INVESTIGACIÓN OPERATIVA (71.07)

GUIA DE TRABAJOS PRÁCTICOS 2014

1. PROGRAMACIÓN LINEAL. FORMULACIÓN Y RESOLUCIÓN GRÁFICA 2
2. PROGRAMACIÓN LINEAL. FORMULACIONES CON VARIAS VARIABLES................ 5
3. MODELIZACION DE PROCESOS COMPLEJOS 11
4. METODO SIMPLEX 18
5. MODELO DUAL 21
6. ANALISIS POST OPTIMAL 22
7. PROGRAMACIÓN MATEMÁTICA ENTERA 35
8. EXTENSIONES DE LA PROGRAMACIÓN LINEAL.. 39
9. CADENAS DE MARKOV 43
10. TEORIA DE COLAS 47
11. TEORÍA DE COLAS: REDES 53
12. PROGRAMACIÓN POR CAMINO CRÍTICO 55
13. STOCKS.. 63
14. SIMULACION 76

1. PROGRAMACIÓN LINEAL. FORMULACIÓN Y RESOLUCIÓN GRÁFICA

1.1 En un taller metalúrgico se fabrican dos tipos de piezas A y B, que deben seguir los siguientes procesos:

1. Estampado en hojas metálicas
2. Soldado
3. Pintado

La operación de estampado consiste en preparar partes idénticas que luego serán soldadas de a pares, formando la pieza A. El mismo proceso se realiza para la pieza B.

Los insumos de equipos son los siguientes, para la realización de cada una de las operaciones (expresados en segundos por pieza):

	Pieza		Tiempo disponible
Operación	**A**	**B**	**(seg./semana)**
Estampado de c/parte	3	8	48000
Soldado	12	6	42000
Pintado	9	9	36000

La utilidad unitaria es de \$ 4 para la pieza A y \$ 3 para la pieza B. Se desea establecer el programa semanal de producción que maximice la utilidad del taller con respecto a las piezas consideradas.

1.2 Un fabricante de bombones entrega sus productos en cajas de un kilogramo, en dos variedades, A y B.

La caja tipo A, contiene 300 gramos de bombones de licor, 500 gramos de bombones de nuez, y 200 gramos de bombones de fruta. La caja tipo B contiene 400 gramos, 200 gramos y 400 gramos de cada tipo de bombón respectivamente.

La utilidad por cada caja de tipo A es de \$ 120, y por cada de tipo B es de \$ 90.

El fabricante dispone de 100 kilogramos de bombones de licor, 120 kilogramos de bombones de nuez, y 100 kilogramos de bombones de fruta.

Se pide definir la cantidad de cajas de cada tipo que debe armar en esta situación, para que su beneficio sea máximo.

1.3 Una empresa produce concreto usando los ingredientes A y B. Cada kilo de ingrediente A cuesta \$ 60 y contiene 4 unidades de arena fina, 3 unidades de arena gruesa y 5 unidades de piedrecillas. Cada kilo de ingrediente B cuesta \$ 100 y contiene 3 unidades de arena fina, 6 unidades de arena gruesa y 2 unidades de piedrecillas. Cada saco de concreto debe contener por lo menos 12 unidades de arena fina, 12 unidades de arena gruesa y 10 unidades de piedrecillas. Formule un modelo de programación lineal y resuélvalo gráficamente.

1.4 Una empresa ha ganado una licitación para pintar sendas peatonales de cruce de calles. Las bases exigen que en cada cruce la luminosidad tenga por lo menos 300 lúmenes. Adicionalmente, la reflexión nocturna debe ser de un mínimo de 150 luxes. Para preparar la pintura, se dispone de dos concentrados de pintura: ALUX y DULAX. Cada gramo de concentrado de ALUX entrega dos lúmenes y tres luxes. En cambio el concentrado de DULAX aporta cuatro lúmenes por gramo.

El kilogramo de ALUX cuesta \$ 450 y el de DULAX \$ 120. ¿Cómo deben mezclarse los concentrados?

1.5 Se desea definir las cantidades a fabricar en un período de tiempo determinado de dos productos A y B, cuyo procedimiento se realiza en dos centros de máquinas. Se conocen los datos referentes a los tiempos de procesos y disponibilidades en cada uno de los centros. Se sabe además que debe cumplirse con un pedido mínimo de 50 unidades de A. Al mismo tiempo, la producción de B debe ser por lo menos cuatro veces superior a la producción de A.

Se conocen los márgenes brutos de beneficio de cada producto, y se desea optimizar el beneficio total.

		A	B	DISPONIBILIDAD
Tiempos unitarios	**Máquina 1**	1	0.4	200
	Máquina 2	0.5		200
Margen bruto unitario		12	8	

Plantear y resolver el problema a fin de optimizar el margen total.

1.6 Es necesario alimentar racionalmente un rebaño de cabezas de ganado. La alimentación debe contener imprescindiblemente cuatro componentes nutritivos: A, B, C y D.

Se encuentran disponibles en el comercio dos alimentos: M y N, cuyas propiedades son las siguientes:

- Un kilogramo de alimento M contiene 100 gramos de A, 100 gramos de C y 200 gramos de D.
- Un kilogramo de alimento N contiene 100 gramos de B, 200 gramos de C y 100 gramos de D.

Cada animal debe consumir por día, como mínimo, 400 gramos de A, 600 gramos de B, 2000 gramos de C y 1700 gramos de D.

El alimento M cuesta \$ 10 el kilogramo y el alimento N, \$ 4 el kilogramo.

¿Qué cantidad de alimentos M y N debe suministrarse a cada animal diariamente para que la ración sea la más económica?

1.7 Una empresa automotriz está equipada para producir automóviles y camiones. Su planta fabril está organizada en cuatro departamentos: Estampado, Montaje de motores, Línea de montaje de automóviles y Línea de montaje de camiones.

La capacidad de producción de cada departamento está limitada de la siguiente forma:

* Estampado: 25000 automóviles o 40000 camiones por año (o cualquier combinación lineal convexa intermedia).
* Montaje de motores: 33333 automóviles o 16667 camiones por año (o cualquier combinación lineal convexa intermedia).
* Línea de montaje de automóviles: 22500 unidades por año.
* Línea de montaje de camiones: 15000 unidades por año.

Por otra parte, se desea producir como mínimo 12000 automóviles y 8000 camiones por año, estimándose asimismo en 18000 unidades la cantidad demandada máxima anual de automóviles.

El margen de beneficios es de $ 15000 por automóvil y $ 12500 por camión.

Se desea conocer el plan de producción que haga máximo el margen total de beneficios.

2. PROGRAMACIÓN LINEAL. FORMULACIONES CON VARIAS VARIABLES

2.1 Se dispone de los metales A, B, C y D, que tienen las siguientes propiedades:

Metal	Densidad (DEN)	Carbono (CAR), %	Fósforo (FOS), %	Precio $ / kg
A	6500	0.2	0.05	2.0
B	5800	0.35	0.015	2.5
C	6200	0.15	0.065	1.5
D	5900	0.11	0.1	2.0

Se debe producir una aleación al mínimo costo posible, con los siguientes rangos de propiedades:

Rango	Densidad (DEN)	Carbono (CAR), %	Fósforo (FOS), %
Min	5950	0.1	0.045
Max	6050	0.3	0.055

Formular un modelo de PL que permita resolver este problema.

2.2 Un fraccionador de whisky importa el licor en tres distintas graduaciones A, B y C. Mediante la mezcla de estos licores, de acuerdo a sus fórmulas, se obtienen los whiskies de calidades comercializables Escocés, Kilt y Tartan.

Las citadas fórmulas especifican las siguientes relaciones entre los elementos a mezclar.

MARCA	ESPECIFICACION	Precio de Venta ($/litro)
Escocés	No menos del 60 % de A No más del 20 % de C	6.80
Kilt	No menos del 15 % de A No más del 60 % de C	5.70
Tartan	No más del 50 % de C	4.50

Se conocen también las disponibilidades y precios de los licores A, B y C que se indican en el siguiente cuadro.

TIPO	LITROS DISPONIBLES	PRECIO DE COSTOS ($/LITRO)
A	2000	7.00
B	2500	5.00
C	1200	4.00

Se desea definir la composición de cada marca para maximizar el beneficio total.

2.3 Existen siete tipos de píldoras vitamínicas que contienen, cada una de ellas, una cierta proporción de vitaminas de tres tipos diferentes. La siguiente tabla da los valores de unidades de cada vitamina por píldora.

	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7
V1	5	0	2	0	3	1	2
V2	3	1	5	0	2	0	1
V3	1	0	3	1	2	0	6
Costo ($/unid.)	4	1	5	0.6	3.5	0.7	4

Se desea hallar una combinación de píldoras que proporcione exactamente 100 unidades de V1, 80 unidades de V2 y entre 120 y 160 unidades de V3. ¿Cuál es la combinación que cumple estas restricciones en la forma más económica?

Asumir que las píldoras se pueden partir (por ejemplo, es factible suministrar 2,3 píldoras de un tipo dado).

2.4 Un taller de tejido de pullovers elabora varios modelos, los que se pueden agrupar desde el punto de vista técnico-económico en tres tipos de prendas diferentes: A, B y C.

El taller posee 2 máquinas: I y II. Los pullovers A solo se pueden fabricar en la máquina I, los C en la II y los B en la I o en la II.

Las dos máquinas trabajan 2 turnos de 8 horas de lunes a viernes.

La materia prima utilizada es lana de dos calidades distintas: M se usa para los A y C, y N para los de tipo B. De la lana M es posible conseguir hasta 20 kg. por semana y de la N hasta 36 Kg. por semana.

Existe un compromiso con un importante distribuidor de entregar 10 pullovers de tipo B por semana. El objetivo del problema es maximizar los beneficios.

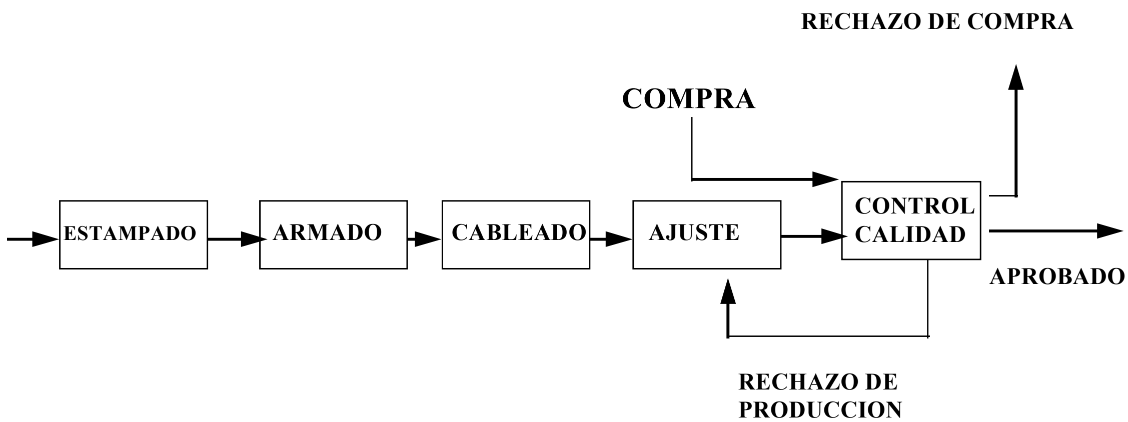
No es necesario que las prendas que comienzan a fabricarse en una semana se terminen durante la misma; es decir que pueden quedar pullovers a medio hacer de una semana para la próxima.

Los standards de producción, standards de Materia Prima y el beneficio unitario para cada tipo de pulóver se dan en el siguiente cuadro:

	Standard de Producción (hs/pulóver)		Standard de Mat. Prima (Kg./pul.)		Beneficio unitario ($/pul.)
	I	**II**	**M**	**N**	
A	5	-	1.6	-	1000
B	6	4	-	1.8	1500
C	-	4	1.2	-	1800
Disponibilidad semanal	80 hrs.	80 hrs	20 Kg.	36 Kg.	

2.5 Una fábrica de automotores cuenta con un taller propio para la producción de los tableros de los vehículos que fábrica, tarea que también puede encomendarse a proveedores. Los tableros comprados pasan también por el mismo sector de Control de Calidad. La fábrica necesita cuatro tipos de tableros: A, B, C y D para los que se cuenta con los datos referentes a sus tiempos de proceso en horas/tablero, tal como se muestra en la tabla.

