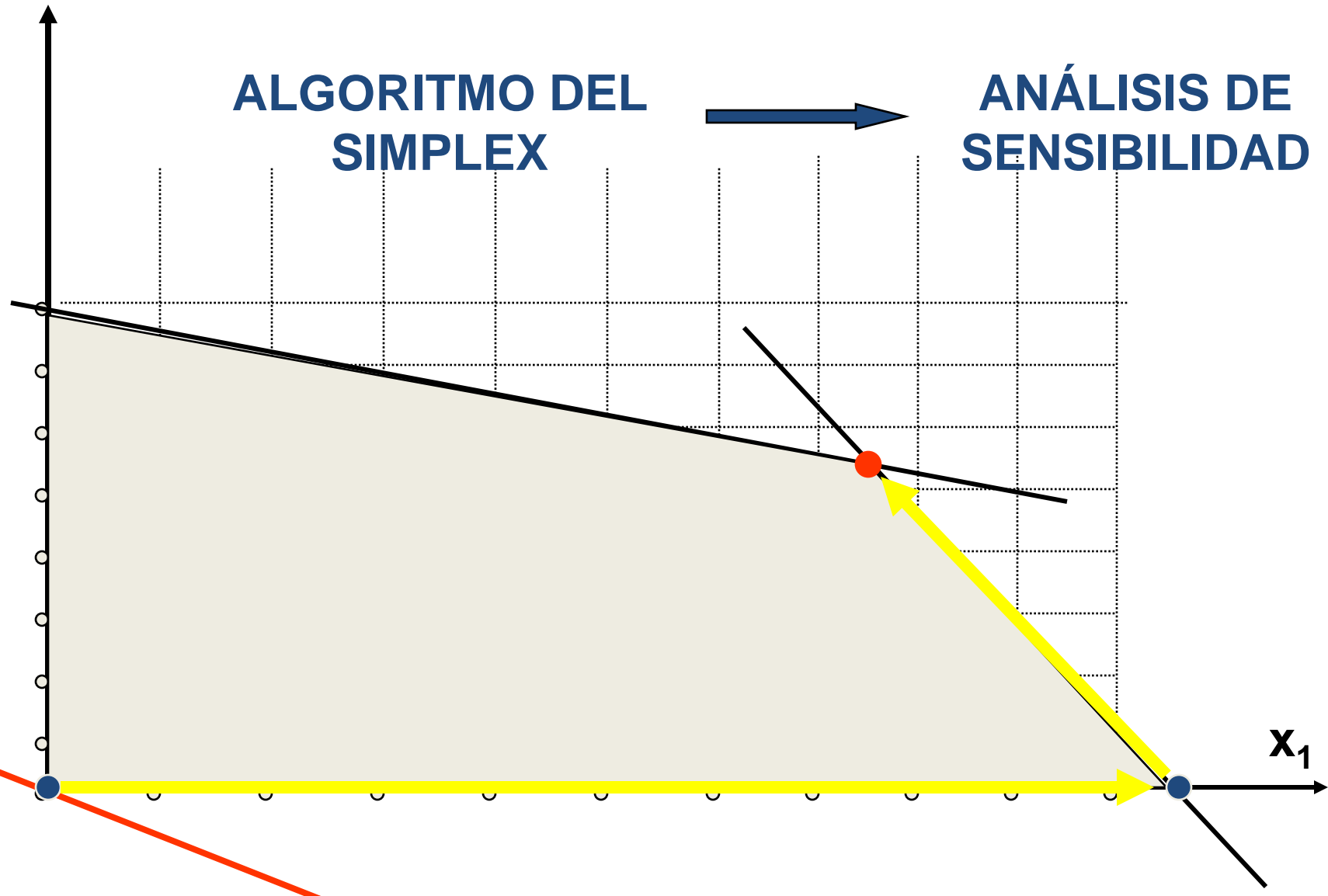


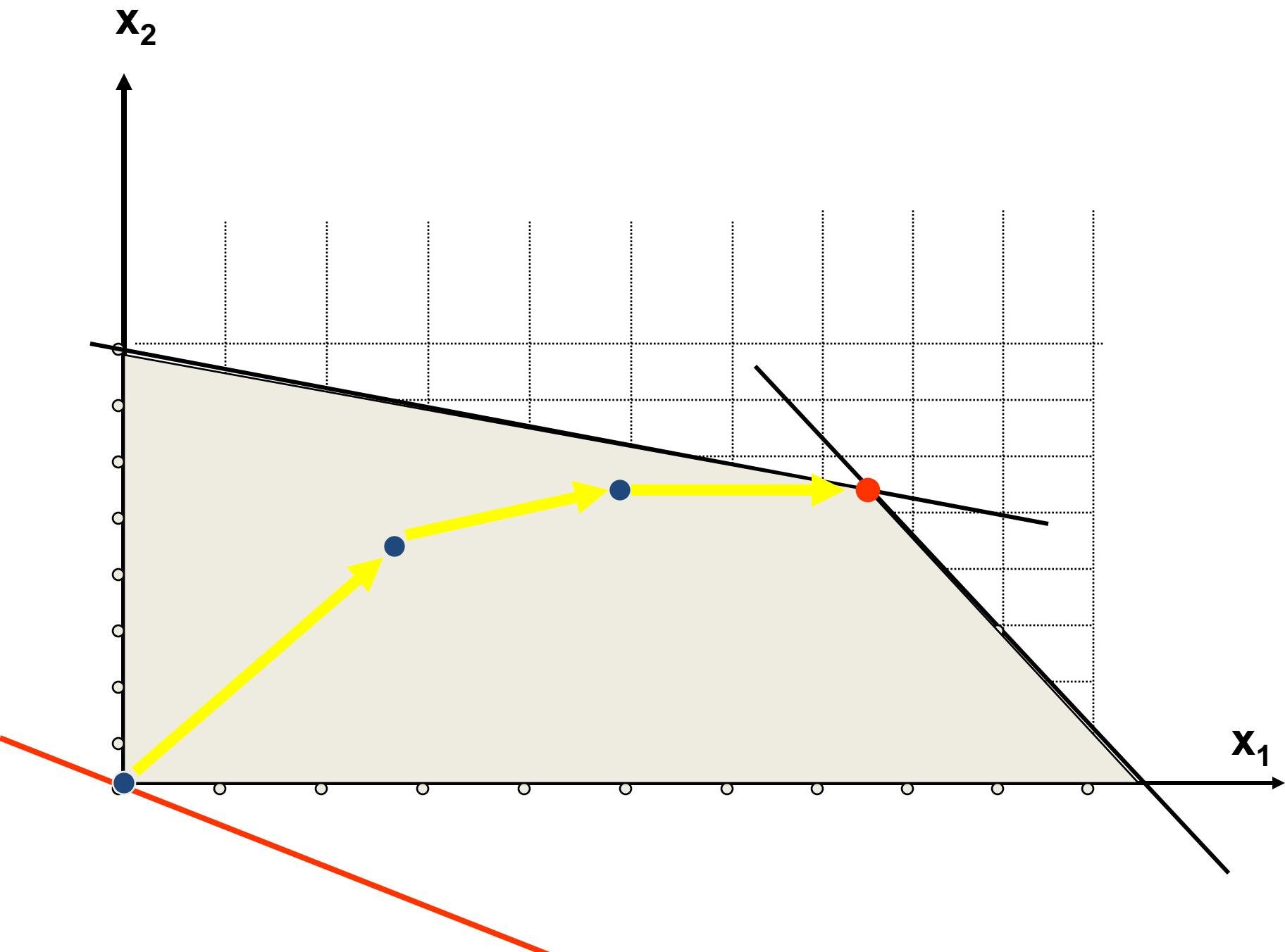
x_2

ALGORITMO DEL
SIMPLEX

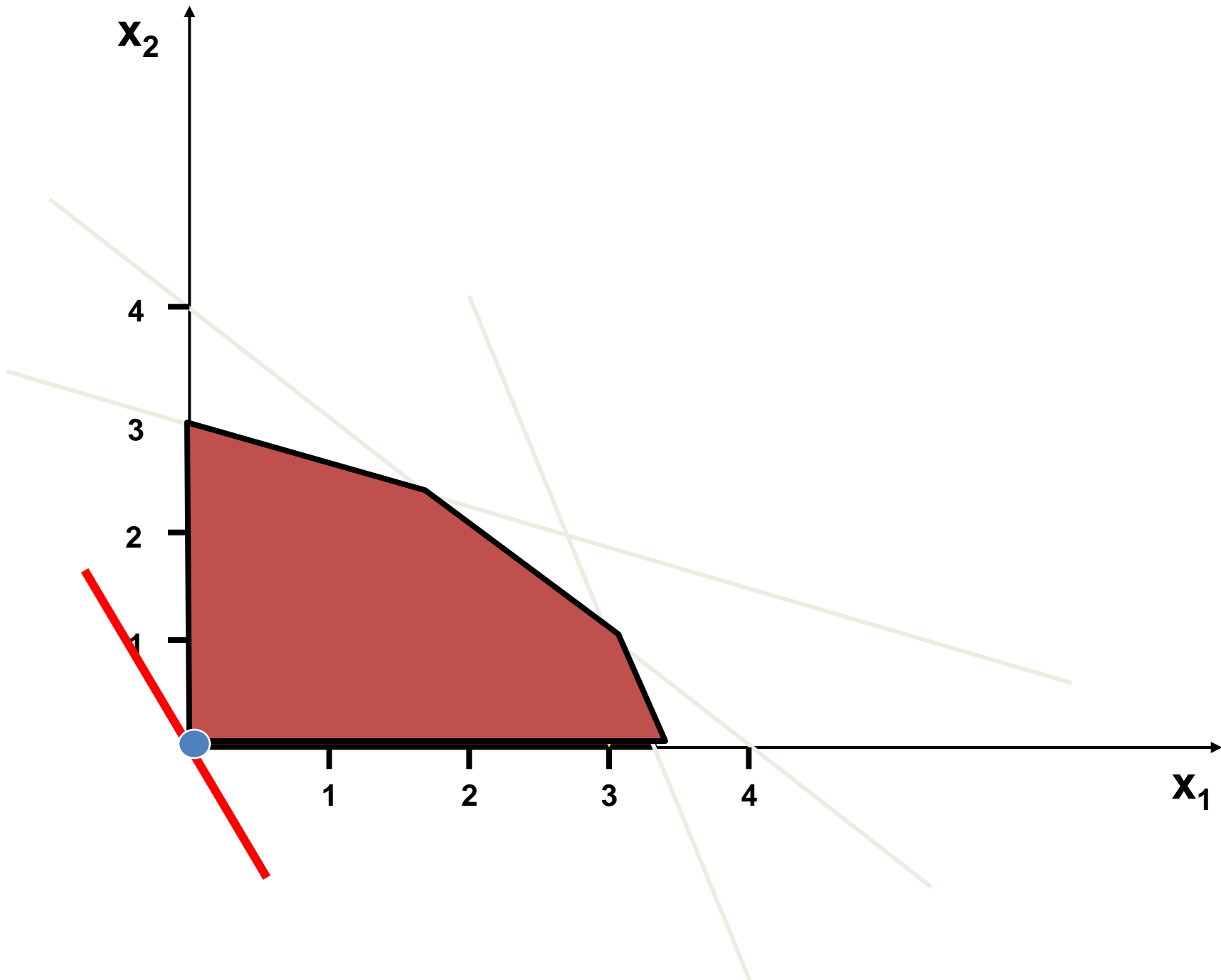


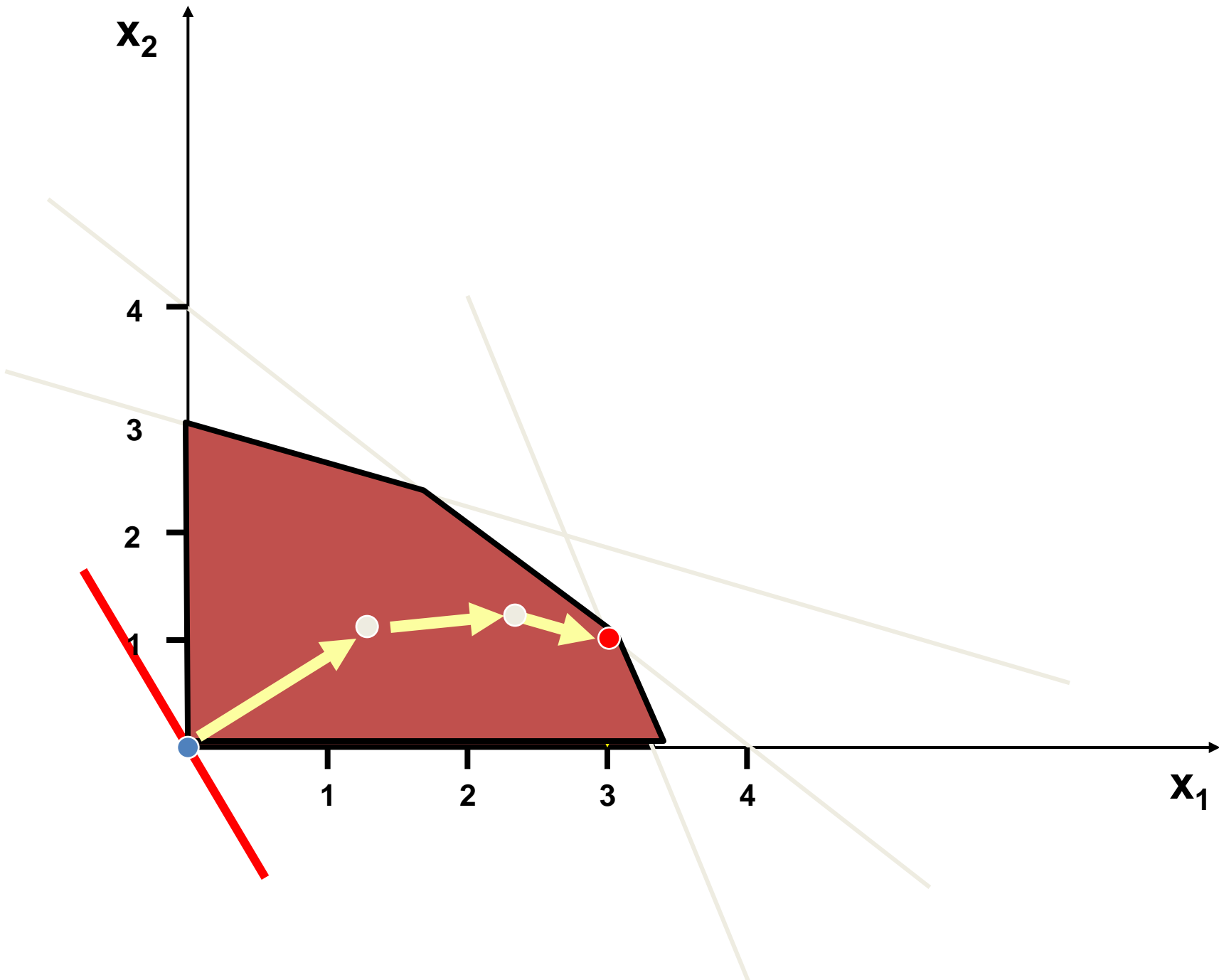
ANÁLISIS DE
SENSIBILIDAD

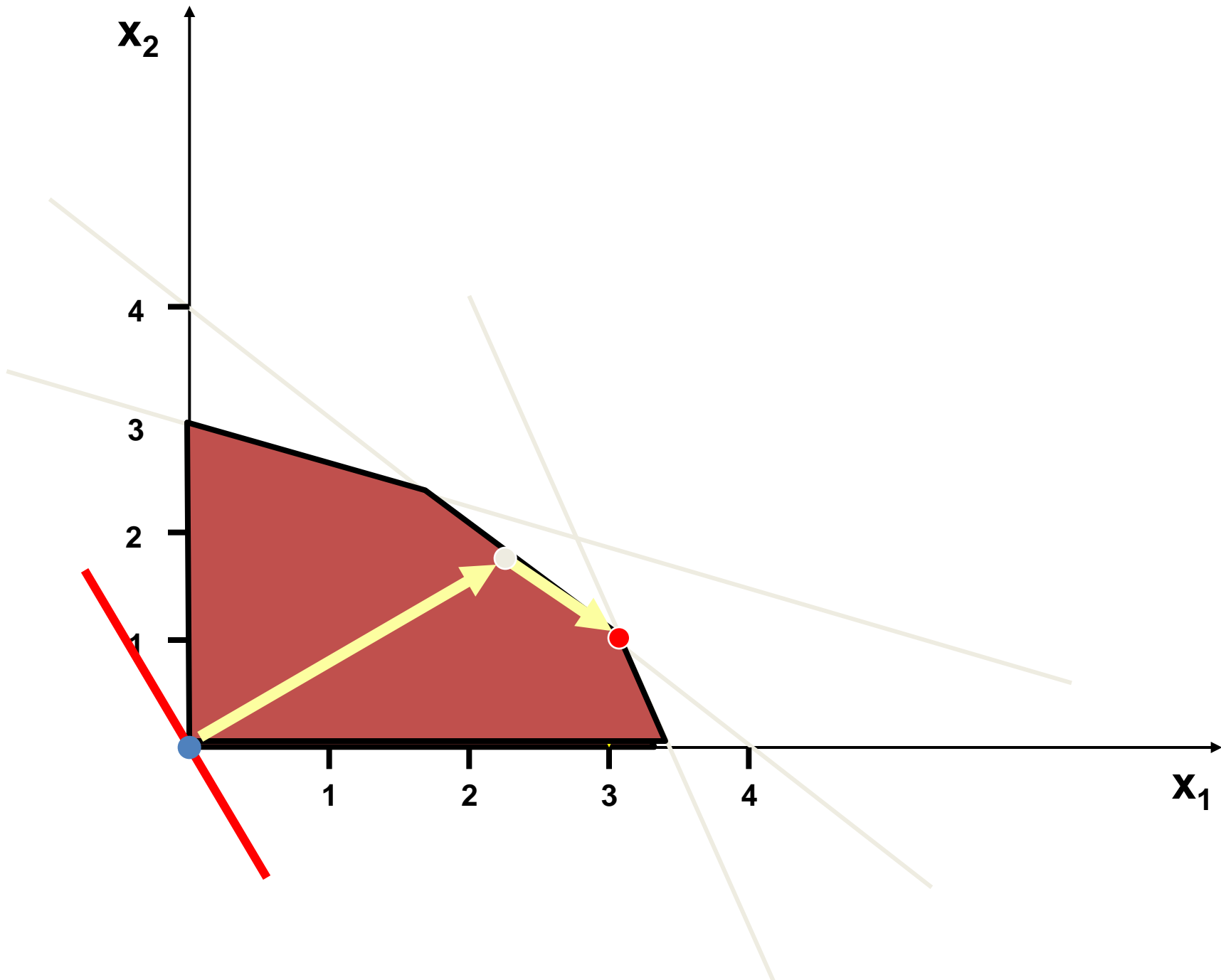




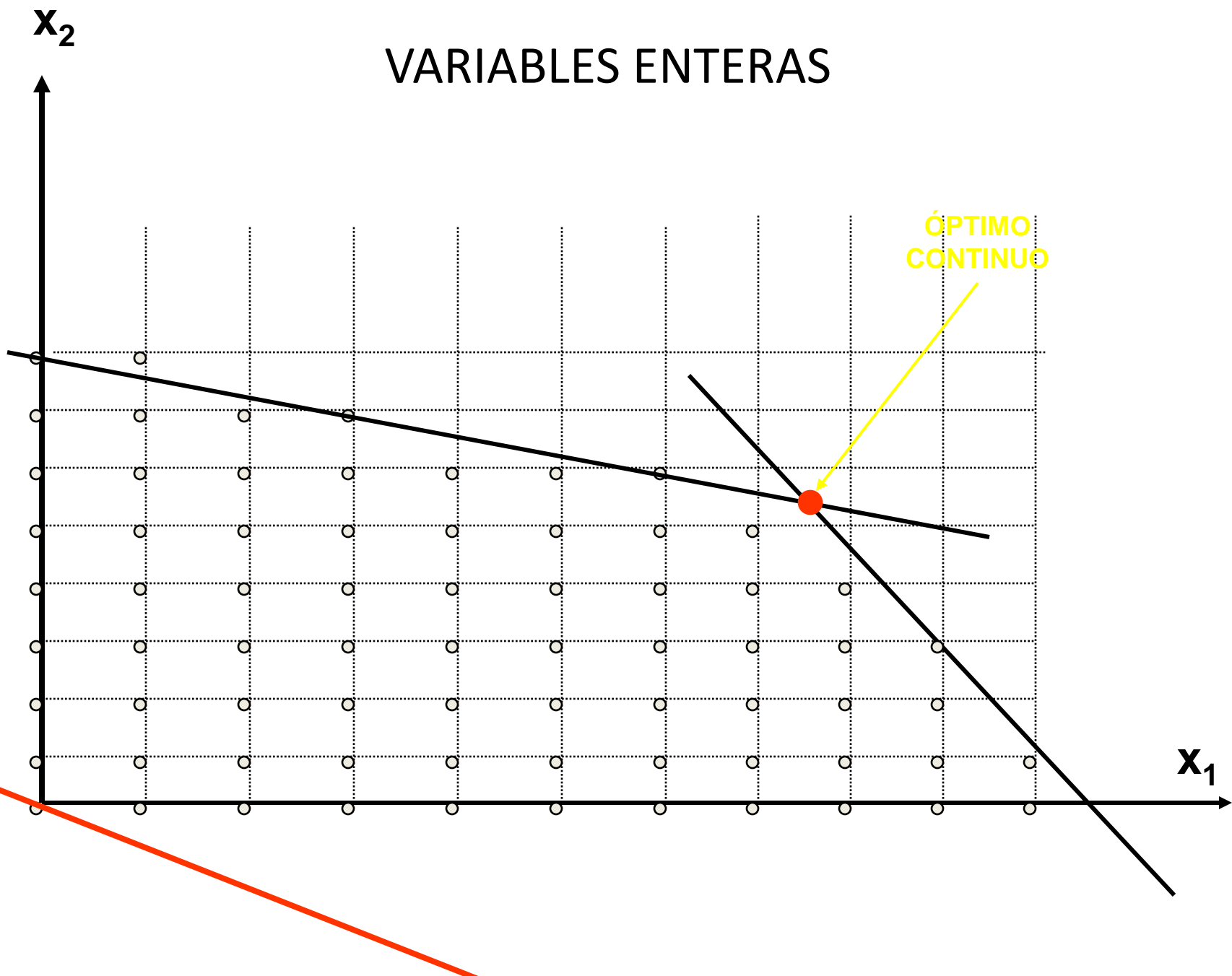
ALGORITMOS DE PUNTO INTERIOR

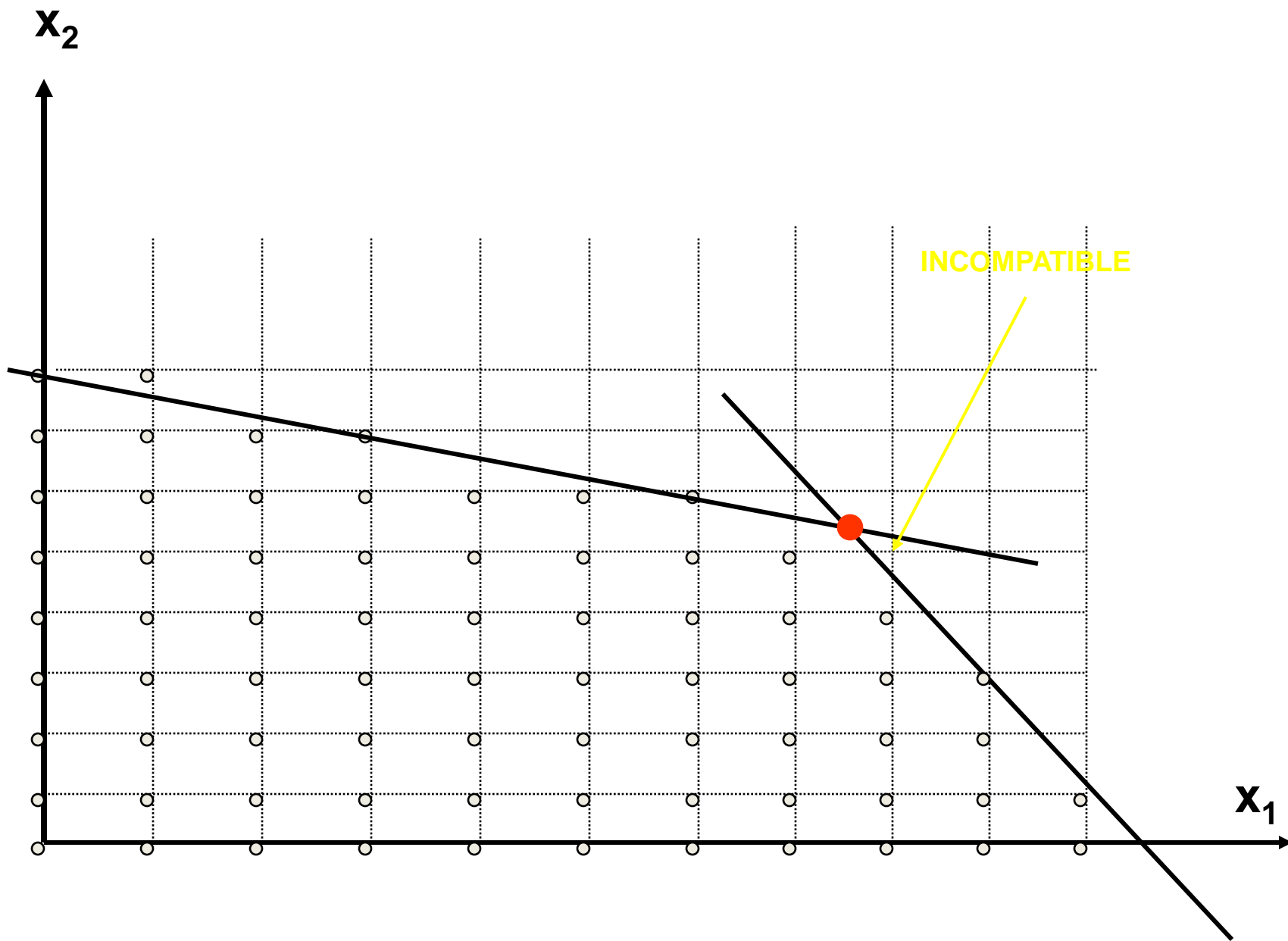


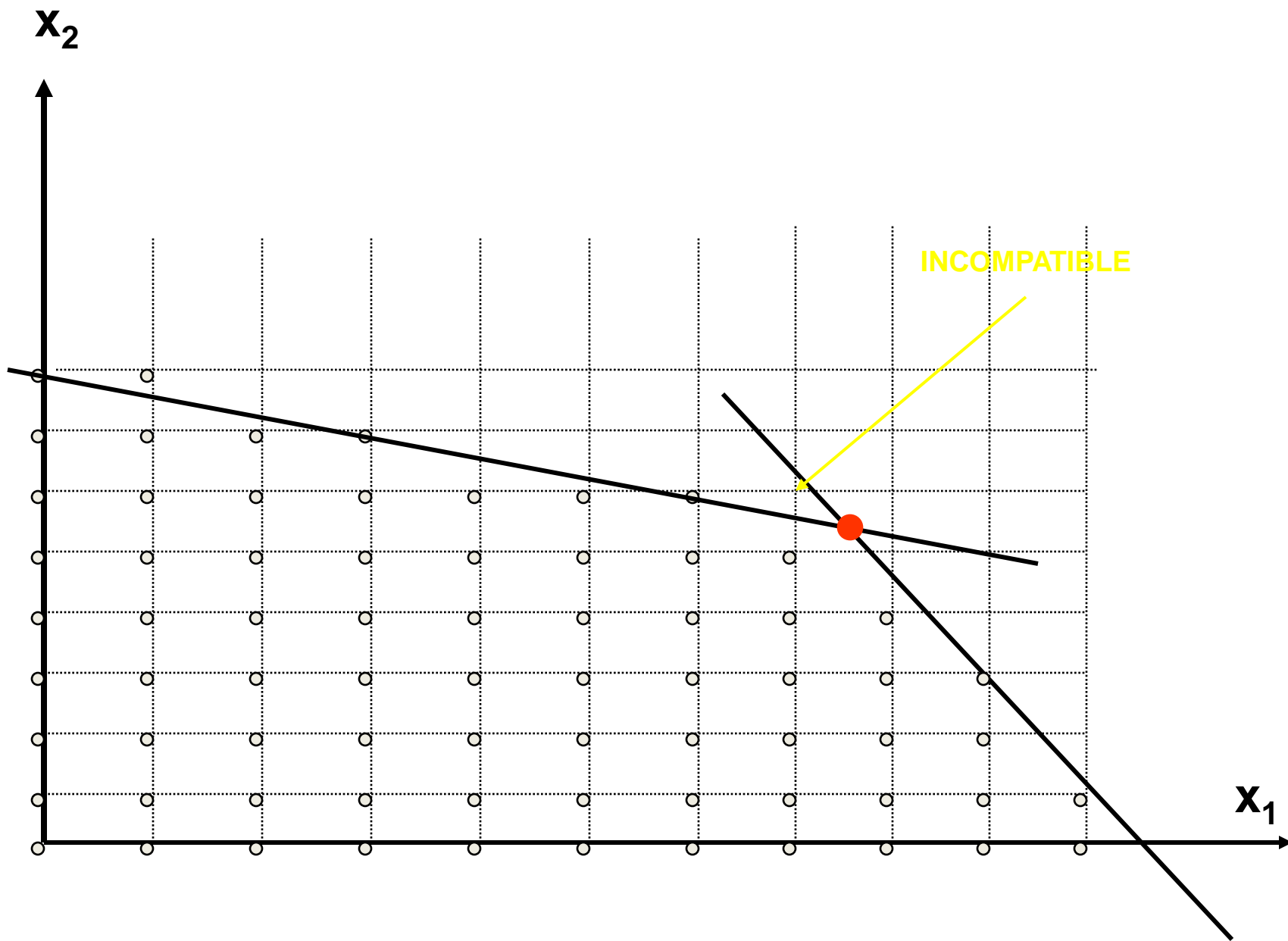


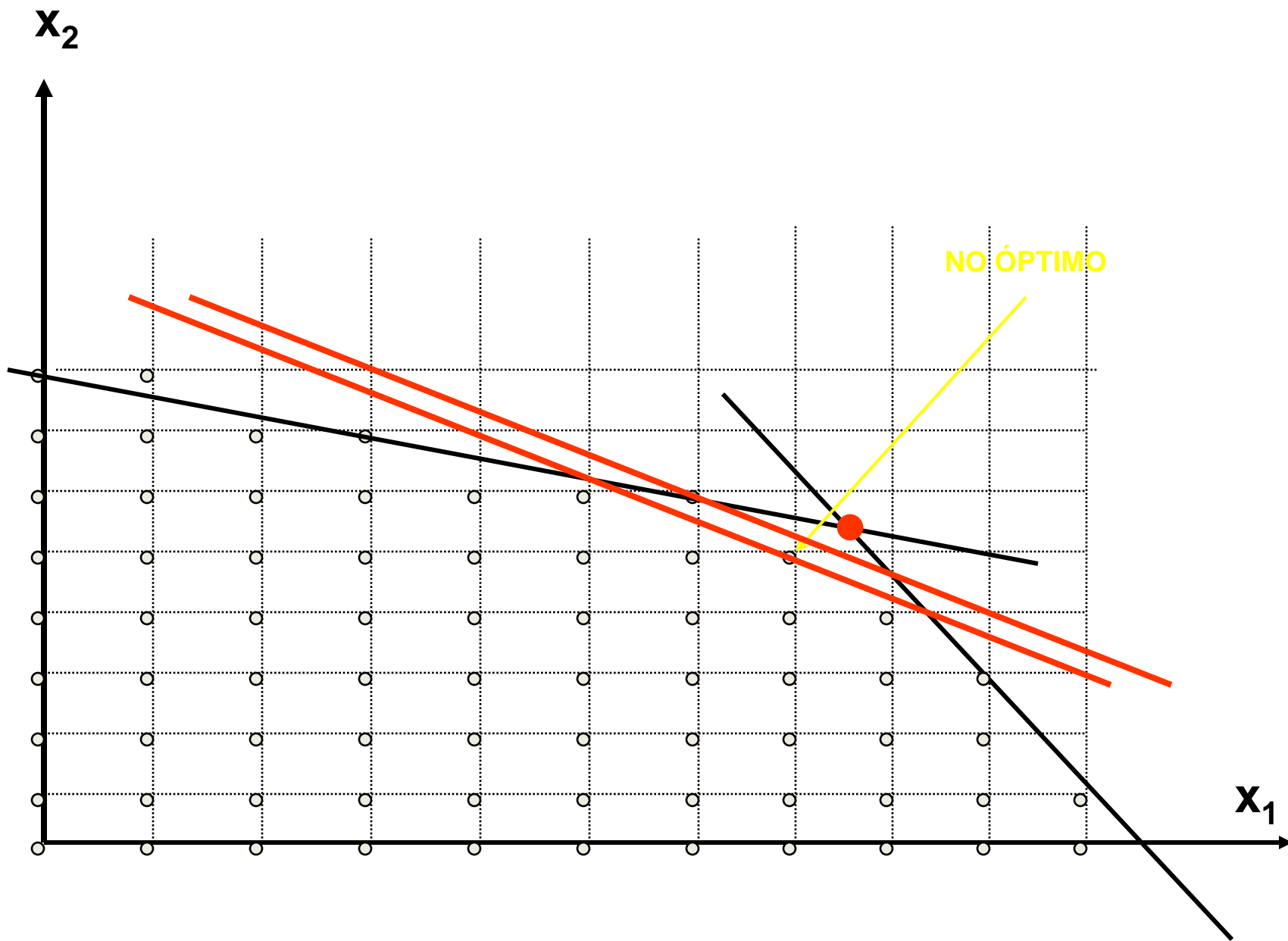


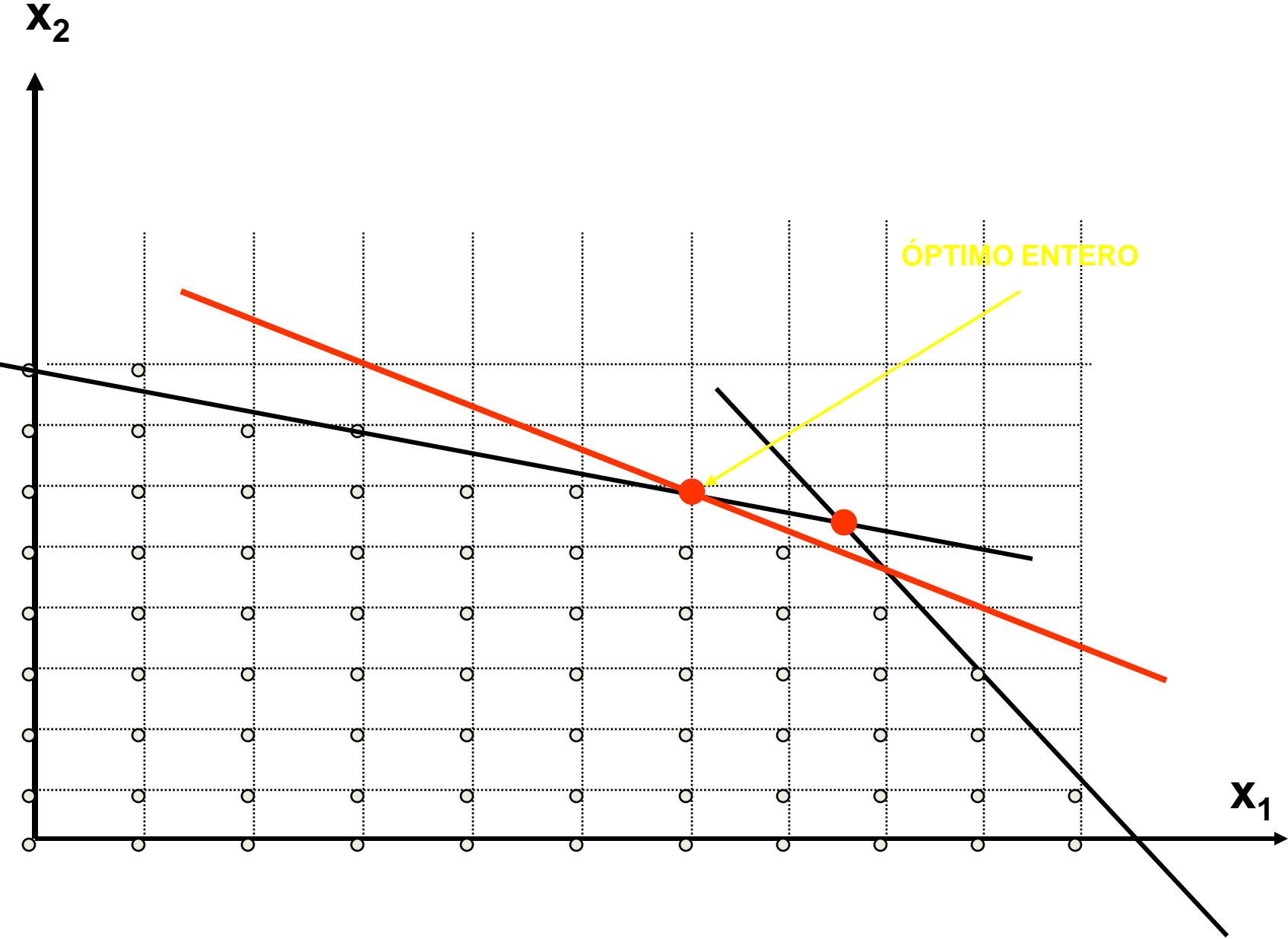
VARIABLES ENTERAS





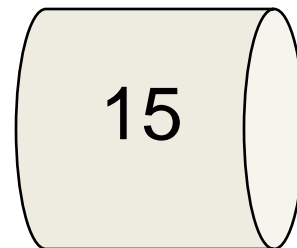
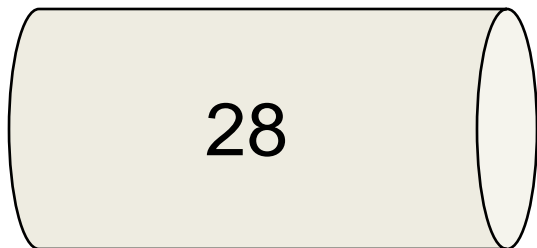
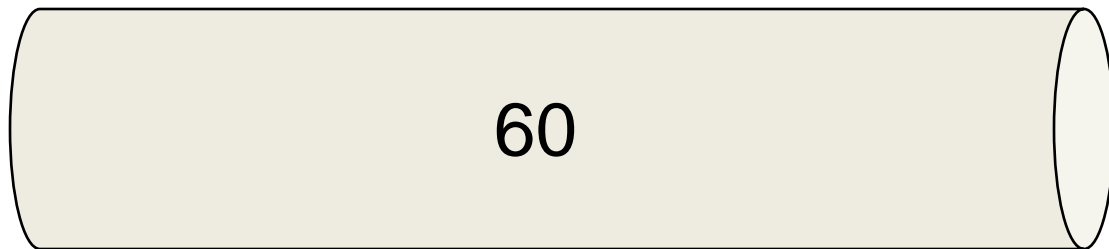


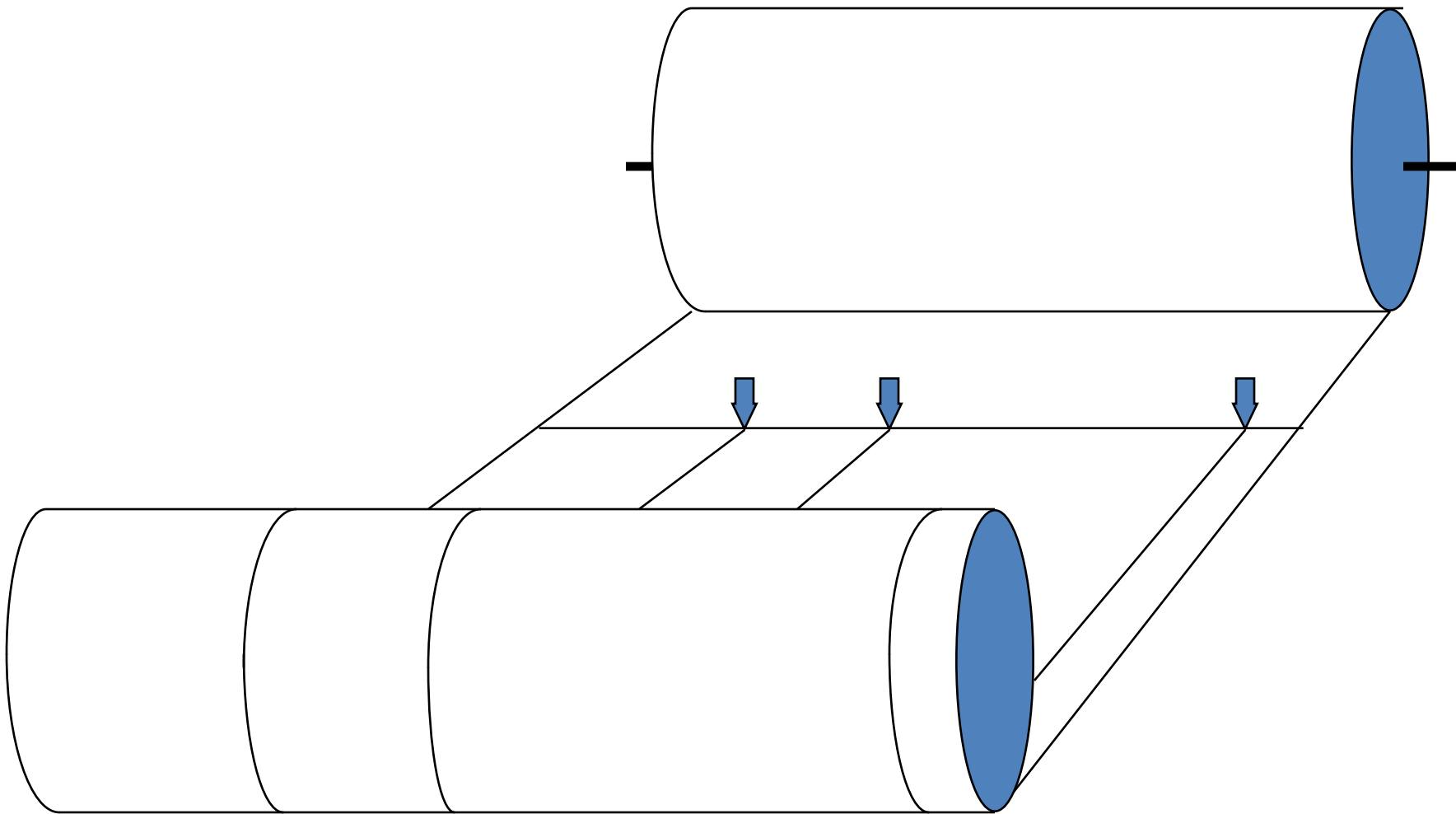




CORTE DE BOBINAS

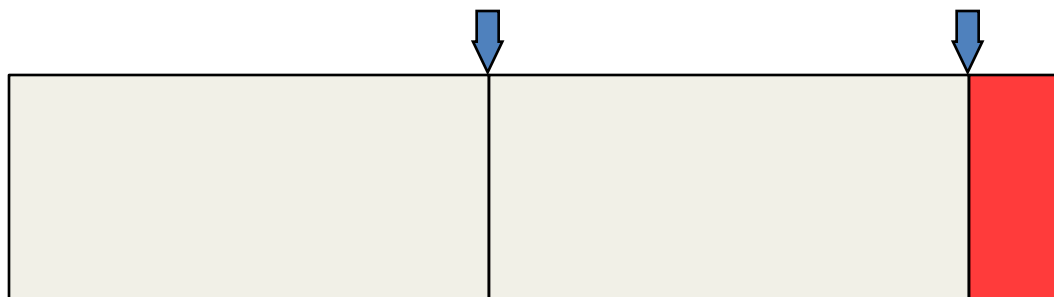
- ANCHO DE BOBINA: 60"
- REQUERIMIENTOS:
 - 28" 30 ROLLOS
 - 20" 60 ROLLOS
 - 15" 48 ROLLOS
- OBJETIVO: Minimizar desperdicio





N1

60



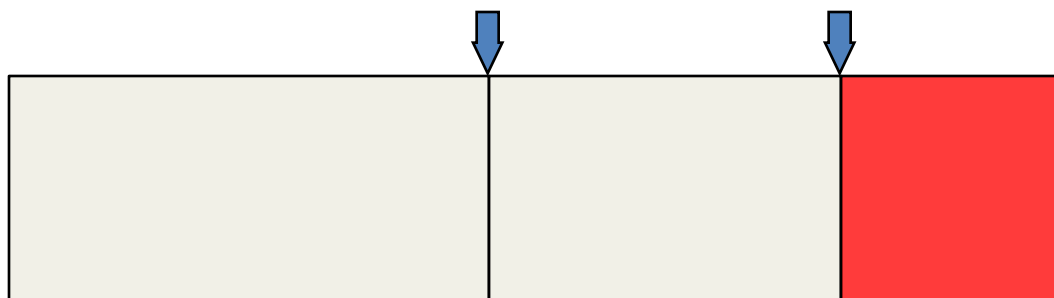
28

28

4

N2

60



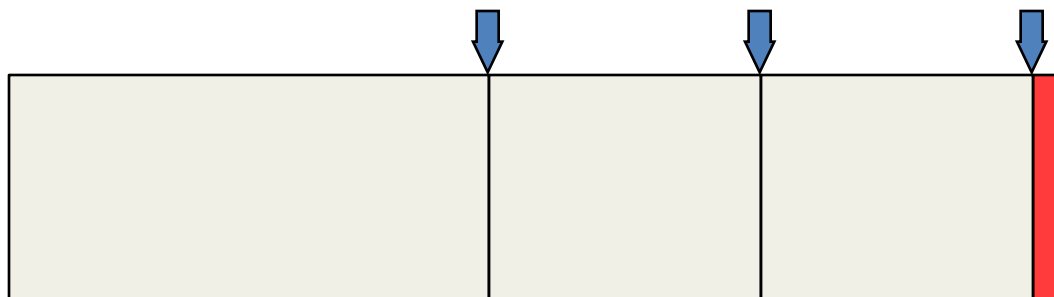
28

20

12

N3

60



28

15

15

2

N4

60



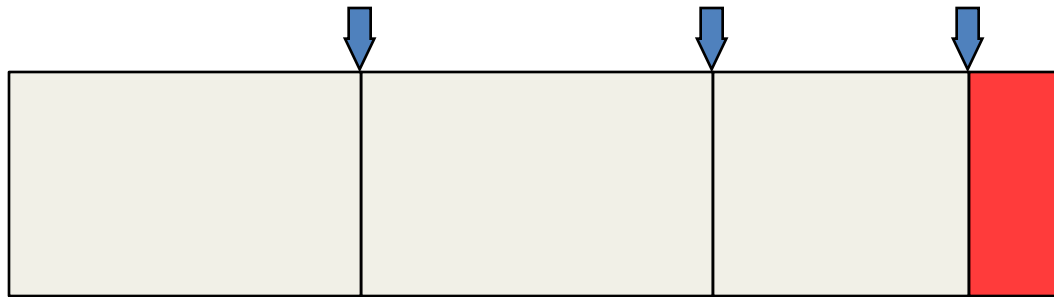
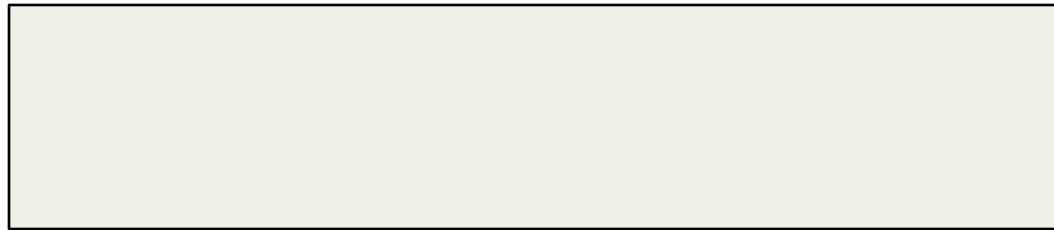
20

20

20

N5

60



20

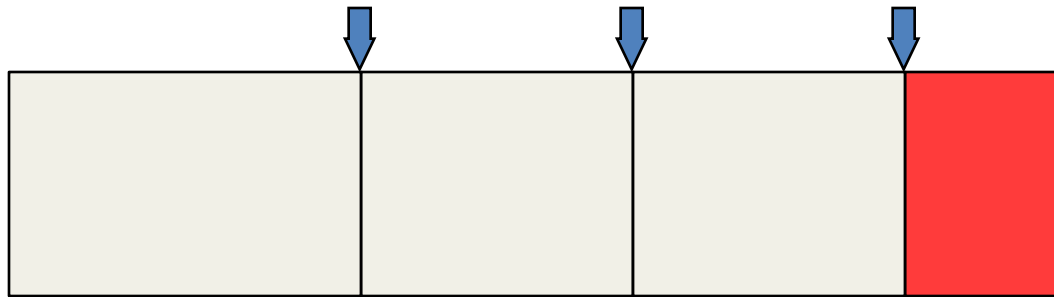
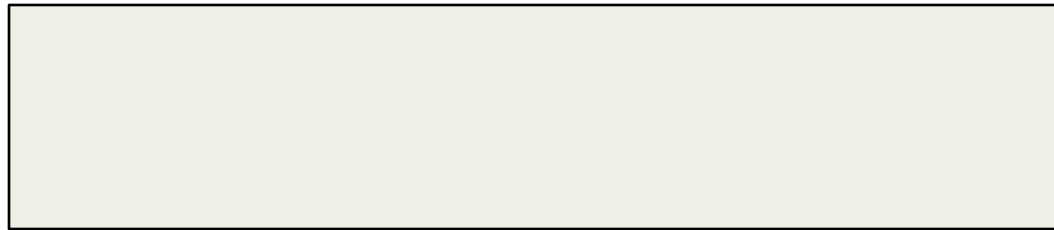
20

15

5

N6

60



20

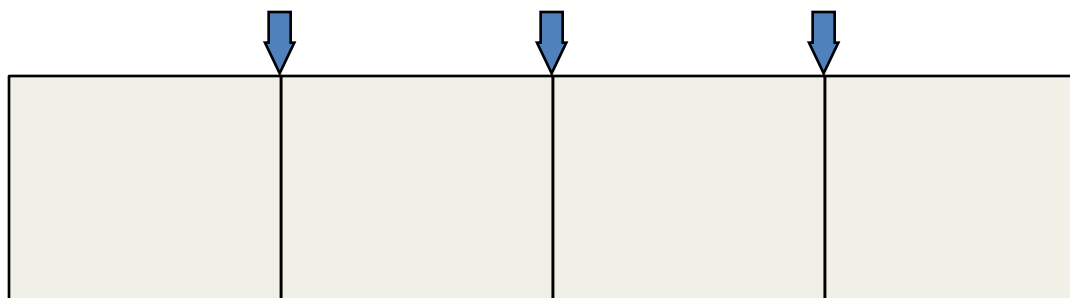
15

15

10

N7

60



15

15

15

15

	N1	N2	N3	N4	N5	N6	N7		RHS
28)	2	1	1					\geq	30
20)		1		3	2	1		\geq	60
15)			2		1	2	4	\geq	48
Z)	4	12	2	0	5	10	0	\Rightarrow	Min

N_i no negativas, enteras

LP OPTIMUM FOUND AT STEP 3

OBJECTIVE FUNCTION VALUE

1) 60.00000

SOLUCIÓN
CONTINUA ES
ENTERA



VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
N1	15.000000	0.000000
N2	0.000000	10.000000
N3	0.000000	0.000000