El proceso de fabricación es el siguiente:



TABLERO	ESTAMPADO	ARMADO	CABLEADO	AJUSTE	CONTROL DE CALIDAD	
					PRODUCC.	COMPRA
A	0.05	0.10	0.20	0.08	0.02	0.03
B	0.05	0.12	0.25	0.10	0.03	0.05
C	0.05	0.14	0.30	0.06	0.03	0.04
D	0.05	0.18	0.25	0.10	0.03	0.04
DISPONIBILIDAD (HS)	1200	3600	5000	3000	3000	

En la tabla se indica también la disponibilidad en horas de los sectores y el tiempo de Control de Calidad de los tableros comprados. La fábrica necesita exactamente 4.000 tableros A, 3.000 tableros B, 8.000 tableros C y 5.000 tableros D. Los costos de producción y compra son los siguientes, medidos en $.

	A	B	C	D
PRODUCCION	500	600	1200	1000
COMPRA	800	750	1800	800

Un registro estadístico de Control de Calidad indica que el 90 % de los tableros producidos por la fábrica son aprobados, y el resto debe repetir la operación de ajuste y su posterior Control de Calidad. Con respecto a los tableros comprados, se aprueba el 80 % mientras que el resto se devuelve al proveedor, siendo controlado nuevamente al ser reintegrado por el mismo. Para un tablero reajustado, el porcentaje de aprobación es el mismo indicado. Se desea definir las cantidades a producir y comprar de cada tablero para hacer mínimo el costo total de la operación.

2.6 Cuatro fábricas envían sus productos a igual número de almacenes. Las capacidades de las fábricas y los costos de producción por unidad de producto en cada una de ellas se indican en la primera tabla.

Los costos de transporte (dados en $/u) de cada fábrica a cada almacén se muestran en la segunda tabla.

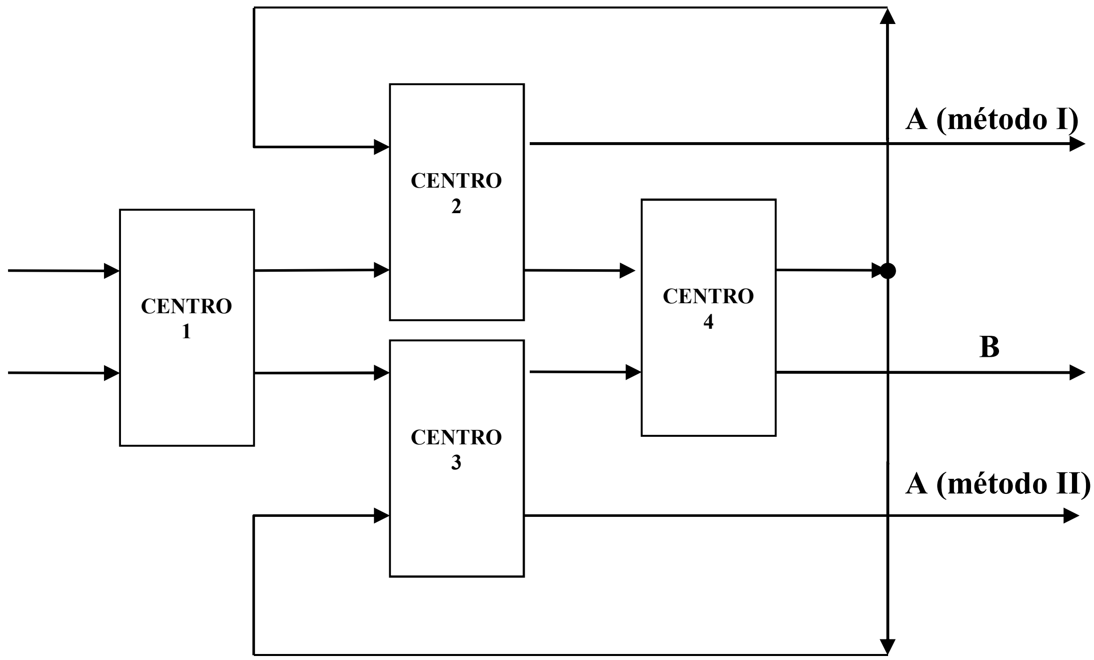
Las cantidades requeridas por cada almacén están dadas en toneladas.

Se desea establecer el programa de distribución que minimice el costo total.

Fábrica	Capacidad	Costo ($/unidad)
1	140	60
2	260	72
3	360	48
4	220	60

Fábrica	Almacenes			
	A	**B**	**C**	**D**
1	28	40	36	38
2	18	28	24	30
3	42	54	52	54
4	36	48	40	46
Requerimientos	180	280	150	200

2.7 Una empresa fabrica y vende dos productos A y B, cuyo diagrama de proceso es el siguiente:



El producto A puede seguir cualquiera de los dos procesos alternativos de producción, mientras que para el producto B existe un único procedimiento de fabricación.

Las características y rendimiento de los productos según sus procesos están dados en las siguientes tablas:

Producto	Centros	Tasa de procesamiento (litros/hora)	Rendimiento (%)	Costo proceso ($/hora)
A	1	300	90	1500
	2(1ª vez)	450	95	2000
	4	250	85	1800
	2 (2ª vez)	400	80	2200
	3	350	75	2500
B	1	500	90	3000
	3	480	85	2500
	4	400	80	2400

Producto	Costo materia prima ($/litro)	Precio de venta ($/litro)	Demanda máxima (litro/día)
A	50	60	1750
B	60	180	1500

Al realizarse el estudio se verificó que los centros 1 y 4 pueden funcionar como máximo 16 horas por día y los centros 2 y 3, solamente 12 horas netas por día.

Los medios de despacho de la empresa están limitados a una capacidad conjunta para A y B de 2500 litros diarios. Se deben producir al menos 600 litros por día de A.

Se pide determinar la mezcla de ventas que maximice el margen de beneficios.

2.8 Un hotel planea recibir a los participantes de una convención que dura una semana. Para los banquetes previstos, la empresa organizadora de la convención solicitó que se utilizaran manteles de un color especial. El costo de dichos manteles es de 250 $/mantel. El lavado de dichos manteles toma normalmente 2 días; es decir un mantel sucio, enviado a lavar inmediatamente después de ser utilizado el día 2, es regresado a tiempo para ser utilizado el día 5.
Sin embargo, la lavandería tiene también un servicio de mayor costo que regresa los manteles en 1 día. Los gastos de lavandería son de 100 $/mantel y de 150 $/mantel respectivamente.
Debe considerarse además, que el hotel no desea (por las características de estos manteles), comprar más manteles que los necesarios para el día, ni enviar manteles a lavar si no van a ser utilizados durante esta convención. Plantear un modelo que permita calcular como el hotel satisface sus necesidades minimizando gastos.

Día (i)	1	2	3	4	5	6	7
Manteles necesarios	5	6	7	8	7	9	10

2.9 Un avión de carga tiene tres compartimientos para almacenar: delantero, central y trasero. Estos compartimientos tienen un límite de capacidad tanto en peso como en espacio. Los datos se resumen en la tabla:

Compartimiento	Capacidad de peso (tn)	Capacidad. de espacio (pies^3)
Delantero	12	7000
Central	18	9000
Trasero	10	5000

Además, para mantener el avión balanceado, el peso de la carga en los respectivos compartimientos debe ser proporcional a su capacidad.

Se tienen ofertas para 4 cargamentos en un vuelo próximo ya que se cuenta con espacio:

Carga	Peso (tn)	Volumen (pies^3/tn)	Ganancia ($/tn)
1	20	500	320
2	16	700	400
3	25	600	360
4	13	400	290

Se puede aceptar cualquier fracción de estas cargas. El objetivo es determinar qué cantidad de cada carga debe aceptarse y cómo distribuirla en los compartimientos para maximizar la ganancia del vuelo.

Formular un modelo de P.L.

3. MODELIZACION DE PROCESOS COMPLEJOS

Formular y resolver con LINDO los siguientes casos:

3.1 Una refinería de petróleo está constituida únicamente por 2 plantas: una unidad de Destilación Primaria (Pipestill) y una unidad de Craqueo Catalítico.

La refinería puede procesar 3 crudos distintos en su unidad de destilación, y de ella salen solamente cuatro productos intermedios: Nafta Virgen (NFV), Diesel Oil Virgen (DOV), Gas Oil Pesado (GOP) y Crudo Reducido (CRR). El Gas Oil Pesado se usa como alimentación del Cracking Catalítico, en el que a su vez se produce Nafta Catalítica (NFC) y Diesel Oil Catalítico (DOC). El Cracking Catalítico también puede alimentarse con Diesel Oil Virgen.

Todos los productos intermedios deben mezclarse convenientemente de manera que los productos finales a obtenerse cumplan con las especificaciones comerciales. Estos productos finales son:

Nafta comercial (NF), Diesel Oil comercial (DO) y Fuel Oil comercial (FO).

La Nafta comercial se obtiene como mezcla de la Nafta Virgen y de la Nafta Catalítica. El Diesel Oil Comercial es una mezcla de Diesel Oil Virgen, Nafta Catalítica y Diesel Catalítico. Finalmente, el Fuel Oil Comercial se produce mezclando Crudo Reducido, Diesel Catalítico, Diesel Oil Virgen y Nafta Virgen.

En las planillas de información básica se dan las capacidades de las plantas, rendimientos, disponibilidad de crudos, requerimientos de productos finales, costos de crudos y costos operativos, y precios de venta de los productos terminados.

CAPACIDADES DE PLANTAS	kBbl/D
Pipe Still (PS)	10.00
Cracking Catalítico (CC)	6.50

DISPONIBILIDAD DE CRUDOS	kBbl/D
Crudo 1 (CR1)	6.00
Crudo 2 (CR2)	6.00
Crudo 3 (CR3)	6.00

RENDIMIENTO DE CRUDOS	CR1	CR2	CR3
Nafta Virgen (NFV)	0.23	0.15	0.03
Diesel Oil Virgen (DOV)	0.28	0.31	0.27
Gas Oil Pesado (GOP)	0.40	0.35	0.27
Crudo Reducido (CRR)	0.08	0.18	0.42
TOTAL	**0.99**	**0.99**	**0.99**

RENDIMIENTO DEL CRACKING	DOV	GOP
Nafta Catalítica (NFC)	0.25	0.55
Diesel Oil Catalítico (DOC)	0.85	0.60

TOTAL	**1.10**	**1.15**

REQUERIMIENTOS MAXIMOS DE PRODUCTOS	**kBbl/D**
Nafta Comercial (NF)	4.00
Diesel Oil Comercial (DO)	4.00
Fuel Oil Comercial (FO)	Sin restricciones

ESPECIFICACIONES COMERCIALES DE LA NAFTA	**Nro. de Octano**
Número de Octanos Mínimo de la nafta	80
Nafta Virgen (NFV)	59
Nafta Catalítica (NFC)	98

ESPECIFICACIONES COMERCIALES DEL DIESEL OIL	**%**
Cantidad máxima de Nafta Catalítica (limitación de Flash Point)	10

ESPECIFICACIONES COMERCIALES DEL FUEL OIL	**V.B.N.**
Viscosity Blending Number Mínimo del Fuel Oil	21
Crudo Reducido (CRR)	14
Diesel Oil Catalítico (DOC)	52
Diesel Oil Virgen (DOV)	42
Nafta Virgen (NFV)	60

COSTOS	**US$/Bbl**
Costo de adquisición del Crudo 1 (CR1)	170.0
Costo de adquisición del Crudo 2 (CR2)	150.0
Costo de adquisición del Crudo 3 (CR3)	130.0
Costo incremental del Pipe Still (PS)	5.0
Costo incremental del Cracking Catalítico (CC)	10.0

PRECIO DE VENTA	**US$/Bbl**
Nafta (NF)	290
Diesel Oil (DO)	240
Fuel Oil (FO)	210

El costo fijo de mantener la refinería operativa es de 200 kUS$ por día.

Se desea conocer cuál es la forma en que debe operarse la Refinería con el objeto de maximizar su ganancia. Analizar todos los resultados obtenidos.

3.2 Una empresa lechera elabora leche (LE), leche descremada (LD) y crema (CR) a partir de leche cruda obtenida de dos regiones: A, B y C. Los precios, los contenidos de grasa butirométrica y las propiedades de separación de los tres tipos de leche cruda difieren para cada región. Los datos para un día son los siguientes:

A) Leche cruda de la región A (LA):

- Costo: $0,54 por litro los primeros 2.000 litros y $0,58 por litro por cada litro excedente a los 2.000. Por ejemplo, adquirir 2.500 litros costaría 2.000 x 0,54 + 500 x 0,58
- Contenido de grasa butirométrica: [25%]
- Proceso de separación: Se obtiene un 20% de leche tipo 1 (L1) que tiene un contenido de grasa butirométrica de [41%] y un 80% de leche tipo 2 (L2) que tiene un contenido de grasa butirométrica de [12%].
- Costo del proceso de separación 0,0125 $/litro
- Disponibilidad diaria: 3000 litros

B) Leche cruda de la región B (LB):

- Costo: $0,42 por litro si se adquiere menos de 1.800 litros, pero $0,45 por litro si se adquiere más de 1.800 litros.
- Contenido de grasa butirométrica: [15%]
- Proceso de separación: Se obtiene un 10% de leche tipo 3 (L3) que tiene un contenido de grasa butirométrica de [43%] y un 90% de leche tipo 4 (L4) que tiene un contenido de grasa butirométrica de [5%].
- Costo del proceso de separación 0,0175 $/litro
- Disponibilidad diaria: 3500 litros

C) Leche cruda de la región C (LC):

- Costo: $0,50 por litro.
- Contenido de grasa butirométrica: [20%]
- Proceso de separación: Se obtiene un 5 % de leche tipo 5 (L5) que tiene un contenido de grasa butirométrica de [45%], un 10% de leche de tipo 6 (L6) que tiene un contenido de grasa de [40%] y un 85% de leche tipo 7 (L7) que tiene un contenido de grasa butirométrica de [6%].
- Costo del proceso de separación 0,018 $/litro
- Disponibilidad diaria: 1500 litros

Una vez que la leche cruda es adquirida y recibida en la planta, se purifica en una máquina que tiene una velocidad de purificación diferente para cada tipo de leche: 1000 litros/hora, 833.33 litros/hora y 769.23 litros/hora para LA, LB y LC, respectivamente. Se puede despreciar el tiempo y el costo de set-up entre el procesamiento de un tipo de leche y otro, ya que es una operación muy rápida y no implica lavado o preparación previa de tanques o líneas. La purificadora puede trabajar las 24 horas y el costo es de $200 por hora de operación.

Las leches purificadas se pueden mezclar directamente, o separar primero y mezclar después. Por ejemplo, parte de la leche de la región A puede enviarse directamente a la mezcla de crema (LACR), otra parte a la mezcla de leche entera (LALE), otra a la mezcla de la lecha descremada (LADE), y la otra parte pasa primero por el proceso de separación (LASM).

Los procesos de separación se realizan en una misma unidad, de manera que primero se procesa una leche purificada y luego las otras. La velocidad de procesamiento de separación de la leche de la región A es de 300 litros por hora, de la leche de la región B de 400 litros por hora y de la leche de la región C de 350 litros por hora. La unidad está disponible las 24 horas.

Las leches que salen del proceso de separación van a los tanques de mezcla. Así, por ejemplo, una parte de la leche separada de tipo 1 va a la mezcla de leche entera (L1LE), otra a la de la leche descremada (L1DE) y la otra parte va a la mezcla de crema (L1CR).

Los procesos de las mezclas que se realizan para cumplir con las especificaciones comerciales de las leches y de la crema se hacen en tanques separados y se pueden suponer sin costo.

Toda la crema procesada debe tener por lo menos un 40% de grasa butirométrica, se vende a $9 el litro, y tiene una demanda de 750 litros.

Toda la leche entera procesada debe tener por lo menos un 20% de grasa butirométrica, se vende a $4 el litro, y tiene una demanda de 4.000 litros. La lecha entera debe tener entre 10% y 20% de grasa, se vende también a $4 y tiene un demanda de 4.500 litros.

Formular un modelo de programación lineal para maximizar las utilidades diarias.

3.3 Una empresa fabrica 3 productos (A, B y C). Cada uno de ellos se elabora ensamblando componentes X, Y y Z, requiriendo el insumo de un producto químico especial y mano de obra, según se indica en la siguiente tabla:

		A	**B**	**C**
COMPONENTES (unidades)	**X**	2	4	2
	Y	4	2	2
	Z	1	1	1
INSUMO (gr)	**I**	10	12	9
MO (hs)		0.23	0.25	0.22

A su vez, los componentes se pueden fabricar internamente o comprar a proveedores. Para cada componente se han seleccionado las dos mejores ofertas (llamadas, respectivamente, O1 y O2).

Los componentes llevan subcomponentes, y para su armado se requieren distintos tipos de materia prima (MP1 y MP2), e insumen horas hombre y horas de máquina, conforme a la siguiente información:

		X	Y	Z
SUB-COMPONENTES (unidades)	**X1**	3	-	-
	X2	2	-	-
	Y1	-	1	-
	Y2	-	4	
	Z1	-	-	3
	Z2	-	-	3
	P	6	5	10
	Q	4	5	-
MATERIA PRIMA (gr)	**MP1**	2	1	2.5
	MP2	1.1	1.5	1.0
MO (hs)		0.02	0.01	0.03
HM (hs)		0.1	0.1	0. 2

Los precios de venta de los productos A, B y C, las cantidades demandadas para el período en análisis y los requerimientos mínimos a satisfacer de esa demanda son los siguientes:

	A	B	C
Demanda (unidades)	60	50	45
Requerimiento (unidades)	50	30	40
Precio de venta ($/u)	305	350	250

Los subcomponentes P, Q, Xi, Yi y Zi se pueden fabricar internamente o comprar a terceros. Si se fabrican internamente, los insumos son los siguientes:

	X1	X2	Y1	Y2	Z1	Z2	P	Q
Costo de materiales ($/unidad)	0. 1	0.12	0.08	0.4	0.2	0.1	0.2	0.3
Requerimiento de mano de obra (hs)	0.09	0.10	0.05	0.2	0.1	0.09	0.21	0.22
Requerimiento de máquina (hs)	0.2	0.15	0.1	0.3	0.25	0.25	0.33	0.27

Los datos correspondientes a costos y disponibilidades se muestran a continuación.

			Costo ($)	Disponibilidad
MANO DE OBRA (hora)		NORMAL	20	60
		EXTRA	40	20
INSUMO (gr)		I	10	1500
COMPONENTES COMPRADOS (unidad)	OFERTA 1	X	20	150
		Y	21	150
		Z	24	200
	OFERTA 2	X	26	300
		Y	27	300
		Z	28	150
MATERIA PRIMA (gr)		MP1	5	800
		MP2	6	600
SUBCOMPONENTES COMPRADOS (unidad)		X1	0.5	600
		X2	0.6	500
		Y1	0.7	400
		Y2	0.3	1000
		Z1	0.4	400
		Z2	0.6	450
		P	0.11	2200
		Q	0.15	2000
MAQUINA (hora)			5	60

3.4 Un alimento se produce refinando aceites crudos y mezclándolos. Los aceites crudos vienen en dos categorías: Aceites vegetales (A y B) y Aceites no vegetales (X, Y y Z).

Cada uno de ellos puede ser adquirido con entrega inmediata o comprado en el mercado futuro para ser entregado en un mes posterior. Los precios actuales y en el mercado futuro en $/ton son los siguientes:

Mes	A	B	X	Y	Z
1	110	120	130	110	115
2	130	130	110	90	115
3	110	140	130	100	95
4	120	110	120	120	125
5	100	120	150	110	105
6	90	100	140	80	135

El producto final se vende a $ 150/ton. El costo de almacenamiento para ambos tipos de aceite es de 5 $/ton por mes.

Los aceites vegetales requieren una línea de producción diferente a la de los no vegetales para ser refinados. En un mismo mes no es posible refinar más de 200 toneladas de aceites vegetales ni más de 250 toneladas de no vegetales.

No hay pérdida de peso en el proceso de refinación.

Es posible almacenar hasta 1.000 toneladas de cada tipo de aceite crudo para su uso posterior. El producto final y los aceites refinados no pueden almacenarse.

Hay una restricción técnica de dureza en el producto final ya que debe estar entre 3 y 6 unidades de dureza.

Se asume que la respuesta a la dureza en la mezcla tiene un comportamiento lineal. Las unidades de dureza de los aceites componentes son:

A	B	X	Y	Z
8.8	6.1	2.0	4.2	5.0

Actualmente hay 500 toneladas de cada tipo de aceite y se requiere que el stock final a fin del mes 6 sea el mismo para todos ellos.

Establecer la política de adquisición y de producción para maximizar los beneficios.

Variables:

SP: Stock promedio de aceites
ji: Cantidad de aceite (j = A, B, X, Y, Z) a comprar en el período i (i = 1, 2, 3, 4, 5, 6)
Si: Stock de aceites al final del período i
Sji: Stock del aceite j al final del período i
Rji: Cantidad a refinar y mezclar del aceite j en el período i
Pi: Cantidad a vender del producto en el período i

4. METODO SIMPLEX

Asumir en todos los casos que las variables son continuas, no-negativas.
Resolver por el método simplex y gráficamente los siguientes problemas, explicando el tipo de solución obtenida y cómo se detecta en la tabla final.

4.1

$$\begin{aligned} x_1 \quad\quad &\leq 3 \\ x_2 &\leq 6 \\ 6x_1 + 4x_2 &\leq 36 \end{aligned}$$

Max: $Z = 8x_1 + 3x_2$

4.2

$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 + x_3 &\leq 430 \\ 3x_1 + 2x_3 &\leq 460 \\ x_1 + 4x_2 &\leq 420 \end{aligned}$$

Max: $Z = 3x_1 + 2x_2 + 5x_3$

4.3

$$\begin{aligned} 6x_1 + 5x_2 &\leq 30 \\ x_2 &\geq 1 \\ -2x_1 + 2x_2 &\leq 6 \end{aligned}$$

Max: $Z = 5x_1 + 8x_2$

4.4

$$\begin{aligned} 3x_1 + x_2 &\geq 3 \\ 4x_1 + 3x_2 &\geq 6 \\ x_1 + 2x_2 &\geq 2 \end{aligned}$$

Min: $Z = 2x_1 + x_2$

4.5

Max $Z = 6x_1 + 2x_2 + 1x_3$

Sujeto a:

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 &\leq 300 \\ 2.5x_1 + 4x_2 + 5x_3 &\leq 1000 \\ x_2 + x_3 &= 200 \\ x_1 &\leq 200 \end{aligned}$$

4.6 Max $Z = -2x_1 + 4x_2$

Sujeto a:

$x_2 \leq 3$

$4x_1 + 5x_2 \leq 24$

$2x_1 + 2x_2 \geq 0$

Siendo $x_i \geq 0$

4.7 Max $Z = 4x_1 + 4x_2$

Sujeto a:

$x_1 \leq 6$

$x_1 + x_2 \leq 8$

$x_1 + 2x_2 \leq 12$

Siendo $x_i \geq 0$

4.8 Max $Z = 6x_1 + 4x_2$

$2x_1 + 4x_2 \leq 48$

$4x_1 + 2x_2 \leq 60$

$3x_1 \leq 45$

Siendo $x_i \geq 0$

4.9 Max $Z = 2x_1 + x_2$

Sujeto a:

$-5x_1 + 3x_2 \geq 5$

$x_1 + x_2 \leq 4$

$2x_1 + x_2 \geq 10$

Siendo $x_i \geq 0$

4.10 Max $Z = x_1 + 8x_2$

Sujeto a:

$x_2 \geq 2$

$4x_1 + 6x_2 \geq 24$

$10x_1 - 30x_2 \geq 30$

Siendo $x_i \geq 0$

4.11 Min $Z = x_1 - 2\,x_2$

Sujeto a:

$$
\begin{aligned}
x_1 \phantom{{}+2\,x_2} &\geq 2 \\
2\,x_1 + x_2 &\leq 10 \\
x_1 + 2\,x_2 &\leq 8 \\
x_2 &\geq 1
\end{aligned}
$$

Siendo $x_i \geq 0$

4.12 Max $Z = 3\,x_1 + x_2$

Sujeto a:

$$
\begin{aligned}
x_1 + x_2 &\leq 6 \\
2\,x_1 + x_2 &\leq 1 \\
-x_1 + 2\,x_2 &\geq 8
\end{aligned}
$$

Siendo $x_i \geq 0$

4.13 Max $Z = 8\,x_1 + 6\,x_2$

Sujeto a:

$$
\begin{aligned}
4\,x_1 - x_2 &\leq 8 \\
2\,x_1 + x_2 &\leq 10 \\
4\,x_1 + 3\,x_2 &\leq 24
\end{aligned}
$$

Siendo $x_i \geq 0$

5. MODELO DUAL

5.1 Plantear y resolver el problema dual correspondiente al ejercicio 4.2 y 4.8

5.2 Plantear y resolver el problema dual correspondiente al ejercicio 4.3 y 4.4

5.3 Plantear y resolver el problema dual correspondiente al ejercicio 4.10 y 4.12

5.4 Obtener la tabla óptima dual del problema 4.2 a partir de la tabla óptima del problema directo.

5.5 Obtener la tabla óptima dual del problema 4.6 a partir de la tabla óptima del problema directo.

5.6 Obtener la tabla óptima dual del problema 4.11 a partir de la tabla óptima del problema directo

5.7 Obtener la tabla óptima del problema 4.1 si se incorpora al mismo una nueva variable x3 con coeficientes 2, 1, 6 y c3=13

5.8 Obtener la tabla óptima del problema 4.4 si se incorpora la siguiente restricción adicional:

$4\ x1 + 2\ x2 \leq 4$

5.9 Obtener la tabla óptima del problema 4.3 para los siguientes términos independientes 30, 2, 6.

5.10 Ídem 5.9 para 30, 5, 6.