N4	20.000000	0.000000
N5	0.000000	5.000000
N6	0.000000	10.000000
N7	12.000000	0.000000

ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
28)	0.000000	-2.000000
20)	0.000000	0.000000
15)	0.000000	0.000000

NO. ITERATIONS= 3

VARIABLES DUALES

y_{28} = En cuántas pulgadas disminuiría el desperdicio si el requerimiento de rollos de 28 pulgadas se redujera de 30 a 29 unidades

y_{N2} = En cuántas pulgadas aumentaría el desperdicio si se corta una bobina estándar en en la modalidad N2.

	y_{28}	y_{20}	y_{15}		RHS
N1)	2			\leq	4
N2)	1	1		\leq	12
N3)	1		2	\leq	2
N4)		3		\leq	0
N5)		2	1	\leq	5
N6)		1	2	\leq	10
N7)			4	\leq	0
Z)	30	60	48	\Rightarrow	Max

y_i no negativas: Máximo desperdicio en pulgadas que se puede obtener de cada rollo i

	N1	N2	N3	N4	N5	N6	N7		RHS
28)	2	1	1					\geq	30
20)		1		3	2	1		\geq	60
15)			2		1	2	4	\geq	48
Z)	1	1	1	1	1	1	1	\Rightarrow	Min

N_i no negativas, enteras

OBJECTIVE FUNCTION VALUE

1) 47.00000

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
N1	15.000000	0.000000
N2	0.000000	0.166667
N3	0.000000	0.000000
N4	20.000000	0.000000
N5	0.000000	0.083333
N6	0.000000	0.166667
N7	12.000000	0.000000

ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
28)	0.000000	-0.500000
20)	0.000000	-0.333333
15)	0.000000	-0.250000

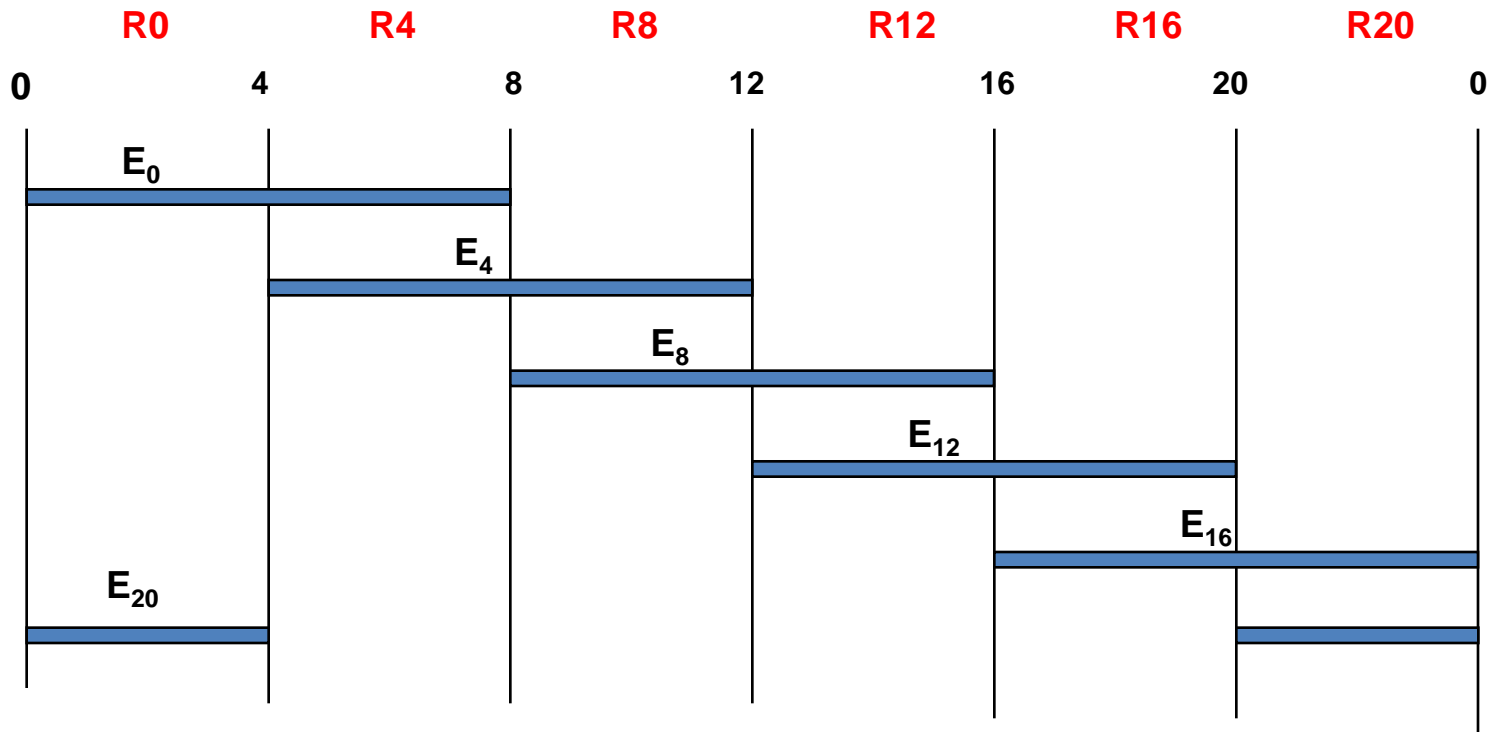
SCHEDULING

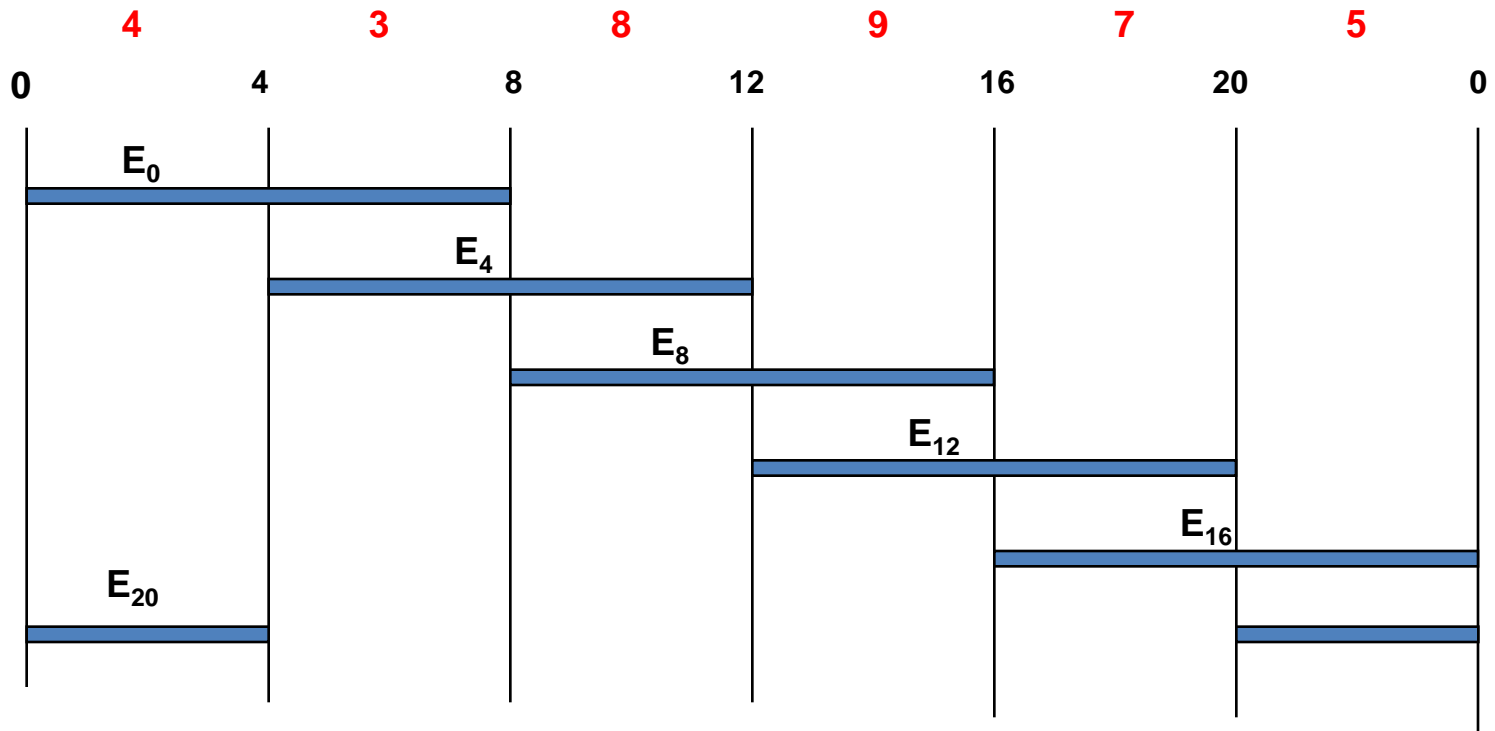
Se ha determinado el número de operadores requerido para el sector de Servicios de Atención al Cliente de una empresa:

Horario	Cantidad
0.00 – 4.00	4
4.00 – 8.00	3
8.00 -12.00	8
12.00 – 16.00	9
16.00 – 20.00	7
20.00 – 24.00	5

Cada operador trabaja 8 horas consecutivas y comienza un turno a las 0.00, 4.00, 8.00, 12.00, 16.00 20.00 hs.