5.11 Determinar la nueva solución para el problema 4.2 si se ha decidido eliminar la actividad x2 del programa

6. ANALISIS POST OPTIMAL

6.1 En el problema 1.1 la primera y la última tabla de su resolución por el Método Simplex son:

Primera tabla:

			4	3	0	0	0
c_k	x_k	B_k	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5
0	x_3	48000	6	16	1	0	0
0	x_4	42000	12	6	0	1	0
0	x_5	36000	9	9	0	0	1
	Z =	0	-4	-3	0	0	0

Ultima tabla:

0	x_3	14000	0	0	1	5/3	-26/9
4	x_1	3000	1	0	0	1/6	-1/9
3	x_2	1000	0	1	0	-1/6	2/9
	Z =	15000	0	0	0	1/6	2/9

Se pide:

1. Identificar todas las variables del problema (directo y dual).

2. Informar sobre el significado de la solución óptima en términos de producción.

3. Calcular el rango de variación del coeficiente c_1 dentro del cual no se altera la estructura de la solución óptima hallada.

4. Determinar las curvas de oferta de los productos A y B.

5. Calcular el rango de variación de cada coeficiente b, dentro del cual no se altera la estructura de la solución óptima hallada.

6. Hallar analíticamente y graficar las variaciones de:

a. funcional

b. valor marginal soldadura

c. uso de estampado y uso de pintura.

d. valor marginal de estampado y de pintura.

e. producción de A y de B.

Cuando la disponibilidad de soldadura varía de cero a infinito.

7. Determinar la utilidad unitaria mínima que tendría que tener un producto C cuyos standards de producción son de 20, 8, 1 seg/pieza para Estampado, Soldado y Pintado para que convenga fabricarlo.

8. Determinar qué modificaciones habría que hacer en el plan de producción si la utilidad unitaria del producto C es de 5$/pieza.

9. Determinar qué modificaciones habría que hacer en el plan de producción si es necesario agregar un nuevo proceso para el cual los standards de A y B son 3 y 4 seg/pieza respectivamente, y hay 15000 seg. disponibles por semana.

10. ¿A qué valor se pueden vender a un interesado 10000 segundos de soldado?

6.2 Un establecimiento que fabrica dos productos A y B desea planificar su producción haciendo máximo el margen de contribución a gastos generales. Las restricciones con que cuenta son:

- Capacidad de despacho: 8000 u. máximo a despachar en conjunto de A y B.
- Capacidad de máquina: 540 hs. disponibles
- Utilización estándar de máquina de A: 0.09 hs/u.
- Utilización estándar de máquina de B: 0.06 hs/u.
- Producción mínima: 3000 u. como mínimo en conjunto entre A y B.
- Cantidad demandada Máxima: 5000 u de A. y 6000 u de B.

Los márgenes de contribución unitarios son 60 $/u y 120 $/u para los productos A y B respectivamente.

1. Resolver el problema gráficamente

2. Hallar resolviendo gráficamente y graficar las variaciones de:

a. funcional.

b. producción de A y B

c. uso de despacho y hs. de máquina.

cuando la cantidad demandada máxima de B varía entre cero e infinito.

3. Lo mismo que 2 cuando la restricción de producción conjunta mínima varía entre cero e infinito.

4. Lo mismo que 2 cuando la disponibilidad de hs. máquina varía entre cero e infinito.

5. Determinar la curva de oferta del ítem A.

6.3 Dado el enunciado de un problema de programación lineal y las tablas inicial y final de su resolución por el método simplex se pide:

a) Obtener el rango de variación del coeficiente C5 sin que cambie la estructura de la solución óptima. Detallar los cálculos realizados.

b) Qué utilidad unitaria mínima deberá tener un producto P7 para que sea conveniente producirlo, sabiendo que por unidad requiere 4 horas hombre de mano de obra, 3 kilos de materia prima y no está incluido dentro de la restricción de producción mínima

c) Graficar la variación de X2, Y2 y del funcional al variar la disponibilidades del recurso materia prima entre 0 y 14 Kg por semana.

d) Determinar si altera o no la estructura de la solución óptima el hecho de incorporar un nuevo proceso con coeficientes tecnológicos de 4,2,y 3 para A, B, y C respectivamente, con una disponibilidad de 11.

e) A qué valor total resulta conveniente vender a una empresa interesada disponibilidades del recurso materia prima en una cantidad de 4 kilos por semana.

f) Graficar la curva de oferta del producto B para C2 entre 0 y 100

Enunciado: Una empresa desea establecer el programa de producción para sus tres productos A,B y C sujeto a las restricciones de producción mínima (4 unidades por semana), disponibilidad de mano de obra (24 horas hombre por semana) y disponibilidad de materia prima (10 kilos por semana). Los Cj son $ de utilidad.

Tabla inicial:

Ck	Xk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5	A6	U
-M	U	4	1	1	1	-1	0	0	1
0	X5	24	1	4	2	0	1	0	0
0	X6	10	1	2	4	0	0	1	0
Z	=	-4M	-M - 2	-M - 8	-M - 6	M	0	0	0

Tabla final:

Ck	Xk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5	A6	U
8	X2	5	0,5	1	2	0	0	0,5	
0	X5	4	-1	0	-6	0	1	-2	
0	X4	1	-0,5	0	1	1	0	0,5	
Z	=	40	2	0	10	0	0	4	

6.4 Dada una serie de datos de un problema de programación lineal y las tablas inicial y final de su resolución por el método simplex se pide:

a) Obtener el rango de variación del coeficiente C1 sin que cambie la estructura de la solución óptima. Detallar los cálculos realizados.

b) Qué consumo máximo de horas hombre deberá tener un producto P7 para que sea conveniente producirlo sabiendo que por unidad requiere 1Kg de materia prima y tiene un beneficio unitario igual a 4.

c) Graficar la variación de X1, del valor marginal de la materia prima y del funcional, al variar la disponibilidad del recurso horas hombre entre cero y doce. Indicar el valor de las pendientes diciendo en qué parte de la tabla se encuentran.

d) A qué valor total resulta conveniente vender a una fábrica interesada 9 calorías.

e) Determinar si altera o no la estructura de la solución óptima el hecho de incorporar un nuevo proceso para mejorar el resultado operativo de los productos, (empaquetado) que requiere: 1,1, y 3 unidades de empaquetado por cada unidad de producto A, B, y C respectivamente. Se disponen de 100 unidades de empaquetado por mes.

f) Graficar la curva de oferta del producto A cuando C1 varía entre 4 y 20.

DATOS:
R1 Horas hombre disponibles por mes :12
R2 Materia prima disponible por mes :12
R3 Calorías disponibles por mes : 4
C1, C2, C3 Contribución marginal ($/unidad de producto)
X1, X2, X3 Unidades de productos A, B y C.

Tabla inicial

Ck	Xk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5	A6
0	X4	12	2	1	3	1	0	0
0	X5	12	1	2	3	0	1	0
0	X6	4	1	-2	3	0	0	1
Z	=	0	-4	-5	-6	0	0	0

Tabla final

Ck	Xk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5	A6
4	X1	4	1	0	1	2/3	-1/3	0
5	X2	4	0	1	1	-1/3	2/3	0
0	X6	8	0	0	4	-4/3	5/3	1
Z	=	36	0	0	3	1	2	0

6.5 Una refinería de petróleo produce NAFTAS, GASOIL y FUELOIL. La refinería puede funcionar bajo 3 modos diferentes de operación: A, B ó C. La tabla que sigue muestra la cantidad de cada uno de los productos que la refinería es capaz de producir (en miles de barriles / día) bajo cada uno de los regímenes de operación. Se indican además, los márgenes de beneficio de cada uno de los productos en $/bbl.

	NAFTAS	GASOIL	FUELOIL
A	14	6	0
B	14	4	2
C	10	6	4
MARGEN	10	5	-2

Se desea programar la operación de la refinería para un mes de 30 días, de modo de hacer máximo el margen de beneficio sabiendo que es necesario abastecer el mercado de FUELOIL que demanda 20 mil barriles/mes, y el de GASOIL que demanda 30 mil barriles/mes. El mercado es capaz de tomar toda la oferta de NAFTAS sin deterioro en el margen.

El problema ha sido planteado como uno de Programación Lineal de la siguiente forma:

```
Z= 170 X1 + 156 X2 + 122 X3 (MAX)
```

```
6 X1 + 4 X2 + 6 X3 ε 30
0 X1 + 2 X2 + 4 X3 ε 20
1 X1 + 1 X2 + 1 X3 = 30
```

Se dan además las tablas inicial y final.

Tabla inicial

Ck	Xk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7
-M	u1	30	6	4	6	-1	0	0	0
-M	u2	20	0	2	4	0	-1	0	0
-M	u3	30	1	1	1	0	0	-1	0
0	X7	30	1	1	1	0	0	0	1

Tabla Final

Ck	Xk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7
156	X2	10	0	1	2	0	1/2	0	0
0	X4	130	0	0	-4	1	1	0	6
170	X1	20	1	0	-1	0	-1/2	0	1
0	X6	0	0	0	0	0	0	1	1

6.6 En una fábrica se desea analizar la operación de un sector integrado por tres equipos E1, E2 y E3 donde se procesan los productos A, B y C. Los tiempos de proceso de los productos son los del siguiente cuadro, medidos en horas de equipo/docena de producto.

	A	**B**	**C**
Equipo 1	0.8	0.8	0.3
Equipo 2	0.6	1.2	
Equipo 3	0.6	1.0	0.6

Se ha determinado además la disponibilidad mensual de cada uno de los equipos. Esta importa respectivamente 160, 180 y 110 horas. Asimismo se estima en 100 docenas mensuales la cantidad demandada máxima del producto A y en 120 docenas mensuales la cantidad demandada máxima del producto B.

Por otra parte, la Dirección de la empresa desea producir como mínimo 80 docenas mensuales del producto B.

El margen de beneficio de cada producto, es de 50 $/docena de A, 40$/docena de B y 30$/docena de C.

El programa óptimo es el que hace máximo el margen total de beneficio.

Habiéndose resuelto el problema por programación lineal y disponiéndose de la tabla óptima obtenida por el Método Simplex, se pide:

1. Identificar todas las incógnitas del problema (directo).
2. Informar sobre el significado de la solución óptima obtenida.

3. Calcular el rango de variación de cada coeficiente c_j, dentro del cual no se altera la estructura de la solución óptima hallada.
4. Obtener la tabla óptima del problema dual.
5. Identificar todas las incógnitas del problema dual.
6. Informar sobre el significado de la solución óptima del dual.
7. Calcular el rango de variación de cada coeficiente b_j, dentro del cual no se altere la estructura de la solución óptima hallada.
8. ¿Qué ocurre si el margen de beneficios del producto C se eleva a 35 $/docena?
9. ¿Qué ocurre si la disponibilidad de Equipo 1 se torna inferior a 104 hs/mes?
10. ¿Qué ocurre si la disponibilidad de Equipo 3 disminuye en más de 30 hs.?
11. ¿A qué precio se pueden <u>vender</u> 30 horas de Equipo 3?
12. ¿Convendrá producir el producto D, nuevo, cuyo insumo de los equipos 1, 2 y 3 es respectivamente 1.4; 1.2 y 0.5 hs. por docena; no tiene restricción de demanda y su margen de beneficios es de 45 $/docena?
13. ¿Convendrá producir el producto E, nuevo, cuyo insumo de los equipos 1, 2 y 3 es respectivamente 1.0; 1.2 y 1.0 hs. por docena; no tiene restricción de demanda y su margen de beneficios es de 75 $/docena?
14. ¿Qué ocurre si la dirección decide producir un mínimo de 60 docenas mensuales de B en vez de la cifra actual de 80? ¿Cuánto pasa a valer el funcional?

6.7 Para el ejercicio 2.4 se pide:

1) Definir las variables del problema (directo y dual).
2) Expresar la solución en términos de un programa de producción, indicando el porcentaje de utilización de los recursos.
3) Determinar los valores marginales y los costos de oportunidad.
4) Calcular el rango de variación de los coeficientes de costo y de los valores de las restricciones, conservando la estructura de la solución.
5) Analizar la conveniencia de solicitar un aumento en la provisión de lana de tipo "M" si se sabe que dicho aumento solo sería factible reduciendo la provisión de lana de tipo "N" a razón de 2 Kg. de merma en esta última, por cada 1 Kg adicional de la primera.

   Por ejemplo, si el proveedor entregara 21 Kg. de "M" la entrega máxima de "N" sería de 34 kg.

   En caso de ser conveniente dicho aumento, determinar:

   a. ¿Cuál es el máximo beneficio adicional que puede obtenerse?

   b. ¿Cuál sería la cantidad de lana de cada tipo a entregar semanalmente por cada proveedor?

c. ¿Cuál sería el reordenamiento de producción necesario para obtener dicho beneficio máximo? Analizar el cambio a realizar en relación a la utilización de las disponibilidades de los otros recursos.

d. ¿Cuánto habría que aumentar el precio de los pullovers "A" para que su fabricación sea conveniente?

Las siguientes son las tablas primera y óptima del problema resuelto:

			1000	1500	1500	1800						-M
c_k	**x_k**	**B_k**	**A_1**	**A_2**	**A_3**	**A_4**	**A_5**	**A_6**	**A_7**	**A_8**	**A_9**	**μ_9**
0	x_5	80	5	6	0	0	1	0	0	0	0	0
0	x_6	80	0	0	4	4	0	1	0	0	0	0
0	x_7	20	1.6	0	0	1.2	0	0	1	0	0	0
0	x_8	36	0	1.8	1.8	0	0	0	0	1	0	0
-M	μ_9	10	0	1	1	0	0	0	0	0	-1	1

	x_9	6.66	-0.5	0	0	0	0.166	0.250	-0.833	0	1	
1500	x_3	3.33	-1.33	0	1	0	0	0.250	-0.833	0	0	
1800	x_4	16.66	1.33	0	0	1	0	0	0.833	0	0	
	x_8	6.00	0.9	0	0	0	-0.3	-0.45	1.5	1	0	
1500	x_2	13.33	0.833	1	0	0	0.16	0	0	0	0	
	Z =	55000	650	0	0	0	250	375	250	0	0	

6.8 Una empresa petroquímica puede fabricar cuatro productos x1, x2 x3 y x4, cuyas contribuciones marginales por m3 son, respectivamente, \$ 100, \$ 200, \$ 150 y \$-50. Los recursos restrictivos son Disponibilidad de la Materia Prima (en m3) C y del aditivo J (en litros). Existe una política comercial de fabricar por lo menos 100 m3 por semana de x1. Dadas la primera y última tabla del problema:

1. Completar (indicando cómo se procedió) la última tabla del simplex. (No resolver con simplex para responder a esta pregunta).
2. A partir del observación de la solución óptima, contestar y justificar las siguientes preguntas:
   a. Si la contribución marginal de x_3 fuera \$ 160, convendría fabricarlo?
   b. Convendría comprar 1 m^3 de Materia Prima C a \$50 a un proveedor?
   c. Convendría vender 1 litro de aditivo J a \$ 45 a un interesado?
   d. Convendría comprar 1 m^3 de x_1 a \$100 a un tercero para cumplir con la restricción de producción mínima?
3. Formular el problema dual correspondiente al problema original. Interpretar cada restricción de dicha formulación.
4. Transformar la tabla óptima directa en la tabla óptima dual.
5. Determinar el rango de validez de la contribución del componente x4, dentro del cual se mantiene la solución óptima directa, y de la disponibilidad de C dentro de la cual se mantiene la solución óptima dual.
6. Si se introdujera la restricción de que se deben fabricar por lo menos 50 m3 de x3 por semana, cuál debería ser la producción de cada producto?

7. ¿Conviene introducir un nuevo producto x8 cuya contribución marginal es de -10 $/m3? Cada m3 de este nuevo productor requirere 1 m3 de Materia Prima C y genera como subproducto 1 litro de aditivo. Si no conviene, cuál debería ser la contribución marginal para que convenga?

	x_K	B	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	A_7	μ_7
Disp C (m^3)	x_5	900	1	1	1	1	1			
Disp J (l)	x_6	60	5	4	3	-2		1		
Prod. Min (m^3)	μ_7	100	1	0	0				-1	1
	x_2						0.333	0.167	1.167	
	x_1						0	0	-1	
	x_4						0.667	-0.167	-0.167	

6.9 Para el problema 2.2 se obtuvo el informe de solución óptima y análisis de sensibilidad del sistema LINDO, indicado más abajo. En base al mismo, responder las siguientes preguntas:

1) ¿Convendría vender Tartan si el precio de venta fuera de $5.5/litro?

2) ¿Cuál es el rango de variación del precio del Kilt dentro del cual no se modifica la solución óptima propuesta?

3) ¿En cuánto debería incrementarse el precio de venta del Tartan para que convenga incluir licor A en su mezcla?

4) ¿Qué pasaría si el precio de venta del whisky escocés se redujera en $6.3?

5) Si el precio de venta del licor B aumentara en $1, ¿convendría utilizarlo?

6) Determinar los límites superior e inferior de la disponibilidad del licor A, dentro de los cuales no se modifican las variables duales óptimas.

7) ¿Cuál sería el impacto en el funcional por cada litro que se redujera la exigencia de que la cantidad de licor de A a Escocés debe ser mayor al 60% del producido?

8) ¿Cuál es el precio máximo que se podría pagar por cada litro de licor B adicional, y hasta qué valor de disponibilidad?

9) Si un tercero quisiera comprar 300 litros de licor C, ¿cuál debería ser el precio mínimo de venta de esa cantidad?

```
LP OPTIMUM FOUND AT STEP     12

        OBJECTIVE FUNCTION VALUE

        Z)      3988.889

  VARIABLE        VALUE          REDUCED COST
         E      2544.444336          0.000000
         K      3155.555664          0.000000
         T         0.000000          0.000000
         A      2000.000000          0.000000
         B      2500.000000          0.000000
         C      1200.000000          0.000000
        AE      1526.666626          0.000000
        AK       473.333344          0.000000
        AT         0.000000          3.277778
        BE       508.888885          0.000000
```

BK	1991.111084	0.000000
BT	0.000000	0.833333
CE	508.888885	0.000000
CK	691.111084	0.000000
CT	0.000000	0.833333

ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
DISP_A)	0.000000	0.777778
DISP_B)	0.000000	0.333333
DISP_C)	0.000000	1.333333
BAL_A)	0.000000	7.777778
BAL_B)	0.000000	5.333333
BAL_C)	0.000000	5.333333
BAL_E)	0.000000	-5.333333
BAL_K)	0.000000	-5.333333
BAL_T)	0.000000	-4.500000
AE_MIN)	0.000000	-2.444444
CE_MAX)	0.000000	0.000000
AK_MIN)	0.000000	-2.444444
CK_MAX)	1202.222168	0.000000
CT_MAX)	0.000000	0.000000

NO. ITERATIONS= 12

RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED:

		OBJ COEFFICIENT RANGES	
VARIABLE	CURRENT COEF	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
E	6.800000	1.000000	0.411765
K	5.700000	0.875000	0.250000
T	4.500000	0.833333	INFINITY
A	-7.000000	INFINITY	0.777778
B	-5.000000	INFINITY	0.333333
C	-4.000000	INFINITY	1.333333
AE	0.000000	1.666667	0.686275
AK	0.000000	1.833333	1.666667
AT	0.000000	3.277778	INFINITY
BE	0.000000	0.000000	1.692308
BK	0.000000	1.692308	0.000000
BT	0.000000	0.833333	INFINITY
CE	0.000000	5.000000	0.000000
CK	0.000000	0.000000	0.781250
CT	0.000000	0.833333	INFINITY

		RIGHTHAND SIDE RANGES	
ROW	CURRENT RHS	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
DISP_A	2000.000000	1829.411621	1347.058838
DISP_B	2500.000000	7633.333008	1639.393799
DISP_C	1200.000000	4508.333008	647.916626
BAL_A	0.000000	1829.411621	1347.058838
BAL_B	0.000000	7633.333008	1639.393799
BAL_C	0.000000	4508.333008	647.916626
BAL_E	0.000000	1639.393799	477.083313
BAL_K	0.000000	1639.393799	7633.333008
BAL_T	0.000000	0.000000	INFINITY
AE_MIN	0.000000	352.307709	1352.499878
CE_MAX	0.000000	508.888885	508.888885
AK_MIN	0.000000	1144.999878	355.000000
CK_MAX	0.000000	INFINITY	1202.222168
CT_MAX	0.000000	INFINITY	0.000000

6.10 A continuación se muestran las tablas inicial y final (directa y dual) de un modelo lineal. Se dispone de $12, se puede comprar un recurso o venderlo, pero no se pueden hacer ambas cosas al mismo tiempo. Indicar qué es lo más conveniente y justificar la respuesta.

a) recurso 3: precio de compra $0,5 ; precio de venta $2,0

b) recurso 2: precio de compra $1,0 ; precio de venta $2,0

c) ambos recursos con los mismos precios de compra y venta que en los dos puntos anteriores; no se puede comprar y vender un mismo recurso, sí distintos.

Tabla inicial:

			3	5			
Ck	Xk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5
0	X3	4	1	0	1	0	0
0	X4	12	0	2	0	1	0
0	X5	18	3	2	0	0	1
Z	=	0	-3	-5			

Tabla óptima directa:

			3	5			
Ck	Xk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5
3	X1	2	1	0	0	-1/3	1/3
5	X2	6	0	1	0	1/2	0
0	X3	2	0	0	1	1/3	-1/3
Z	=	36				3/2	1

Tabla óptima dual:

			4	12	18	0	0
Bk	Yk	Ck	A1	A2	A3	A4	A5
12	Y2	3/2	-1/3	1	0	1/3	-1/2
18	Y3	1	1/3	0	1	-1/3	0
Z	=	36	-2	0	0	-2	-6

6.11 Dado el enunciado de un problema de programación lineal y las tablas inicial y final de su resolución por el método simplex se pide:

a) Obtener el rango de variación del coeficiente C1 sin que cambie la estructura de la solución óptima.

b) Qué consumo máximo de vapor deberá tener un producto P7 para que convenga fabricarlo si requiere 10 unidades de materia prima A, y 3 de materia prima B, y tiene un beneficio unitario de $5.

c) Graficar la variación de X1, del valor del funcional, y del valor marginal de la materia prima B cuando la disponibilidad de vapor varía entre cero y 200. Indicar el valor de las pendientes señalando en qué parte de la tabla se encuentran.

d) A qué valor total resulta conveniente vender a una empresa interesada 25 unidades del recurso materia prima B.

e) Determinar si altera o no la estructura de la solución óptima el hecho de incorporar un nuevo proceso (empaquetado) que requiere 2,3,y 15 unidades de empaquetado para cada unidad de producto 1,2, y 3 respectivamente. Se dispone de 100 unidades de empaquetado.

f) Graficar la curva de oferta del producto 3 entre los valores de C3 de 0 y 12.

Enunciado: Una empresa desea establecer su plan de producción para sus tres productos 1, 2 y 3. Sujeto a restricciones de consumo mínimo de materia prima A (24 Kg/día), disponibilidad máxima de materia prima B (48 Kg/día) y consumo máximo de vapor (24 Kg/día). Los Cj son $ de contribución marginal.

Tabla inicial

			3	4	2	0	0	0	-M
Ck	Xk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7
M	u	24	2	3	7	-1	0	0	1
0	X5	48	6	2	1,4	0	1	0	0
0	X6	24	-1	2	7	0	0	1	0
			-2M-3	-3M-4	-7M-2	M	0	0	0

Tabla final

Ck	Xk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7
4	X2	96/7	0	1	31/10	0	1/14	3/7	0
3	X1	24/7	1	0	-4/5	0	1/7	-1/7	0
0	X4	24	0	0	7/10	1	1/2	1	-1
Z	=	456/7	0	0	8	0	5/7	9/7	M

6.12 Dado el enunciado de un problema de programación lineal y las tablas inicial y final de su resolución por el método simplex se pide:

a) Obtener el rango de variación del coeficiente C1 sin que cambie la estructura de la solución óptima.

b) Qué utilidad unitaria mínima deberá tener un producto P7 para que sea conveniente producirlo, sabiendo que por unidad requiere 2Kg de materia prima A, y 3hs de máquina.

c) Graficar la variación de: la cantidad de producto 1, el valor marginal del recurso hs de máquina, y el funcional, al variar la disponibilidad de materia prima entre 8 y 30 Kg por día. Indicar el valor de las pendientes señalando en qué parte de la tabla se encuentran.

d) A qué valor total resulta conveniente vender a una empresa interesada 12 unidades del recurso horas de máquina.

e) Determinar si altera o no la estructura de la solución óptima el hecho de incorporar una nueva restricción sobre mano de obra. La disponibilidad diaria es de 40 hs hombre, cada producto utiliza 5, 6 y 1 hs hombre respectivamente por cada unidad.

f) Graficar la curva de oferta del producto 2 entre los valores de C2 2 y 10.