Minimizar el número de operadores.





$$T0) \quad E_0 + E_{20} \geq 4$$

$$T4) \quad E_0 + E_4 \geq 3$$

$$T8) \quad E_4 + E_8 \geq 8$$

$$T12) \quad E_8 + E_{12} \geq$$

$$9$$

$$T16) \quad E_{12} + E_{16} \geq 7$$

$$T20) \quad E_{16} + E_{20} \geq 5$$

E_i enteras, NN

$$Z) \quad E_0 + E_4 + E_8 + E_{12} + E_{16} + E_{20} \longrightarrow \text{MIN}$$

LP OPTIMUM FOUND AT STEP

2

OBJECTIVE FUNCTION VALUE

Z) 19.00000

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
E0	0.000000	11.000000
E4	5.000000	0.000000
E8	3.000000	0.000000
E12	6.000000	0.000000
E16	1.000000	0.000000
E20	4.000000	0.000000

ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
T0)	0.000000	-1.000000
T4)	2.000000	0.000000
T8)	0.000000	-1.000000
T12)	0.000000	0.000000
T16)	0.000000	-1.000000
T20)	0.000000	0.000000

NO. ITERATIONS=

2

DUAL Se quiere maximizar la cantidad de operarios que no se van a asignar a este centro de atención.

$y_i = 1$ (no se asigna ninguna persona en el turno i)

$$\text{T0)} \quad y_0 + y_4 \leq 1$$

$$\text{T4)} \quad y_4 + y_8 \leq 1$$

$$\text{T8)} \quad y_8 + y_{12} \leq 1$$

$$\text{T12)} \quad y_{12} + y_{16} \leq 1$$

$$\text{T16)} \quad y_{16} + y_{20} \leq 1$$

$$\text{T20)} \quad y_{20} + y_0 \leq 1$$

$$\text{Z)} \quad 4 y_0 + 3 y_4 + 8 y_8 + 9 y_{12} + 7 y_{16} + 5 y_{20} \Rightarrow \text{MAX}$$

LP OPTIMUM FOUND AT STEP 6

OBJECTIVE FUNCTION VALUE

Z) 19.00000

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
Y0	1.000000	0.000000
Y4	0.000000	0.000000
Y8	1.000000	0.000000
Y12	0.000000	0.000000
Y16	1.000000	0.000000
Y20	0.000000	2.000000

ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
T0)	0.000000	0.000000
T4)	0.000000	3.000000
T8)	0.000000	5.000000
T12)	0.000000	4.000000
T16)	0.000000	3.000000
T20)	0.000000	4.000000

NO. ITERATIONS= 6

	PL	PE
FORMULACIÓN	SIMPLE	SIMPLE
RESOLUCIÓN	SIMPLE	COMPLEJA
ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD	SI	NO

	PL	PE
FORMULACIÓN	SIMPLE	SIMPLE
RESOLUCIÓN	SIMPLE	¿SE PUEDE ASUMIR CONTINUIDAD?
ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD	SI	¿LA SOLUCIÓN ÓPTIMA ES CONTINUA?

- VARIABLES CONTINUAS: 23
RESTRICCIONES: 26
DENSIDAD: 0,138
ORDEN MAGNITUD DE VARIABLES: < 10
16 ITERACIONES
- EL MISMO PROBLEMA PERO CON 6, DE LAS 23
VARIABLES, ENTERAS
3960 ITERACIONES

RESOLUCIÓN

MAX: $60 x_1 + 50 x_2$

Sujeto a: $2 x_1 + 4 x_2 \leq 80$

$$3 x_1 + 2 x_2 \leq 55$$

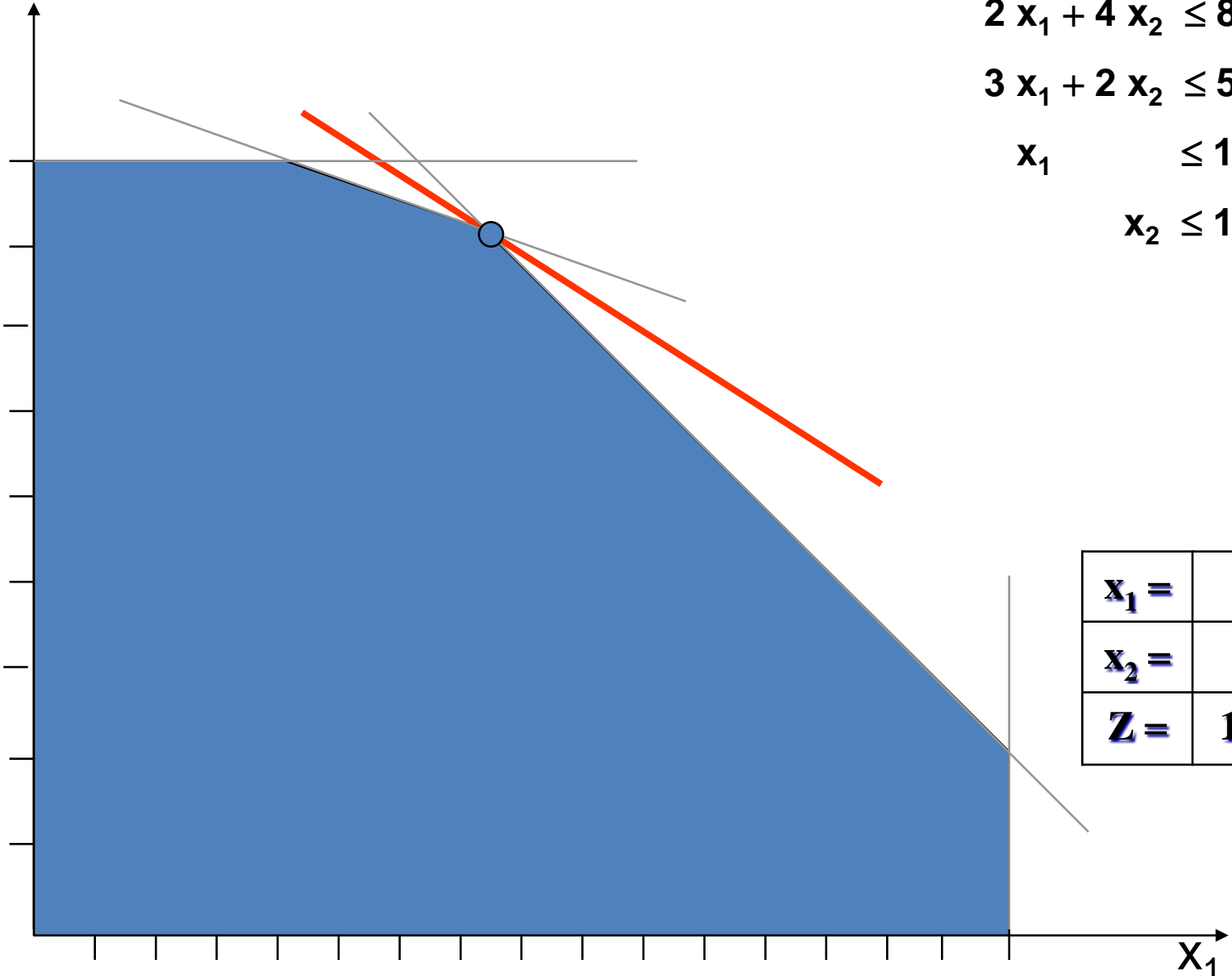
$$x_1 \leq 16$$

$$x_2 \leq 18$$

siendo: x_1, x_2 enteras y NN

$x_1 =$	7.50
$x_2 =$	16.25
$Z =$	1262.5

x_2



MAX: $60 x_1 + 50 x_2$

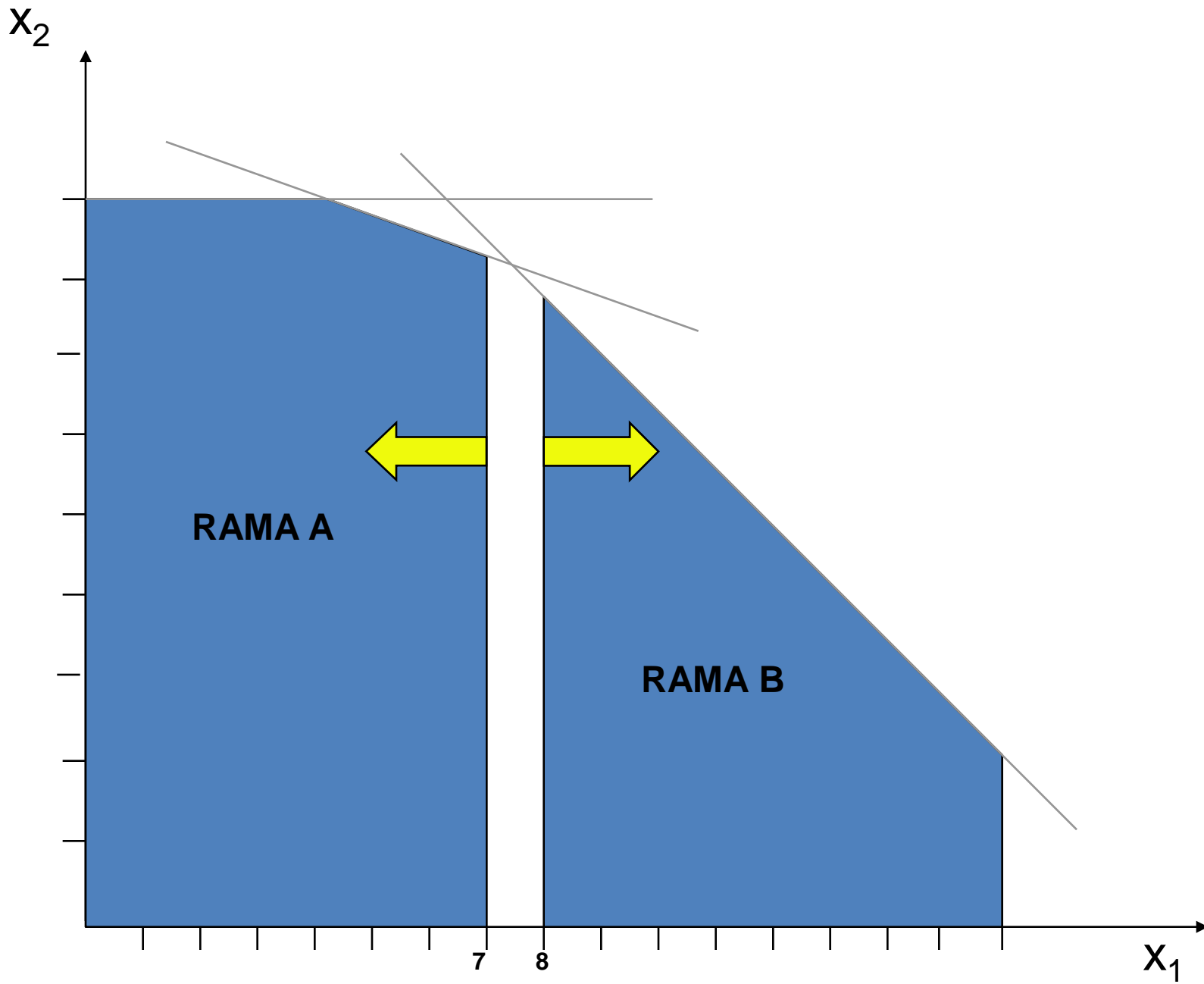
$2 x_1 + 4 x_2 \leq 80$

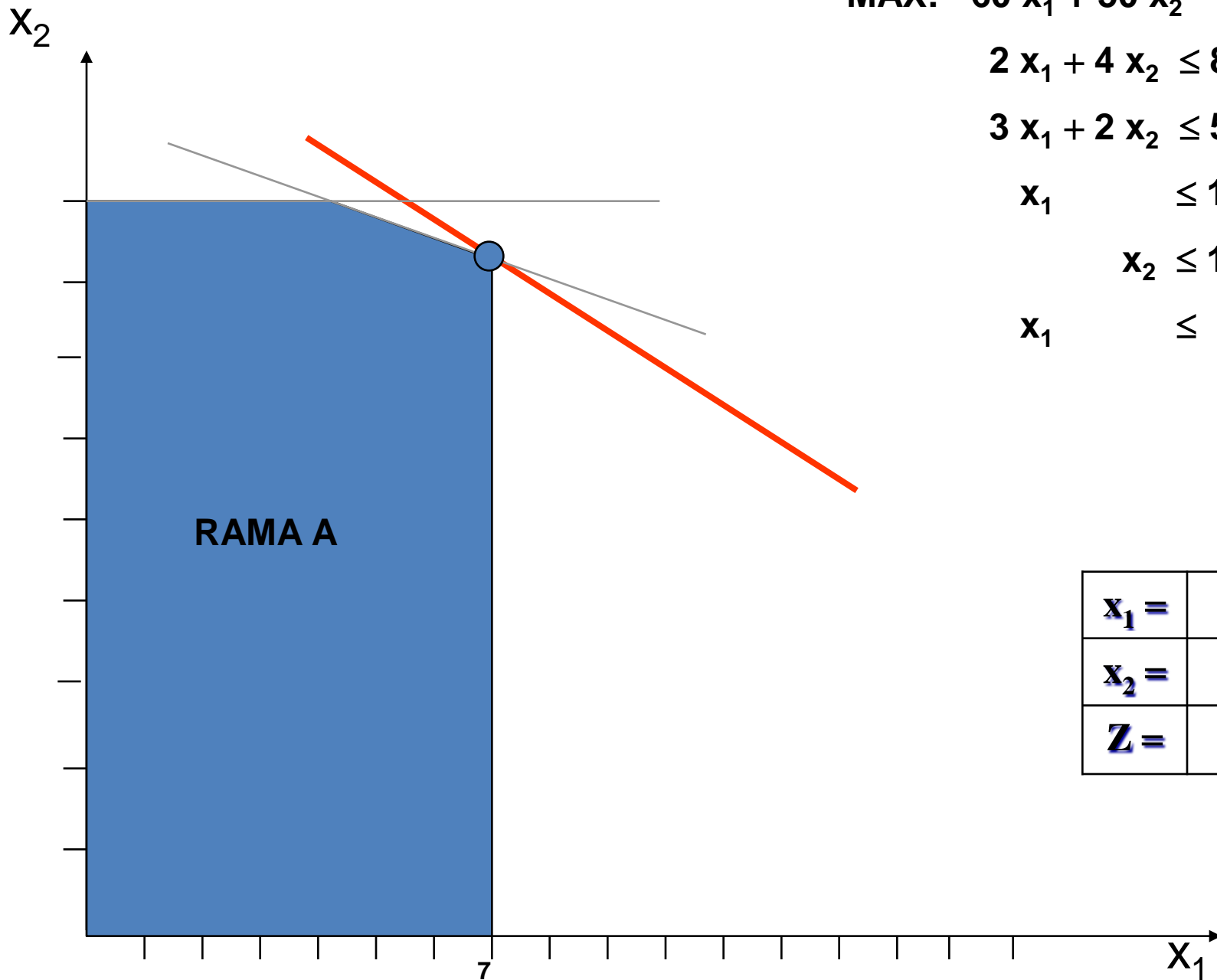
$3 x_1 + 2 x_2 \leq 55$

$x_1 \leq 16$

$x_2 \leq 18$

$x_1 =$	7.50
$x_2 =$	16.25
$Z =$	1262.5





MAX: $60 x_1 + 50 x_2$
 $2 x_1 + 4 x_2 \leq 80$
 $3 x_1 + 2 x_2 \leq 55$
 $x_1 \leq 16$
 $x_2 \leq 18$
 $x_1 \leq 7$