Enunciado: Una empresa fabrica y vende tres productos 1,2, y 3. Se dispone de 10Kg diarios de materia prima y de 20hs de máquina diaria. Cada producto requiere 1, 2 y 1 kg de materia prima respectivamente y 4, 2, y 2 hs de máquina por unidad. Debido a un contrato firmado con un cliente se debe producir como mínimo 2 unidades diarias de producto 2.

Tabla inicial

Ck	Xk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7
0	X4	10	1	2	1	1	0	0	0
-M	u	2	0	1	0	0	-1	0	1
0	X6	20	4	2	2	0	0	1	0
Z	=	-2M	-4	-M-3	-2	0	M	0	0

Tabla final

Ck	Xk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5	A6
0	X5	4/3	0	0	1/3	2/3	1	-1/6
3	X2	10/3	0	1	1/3	2/3	0	-1/6
4	X1	10/3	1	0	1/3	-1/3	0	1/3
Z	=	70/3	0	0	1/3	2/3	0	5/6

6.13 A continuación se dan el planteo, y las tablas inicial y final de un problema de programación lineal:

			1	2					
Ck	Xk	B	A1	A2	A3	A4	A5	A6	
0	X3	6	1	1	1	0	0	0	Restricción R1
M	u1	3	1	1	0	-1	0	0	Restricción R2
M	u2	1	1	0	0	0	-1	0	Restricción R3
M	u3	1	0	1	0	0	0	-1	Restricción R4
Z	=	5M							

			1	2				
Ck	Xk	B	A1	A2	A3	A4	A5	A6
1	X1	2	1	0	0	-1	0	1
2	X2	1	0	1	0	0	0	-1
0	X3	3	0	0	1	1	0	0
0	X5	1	0	0	0	-1	1	1
Z	=	4	0	0	0	-1	0	-1

1) Indique los valores numéricos óptimos de las variables fuertes y slack.

2) Calcule los rangos de variación de los coeficientes del funcional dentro de los cuales no se altera la estructura de la solución óptima. Explique qué entiende por “estructura de la solución óptima”.

3) ¿Cómo se modifican los valores de las variables básicas si la restricción “R4” cambia de $X2 \geq 1$ a $X2 \geq 0$? ¿Por qué puede asegurar que las variables básicas siguen siéndolo?

4) ¿Qué efecto produciría en el valor del funcional disponer de una unidad adicional de recurso “R1”? Explique porqué.

5) ¿Qué efecto produciría en el valor del funcional modificar las restricción “R2” a: $X1 + X2 \geq 2$? Explique porqué.

6) Defina Valor Marginal de un recurso. Explique con un ejemplo sobre la tabla óptima.

7) Defina Costo de Oportunidad de un producto. Explique con un ejemplo sobre la tabla óptima.

8) Se incorpora al sistema un nuevo producto que utiliza 3 unidades de recurso “R1” por unidad de producto. ¿Cómo debe ser el coeficiente del funcional para que no se altere la solución óptima?

9) ¿Se altera la solución óptima si se incorpora la restricción “R5”: $2\,X1+X2 \leq 6$?

10) El término independiente de “R4” (b4) vale 1 en el problema dado. Grafique el valor de X1, X2, Z y el valor marginal de “R4” cuando b4 varía entre 0 y 7.

7. PROGRAMACIÓN MATEMÁTICA ENTERA

7.1 Resolver gráficamente

$3\ x_1 + 4\ x_2 \leq 12$

$5\ x_1 + 2\ x_2 \leq 10$

x1, x2 $\geq$ 0 y enteros

Z = 8 x1 + 6 x2 → Máx

7.2 Resolver utilizando el algoritmo de Branch and Bound

a) 6 x1 + 8 x2 $\leq$ 20

x1, x2 $\geq$ 0 y enteros

Z = 2 x1 + 3 x2 → Máx

b) 14 x1 + 6 x2 $\leq$ 25

x1, x2 $\geq$ 0 y enteros

Z = 28 x1 + 11 x2 → Máx

c) 2 x1 + 2 x2 $\leq$ 9

3 x1 + x2 $\leq$ 11

x1, x2 $\geq$ 0 y enteros

Z = 5 x1 + 2 x2 → Máx

FORMULAR Y RESOLVER CON EL SISTEMA LINDO LOS SIGUIENTES PROBLEMAS

7.3 Un supermercado que funciona las 24 horas tiene los siguientes requerimientos mínimos para los cajeros:

Periodo	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
Turno	**3-7hs**	**7-11hs**	**11-15hs**	**15-19hs**	**19-23hs**	**23-3hs**
Número mínimo	7	20	14	20	10	5

Cada cajero trabaja 8 horas consecutivas. Los turnos comienzan al inicio de cualquiera de los 6 periodos.

Determinar la cantidad de empleados que deberán disponerse en cada turno para satisfacer las necesidades con el mínimo del personal.

7.4 Una empresa de logística puede transportar en un camión 5 artículos (una unidad de cada uno de ellos), pero no deben superar los 30 m3 que el camión puede cargar. Los valores que cobra la empresa por cada artículo que transporte se indican a continuación.

Artículo	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
Volumen (m^3)	26	16	12	7	3
Precio	100	60	70	15	15

¿Qué artículos deberá transportar para maximizar el ingreso total sin sobrepasar restricción de volumen?

7.5 Una empresa compra rollos de 2 m de ancho de papel autoadhesivo y los vende, luego de cortarlos, en anchos de 40 cm., 60 cm., 70 cm., y 120 cm.
La empresa tiene pedidos por 1000 rollos de 40 cm, 1500 rollos de 60 cm, 1600 rollos de 70 cm y 1200 de 120 cm.
Construir el modelo matemático que permita obtener la mejor distribución (mínimo desperdicio) para satisfacer la demanda.

7.6 El gerente de una línea de producción de una empresa de electrónica debe asignar personal a 5 tareas. Existen 5 operadores disponibles para asignar. El gerente de línea tiene datos de prueba que reflejan una calificación numérica de productividad para cada operario en cada uno de los trabajos.
Suponiendo que un operador pueda ejecutar un solo trabajo, plantear un modelo que lleve a la asignación óptima de tareas.

	Número de Trabajo				
Operario	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
1	12	16	24	8	2
2	6	8	20	14	6
3	10	6	16	18	12
4	2	4	2	24	20
5	7	10	6	6	18

7.7 Una empresa quiere evaluar cuáles de los nuevos productos A, B, C y D (y en qué cantidades mensuales) conviene introducir a su línea de fabricación.
Se dispone de los siguientes datos:

	REQUERIMIENTOS UNITARIOS DE RECURSOS					
Producto	**Mano de Obra (hh)**	**Materiales (kg.)**	**Equipo (horas)**	**Incremento mensual de costo fijo por fabricar el producto ($)**	**Precio unitario de ventas ($)**	**Venta máxima mensual (unidad)**
A	1	2	0.1	10000	21	2000
B	0.8	1.4	0.1	9000	18	2000
C	1	3	0.2	11000	25	2500
D	0.9	2	0.07	9000	11	1600
Costo unitario	7 $/hh	1 $/Kg	10 $/h			
Disponibilidad semanal	3500 hh	6500 Kg	500 h			

7.8 Una compañía intenta decidir la mezcla de productos que debería producir en la próxima semana. La producción semanal de piezas debe ser completa, de manera que no pueden quedar artículos a medio fabricar. La compañía produce siete productos, cada uno de ellos con un ingreso por unidad y requerimientos de recursos tal como se indica a continuación:

Producto	Precio de venta ($/u)	Mano de Obra (HH/u)	Requerimiento de MP (Kg/u)
1	10	1.0	2
2	22	2.0	3
3	35	3.7	5
4	19	2.4	3
5	55	4.5	10
6	3	0.7	3
7	115	9.5	20

La compañía tiene 720 HH disponibles para la próxima semana y 1000 Kg de materia prima (MP). El costo de cada HH es de $ 2.5 y el de cada Kg. de MP es de $ 2.4.

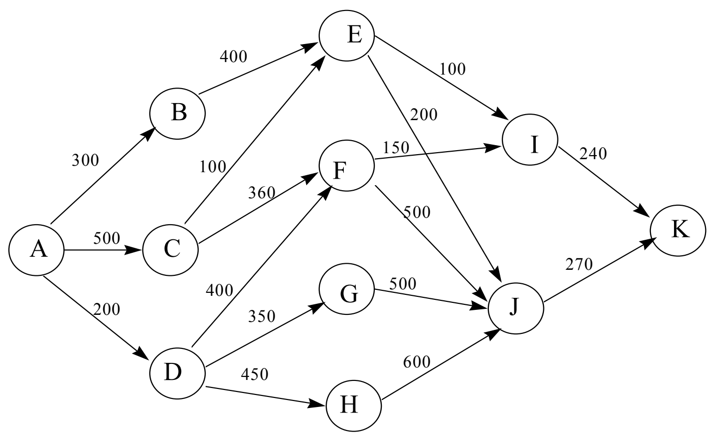
Se tienen, además, las siguientes restricciones adicionales en el programa:

- Si se produce al menos una unidad del producto 7, se incurre en un costo fijo adicional de $2000.
- Cualquier unidad del producto 2 que se fabrique por encima de 100 unidades requiere un tiempo de producción de 3 HH en lugar de 2. Por ejemplo producir 101 unidades del producto 2 requiere 100*(2) + 1*(3) HH
- Si se fabrican los productos 3 y 4 (ambos), se necesitan 75 HH para la preparación de la línea de producción, de manera que la disponibilidad efectiva de mano de obra cae a 720-75 = 645
- Si se producen menos de 20 unidades del ítem 5, entonces se incurre en un costo fijo de $1000.

- Si se fabrican más de 4 productos diferentes en la semana, entonces se incurre en un costo fijo de \$ 3000
- No se pueden vender más de 100 unidades del producto 1 ni 50 del producto 5

  Formular un modelo matemático que permita determinar la combinación óptima de productos a fabricar.

7.9 Una persona debe viajar desde la ciudad A hasta la ciudad K y quiere minimizar la distancia a recorrer. Las conexiones entre ciudades y distancias entre puntos adyacentes se muestran en la red. Plantear el problema como P.L. entera.



8. EXTENSIONES DE LA PROGRAMACIÓN LINEAL

8.1 Formular y resolver el siguiente problema de programación lineal en el que la variable x_4 no tiene restricción de no negatividad.

Minimizar: $Z = 6\,x_1 - 8\,x_2 + 2\,x_3 - 4\,x_4$

Sujeto a:

$$\begin{aligned} 2\,x_1 + 1\,x_2 + 2\,x_3 + 1\,x_4 &= 2 \\ x_3 + 2\,x_4 &\leq 2 \\ 1\,x_1 - 1\,x_2 \qquad + 1\,x_4 &\geq -1 \\ 2\,x_1 + 3\,x_2 + 1\,x_3 + 1\,x_4 &\leq 4 \\ 2\,x_1 + 3\,x_2 + 1\,x_3 + 1\,x_4 &\geq 1 \end{aligned}$$

CNN: $x_1, x_2, x_3 \geq 0$

8.2 Formule un modelo lineal para resolver el problema siguiente. Se pueden procesar tres productos en dos centros de máquinas. Las variables son: A, B y C indican las cantidades a producir de cada uno de los tres productos (se admiten valores continuos). R1 y R2 son las cantidades de materia prima en kg. T1 y T2 son los tiempos requeridos de las máquinas.