$x_1 =$	7
$x_2 =$	16.5
$Z =$	1245

x_2

MAX: $60 x_1 + 50 x_2$

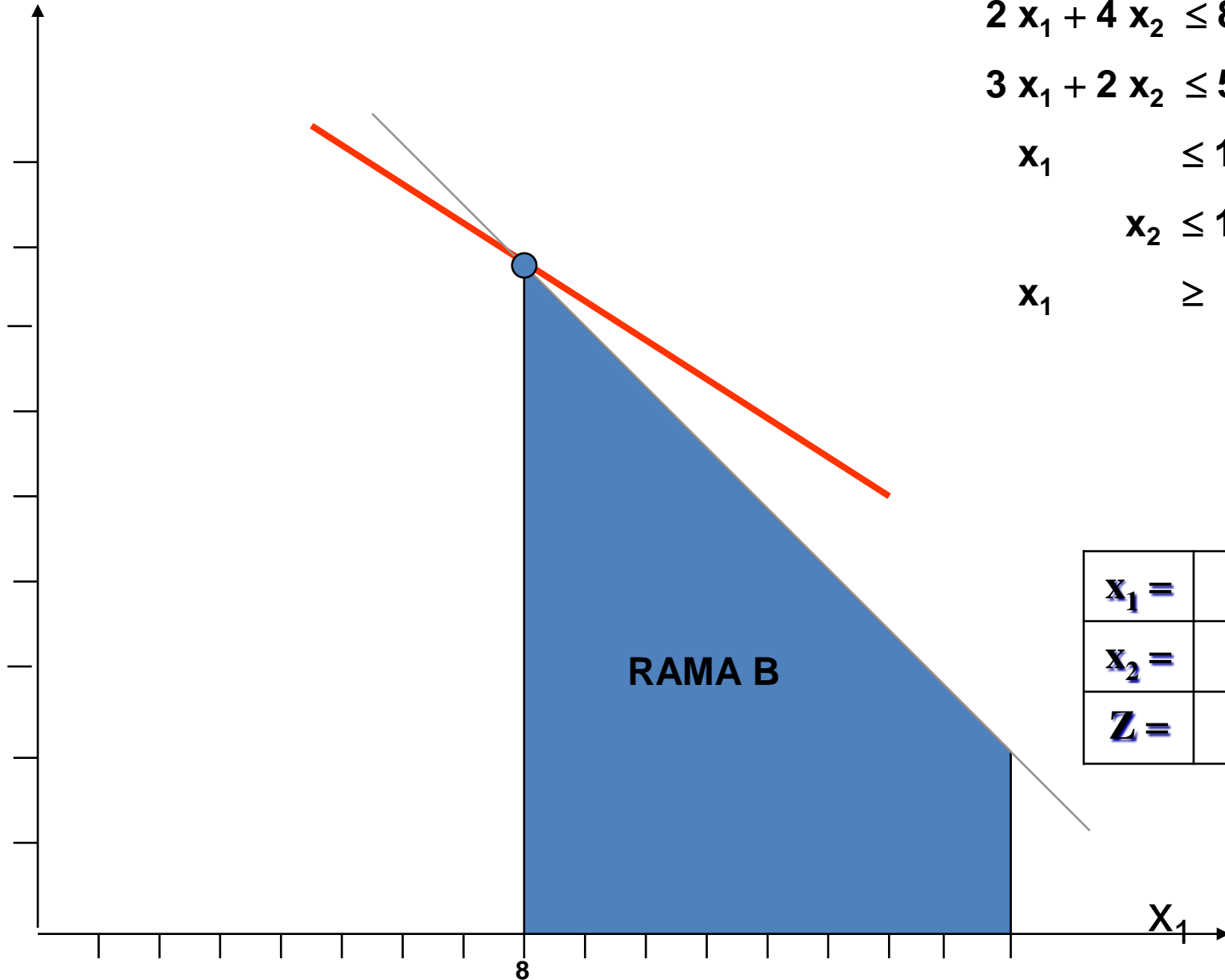
$2 x_1 + 4 x_2 \leq 80$

$3 x_1 + 2 x_2 \leq 55$

$x_1 \leq 16$

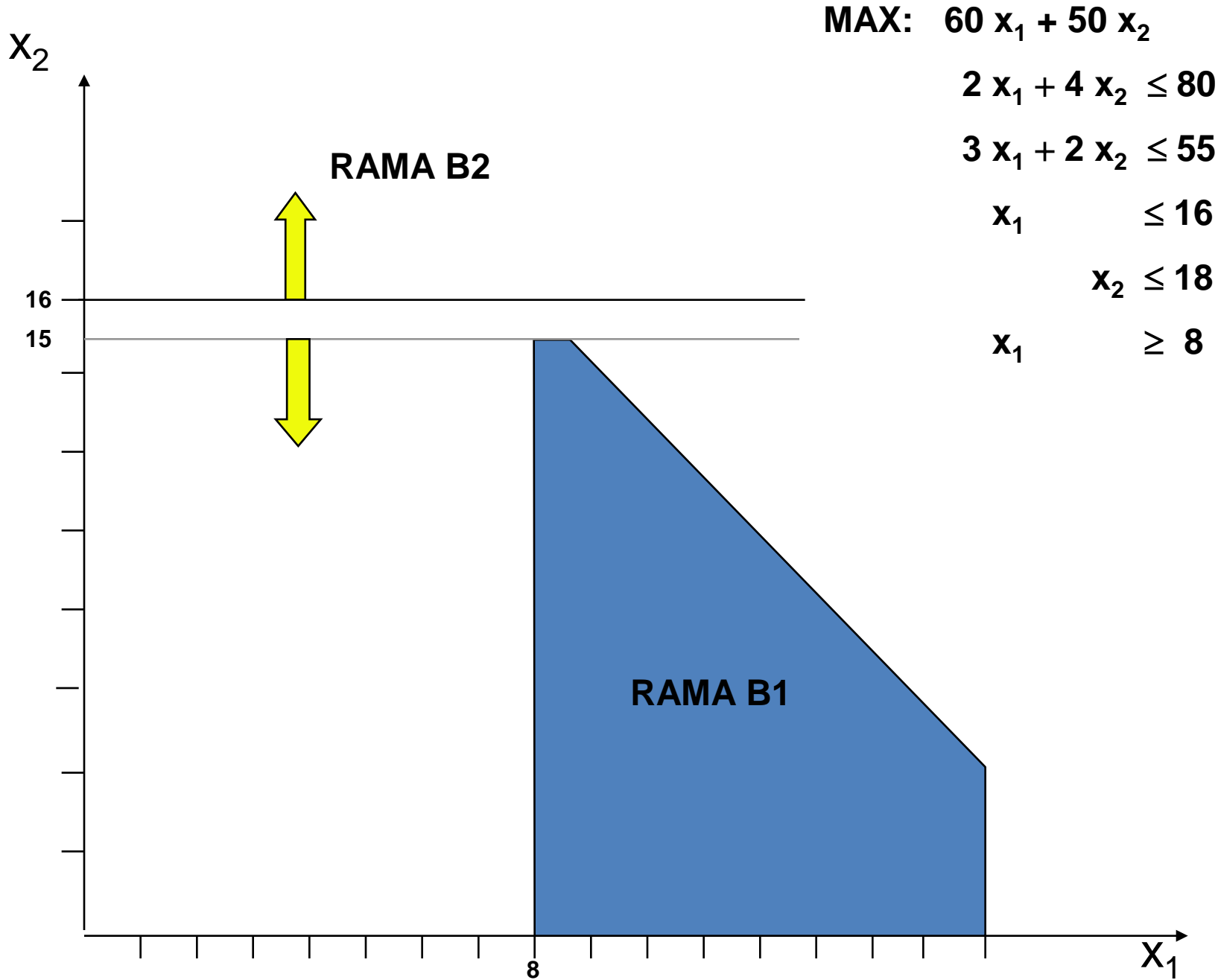
$x_2 \leq 18$

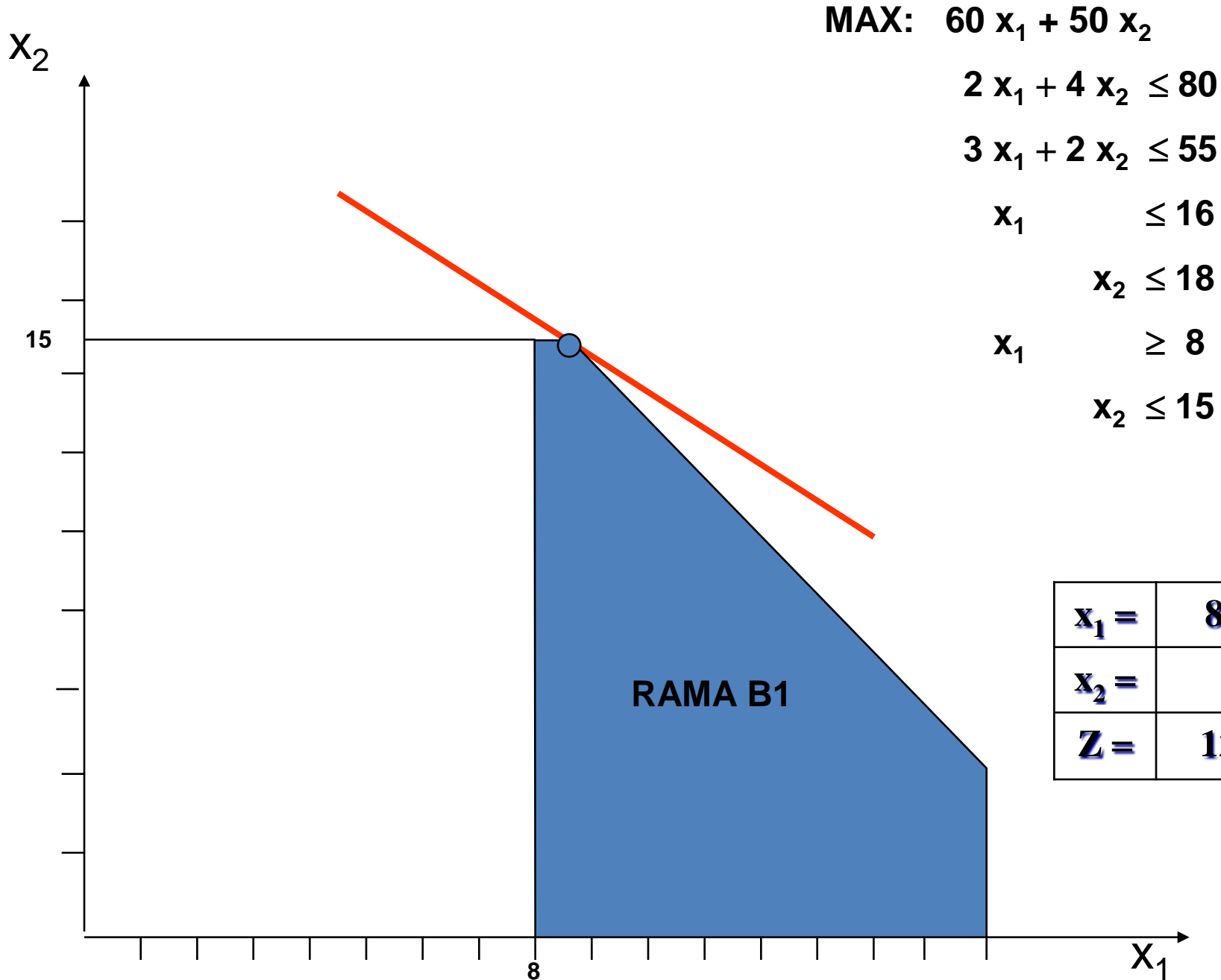
$x_1 \geq 8$

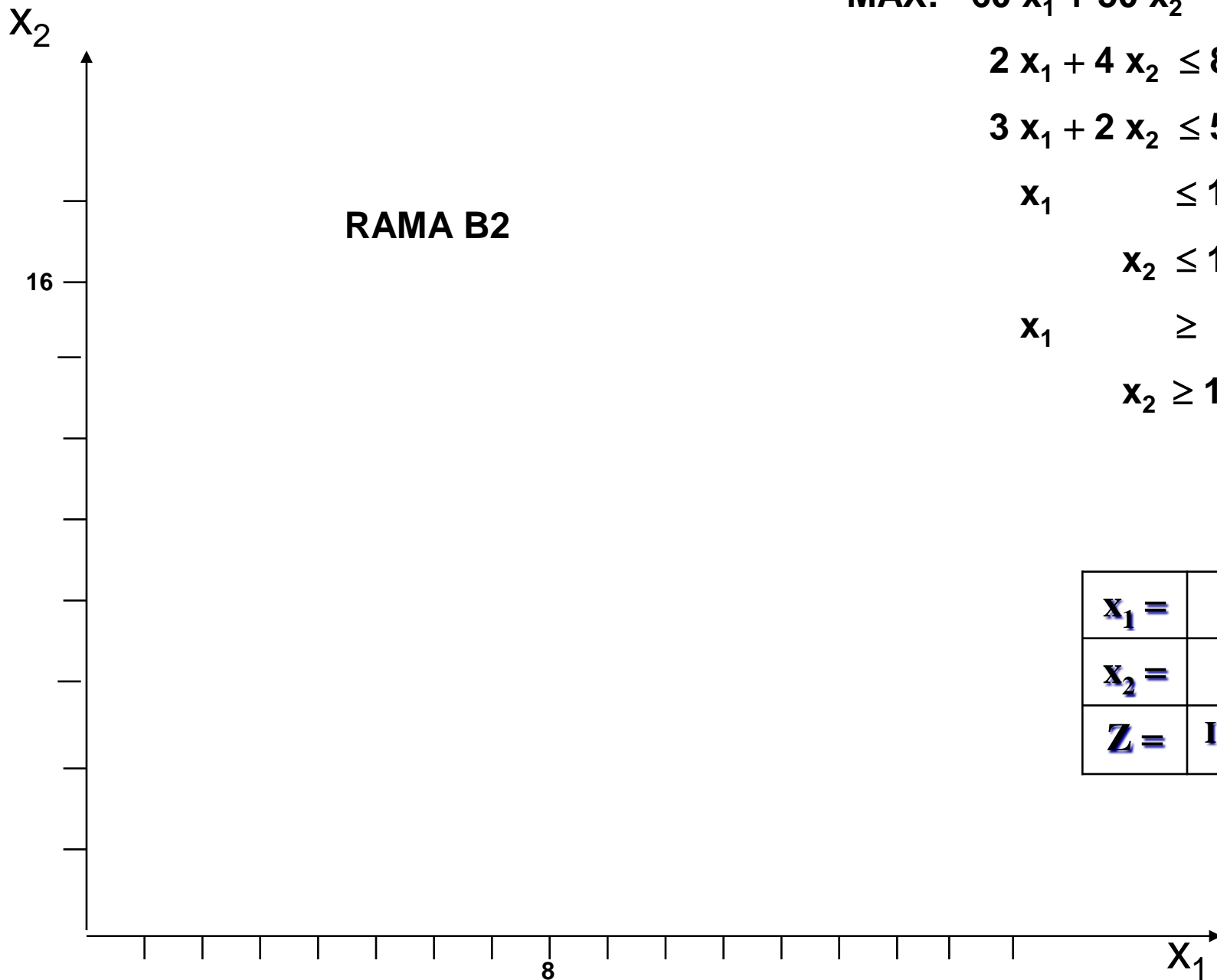


RAMA B

$x_1 =$	8
$x_2 =$	15.5
$Z =$	1255







MAX: $60 x_1 + 50 x_2$

$2 x_1 + 4 x_2 \leq 80$

$3 x_1 + 2 x_2 \leq 55$

$x_1 \leq 16$

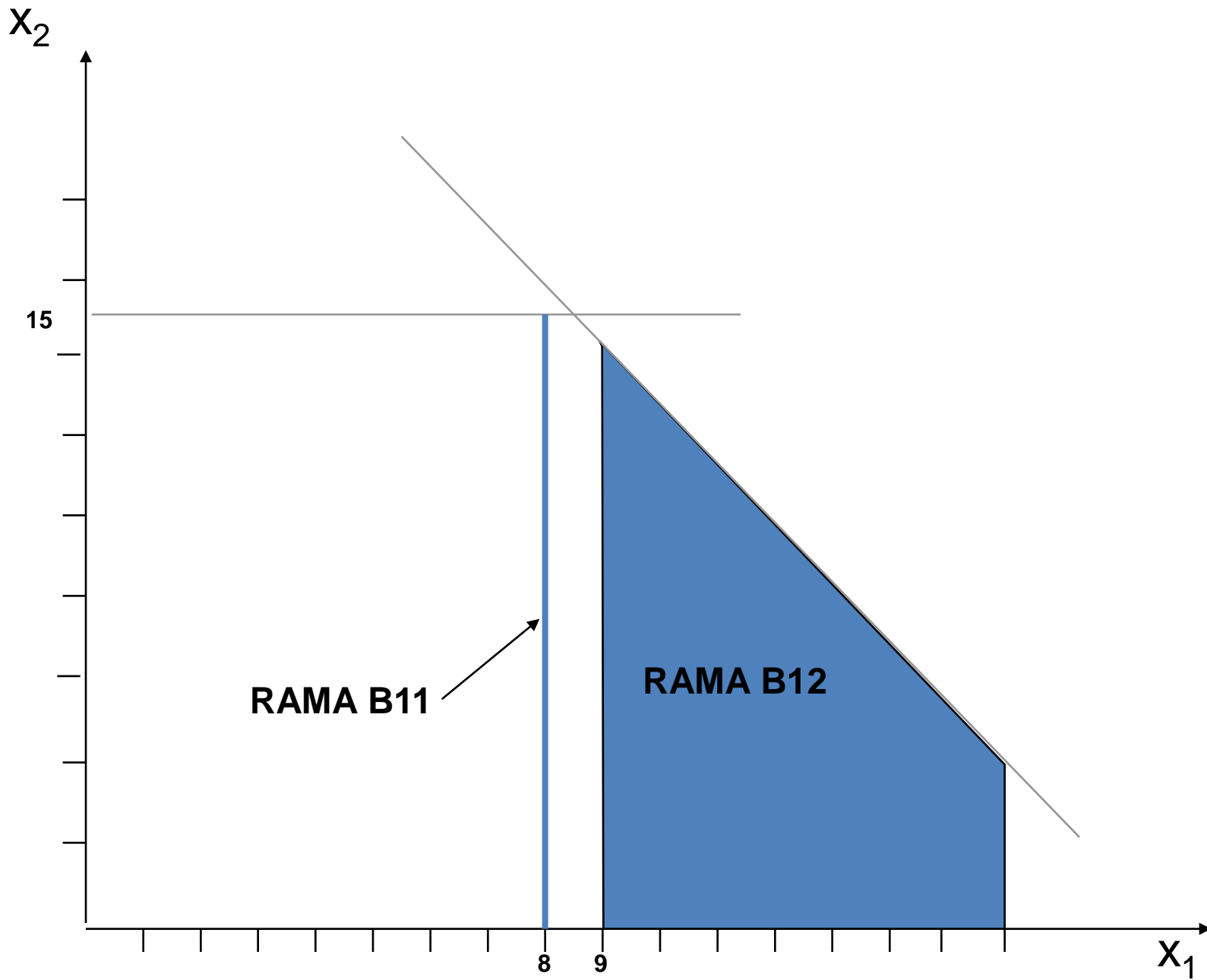
$x_2 \leq 18$

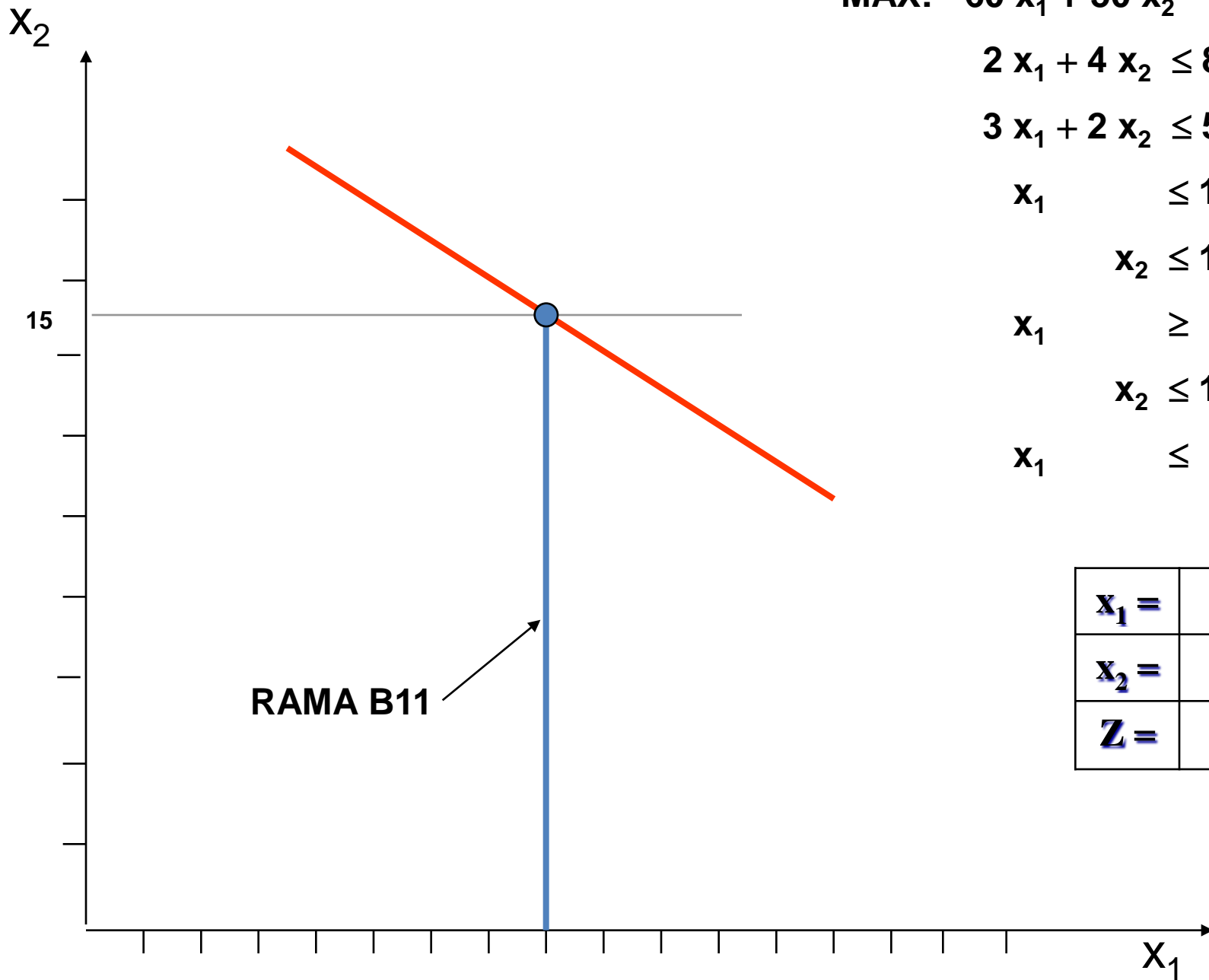
$x_1 \geq 8$

$x_2 \geq 16$

RAMA B2

$x_1 =$	---
$x_2 =$	---
$Z =$	INCOMP.





MAX: $60 x_1 + 50 x_2$

$2 x_1 + 4 x_2 \leq 80$

$3 x_1 + 2 x_2 \leq 55$

$x_1 \leq 16$

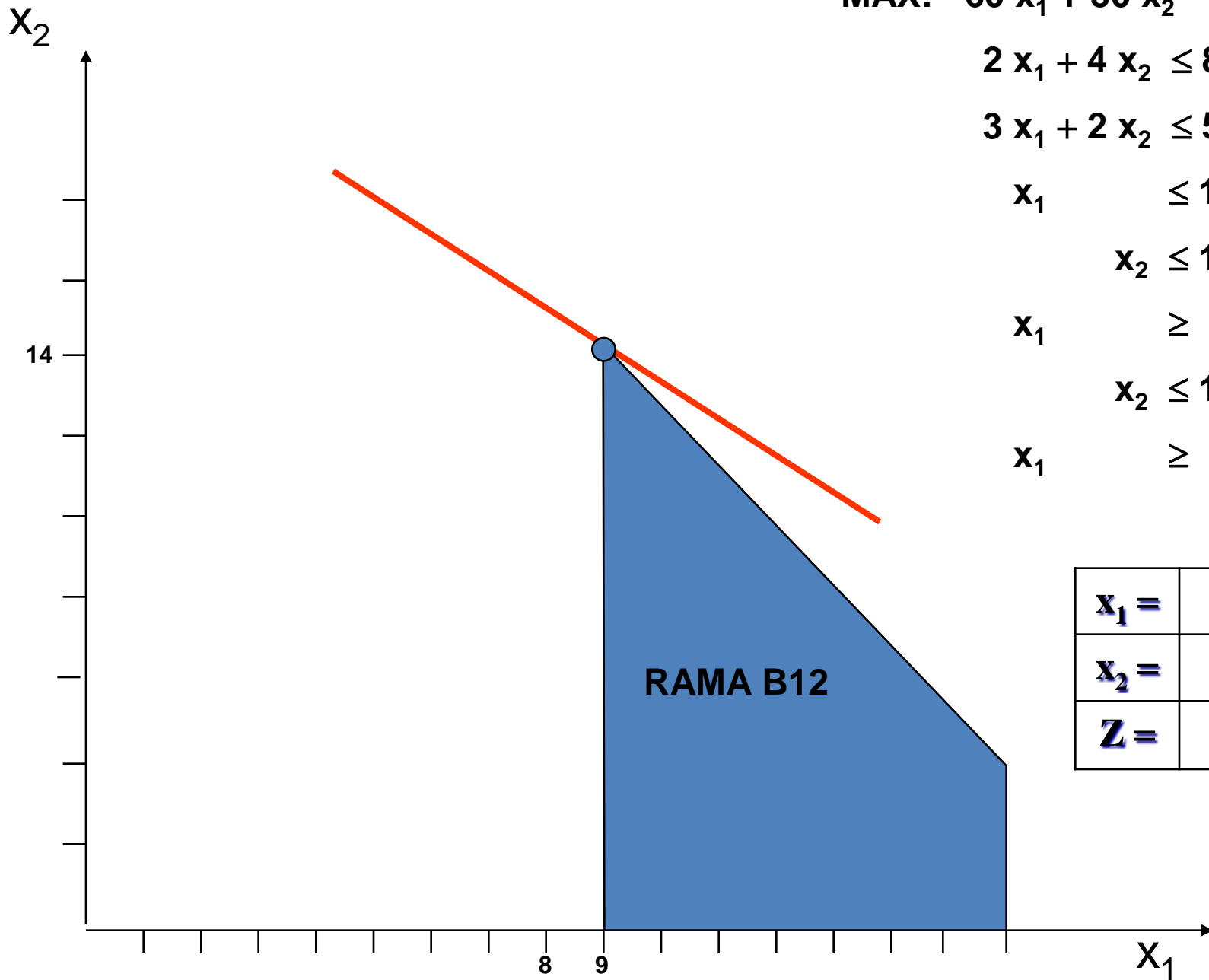
$x_2 \leq 18$

$x_1 \geq 8$

$x_2 \leq 15$

$x_1 \leq 8$

$x_1 =$	8
$x_2 =$	15
$Z =$	1230



MAX: $60 x_1 + 50 x_2$

$2 x_1 + 4 x_2 \leq 80$

$3 x_1 + 2 x_2 \leq 55$

$x_1 \leq 16$

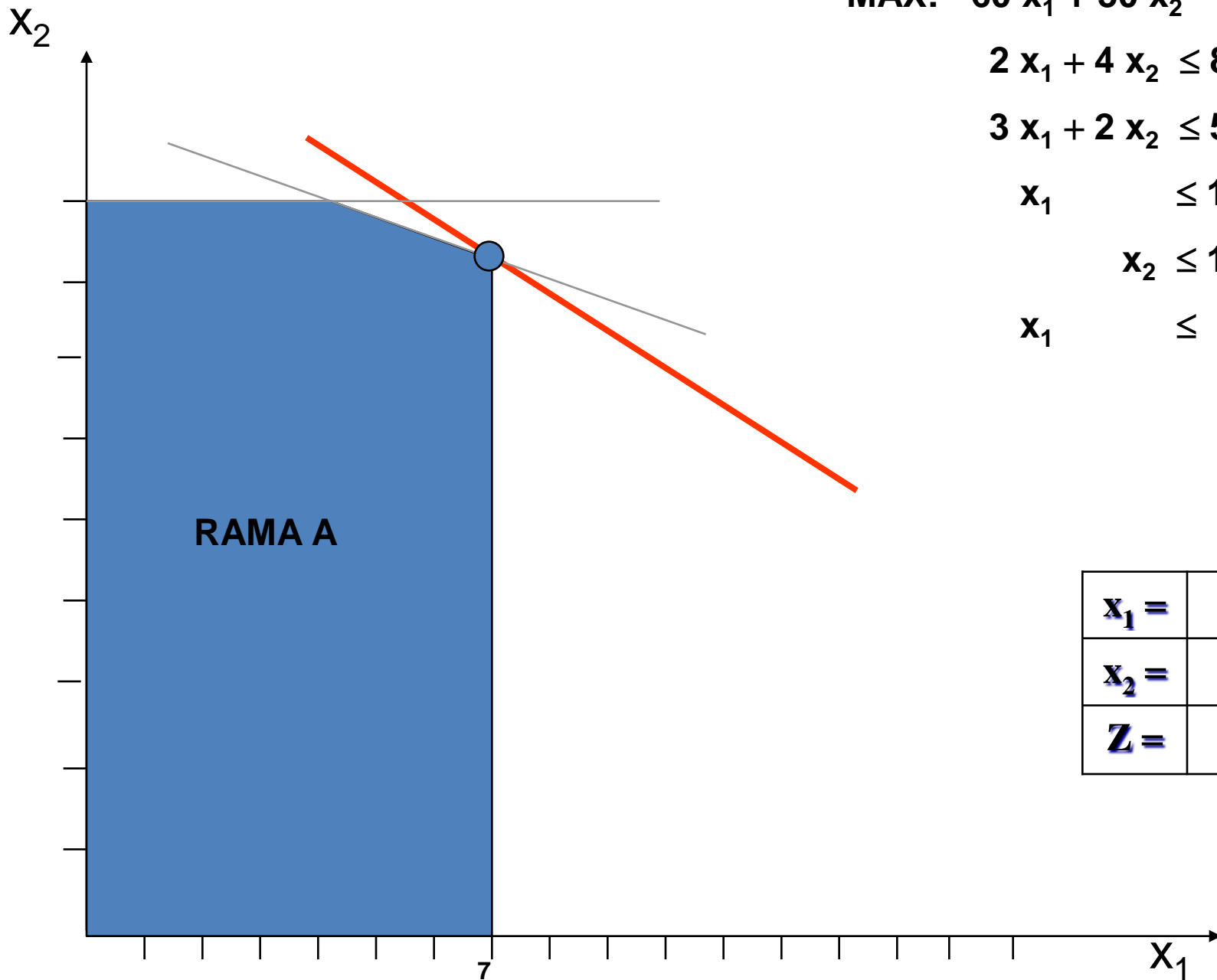
$x_2 \leq 18$

$x_1 \geq 8$

$x_2 \leq 15$

$x_1 \geq 9$

$x_1 =$	9
$x_2 =$	14
$Z =$	1240



MAX: $60 x_1 + 50 x_2$

$2 x_1 + 4 x_2 \leq 80$

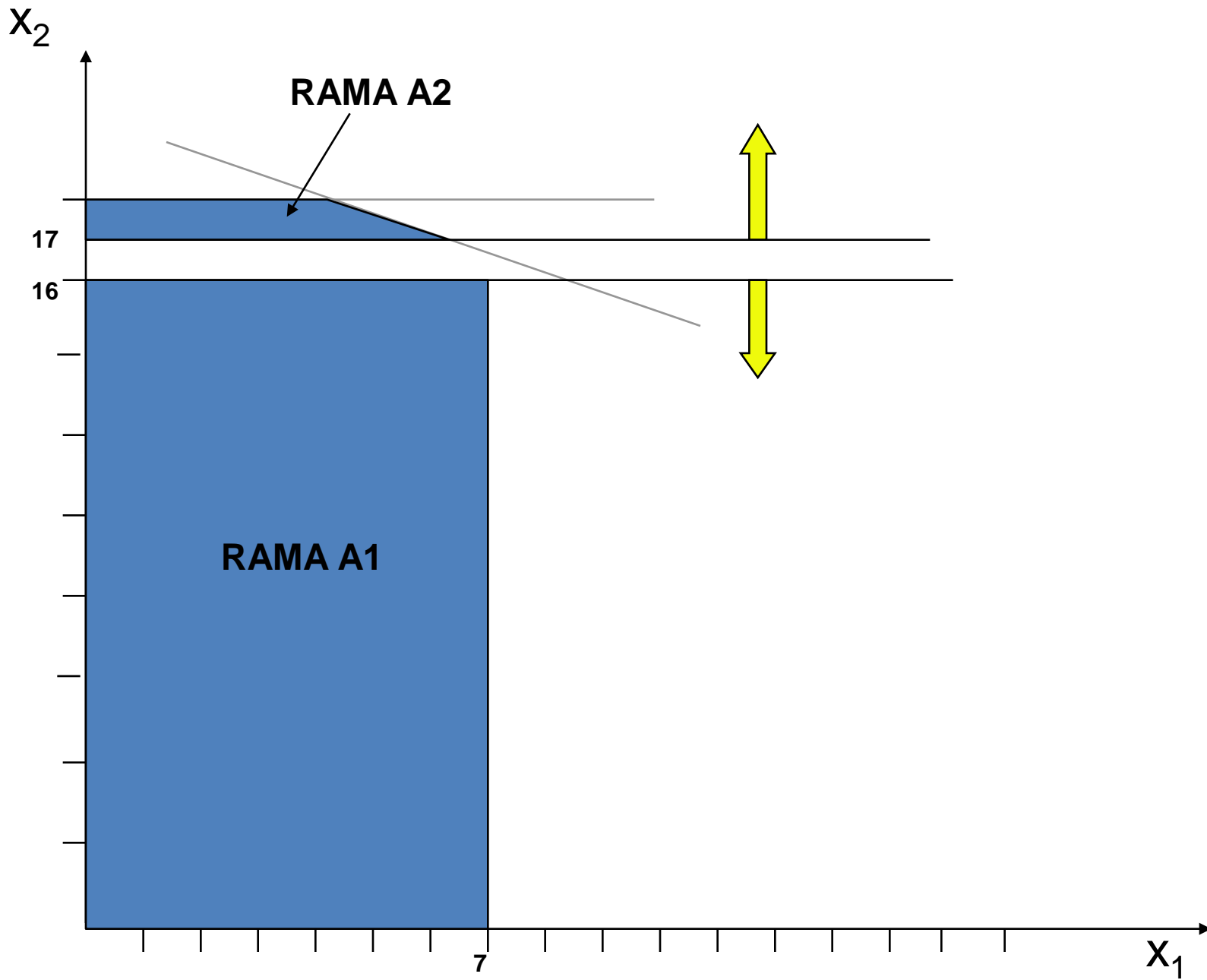
$3 x_1 + 2 x_2 \leq 55$

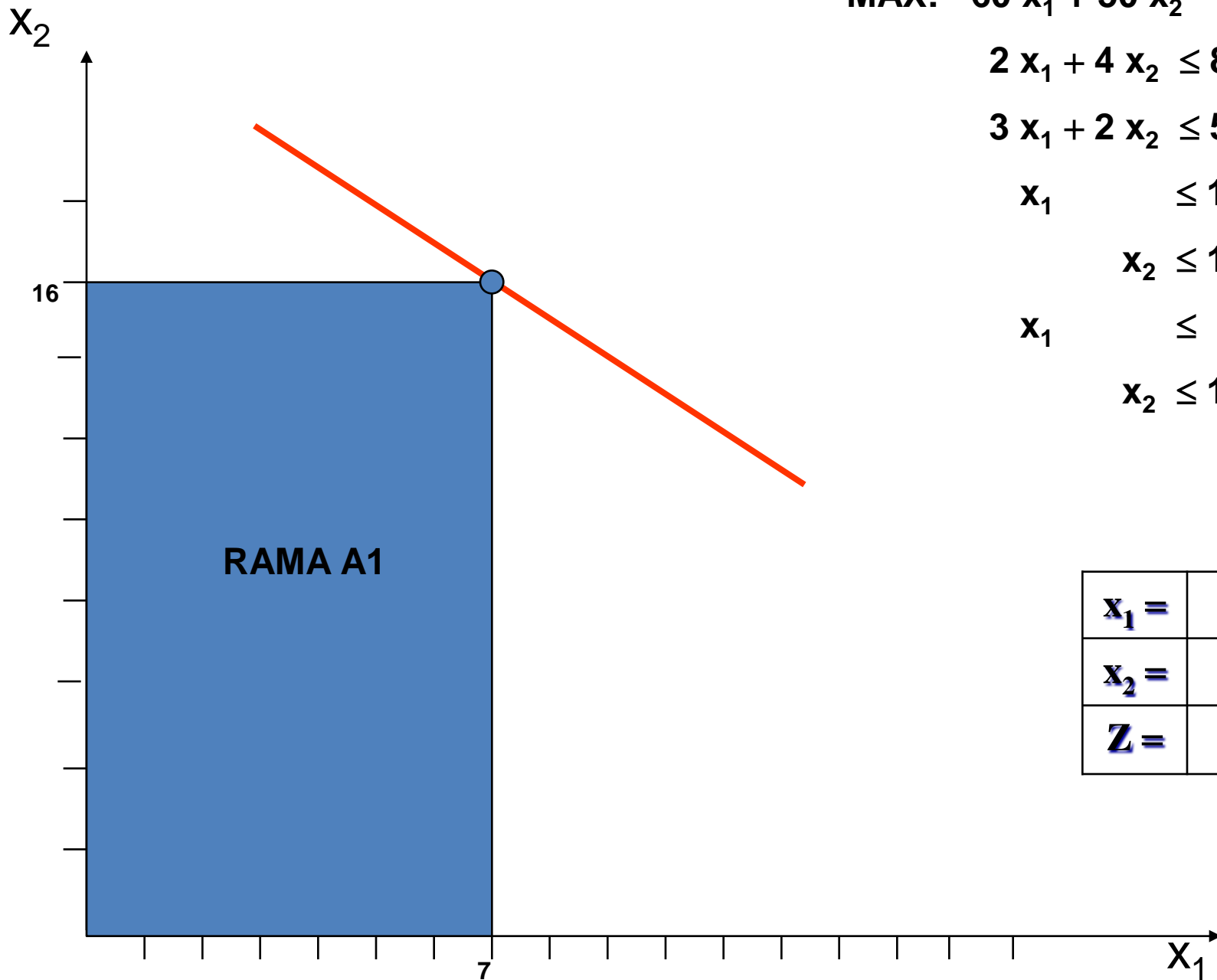
$x_1 \leq 16$

$x_2 \leq 18$

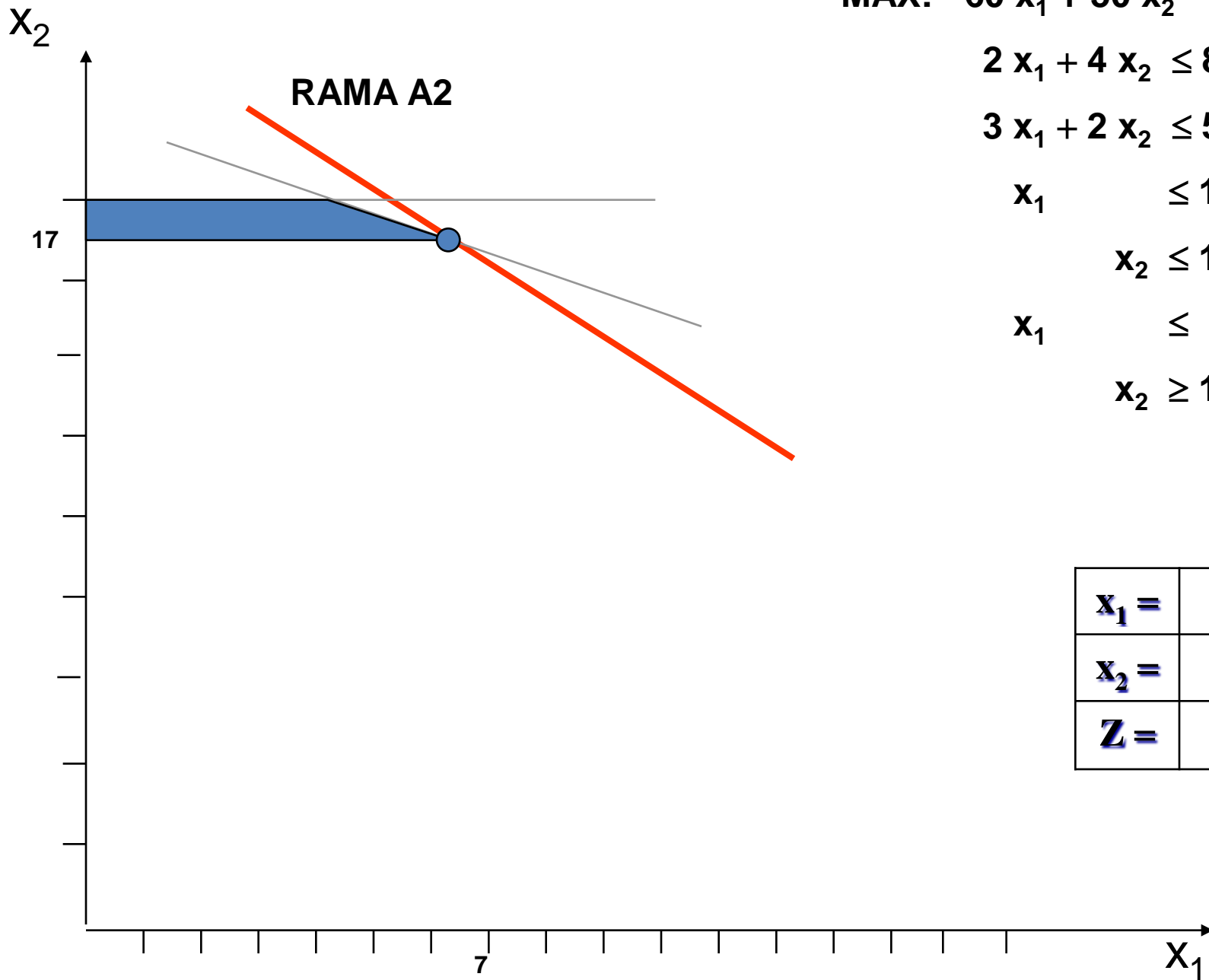
$x_1 \leq 7$

$x_1 =$	7
$x_2 =$	16.5
$Z =$	1245





$x_1 =$	7
$x_2 =$	16
$Z =$	1220



MAX: $60 x_1 + 50 x_2$

$2 x_1 + 4 x_2 \leq 80$

$3 x_1 + 2 x_2 \leq 55$

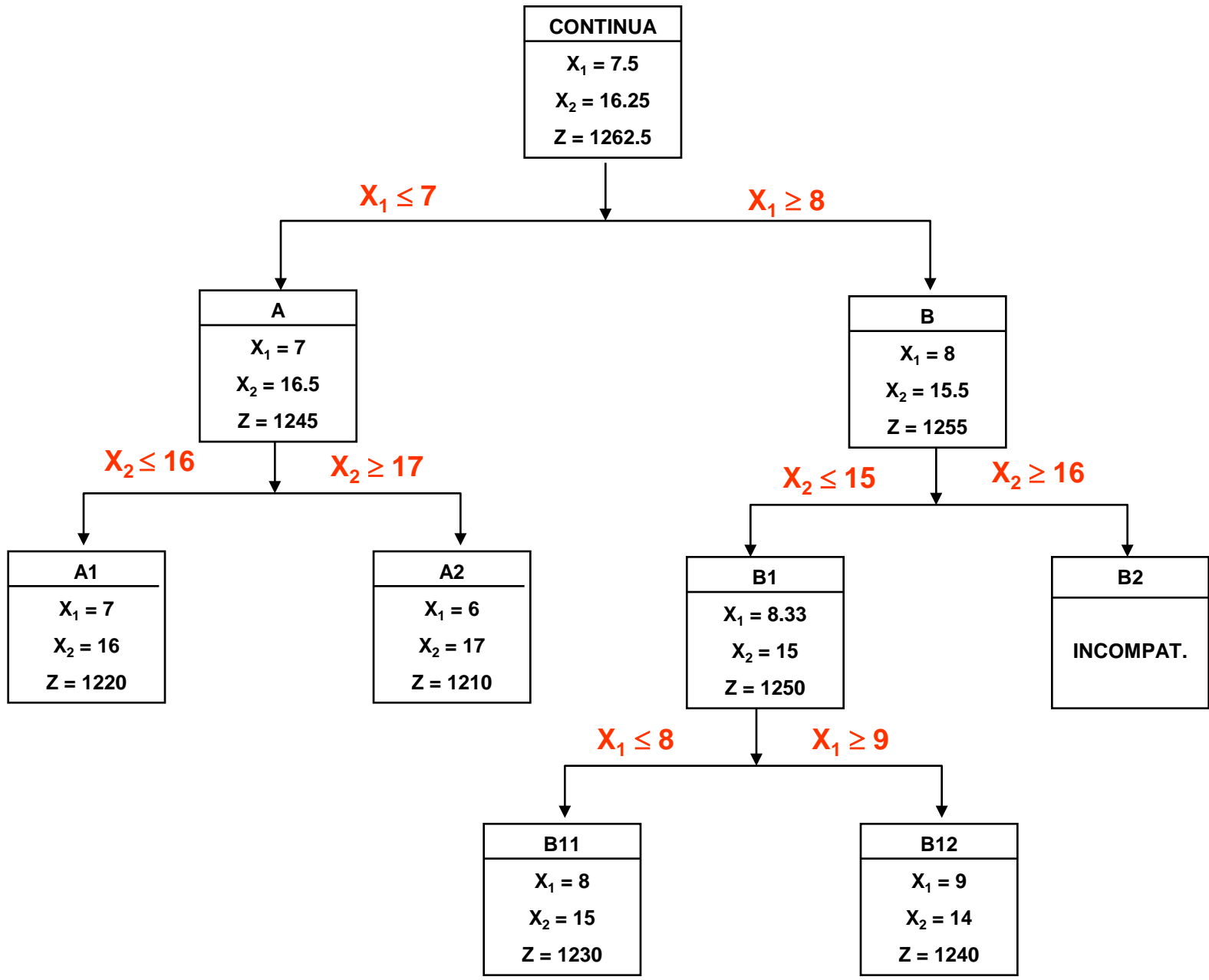
$x_1 \leq 16$

$x_2 \leq 18$

$x_1 \leq 7$

$x_2 \geq 17$

$x_1 =$	6
$x_2 =$	17
$Z =$	1210



RESOLUCIÓN POR COMPUTADORA

SISTEMA LINDO

MAX 60 X1 + 50 X2

ST

2 X1 + 4 X2 < 80

3 X1 + 2 X2 < 55

X1 < 16

X2 < 18

END

GIN 2

LP OPTIMUM FOUND AT STEP 3
OBJECTIVE VALUE = 1262.50000

SET X1 TO \geq 8 AT 1, BND= 1255.
TWIN= 1245. 13
SET X2 TO \leq 15 AT 2, BND= 1250.
TWIN=-0.1000E+31 15
SET X1 TO \geq 9 AT 3, BND= 1240.
TWIN= 1230. 17

NEW INTEGER SOLUTION OF 1240.00000 AT
BRANCH 3 PIVOT 17
BOUND ON OPTIMUM: 1245.000
DELETE X1 AT LEVEL 3
DELETE X2 AT LEVEL 2
DELETE X1 AT LEVEL 1
ENUMERATION COMPLETE. BRANCHES= 3
PIVOTS= 17

LAST INTEGER SOLUTION IS THE BEST FOUND
RE-INSTALLING BEST SOLUTION...

OBJECTIVE FUNCTION VALUE

1) 1240.000

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X1	9.000000	-60.000000
X2	14.000000	-50.000000

ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	6.000000	0.000000
3)	0.000000	0.000000
4)	7.000000	0.000000
5)	4.000000	0.000000

NO. ITERATIONS= 17
BRANCHES= 3 DETERM.= 1.000E 0

VALOR DE FUNCIONAL

1) 1240.000

VARIABLE	VALOR	COSTO DE OP.
X1	9.000000	0.000000
X2	14.000000	0.000000

RESTR.	SLACK	VALOR MARGINAL
2)	6.000000	0.000000
3)	0.000000	40.00000
4)	7.000000	0.000000
5)	4.000000	0.000000

MAX 60 X1 + 50 X2

ST

$$2 X1 + 4 X2 < \cancel{80} \quad \mathbf{82}$$

$$3 X1 + 2 X2 < 55$$

$$X1 < 16$$

$$X2 < 18$$

END

GIN 2

OBJECTIVE FUNCTION VALUE

1) 1270.000

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X1	7.000000	-60.000000
X2	17.000000	-50.000000

ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL
	PRICES	
2)	0.000000	0.000000
3)	0.000000	0.000000
4)	9.000000	0.000000
5)	1.000000	0.000000

NO. ITERATIONS= 4

PROGRAMACIÓN BINARIA

Variables Binarias

$$I_i$$

Se pueden utilizar para:

Activar o desactivar actividades

Activar o desactivar restricciones

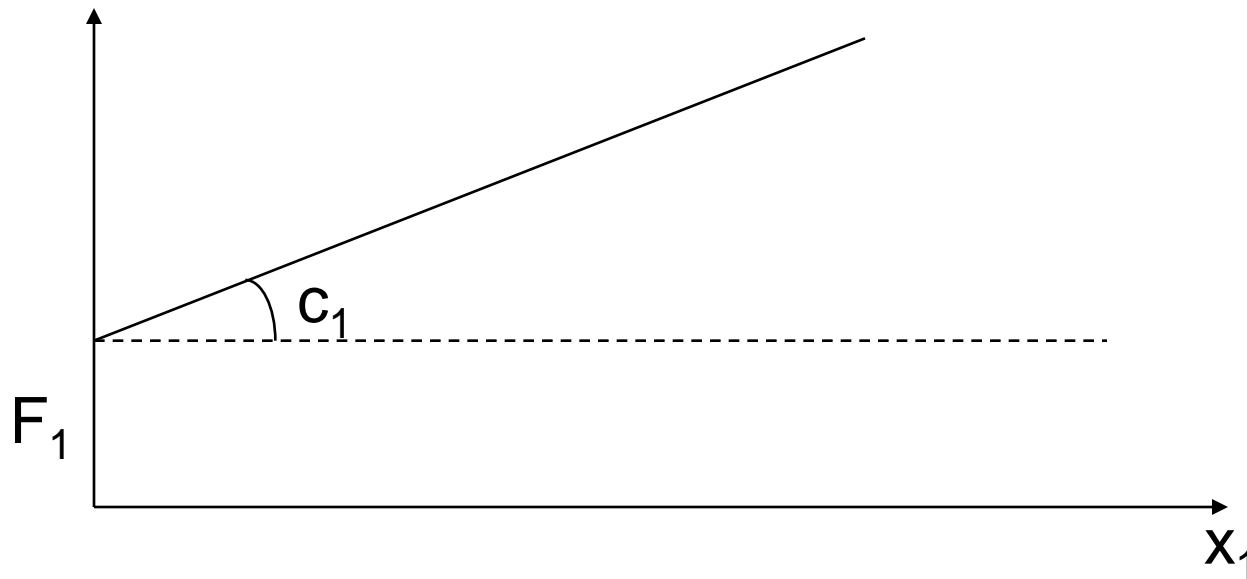
Activación de una variable continua

$$\mathbf{x_1 - M \cdot I_1 \leq 0}$$

$$\mathbf{- x_1 + I_1 \leq 0,99}$$

COSTO FIJO

- Si se elabora un producto x_1 , se incurre en costo variable de 10 \$ /u y costo fijo \$5000. Se sabe que el valor máximo de x_1 es 1000

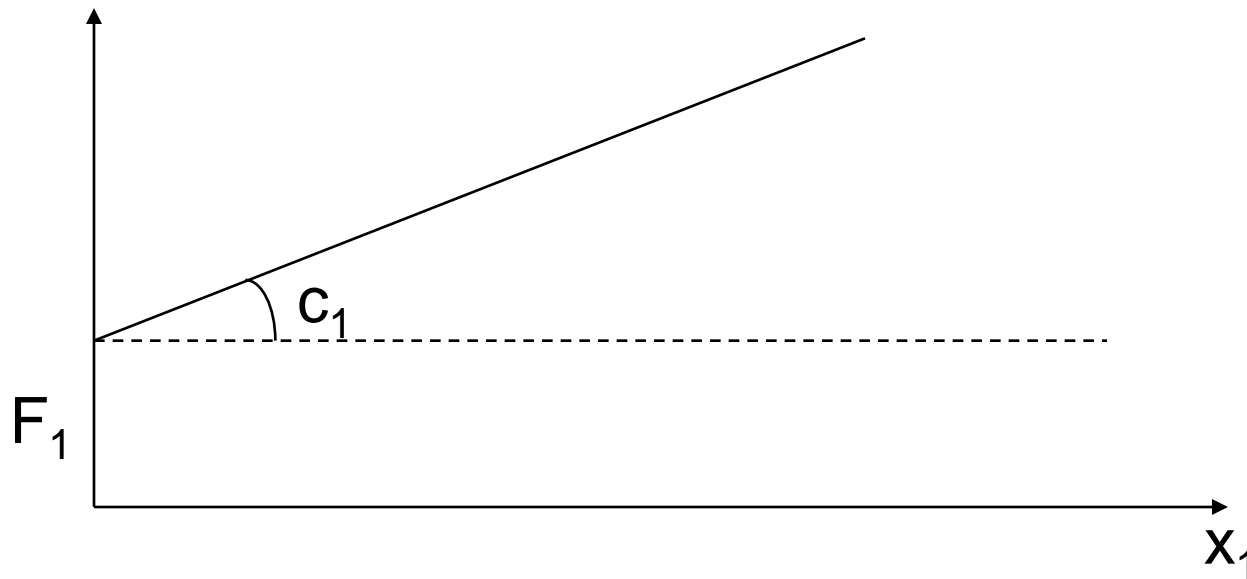


~~$x_F = 5000$~~

~~$Z = \dots + 10 x_1 + 5000$~~ $\dots \Rightarrow \text{Min}$

COSTO FIJO

- Si se elabora un producto x_1 , se incurre en costo variable de 10 \$ /u y costo fijo \$5000. Se sabe que el valor máximo de x_1 es 1000



$$x_1 - 1000 I_1 \leq 0$$

$$Z = \dots + 10 x_1 + 5000 I_1 + \dots \Rightarrow \text{Min}$$

Lote mínimo

- Si se fabrica A, se deben producir más de 100 unidades:

$$x_A \geq 100$$


Lote mínimo

- Si se fabrica A, se deben producir más de 100 unidades:

$$x_A - M I_A \leq 0$$

$$x_A - 100 I_A \geq 0$$

Exclusión de alternativas

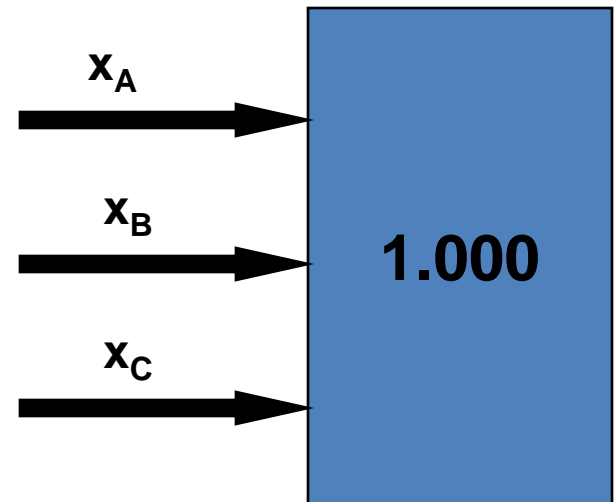
- En una torre de destilación con una capacidad de 1000 m^3 por día se puede procesar uno solo de los crudos A, B y C:

$$x_A - 1000 I_A \leq 0$$

$$x_B - 1000 I_B \leq 0$$

$$x_C - 1000 I_C \leq 0$$

$$I_A + I_B + I_C \leq 1$$



Exclusión de alternativas

- Se pueden procesar como máximo dos tipos de crudos

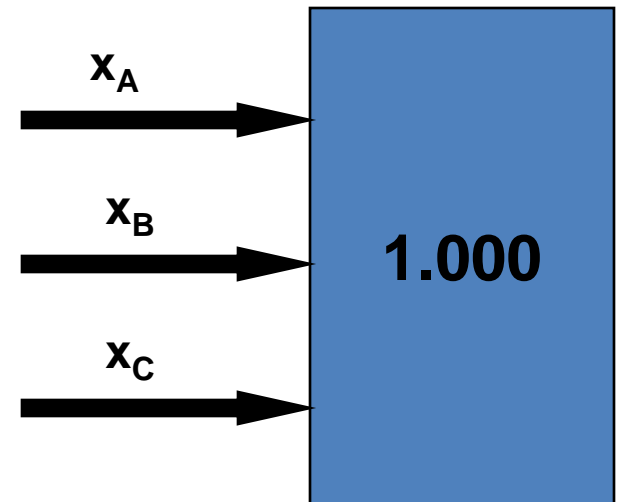
$$x_A - 1000 I_A \leq 0$$

$$x_B - 1000 I_B \leq 0$$

$$x_C - 1000 I_C \leq 0$$

$$x_A + x_B + x_C \leq 1000$$

$$I_A + I_B + I_C \leq 2$$



Inclusión de alternativas

- En el caso anterior: Se deben procesar como mínimo dos crudos

(como mínimo 200 m³ de cada uno)

$$x_A - 1000 I_A \leq 0$$

$$x_A - 200 I_A \geq 0$$

$$x_B - 1000 I_B \leq 0$$

$$x_B - 200 I_B \geq 0$$

$$x_C - 1000 I_C \leq 0$$

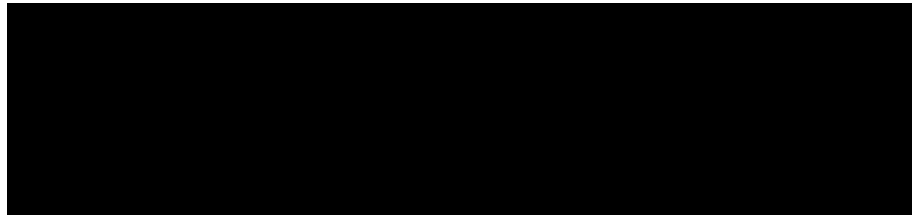
$$x_C - 200 I_C \geq 0$$

$$x_A + x_B + x_C \leq 1000$$

$$I_A + I_B + I_C \geq 2$$

Llamado a licitación: 5 obras, 7 empresas, no más de una obra por empresa

	P1	P2	P3	P4	P5
E1					
E2					
E3			C_{ij}		
E4					
E5					
E6					
E7					



$$P1) \quad l_{11} + l_{21} + l_{31} + l_{41} + l_{51} + l_{61} + l_{71} = 1$$

$$P2) \quad l_{12} + l_{22} + l_{32} + l_{42} + l_{52} + l_{62} + l_{72} = 1$$

$$P3) \quad l_{13} + l_{23} + l_{33} + l_{43} + l_{53} + l_{63} + l_{73} = 1$$

$$P4) \quad l_{14} + l_{24} + l_{31} + l_{44} + l_{54} + l_{64} + l_{74} = 1$$

$$P5) \quad l_{15} + l_{25} + l_{35} + l_{45} + l_{55} + l_{65} + l_{75} = 1$$

$$E1) \quad I_{11} + I_{12} + I_{13} + I_{14} + I_{15} - I_1 = 0$$

$$E2) \quad I_{21} + I_{22} + I_{23} + I_{24} + I_{25} - I_2 = 0$$

$$E3) \quad I_{31} + I_{32} + I_{33} + I_{34} + I_{35} - I_3 = 0$$

$$E4) \quad I_{41} + I_{42} + I_{43} + I_{44} + I_{45} - I_4 = 0$$

$$E5) \quad I_{51} + I_{52} + I_{53} + I_{54} + I_{55} - I_5 = 0$$

$$E6) \quad I_{61} + I_{62} + I_{63} + I_{64} + I_{65} - I_6 = 0$$

$$E7) \quad I_{71} + I_{72} + I_{73} + I_{74} + I_{75} - I_7 = 0$$

Si se le adjudica a la empresa “E1” un proyecto,
se le debe adjudicar también a la E2 un
proyecto”

$$I_2 - I_1 \geq 0$$

Si “E3” está adjudicada, “E5” también debe estar adjudicada, y viceversa:

$$I_3 - I_5 = 0$$

No se puede adjudicar a ambas empresas
“E1” y “E4”

$$I_1 + I_4 \leq 1$$

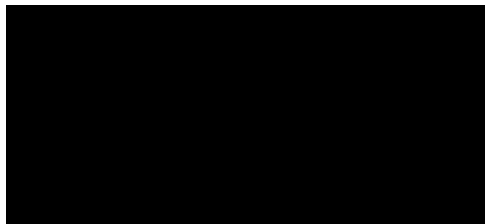
Si la E1 o la E2 o ambas están adjudicadas, se debe adjudicar por lo menos una de E3, E5 o E7

$$I_1 + I_2 - 2I \leq 0$$

$$I_3 + I_5 + I_7 - I \geq 0$$

Si la E1 y la E2 (ambas) están adjudicadas,
se debe adjudicar a E6

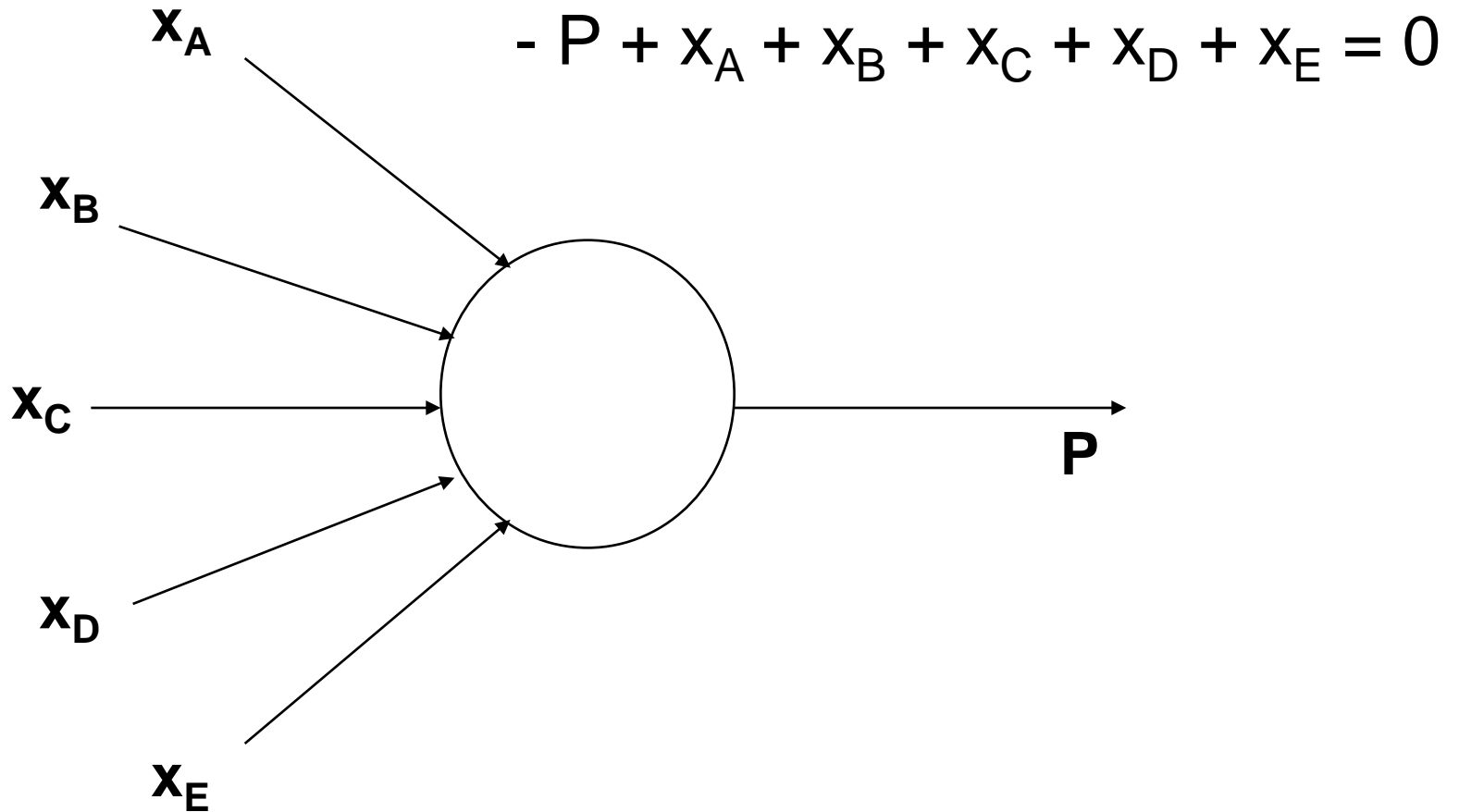
$$I_1 + I_2 - I \leq 1$$



$$I_6 - I \geq 0$$

I_1	I_2	$I \geq$	$I \leq$	I
0	0	0	0	0
1	0	0	1/2	0
0	1	0	1/2	0
1	1	1	1	1

Mezcla de productos



$$x_A - M I_A \leq 0$$

$$x_B - M I_B \leq 0$$

$$x_C - M I_C \leq 0$$

$$x_D - M I_D \leq 0$$

$$x_E - M I_E \leq 0$$

Si "A" está incluido en la mezcla, "B" debe también estar incluido

$$I_B - I_A \geq 0$$

$$x_A = 500$$

$$x_B = 0$$

$$I_A = 1$$

$$I_B = 1$$

$$x_B - M I_B \leq 0$$

Si “A” está incluido en la mezcla, “B” debe también estar incluido (en por lo menos 200 m³)

$$x_B - 200 I_A \geq 0$$

Si se agregan más de 40 m³ de “A” a la mezcla, entonces se incurre en un costo fijo de \$1000

$$x_A - x'_A \leq 40$$

$$x'_A - M I'_A \leq 0$$

$$Z = \dots + 1000 I'_A + \dots \Rightarrow \text{MIN}$$

Si se agregan menos de 40 m³ de "A", entonces se incurre en un costo fijo de \$500.