Utilidad (k.USD)	$U = 20\,A + 30\,B + 25\,C - 6\,R1 - 8\,R2$
Tiempo máquina 1 (horas)	$T_1 = 5\,A + 8\,B + 10\,C$
Tiempo máquina 2 (horas)	$T_2 = 8\,A + 6\,B + 2\,C$
Materia Prima 1:	$R_1 = 1\,A + 2\,B + 0.75\,C$
Materia Prima 2:	$R_2 = 0.5\,A + 1\,B + 0.5\,C$
Límite de mercado A:	$A \leq 10$
Límite de mercado B:	$B \leq 20$
Límite de mercado C:	$C \leq 10$
Disponibilidad Máquina 1:	$T_1 \leq 100$
Disponibilidad Máquina 2:	$T_2 \leq 100$

Se tienen tres metas, listadas en orden de prioridad:

Meta 1: Producción mínima de los productos 15 unidades.
Meta 2: Utilidad mínima 150 k.USD
Meta 3: Tiempo total utilizado entre las dos máquinas no superior a 150 horas.

8**.3** Plantear un modelo matemático que permita resolver el problema siguiente. Una empresa está considerando 3 nuevos productos para remplazar los modelos actuales que se discontinuarán. La gerencia estableció 3 metas:

1. Lograr una utilidad a largo plazo de al menos 120 M.USD a partir de estos nuevos productos.
2. Mantener el nivel actual de empleo de 4000 trabajadores.
3. Lograr que la inversión en los nuevos productos no supere los 50 M.USD

Sin embargo, la dirección se da cuenta de que, probablemente, no se alcancen las 3 metas simultáneamente. Esto ha llevado a establecer ciertas penalizaciones por no alcanzar las metas:

Penalización Meta 1: **5** por cada millón de USD logrado de menos en la utilidad de largo plazo.
Penalización Meta 2: **2** por cada 100 trabajadores en exceso de 4000.
Penalización Meta 2: **4** por cada 100 trabajadores en defecto de 4000.
Penalización Meta 3: **3** por cada millón de USD invertido de más.

La contribución de cada nuevo producto a cada criterio es (por cada/millón de piezas):

	1	2	3
Utilidad a largo plazo (M.USD)	12	9	15
Nivel de empleo	500	300	400
Inversión de capital (M.USD)	5	7	8

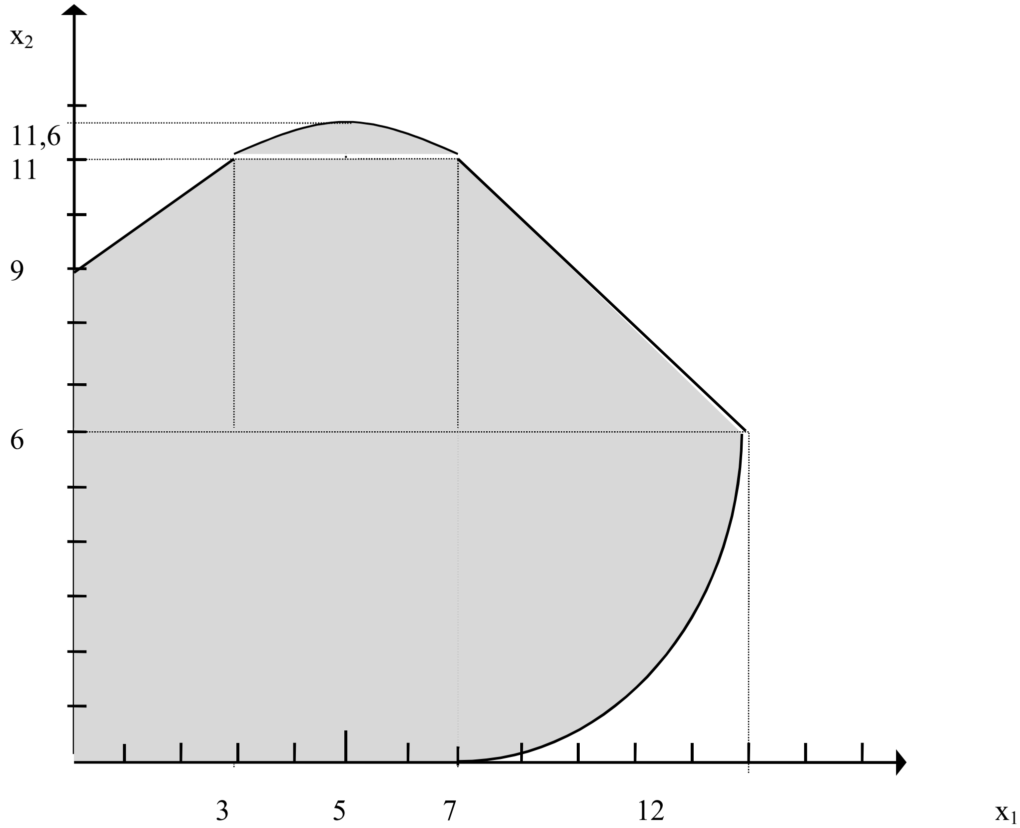
8.4 Plantear un modelo matemático que permita resolver el problema siguiente. Una empresa fabrica 3 productos: A, B, y C. (abrigos para caballeros). Los datos de requerimientos de recursos y sus disponibilidades son los siguientes:

	A	**B**	**C**	**Disponibilidad**	**Sobrecosto**
Mano de obra dpto. 1	4 h	12 h	10 h	8000 h	2 \$/h extra
Mano de obra dpto. 2	6 h	6 h	16 h	4000 h	3 \$/h extra
Materiales	8 m^2	6 m^2	12 m^2	8000 m^2	2 \$/m^2 adicional
Precios unitarios (\$/u)	100	150	250		
Nivel de punto de equilibrio de producción (u/semana)	100	50	50		
Costos variable (\$/u)	70	80	100		
Demanda (u/semana)	1000	500	200		

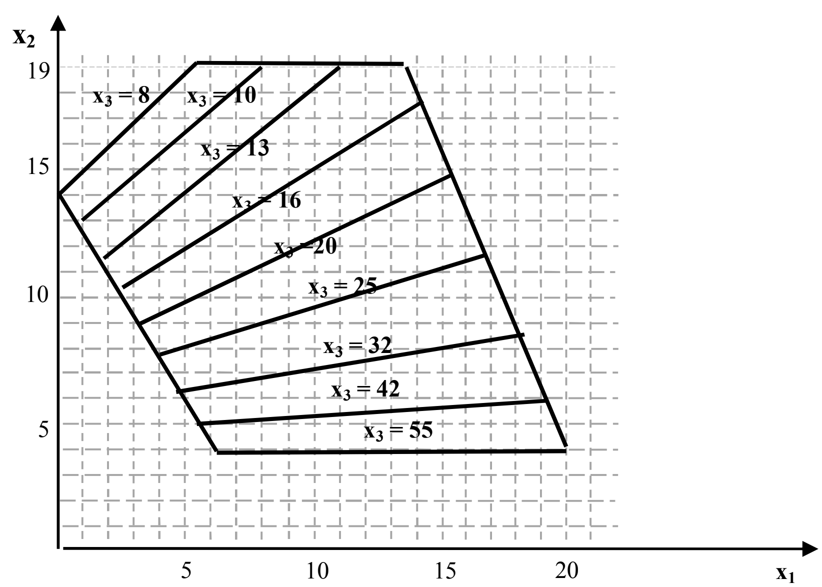
Se han planteado las siguientes metas en orden de prioridad:

1. Utilizar toda la capacidad de producción disponible en los departamentos 1 y 2.
2. Alcanzar los niveles de producción de punto de equilibrio en cada una de las líneas.
3. Limitar las horas extras del departamento 2 a 600 h y las del departamento 1 a 200 h.
4. Alcanzar una utilidad de \$ 20000.
5. Satisfacer todas las demandas de mercado (ponderar según la contribución normal de cada producto).

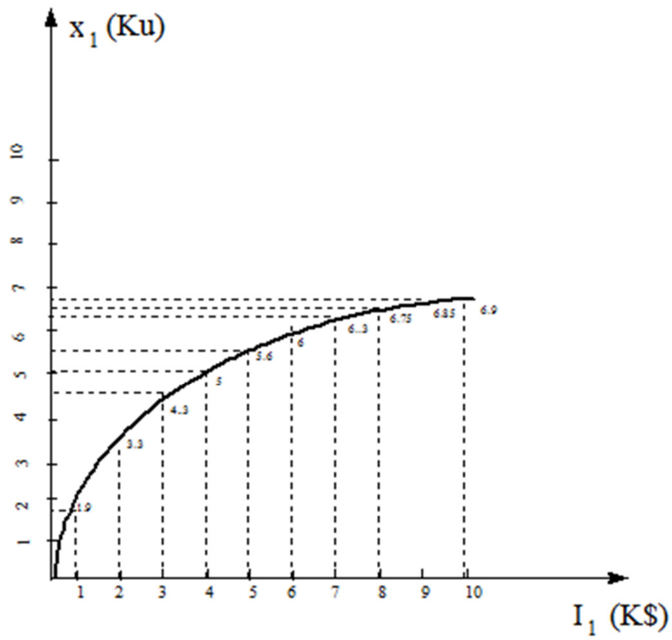
8.5 Maximizar: Z = - x1 + 3 x2 sujeta al siguiente recinto, utilizando la técnica de programación separable.

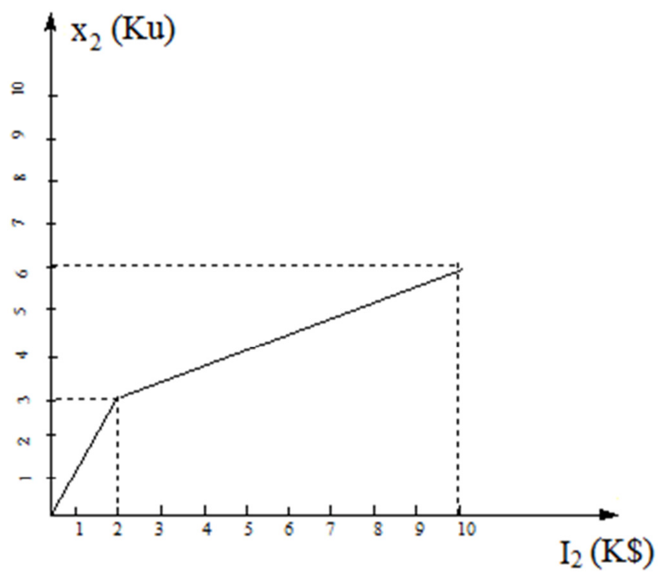


8.6 Minimizar: $\mathbf{Z = 2\ x_1 + 3\ x_2 + x_3}$; siendo $\mathbf{x_1 + x_2 \geq 20}$ para el siguiente recinto de vinculación entre las variables:



8.7 Una compañía tiene planificado lanzar dos productos (A y B) que venderá por única vez. Para ello dispondrá 12000 minutos de un recurso básico de fabricación y de 15000 pesos para invertir en publicidad. Cada unidad de A requiere 9 minutos del recurso de fabricación, mientras que cada unidad de B insume 12 minutos. La venta de cada uno de los productos depende de la cantidad de dinero a invertir en publicidad. La relación venta-inversión para cada caso (en miles de unidades de producto y miles de $) se muestra en las figuras. La contribución marginal (precio de venta menos costos directos de fabricación, excluyendo el gasto publicitario) es de $10 y $ 11 para A y B respectivamente. Formular un modelo que permita determinar la cantidad óptima a producir de A y B.