$$x_A - x'_A + x''_A = 40$$

$$\left\{ x_A + x''_A \geq 40 \right\}$$

$$x''_A - 40 I''_A \leq 0$$

$$Z = \dots + 500 I''_A + \dots \Rightarrow \text{MIN}$$

Si se agregan exactamente 40 m³ de "A",
entonces se incurre en un costo fijo de \$800

$$X_A - X'_A + X''_A = 40$$

$$C + 800 I'_A + 800 I''_A = 800$$

$$I'_A + I''_A \leq 1$$

$$Z = \dots + C + \dots \Rightarrow \text{MIN}$$

$$X_A = 39.9999$$

Si hay más de tres componentes incluidos, entonces se genera un costo fijo de \$ 1000

$$|I_A + I_B + I_C + I_D + I_E - 2| \leq 3$$

$$Z = \dots + 1000 I + \dots \Rightarrow \text{MIN}$$

Si hay menos de tres componentes incluidos, entonces se genera un costo fijo de \$ 1000

$$|I_A + I_B + I_C + I_D + I_E - 3| \leq 2$$

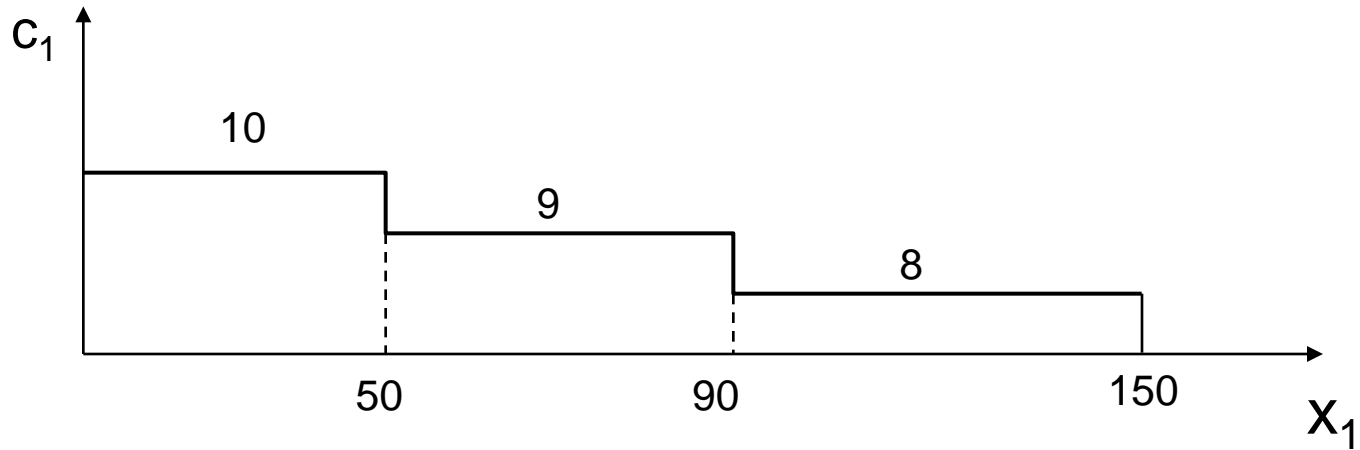
$I = 0 \Rightarrow$ hay menos de tres componentes

$$C + 1000 I = 1000$$

$$Z = \dots + C + \dots \Rightarrow \text{MIN}$$

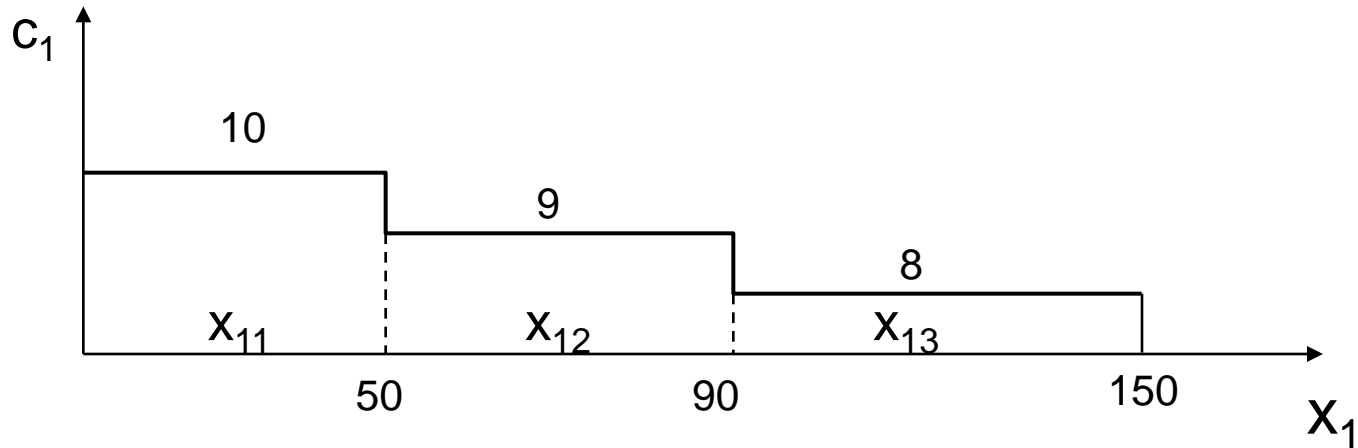
ASUMIENDO MÍNIMOS
INCLUIDOS DE
INCLUSIÓN PARA LA
MEZCLA

DESCUENTO POR CANTIDAD



$$Z = \dots + C_1 X_1 + \dots \Rightarrow \text{Min}$$

DESCUENTO POR CANTIDAD



$$-X_1 + X_{11} + X_{12} + X_{13} = 0$$

$$X_{13} - 90 I_3 \geq 0$$

$$X_{11} - 50 I_1 \leq 0$$

$$X_{13} - 150 I_3 \leq 0$$

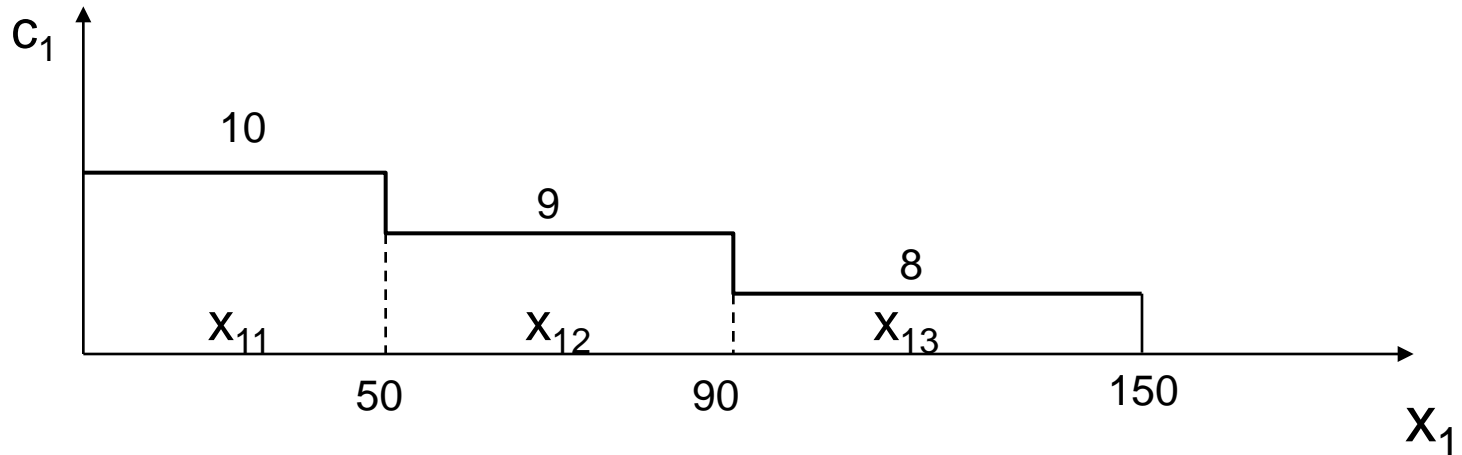
$$X_{12} - 50 I_2 \geq 0$$

$$I_1 + I_2 + I_3 \leq 1$$

$$X_{12} - 90 I_2 \leq 0$$

$$Z = \dots + 10 X_{11} + 9 X_{12} + 8 X_{13} + \dots \Rightarrow \text{Min}$$

DESCUENTO INCREMENTAL POR CANTIDAD



$$-x_1 + x_{11} + x_{12} + x_{13} = 0$$

$$x_{11} - 50 I_1 \leq 0$$

$$x_{12} - 40 I_3 \geq 0$$

$$x_{11} - 50 I_2 \geq 0$$

$$x_{13} - 60 I_3 \leq 0$$

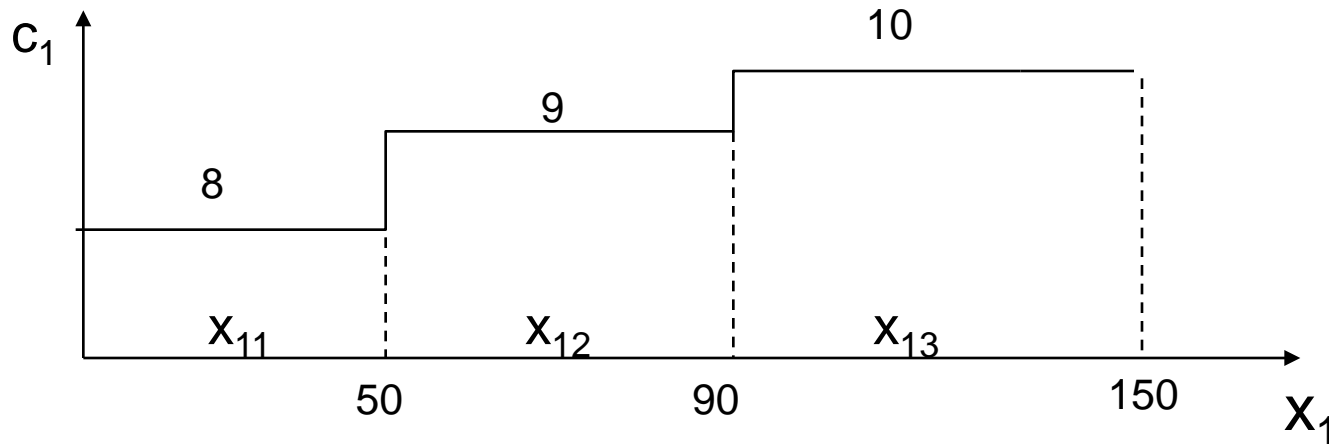
$$x_{12} - 40 I_2 \leq 0$$

$$I_2 - I_3 \geq 0$$

$$I_1 - I_2 \geq 0$$

$$Z = \dots + 10 x_{11} + 9 x_{12} + 8 x_{13} + \dots \Rightarrow \text{Min}$$

AUMENTO INCREMENTAL DE COSTO POR CANTIDAD



$$-x_1 + x_{11} + x_{12} + x_{13} = 0$$

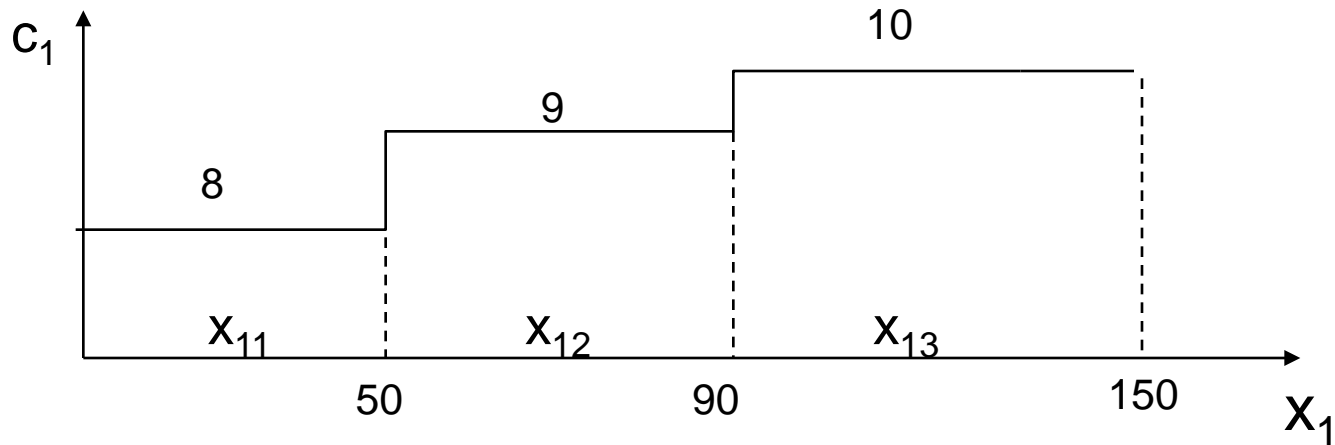
$$x_{11} \leq 50$$

$$x_{12} \leq 40$$

$$x_{13} \leq 60$$

$$Z = \dots + 8x_{11} + 9x_{12} + 10x_{13} + \dots \Rightarrow \text{Min}$$

AUMENTO DE COSTO POR CANTIDAD



$$-X_1 + X_{11} + X_{12} + X_{13} = 0$$

$$X_{11} - 50 I_1 \leq 0$$

$$X_{12} - 90 I_2 \leq 0$$

$$X_{13} - 150 I_3 \leq 0$$

$$I_1 + I_2 + I_3 = 1$$

$$Z = \dots + 8 X_{11} + 9 X_{12} + 10 X_{13} + \dots \Rightarrow \text{Min}$$

ACTIVACIÓN DE UNA RESTRICCIÓN

- Si “A” se produce, entonces hay que agregar la siguiente restricción

$$9 x_3 + 12 x_4 \leq 200:$$

$$9 x_3 + 12 x_4 + M I_A \leq M + 200$$

ACTIVACIÓN DE UNA RESTRICCIÓN

- Si “A” se produce, entonces hay que agregar la siguiente restricción

$$9 x_3 + 12 x_4 \leq 200:$$

~~$$(9 x_3 + 12 x_4) \cdot I_A \leq 200$$~~

ACTIVACIÓN DE UNA RESTRICCIÓN DE \geq

Si “A” se produce, entonces hay que agregar la restricción

$$x_A + 3 x_F \geq 120:$$

$$x_A - M I_A \leq 0$$

$$x_A + 3 x_F - 120 I_A \geq 0$$

Si "A" es menor que 40, entonces hay que agregar la restricción

$$x_A + 3 x_F \geq 120:$$

Se definen restricciones para que se active una variable I_{A1} cuando $x_A \leq 40$, y:

$$x_A + 3 x_F - 120 I_{A1} \geq 0$$

ACTIVACIÓN DE UNA RESTRICCIÓN DE =

Si se producen más de 50 unidades de "A", entonces hay que agregar la restricción

$$x_B + x_C = 80:$$

Se definen restricciones para que se active una variable I_A cuando $x_A \geq 50$, y:

$$x_B + x_C + M I_A \leq M + 80$$

$$x_B + x_C - 80 I_A \geq 0$$

ELECCIÓN DE DISTINTAS ALTERNATIVAS DEL MISMO PROCESO

- La disponibilidad de Estampado puede ser de 40.000, 48.000 o 54.000 segundos por semana

$$6 x_1 + 16 x_2 \leq 40000 I_1 + 48000 I_2 + 54000 I_3$$

$$I_1 + I_2 + I_3 \leq 1$$

ELECCIÓN DE PROCESOS ALTERNATIVOS

- Se puede elegir la tecnología A o la tecnología B para estampado
 - Tecnología A: 6 seg. de A y 16 seg. de B Disponibilidad: 48000 seg. por semana
 - Tecnología B: 8 seg. de A y 14 seg. de B Disponibilidad: 50000 seg. por semana

$$6 x_1 + 16 x_2 \leq 48000 + M \cdot I_B$$

$$8 x_1 + 14 x_2 \leq 50000 + M \cdot I_A$$

$$I_A + I_B = 1$$

RECINTOS NO CONVEXOS

$$x_2 \leq 3 \quad \text{para } x_1 \leq 2$$

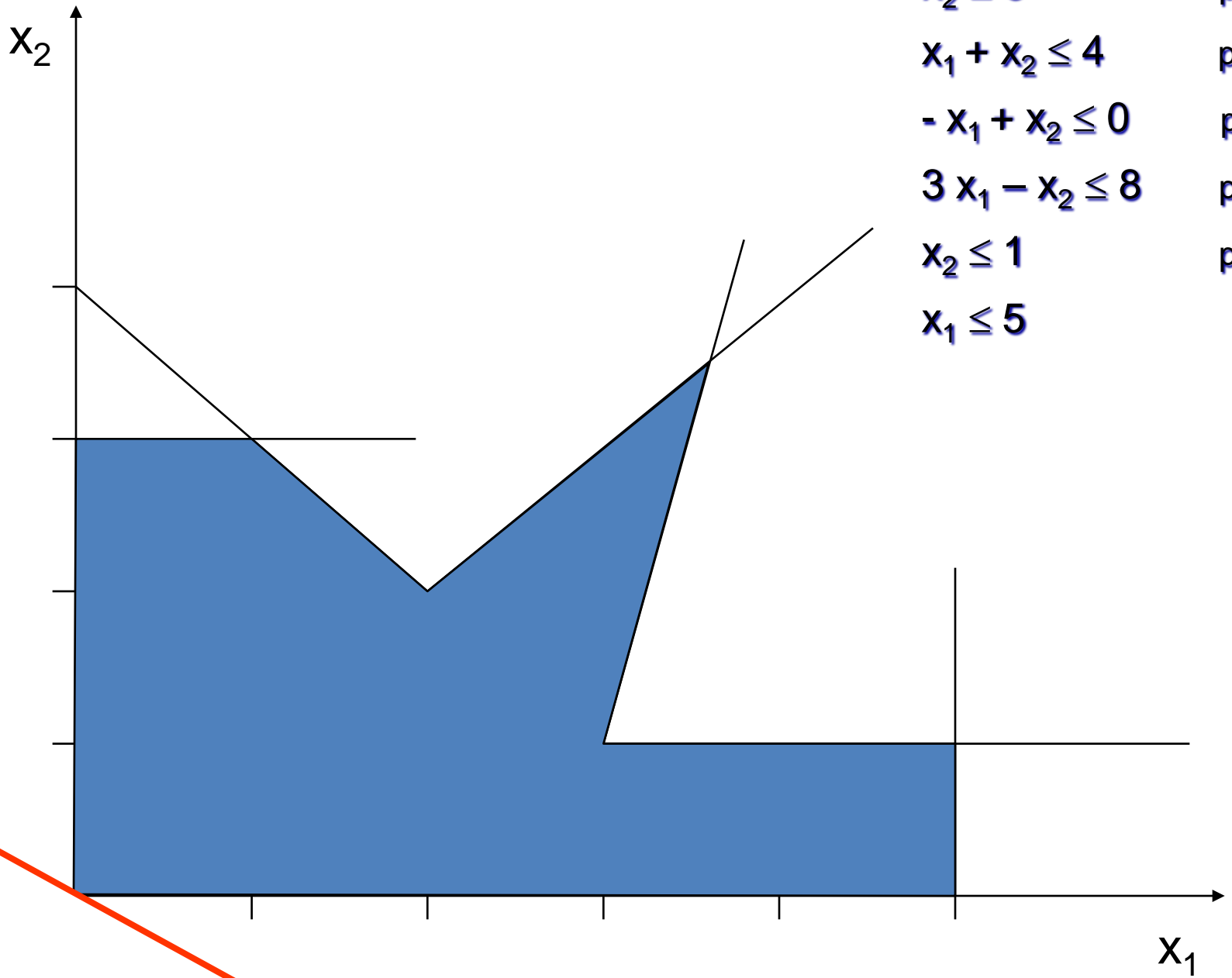
$$x_1 + x_2 \leq 4 \quad \text{para } x_1 \leq 2$$

$$-x_1 + x_2 \leq 0 \quad \text{para } x_1 \geq 2$$

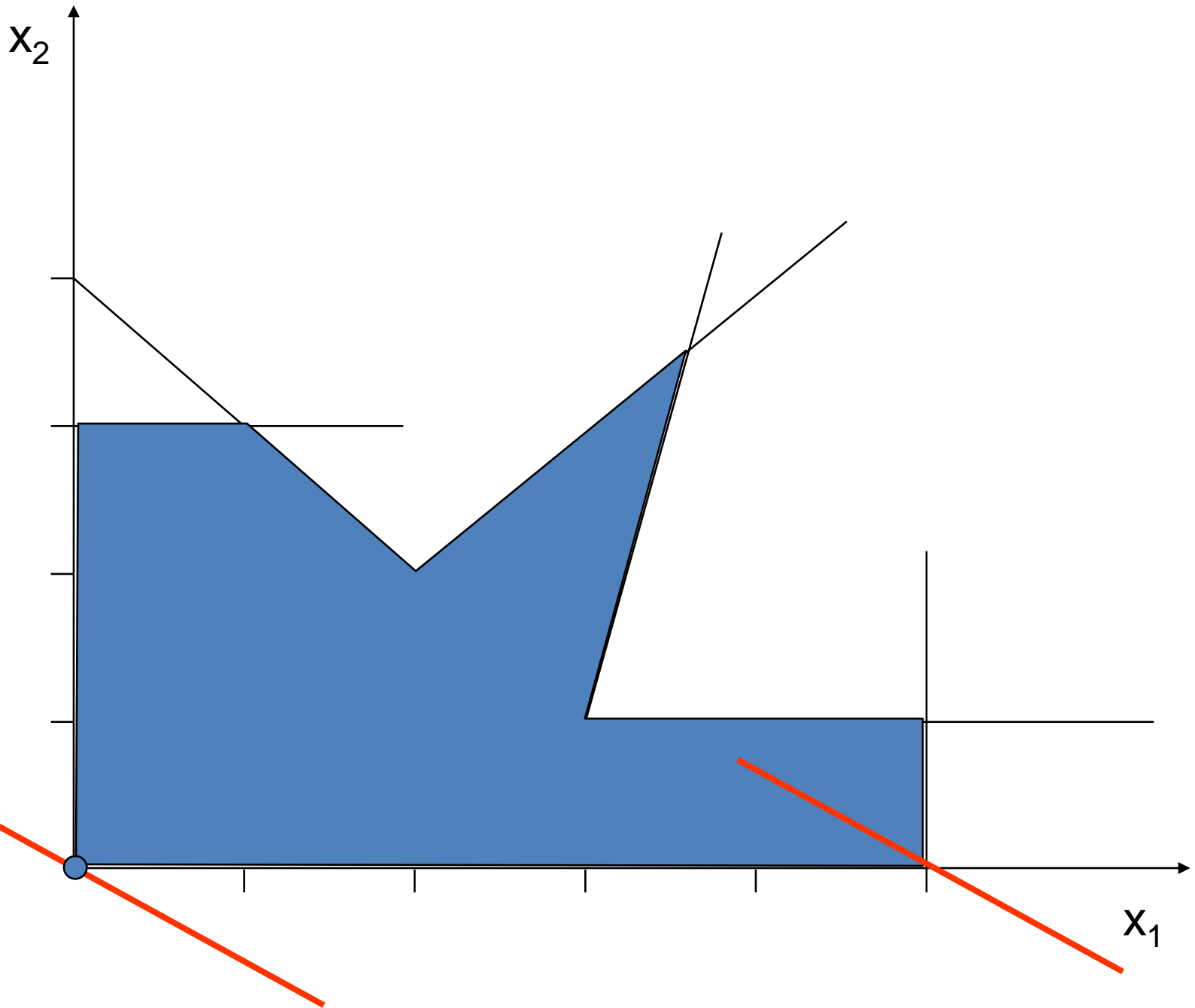
$$3x_1 - x_2 \leq 8 \quad \text{para } x_2 \geq 1$$

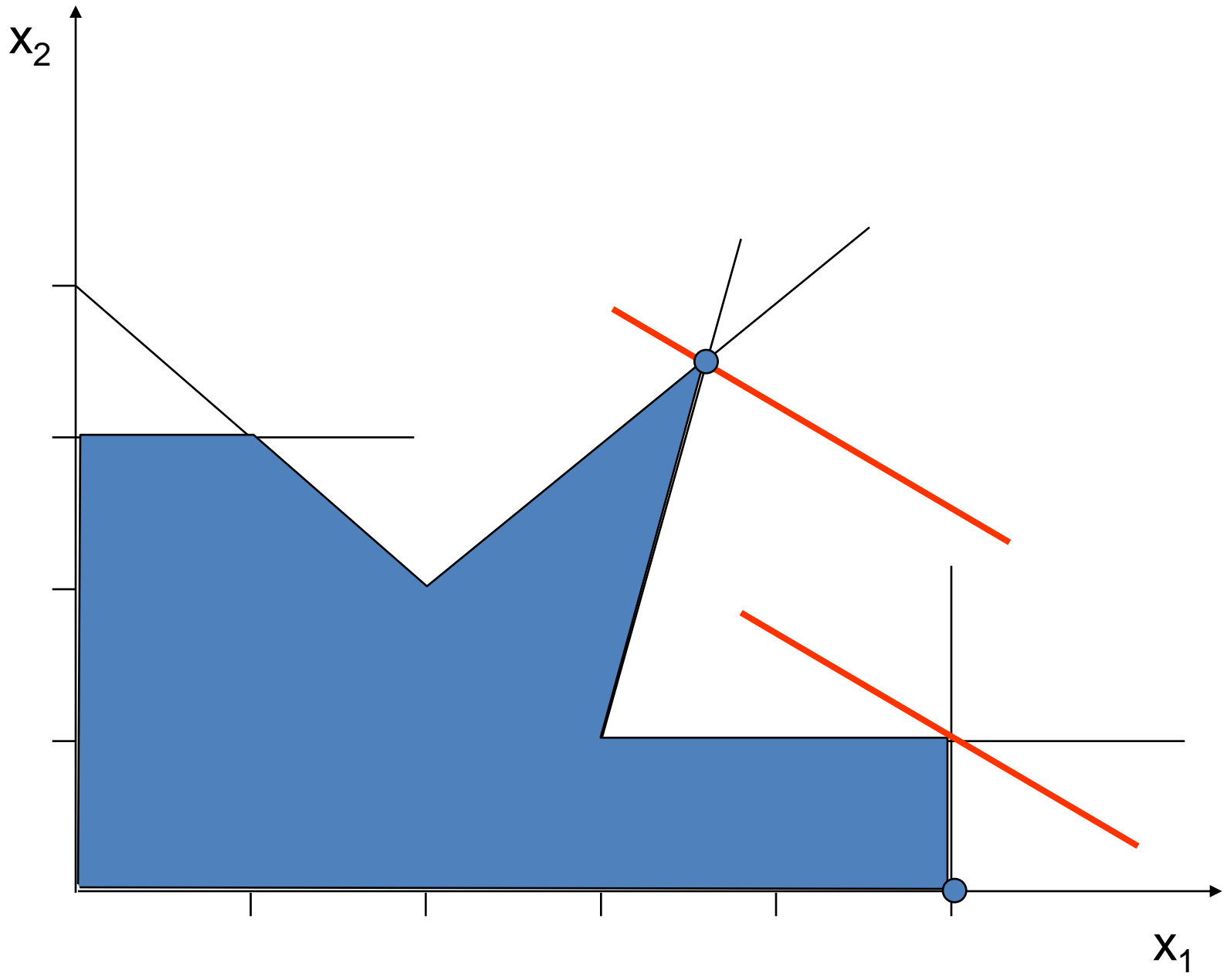
$$x_2 \leq 1 \quad \text{para } x_1 \geq 3$$

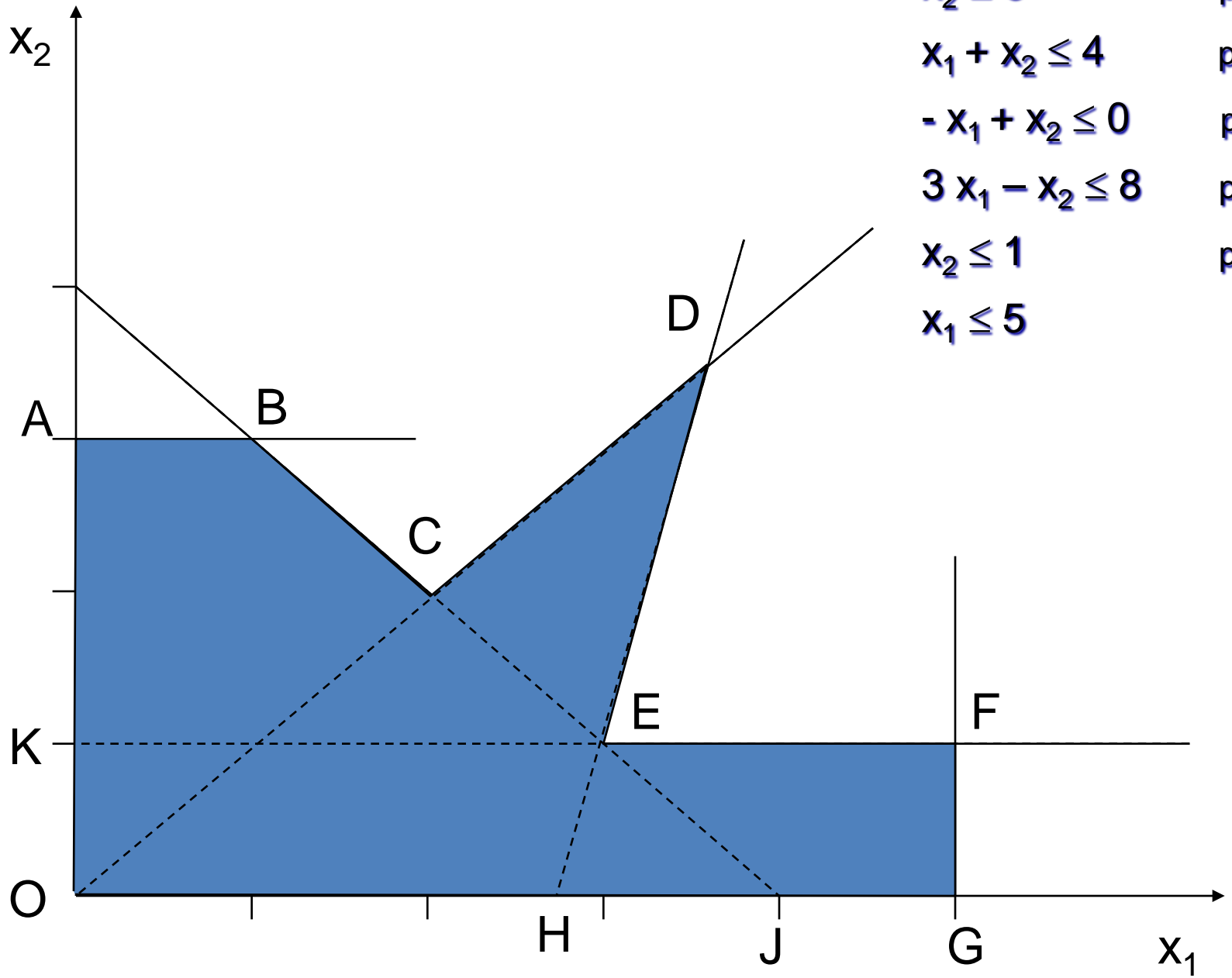
$$x_1 \leq 5$$



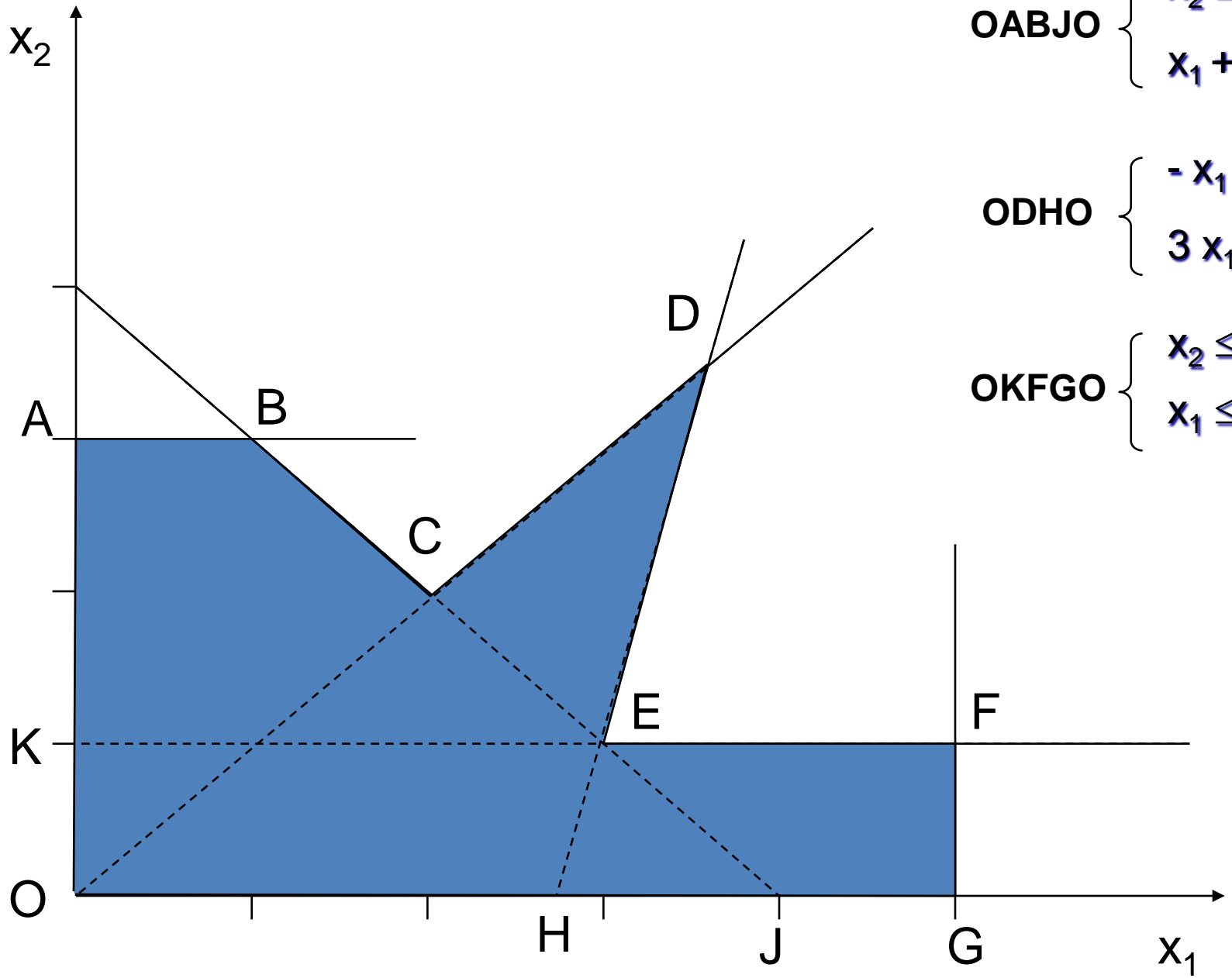
- $x_2 \leq 3$ para $x_1 \leq 2$
- $x_1 + x_2 \leq 4$ para $x_1 \leq 2$
- $-x_1 + x_2 \leq 0$ para $x_1 \geq 2$
- $3x_1 - x_2 \leq 8$ para $x_2 \geq 1$
- $x_2 \leq 1$ para $x_1 \geq 3$
- $x_1 \leq 5$







- $x_2 \leq 3$ para $x_1 \leq 2$
- $x_1 + x_2 \leq 4$ para $x_1 \leq 2$
- $-x_1 + x_2 \leq 0$ para $x_1 \geq 2$
- $3x_1 - x_2 \leq 8$ para $x_2 \geq 1$
- $x_2 \leq 1$ para $x_1 \geq 3$
- $x_1 \leq 5$



OABJO $\left\{ \begin{array}{l} x_2 \leq 3 \\ x_1 + x_2 \leq 4 \end{array} \right.$

ODHO $\left\{ \begin{array}{l} -x_1 + x_2 \leq 0 \\ 3x_1 - x_2 \leq 8 \end{array} \right.$

OKFGO $\left\{ \begin{array}{l} x_2 \leq 1 \\ x_1 \leq 5 \end{array} \right.$

$$\text{OABJO} \left\{ \begin{array}{l} x_2 \leq 3 \\ x_1 + x_2 \leq 4 \end{array} \right.$$

$$\text{ODHO} \left\{ \begin{array}{l} -x_1 + x_2 \leq 0 \\ 3x_1 - x_2 \leq 8 \end{array} \right.$$

$$\text{OKFGO} \left\{ \begin{array}{l} x_2 \leq 1 \\ x_1 \leq 5 \end{array} \right.$$

$$\text{OABJO} \left\{ \begin{array}{l} x_2 - M \cdot I_1 \leq 3 \\ x_1 + x_2 - M \cdot I_1 \leq 4 \end{array} \right.$$

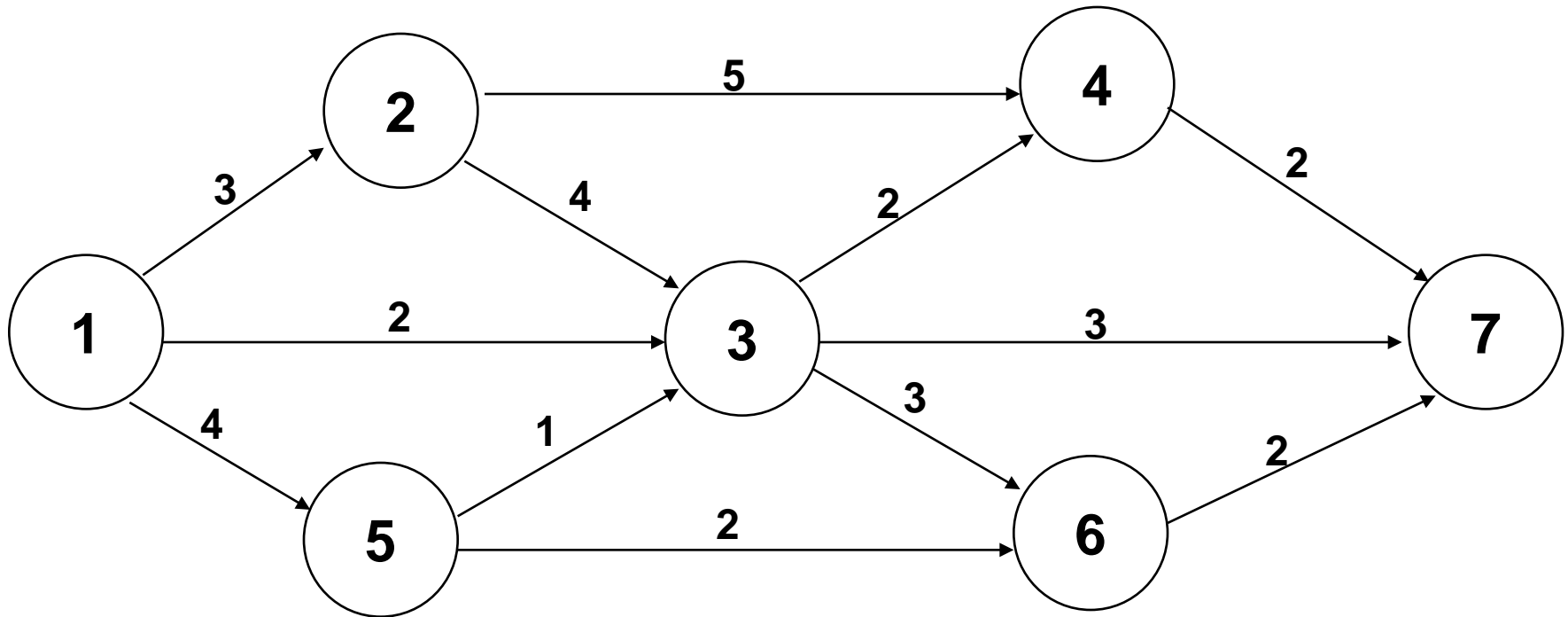
$$\text{ODHO} \left\{ \begin{array}{l} -x_1 + x_2 - M \cdot I_2 \leq 0 \\ 3x_1 - x_2 - M \cdot I_2 \leq 8 \end{array} \right.$$

$$\text{OKFGO} \left\{ \begin{array}{l} x_2 - M \cdot I_3 \leq 1 \\ x_1 - M \cdot I_3 \leq 5 \end{array} \right.$$

$$I_1 + I_2 + I_3 = 2$$

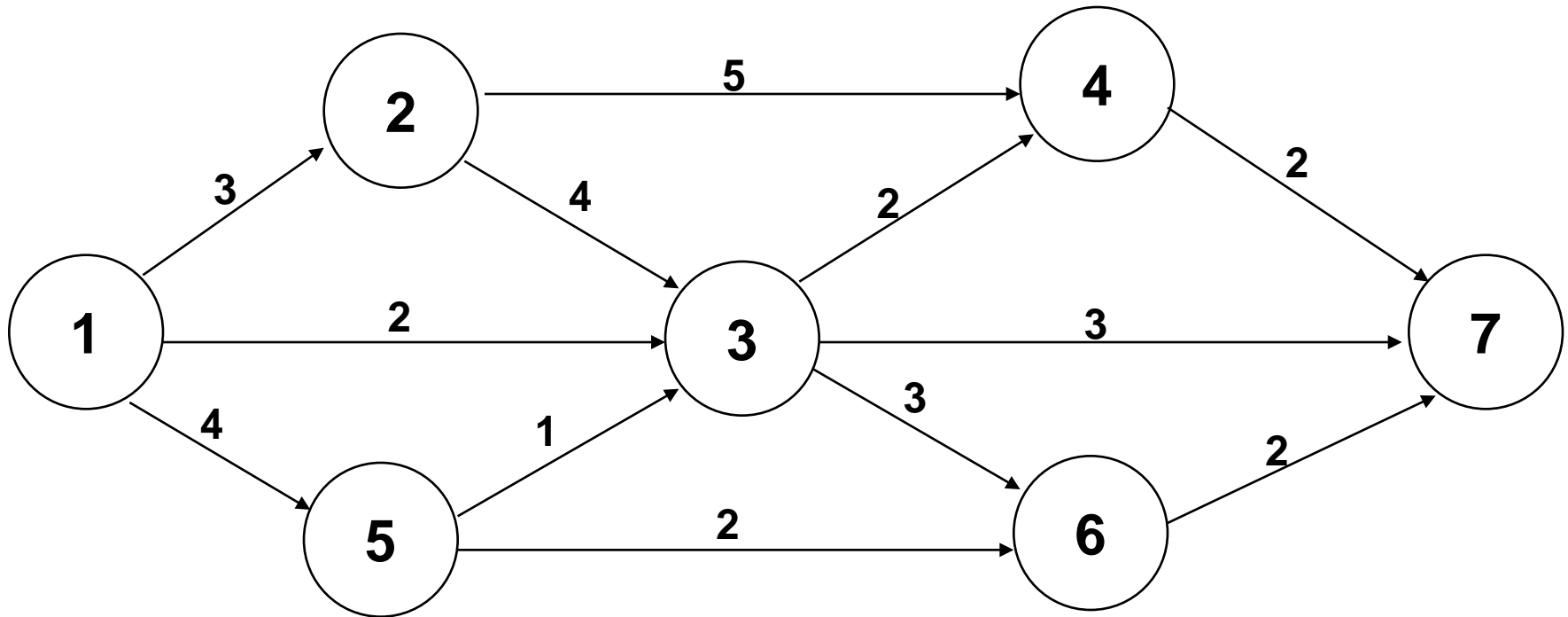
OPTIMIZACIÓN DE REDES

	x_{12}	x_{13}	x_{15}	x_{23}	x_{24}	x_{34}	x_{37}	x_{36}	x_{47}	x_{53}	x_{56}	x_{67}	
N1	-1	-1	-1										= -1
N2	1			-1	-1								= 0
N3		1		1		-1	-1	-1		1			= 0
N4					1	1			-1				= 0
N5			1							-1	-1		= 0
N6								1			1	-1	= 0
N7							1		1			1	= 1
Z	3	2	4	4	5	2	3	3	2	1	2	2	\Rightarrow Opt



ADMINISTRACIÓN DE PROYECTOS

	x_{12}	x_{13}	x_{15}	x_{23}	x_{24}	x_{34}	x_{37}	x_{36}	x_{47}	x_{53}	x_{56}	x_{67}	
N1	1	1	1										= 1
N2	1			-1	-1								= 0
N3		1		1		-1	-1	-1		1			= 0
N4					1	1			-1				= 0
N5			1							-1	-1		= 0
N6								1			1	-1	= 0
N7							1		1			1	= 1
Z	3	2	4	4	5	2	3	3	2	1	2	2	⇒ MAX



Z) 12.00000

ACTIVIDAD	VALOR	COSTO OP.
X12	1.000000	0.000000
X13	0.000000	5.000000
X15	0.000000	2.000000
X23	1.000000	0.000000
X24	0.000000	2.000000
X34	0.000000	1.000000
X37	0.000000	2.000000
X36	1.000000	0.000000
X47	0.000000	0.000000
X53	0.000000	0.000000
X56	0.000000	2.000000
X67	1.000000	0.000000

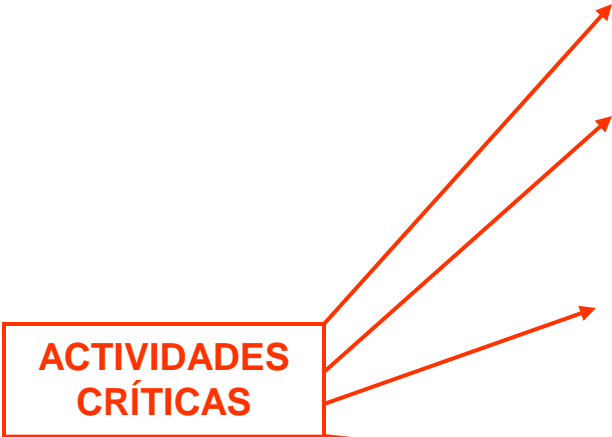
**LA SOLUCIÓN
CONTINUA ES
ENTERA**

**DURACIÓN DEL
PROYECTO**

RESTRIC. (NODO)	SLACK	VALOR MARG.
1)	0.000000	0.000000
2)	0.000000	3.000000
3)	0.000000	7.000000
4)	0.000000	10.000000
5)	0.000000	6.000000
6)	0.000000	10.000000
7)	0.000000	12.000000

Z) 12.00000

ACTIVIDAD	VALOR	COSTO OP.
X12	1.000000	0.000000
X13	0.000000	5.000000
X15	0.000000	2.000000
X23	1.000000	0.000000
X24	0.000000	2.000000
X34	0.000000	1.000000
X37	0.000000	2.000000
X36	1.000000	0.000000
X47	0.000000	0.000000
X53	0.000000	0.000000
X56	0.000000	2.000000
X67	1.000000	0.000000



ACTIVIDADES CRÍTICAS

RESTRIC. (NODO)	SLACK	VALOR MARG.
1)	0.000000	0.000000
2)	0.000000	3.000000
3)	0.000000	7.000000
4)	0.000000	10.000000
5)	0.000000	6.000000
6)	0.000000	10.000000
7)	0.000000	12.000000

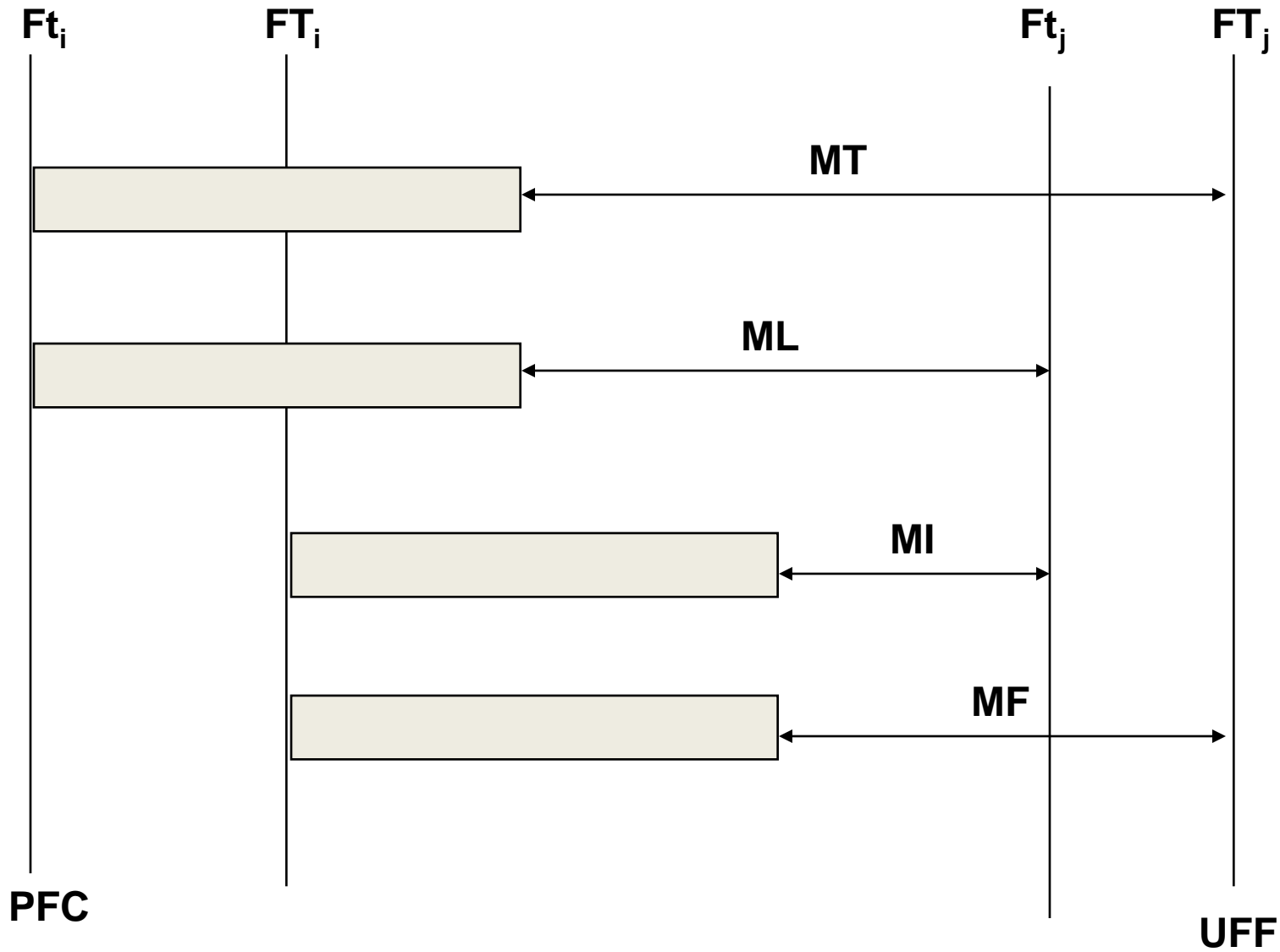
Z) 12.00000

ACTIVIDAD	VALOR	COSTO OP.
X12	1.000000	0.000000
X13	0.000000	5.000000
X15	0.000000	2.000000
X23	1.000000	0.000000
X24	0.000000	2.000000
X34	0.000000	1.000000
X37	0.000000	2.000000
X36	1.000000	0.000000
X47	0.000000	0.000000
X53	0.000000	0.000000
X56	0.000000	2.000000
X67	1.000000	0.000000

**MARGEN FINAL DE
LA ACTIVIDAD**



RESTRIC. (NODO)	SLACK	VALOR MARG.
1)	0.000000	0.000000
2)	0.000000	3.000000
3)	0.000000	7.000000
4)	0.000000	10.000000
5)	0.000000	6.000000
6)	0.000000	10.000000
7)	0.000000	12.000000

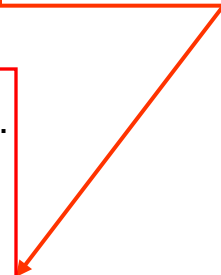


Z) 12.00000

ACTIVIDAD	VALOR	COSTO OP.
X12	1.000000	0.000000
X13	0.000000	5.000000
X15	0.000000	2.000000
X23	1.000000	0.000000
X24	0.000000	2.000000
X34	0.000000	1.000000
X37	0.000000	2.000000
X36	1.000000	0.000000
X47	0.000000	0.000000
X53	0.000000	0.000000
X56	0.000000	2.000000
X67	1.000000	0.000000

RESTRIC. (NODO)	SLACK	VALOR MARG.
1)	0.000000	0.000000
2)	0.000000	3.000000
3)	0.000000	7.000000
4)	0.000000	10.000000
5)	0.000000	6.000000
6)	0.000000	10.000000
7)	0.000000	12.000000

**FECHA TARDÍA DEL
NODO**



PROBLEMA DUAL

$$\text{MIN} - Y1 + Y7$$

ST

$$1-2) - Y1 + Y2 \geq 3$$

$$1-3) - Y1 + Y3 \geq 2$$

$$1-5) - Y1 + Y5 \geq 4$$

$$2-3) - Y2 + Y3 \geq 4$$

$$2-4) - Y2 + Y4 \geq 5$$

$$3-4) - Y3 + Y4 \geq 2$$

$$3-7) - Y3 + Y7 \geq 3$$

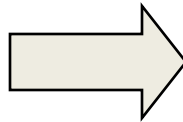
$$3-6) - Y3 + Y6 \geq 3$$

$$4-7) - Y4 + Y7 \geq 2$$

$$5-3) - Y5 + Y3 \geq 1$$

$$5-6) - Y5 + Y6 \geq 2$$

$$6-7) - Y6 + Y7 \geq 2$$



$$\text{MIN} - Y1 + Y7$$

ST

$$1-2) Y1 \leq Y2 - 3$$

$$1-3) Y1 \leq Y3 - 2$$

$$1-5) Y1 \leq Y5 - 4$$

$$2-3) Y2 \leq Y3 - 4$$

$$2-4) Y2 \leq Y4 - 5$$

$$3-4) Y3 \leq Y4 - 2$$

$$3-7) Y3 \leq Y7 - 3$$

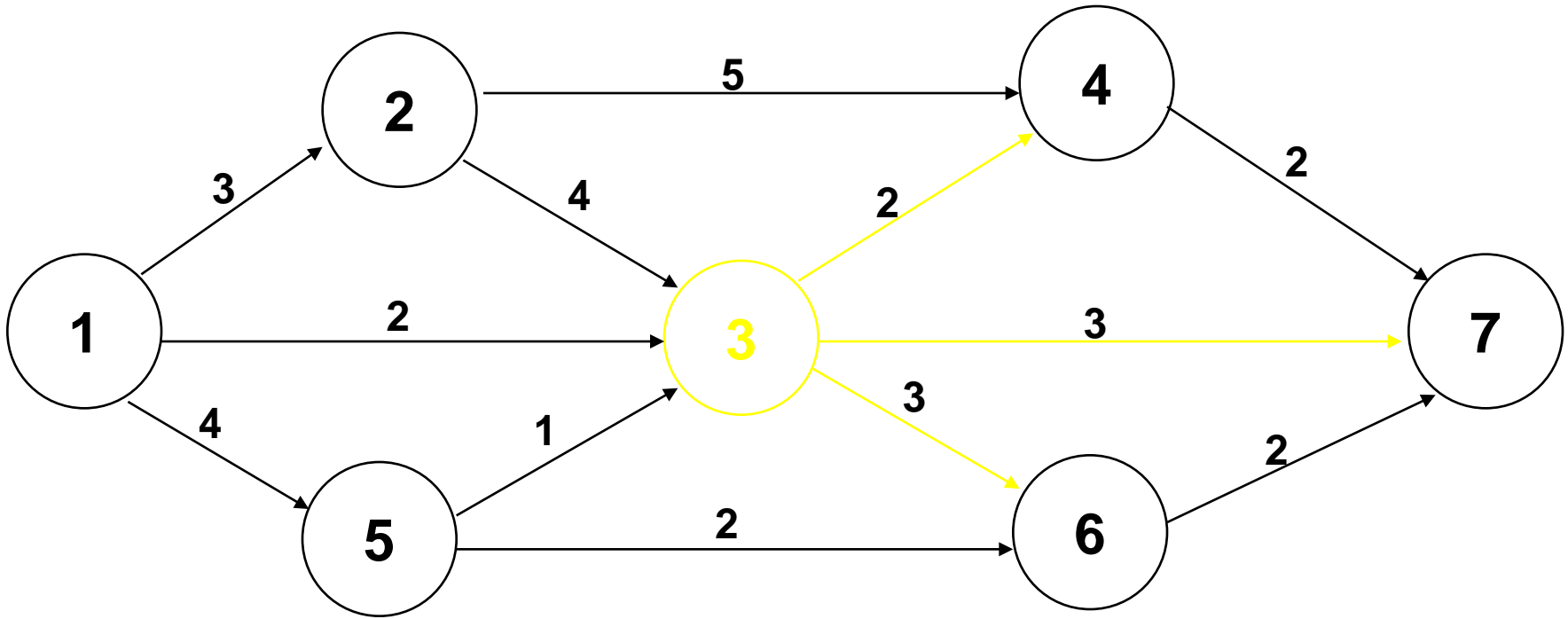
$$3-6) Y3 \leq Y6 - 3$$

$$4-7) Y4 \leq Y7 - 2$$

$$5-3) Y5 \leq Y3 - 1$$

$$5-6) Y5 \leq Y6 - 2$$

$$6-7) Y6 \leq Y7 - 2$$



PROBLEMA DUAL

$$\text{MIN} - Y1 + Y7$$

ST

$$1-2) - Y1 + Y2 \geq 3$$

$$1-3) - Y1 + Y3 \geq 2$$

$$1-5) - Y1 + Y5 \geq 4$$

$$2-3) - Y2 + Y3 \geq 4$$

$$2-4) - Y2 + Y4 \geq 5$$

$$3-4) - Y3 + Y4 \geq 2$$

$$3-7) - Y3 + Y7 \geq 3$$

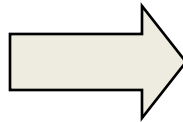
$$3-6) - Y3 + Y6 \geq 3$$

$$4-7) - Y4 + Y7 \geq 2$$

$$5-3) - Y5 + Y3 \geq 1$$

$$5-6) - Y5 + Y6 \geq 2$$

$$6-7) - Y6 + Y7 \geq 2$$



$$\text{MIN} - Y1 + Y7$$

ST

$$1-2) Y1 \leq Y2 - 3$$

$$1-3) Y1 \leq Y3 - 2$$

$$1-5) Y1 \leq Y5 - 4$$

$$2-3) Y2 \leq Y3 - 4$$

$$2-4) Y2 \leq Y4 - 5$$

$$3-4) Y3 \leq Y4 - 2$$

$$3-7) Y3 \leq Y7 - 3$$

$$3-6) Y3 \leq Y6 - 3$$

$$4-7) Y4 \leq Y7 - 2$$

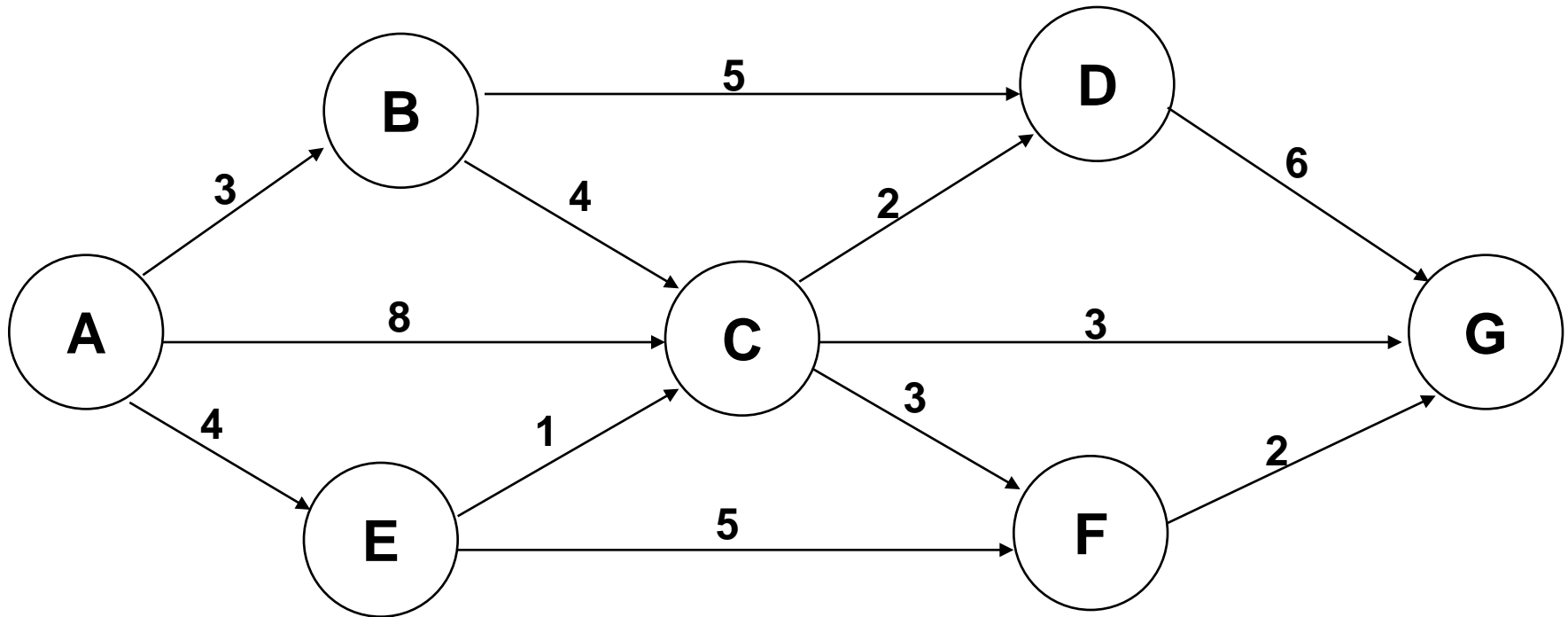
$$5-3) Y5 \leq Y3 - 1$$

$$5-6) Y5 \leq Y6 - 2$$

$$6-7) Y6 \leq Y7 - 2$$

PROGRAMACIÓN DINÁMICA

	AB	AC	AE	BC	BD	CD	CG	CF	DG	EC	EF	FG	
A	-1	-1	-1										= -1
B	1			-1	-1								= 0
C		1		1		-1	-1	-1		1			= 0
D					1	1			-1				= 0
E			1							-1	-1		= 0
F								1			1	-1	= 0
G							1		1			1	= 1
Z	3	8	4	4	5	2	3	3	6	1	5	2	⇒ MIN

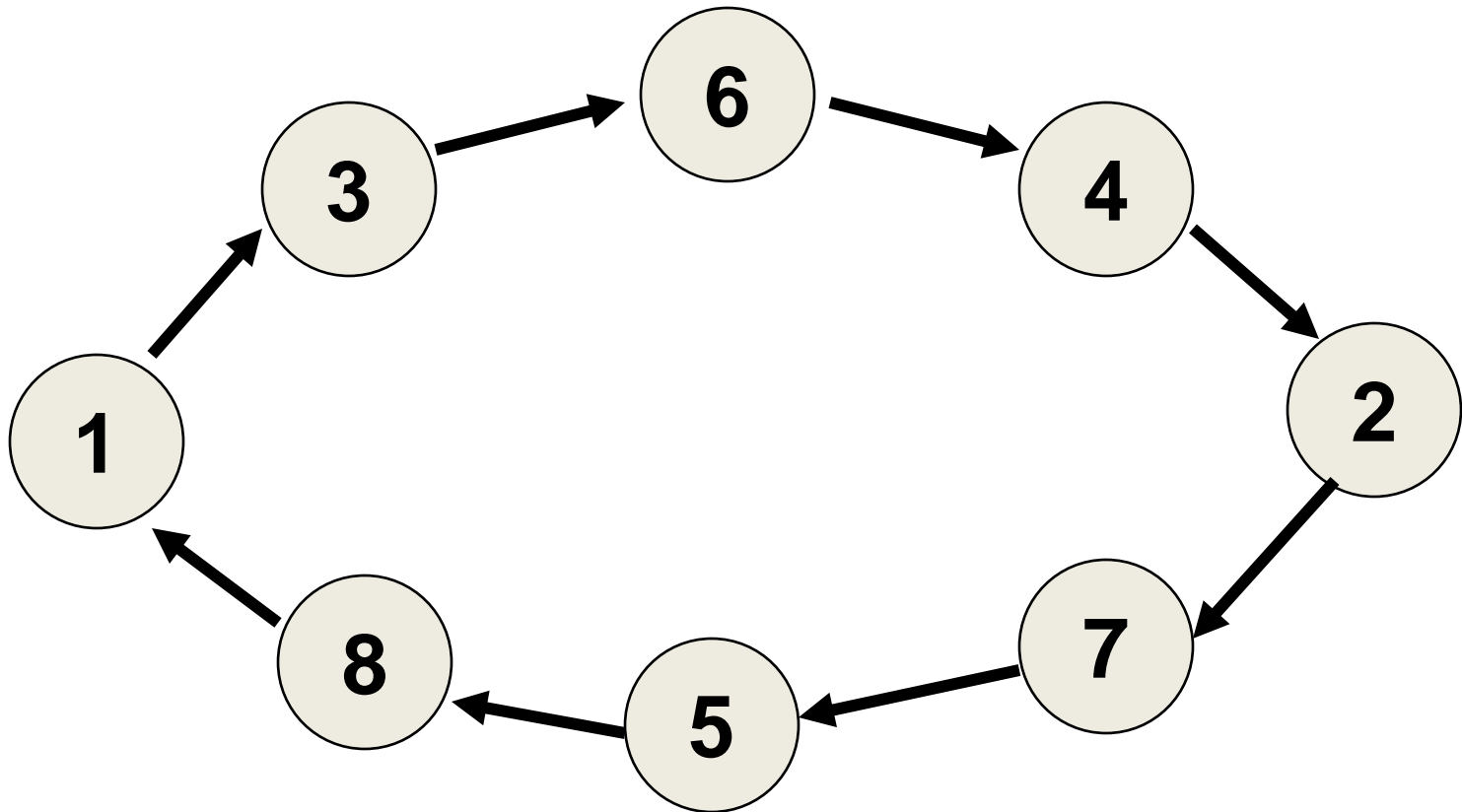


PROBLEMA DEL VIAJANTE DE COMERCIO

- Se deben recorrer “n” ciudades
 - una por vez
 - pasando por todas
 - retornando a la primera
-
- Objetivo: Determinar el recorrido que minimice la distancia total

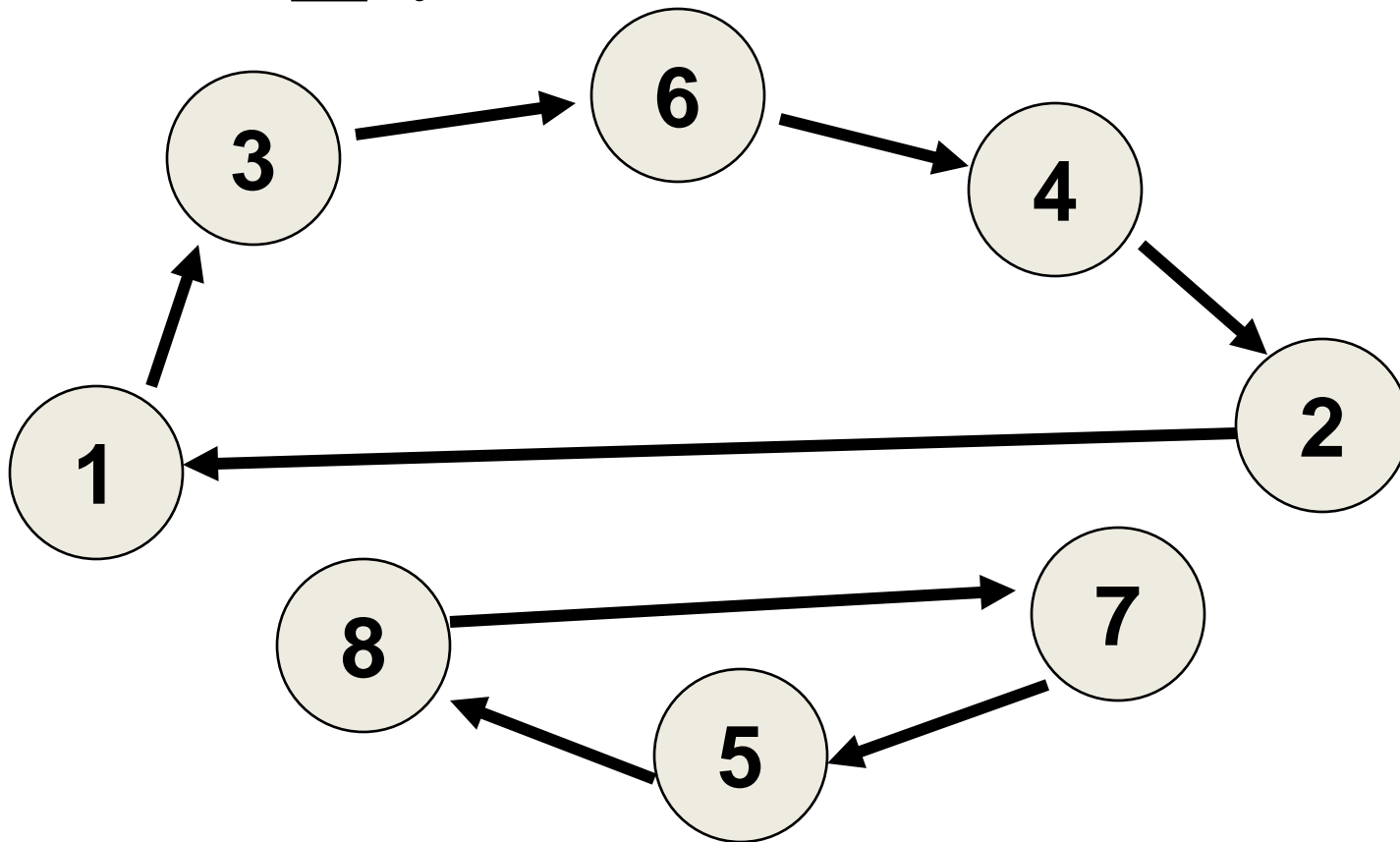
EJEMPLO DE SOLUCIÓN ÓPTIMA

$$l_{13} = l_{36} = l_{64} = l_{42} = l_{27} = l_{75} = l_{58} = l_{81} = 1$$



~~MIN~~: RECORRIDOS IMPLICAN SOLUCIÓN NO FACTIBLE

Sujeto a : $\sum I_{ij} = 1$ para cada ciudad y siendo $i \neq j$
 $I_{13} = I_{36} = I_{64} = I_{42} = I_{21} = 1$ y $I_{75} = I_{58} = I_{87} = 1$
 $\sum I_{ji} = 1$ para cada ciudad y siendo $i \neq j$

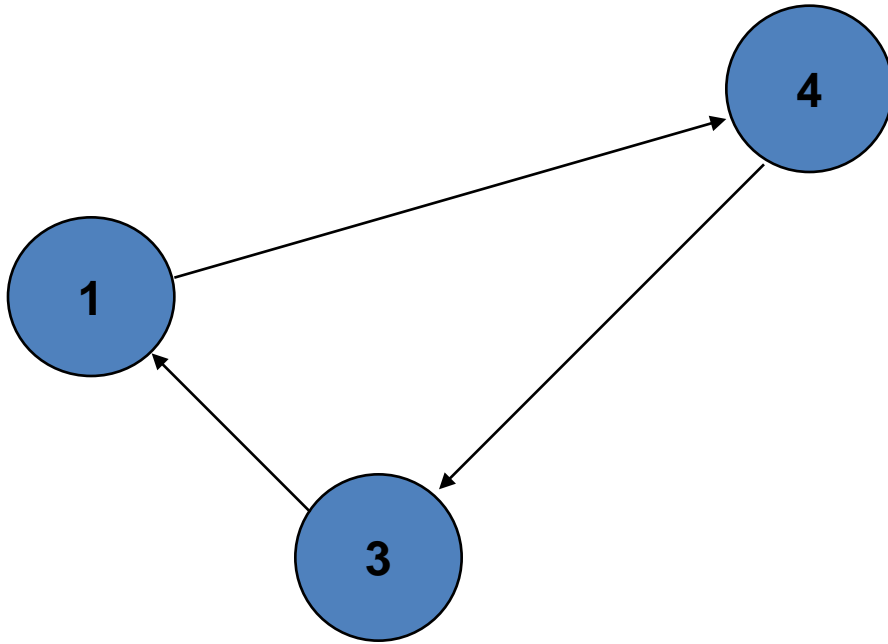


		A				
		1	2	3	4	5
De	1	--	20	4	10	35
	2	20	--	5	25	10
	3	4	5	--	6	6
	4	10	25	6	--	20
	5	35	10	6	20	--

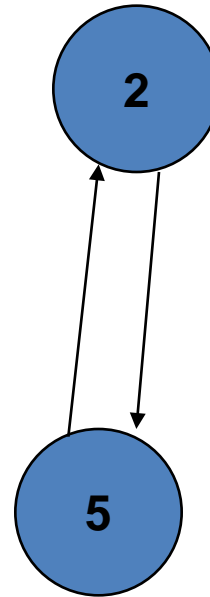
$$\begin{aligned}
 \text{MIN} \quad & 20 I_{12} + 4 I_{13} + 10 I_{14} + 35 I_{15} + \\
 & 20 I_{21} + 5 I_{23} + 25 I_{24} + 10 I_{25} + \\
 & 4 I_{31} + 5 I_{32} + 6 I_{34} + 6 I_{35} + \\
 & 10 I_{41} + 25 I_{42} + 6 I_{43} + 20 I_{45} + \\
 & 35 I_{51} + 10 I_{52} + 6 I_{53} + 20 I_{54}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{ST} \quad & I_{12} + I_{13} + I_{14} + I_{15} = 1 \\
 & I_{21} + I_{23} + I_{24} + I_{25} = 1 \\
 & I_{31} + I_{32} + I_{34} + I_{35} = 1 \\
 & I_{41} + I_{42} + I_{43} + I_{45} = 1 \\
 & I_{51} + I_{52} + I_{53} + I_{54} = 1 \\
 & I_{21} + I_{31} + I_{41} + I_{51} = 1 \\
 & I_{12} + I_{32} + I_{42} + I_{52} = 1 \\
 & I_{13} + I_{23} + I_{43} + I_{53} = 1 \\
 & I_{14} + I_{24} + I_{34} + I_{54} = 1 \\
 & I_{15} + I_{25} + I_{35} + I_{45} = 1
 \end{aligned}$$

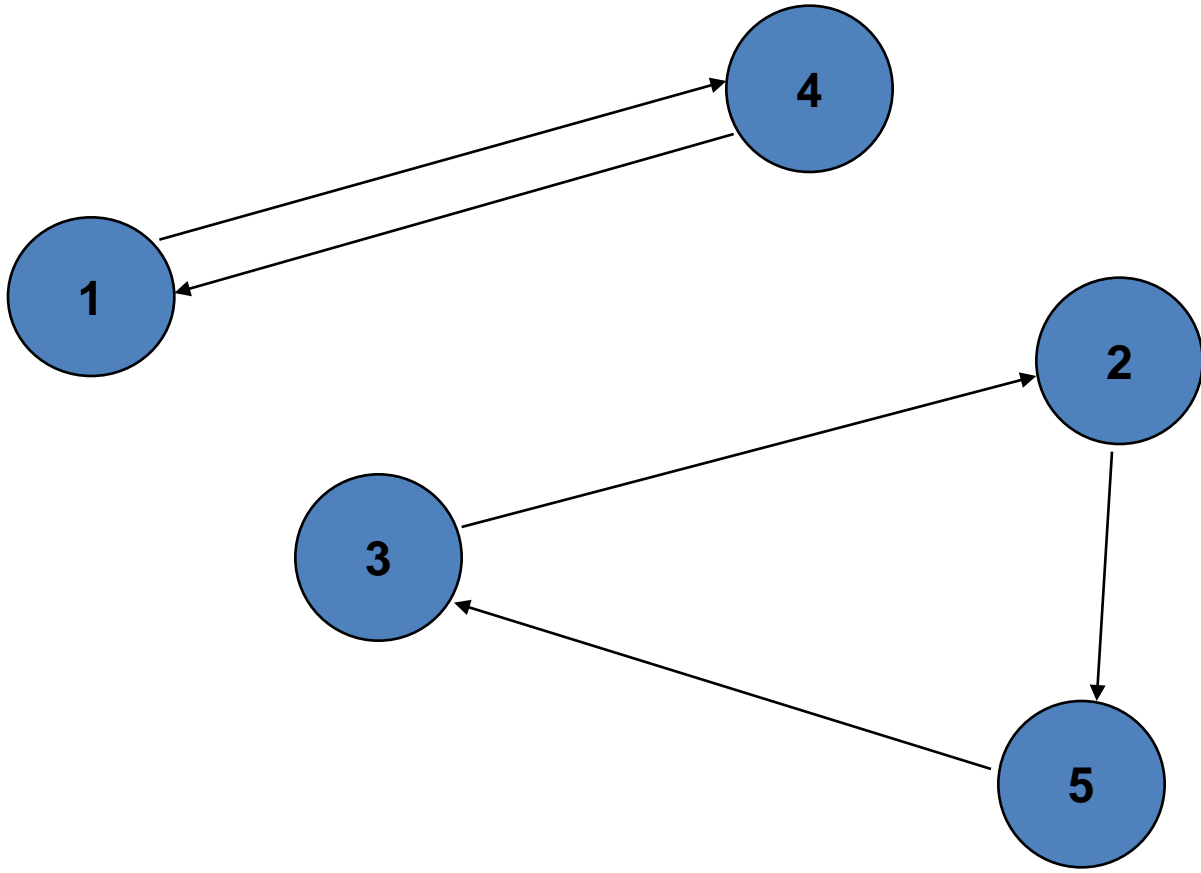
$$I_{14} + I_{43} + I_{31} \leq 2$$



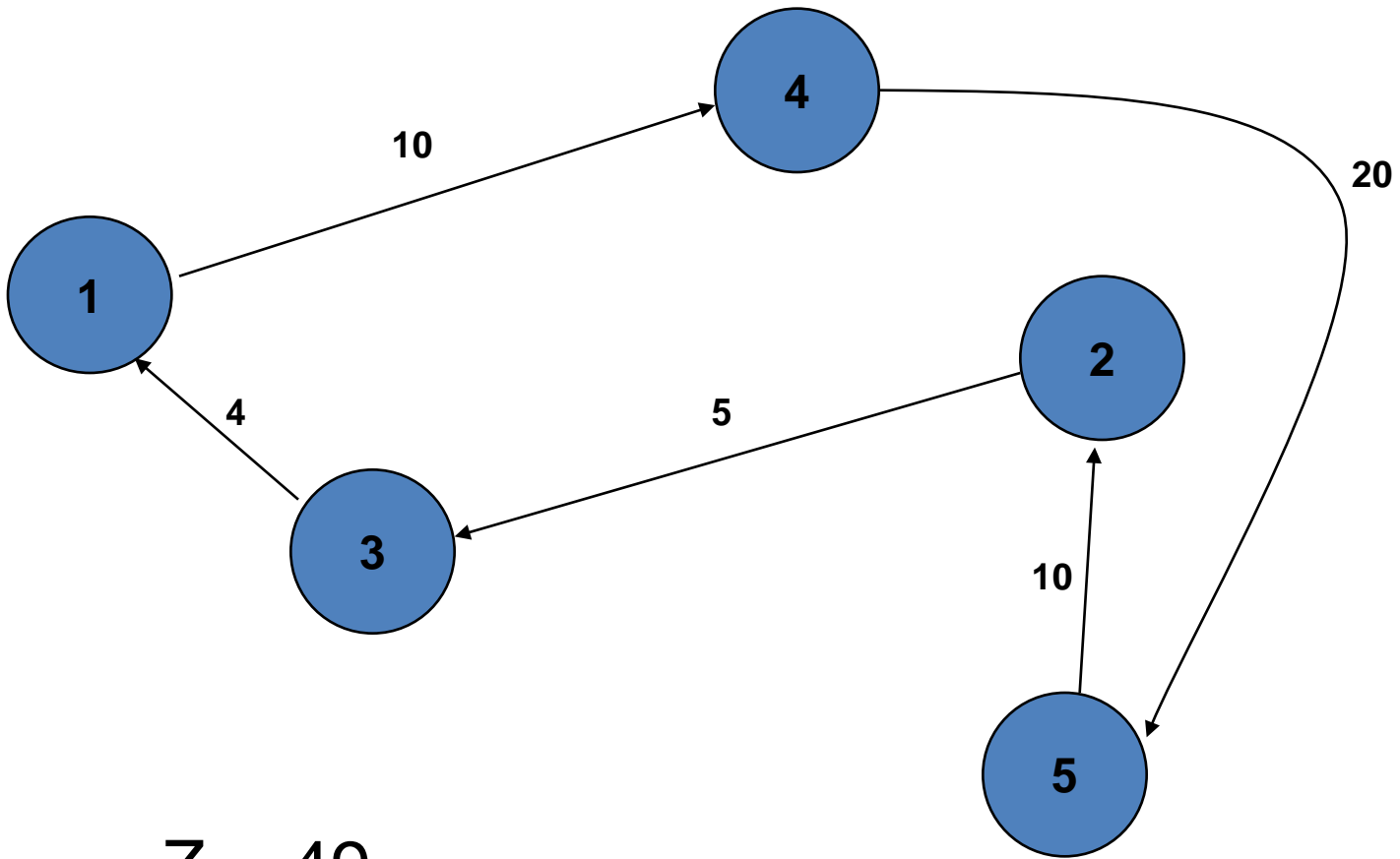
$$I_{25} + I_{52} \leq 1$$



$$|14| + |41| \leq 1$$



$$|32| + |25| + |53| \leq 2$$



$Z = 49$

LOCALIZACIÓN DE CENTROS DE ATENCIÓN

Una empresa de servicios de computación planea atender seis ciudades. Se debe determinar en qué ciudades hay que instalar un centro de reparación a fin de mantener una mínima cantidad de ellos, pero asegurando que cada centro de reparación esté dentro de 20 minutos en tiempo de viaje de cada ciudad.

Los tiempos de viaje entre ciudades son los siguientes:

	Hacia					
Desde	Ciudad 1	Ciudad 2	Ciudad 3	Ciudad 4	Ciudad 5	Ciudad 6
Ciudad 1		12	20	30	33	22
Ciudad 2	12		25	35	20	10
Ciudad 3	20	25		14	30	20
Ciudad 4	30	35	14		15	25
Ciudad 5	33	20	30	15		14
Ciudad 6	22	10	20	25	14	

$$\text{MIN: } C1 + C2 + C3 + C4 + C5 + C6$$

Sujeto a:

$$1) \quad C1 + C2 + C3 \geq 1$$

$$2) \quad C1 + C2 + C5 + C6 \geq 1$$

$$3) \quad C1 + C3 + C4 + C6 \geq 1$$

$$4) \quad C3 + C4 + C5 \geq 1$$

$$5) \quad C2 + C4 + C5 + C6 \geq 1$$

$$6) \quad C2 + C3 + C5 + C6 \geq 1$$

Siendo:

Ci enteros binarios y no negativos

LP OPTIMUM FOUND AT STEP 0
OBJECTIVE VALUE = 1.66666663

NEW INTEGER SOLUTION OF 2.0000000 AT BRANCH 0 PIVOT 0
RE-INSTALLING BEST SOLUTION...

OBJECTIVE FUNCTION VALUE

1) 2.000000

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
C1	0.000000	1.000000
C2	1.000000	1.000000
C3	0.000000	1.000000
C4	1.000000	1.000000
C5	0.000000	1.000000
C6	0.000000	1.000000

ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
1)	0.000000	0.000000
2)	0.000000	0.000000
3)	0.000000	0.000000
4)	0.000000	0.000000
5)	1.000000	0.000000
6)	0.000000	0.000000

ASIGNACIÓN

- DEBEN ASIGNARSE “n” PERSONAS A “n” TAREAS
- UNA PERSONA “i” INSUME EN PROMEDIO UN TIEMPO “ t_{ij} ” PARA REALIZAR LA TAREA “j”
- OBJETIVO: MINIMIZAR EL TIEMPO TOTAL

TAREAS - PERSONAS	1	2	3	4
1	3	4	6	2
2	1	5	2	2
3	3	3	2	4
4	2	4	5	3

	x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{14}	x_{21}	x_{22}	x_{23}	x_{24}	x_{31}	x_{32}	x_{33}	x_{34}	x_{41}	x_{42}	x_{43}	x_{44}		
P1	1	1	1	1													= 1	
P2					1	1	1	1										= 1
P3									1	1	1	1						= 1
P4													1	1	1	1		= 1
T1	1				1				1				1					= 1
T2		1				1				1				1				= 1
T3			1				1				1				1			= 1
T4				1				1				1				1		= 1
Z	3	4	6	2	1	5	2	2	3	3	2	4	2	4	5	3	⇒ Min	

OBJECTIVE FUNCTION VALUE

1) 9.000000

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X11	0.000000	2.000000
X12	0.000000	1.000000
X13	0.000000	4.000000
X14	1.000000	0.000000
X21	0.000000	0.000000
X22	0.000000	2.000000
X23	1.000000	0.000000
X24	0.000000	0.000000
X31	0.000000	2.000000
X32	1.000000	0.000000
X33	0.000000	0.000000
X34	0.000000	2.000000
X41	1.000000	0.000000
X42	0.000000	0.000000
X43	0.000000	2.000000
X44	0.000000	0.000000

ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
P1)	0.000000	1.000000
P2)	0.000000	1.000000
P3)	0.000000	1.000000
P4)	0.000000	0.000000
T1)	0.000000	-2.000000
T2)	0.000000	-4.000000
T3)	0.000000	-3.000000
T4)	0.000000	-3.000000

NO. ITERATIONS= 7

MAX $P1 + P2 + P3 + P4 + T1 + T2 + T3 + T4$
ST

X11) $P1 + T1 < 3$

X12) $P1 + T2 < 4$

X13) $P1 + T3 < 6$

X14) $P1 + T4 < 2$

X21) $P2 + T1 < 1$

X22) $P2 + T2 < 5$

X23) $P2 + T3 < 2$

X24) $P2 + T4 < 2$

X31) $P3 + T1 < 3$

X32) $P3 + T2 < 3$

X33) $P3 + T3 < 2$

X34) $P3 + T4 < 4$

X41) $P4 + T1 < 2$

X42) $P4 + T2 < 4$

X43) $P4 + T3 < 5$

X44) $P4 + T4 < 3$

OBJECTIVE FUNCTION VALUE

1) 9.000000

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
P1	0.000000	0.000000
P2	0.000000	0.000000
P3	0.000000	0.000000
P4	1.000000	0.000000
T1	1.000000	0.000000
T2	3.000000	0.000000
T3	2.000000	0.000000
T4	2.000000	0.000000

ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
X11)	2.000000	0.000000
X12)	1.000000	0.000000
X13)	4.000000	0.000000
X14)	0.000000	1.000000
X21)	0.000000	1.000000
X22)	2.000000	0.000000
X23)	0.000000	0.000000
X24)	0.000000	0.000000
X31)	2.000000	0.000000
X32)	0.000000	0.000000
X33)	0.000000	1.000000
X34)	2.000000	0.000000
X41)	0.000000	0.000000
X42)	0.000000	1.000000
X43)	2.000000	0.000000
X44)	0.000000	0.000000

NO. ITERATIONS= 7

DISTRIBUCIÓN

	Centro de venta							
Centro de Distribución	A	B	C	D	E	Capacidad Máxima	Costo Fijo	Costo Variable
1	8	21	42	12	37	80	1000	20
2	21	10	31	34	40	80	1500	17
3	42	31	4	14	32	80	1700	13
4	12	24	14	7	12	80	1400	25
5	37	40	32	12	10	80	1200	33
Demanda	30	40	50	35	40			

$$\begin{aligned} \text{MIN} \quad & 8 x_{1A} + 21 x_{1B} + 42 x_{1C} + 12 x_{1D} + 37 x_{1E} + \\ & 21 x_{2A} + 10 x_{2B} + 31 x_{2C} + 34 x_{2D} + 40 x_{2E} + \\ & 42 x_{3A} + 31 x_{3B} + 4 x_{3C} + 14 x_{3D} + 32 x_{3E} + \\ & 12 x_{4A} + 24 x_{4B} + 14 x_{4C} + 7 x_{4D} + 12 x_{4E} + \\ & 37 x_{5A} + 40 x_{5B} + 32 x_{5C} + 12 x_{5D} + 10 x_{5E} + \\ & 1000 I_1 + 1500 I_2 + 1700 I_3 + 1400 I_4 + 1200 I_5 + \\ & 20 x_1 + 17 x_2 + 13 x_3 + 25 x_4 + 33 x_5 \end{aligned}$$

ST

$$x_{1A} + x_{2A} + x_{3A} + x_{4A} + x_{5A} = 30$$

$$x_{1B} + x_{2B} + x_{3B} + x_{4B} + x_{5B} = 40$$

$$x_{1C} + x_{2C} + x_{3C} + x_{4C} + x_{5C} = 50$$

$$x_{1D} + x_{2D} + x_{3D} + x_{4D} + x_{5D} = 35$$

$$x_{1E} + x_{2E} + x_{3E} + x_{4E} + x_{5E} = 40$$

$$x_{1A} + x_{1B} + x_{1C} + x_{1D} + x_{1E} - x_1 = 0$$

$$x_{2A} + x_{2B} + x_{2C} + x_{2D} + x_{2E} - x_2 = 0$$

$$x_{3A} + x_{3B} + x_{3C} + x_{3D} + x_{3E} - x_3 = 0$$

$$x_{4A} + x_{4B} + x_{4C} + x_{4D} + x_{4E} - x_4 = 0$$

$$x_{5A} + x_{5B} + x_{5C} + x_{5D} + x_{5E} - x_5 = 0$$

$$X_1 - 80 \leq 0$$

$$X_2 - 80 \leq 0$$

$$X_3 - 80 \leq 0$$

$$X_4 - 80 \leq 0$$

$$X_5 - 80 \leq 0$$

END

INT I1

INT I2

INT I3

INT I4

INT I5

OBJECTIVE FUNCTION VALUE

1) 9880.000

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
I1	1.000000	1000.000000
I3	1.000000	1300.000000
I4	1.000000	1400.000000
X1A	30.000000	0.000000
X1B	40.000000	0.000000
X1D	5.000000	0.000000
X3C	50.000000	0.000000
X3D	30.000000	0.000000
X4E	40.000000	0.000000
X1	75.000000	0.000000
X3	80.000000	0.000000
X4	40.000000	0.000000

NO. ITERATIONS= 143

BRANCHES= 13 DETERM.= 1.000E 0