9. CADENAS DE MARKOV

9.1 Un jardinero atiende una porción de tierra. Todos los años, al inicio de la estación de cultivo, realiza pruebas químicas para revisar la condición de la parcela. Dependiendo de los resultados de las pruebas puede clasificar la productividad del jardín como “buena”, “regular” o “mala”. La experiencia anterior le indica que la productividad del año en curso puede suponerse dependiente solo de la condición del terreno del año anterior. Por tanto, el jardinero puede representar las probabilidades de transición en un período de un año de un estado de productividad a otro en términos de la siguiente cadena de Markov:

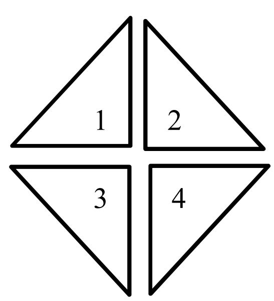
		Estado del sistema el año próximo		
		Buena	Regular	Mala
Estado del sistema este año	Buena	0,3	0,6	0,1
	Regular	0,1	0,6	0,3
	Mala	0,05	0,4	0,55

Suponga que el estado actual de la tierra es “buena”.

a) Calcule las probabilidades de estado para dentro de 7 años
b) Aplicando la ecuación general de estado, calcule las probabilidades de estado en régimen permanente
c) Aplicando la ecuación de Chapman-Kolmogorov, calcule las probabilidades de estado en régimen permanente

9.2 El tablero de un juego de mesa consta de cuatro casillas dispuestas en forma secuencial. Las fichas se avanzan tantos casilleros como indica un dado de 6 caras. Calcule las probabilidades de estado en régimen permanente en cada uno de los siguientes casos:

a) No hay reglas especiales
b) Regla especial 1: cuando la ficha cae en la casilla número 3 pasa automáticamente a la número 1
c) Regla especial 2: cuando la ficha cae en la casilla número 3, el 50% de las veces pasa a la casilla número 1 y el otro 50% a la número 4



9.3 Una compañía de transporte señala a sus choferes tres rutas entre dos ciudades: A, B y C. Si un chofer toma la ruta A, el riesgo de entrar en un congestionamiento de tráfico es de 1/3, si le tocara el congestionamiento, al día siguiente tomaría la ruta B con probabilidad 2/3 o la

ruta C con probabilidad 1/3. Si no se topara con un congestionamiento, al día siguiente tomaría nuevamente la ruta A con probabilidad 1/2, la ruta B con probabilidad 1/6 o la ruta C con probabilidad 1/3.
Si tomara la ruta B, el riesgo de toparse con un congestionamiento es de 1/2, en ese caso al día siguiente iría por la ruta A. Si no tuviera tropiezo alguno, al día siguiente tomaría con igual probabilidad la ruta A, B o C.
Si el conductor tomara la ruta C, inevitablemente se atrasará, por lo que nunca tomará ese camino dos días seguidos, sino que al día siguiente tomará la ruta A con probabilidad 1/2, o la ruta B con probabilidad 1/2.
¿Qué proporción de las veces va a tomar el conductor por cada una de las rutas?

9.4 Una fábrica de dispositivos electrónicos pide conductores de 2 metros de longitud a un proveedor, quien afirma que el alambre de sus conductores tiene la resistencia mecánica especificada que requiere el cliente. Cada remesa es clasificada por los técnicos que la usan asignando las categorías “Satisfactoria” (no se reporta al proveedor), “inferior a la norma” (se notifica por escrito al proveedor) o “inaceptable” (se devuelve la partida y el proveedor entrega otra partida que ha sido verificada en un 100%). Se ha determinado que si una partida es satisfactoria, la próxima también lo será 4 de cada 5 veces, inferior a la norma 3 de cada 20 veces e inaceptable 1 de cada 20 veces. En caso de ser inferior a la norma, la siguiente es satisfactoria19 de cada 20 veces, siendo el resto de las veces inferior a las normas.
Si en un año se recibieron 3490 partidas, ¿cuántas fueron satisfactorias?

9.5 Como simplificación se asume que el precio de una acción puede tomar cinco posibles valores: \$6, \$8, \$10, \$12 y \$14. Se han estudiado las variaciones mensuales de los precios y se ha llegado a las siguientes conclusiones:

- Las variaciones mensuales del precio dependen del valor de la acción en ese mes y no de los precios pasados
- Cuando la acción alcanza el valor extremo de \$14 existe un 50% de probabilidad de que al mes siguiente permanezca en ese valor y un 50% de probabilidad de que caiga a \$12
- Cuando la acción alcanza el valor extremo de \$6 existe un 50% de probabilidad de que al mes siguiente permanezca en ese valor y un 50% de probabilidad de que aumente a \$8
- Cuando la acción alcanza los valores \$8, \$10, \$12 existe un 50% de probabilidad de que al mes siguiente el valor sea el mismo, un 25% de que caiga en \$2 y un 25% de que aumente en \$2

El precio hoy de la acción es \$8. ¿Cuánto pagaría por el derecho a comprar (pero no la obligación) una acción dentro de 4 meses a \$10?

9.6 Un cliente puede adquirir un televisor de alguna de las siguientes marcas: X, Y o Z. Se asume que estas alternativas cubren todas las posibilidades de compra. Con respecto al comportamiento de compra, los fabricantes de los televisores disponen de la siguiente información:

- El 30% de los clientes que poseen un televisor X se mantienen leales a la marca en su próxima compra, mientras que el 40% adquiere un Y, y el 30% restante, un Z.
- De los clientes que actualmente poseen un televisor marca Y, el 40% compra un televisor X, el 25% vuelve a adquirir un Y, y el resto uno de la marca Z.

- El 20% de los clientes que poseen un Z compran un X, el 30% un Y, y el resto no cambia de marca.

Se desea saber:

a) ¿Cuál es la probabilidad de que un poseedor de un televisor X adquiera un Z al cabo de dos compras?
b) ¿Cuál es la probabilidad de que el dueño de un X compre nuevamente un televisor de la misma marca luego de tres transacciones?
c) ¿Cuál será el porcentaje de participación en el mercado a largo plazo?
d) ¿Cuál es el número esperado de compras que transcurrirán antes que el actualmente poseedor de un televisor X adquiera un Z?

9.7 El Departamento de Relaciones con el Personal de una firma realiza un estudio de niveles de categoría para proveer promociones adecuadas en el momento oportuno, controlar el pago de haberes, analizar necesidades de contratación de personal, etc. Esta empresa tiene 20 empleados de categoría 3 (la más alta), 80 de categoría 2 y 200 de categoría 1 (la más baja de todas).
En base a datos históricos se espera que el 35% de los empleados de la categoría 1, el 20% de la 2 y el 5% de la 3 dejen la empresa anualmente por renuncias, despidos, jubilaciones y fallecimientos.
Considerando las siguientes políticas de personal:

- mantener la misma cantidad de empleados (total y por niveles)
- realizar contrataciones solamente en el primer nivel
- dar promociones a los empleados una sola vez por año

El gerente del Departamento encargó al grupo de Investigación Operativa de la empresa:

a) Averiguar qué cantidad de gente deberá contratarse y qué cantidad deberá promoverse a la categoría inmediata superior para mantener los niveles de empleados estables, anualmente.
b) Determinar el tiempo de permanencia promedio de un empleado en la compañía (índice de rotación del personal)
c) Calcular la probabilidad de que un empleado que recién ingresa a la firma llegue a la máxima categoría.

9.8 La demanda mensual de un repuesto en un proceso productivo tiene la siguiente distribución de probabilidad:

d	0	1	2
p	0,6	0,3	0,1

Si el stock inicial es de 3 unidades, y la observación del nivel de inventarios se realiza al finalizar cada mes, determinar:

a) la probabilidad de que al cabo de dos meses se haya agotado el stock
b) la probabilidad de que al cabo de cuatro meses haya dos o más de dos repuestos en stock
c) el número promedio de meses que transcurren hasta agotar el stock
d) el costo total de almacenamiento en cada ciclo de compra, si el costo de almacenamiento unitario mensual es de 10$.

9.9 Una máquina de un proceso productivo puede estar en uno de los siguientes estados al final de cada día de operación:
E0 = Perfectamente operable
E1 = Operable con deterioro menor
E2 = Operable con deterioro mayor
E3 = Inoperable

Cuando el sistema se encuentra en alguno de los tres primeros estados pueden producirse artículos defectuosos durante el día siguiente. Los costos esperados (debido a la producción de defectuosos) para cada uno de los estados son:

Estado	Costo
E0	$ -
E1	$ 1.000
E2	$ 3.000

Cuando la máquina se encuentra en el estado 3 se la repara llevándola al estado E0. Este trabajo toma un día para completarse a un costo de 4000$. El lucro cesante diario es de 2000$.

Asumiendo las siguientes probabilidades de transición

Estado	E0	E1	E2	E3
E0	0	7/8	1/16	1/16
E1		3/4	1/8	1/8
E2			1/2	1/2

a) Formular el problema como una cadena de Markov
b) Calcular el costo promedio esperado a largo plazo
c) Determinar el número promedio de días de funcionamiento de la máquina

10. TEORIA DE COLAS

MODELOS DE COLAS FINITAS

10.1 Un centro de reparaciones es atendido por una sola persona. Arriban en promedio cuatro clientes por hora. Los clientes traen aparatos para reparar. El trámite de recepción del aparato le lleva a la persona seis minutos como promedio. Los arribos tienen una distribución de probabilidad poisson y el tiempo de servicio es exponencial. Si hay tres clientes en la tienda, cualquier otro cliente que llegue se retirará.

Calcule:
1. Número promedio de clientes en el sistema.
2. Número promedio de clientes en la cola.
3. Número promedio de clientes en el canal de atención.
4. Número promedio de clientes que ingresan al sistema por hora.
5. Número promedio de clientes que salen del sistema por hora.
6. Tiempo promedio que un cliente permanece en el sistema.
7. Tiempo promedio que un cliente permanece en la cola.
8. Tiempo promedio que un cliente permanece en el canal de atención.
9. Probabilidad de que un cliente llegue al sistema y sea atendido de inmediato.
10. Probabilidad de que un cliente llegue al sistema y no pueda ingresar por falta de espacio
11. Porcentaje del tiempo que el sistema está vacío.
12. Porcentaje del tiempo que el sistema está totalmente ocupado.
13. Porcentaje del tiempo que hay personas en cola.
14. Porcentaje del tiempo que el canal de atención está en actividad.
15. Porcentaje del tiempo que el canal de atención no está ocupado.

10.2 A un consultorio médico, los pacientes arriban con intervalos promedio de 20 minutos, y dedican un promedio de 15 minutos a la consulta. Ambos tiempos tienen una distribución exponencial de probabilidad. La sala de espera tiene una capacidad de 9 asientos. Cualquier paciente que llega y encuentra la sala de espera completa se retira.
Calcule las preguntas 1-15 del problema 10.1.

10.3 A un sistema P/P/1/4 arriban clientes a razón de 10 por hora (poisson). El tiempo requerido por el servicio es en promedio de 2 minutos (exponencial).

Calcule:
1. El número de clientes que en promedio están simultáneamente en el sistema.
2. El tiempo promedio que debe esperar un cliente para ser atendido.
3. El lucro cesante debido a que la estación está completa, sabiendo que el precio de venta de cada servicio es de $15.

10.4 Un banco dispone de dos cajas para la atención al público. Ambas cajas atienden el mismo tipo de trámites. Se ha determinado que el arribo de los clientes responde a una distribución poisson con una media de 180 clientes/hora. Cuando los clientes llegan al banco y observan 2 clientes en cola desisten de realizar su trámite. Por razones de espacio los clientes deben formar una única cola. El tiempo medio de servicio en la caja A es de 1 minuto/cliente. El tiempo medio de servicio en la caja B es de 0,75 minutos/cliente. En ambos casos se trata de servicios que responden a una distribución exponencial. Los clientes tienen preferencia por la caja A (es decir que estando ambas cajas vacías siempre eligen la caja A).

Calcule:
1. Número promedio de clientes atendidos por hora
2. Número promedio de clientes en el sistema
3. Tiempo promedio de espera en cola
4. Tiempo promedio de permanencia en el sistema
5. Grado de ocupación en cada caja.

10.5 Una peluquería funciona 8 horas diarias, 22 días por mes. Posee dos sillones para cortar el pelo y dos sillas para esperar. Los clientes llegan en promedio cada 15 minutos. Si las dos sillas están ocupadas, los clientes no entran y van a otra peluquería. Uno de los peluqueros realiza en promedio un corte cada 20 minutos, el otro cada 30 minutos. El segundo es preferido por los clientes, de modo que estando ambos desocupados, el 80% opta por cortarse con él. Cada corte de pelo se cobra $4. El sueldo de cada peluquero es de $500.

Calcule:
1. El resultado económico de la peluquería.
2. El resultado económico de la peluquería suponiendo que no existe preferencia por alguno de los peluqueros.

Suponga que cada uno de los peluqueros tarda, en promedio 20 minutos para realizar un corte de pelo y que no existe preferencia por uno u otro. ¿Cree necesario definir como estados distintos un cliente con el primer peluquero y un cliente con el segundo? ¿o es posible definir un estado "un cliente cortándose"?

10.6 Un cajero automático requiere en promedio, 3 minutos para ser utilizado. Sin embargo, el apuro de los clientes y la proximidad de otros cajeros hace que ninguno se quede a esperar si encuentra cuatro personas esperando. El 70% de quienes encuentran 3 personas esperando tampoco se queda. El 40% de los que encuentran dos personas esperando se incorpora a la cola. El 30% de los que encuentran una persona esperando se va.

Calcule:
1. Número promedio de clientes en el sistema.
2. Número promedio de clientes en la cola.
3. Número promedio de clientes que ingresan al sistema por hora.
4. Tiempo promedio que un cliente permanece en el sistema.

10.7 Un lavadero automático cuenta con dos secciones: lavado (con capacidad de atención 20 autos por hora) y secado (con capacidad de atención 30 autos por hora). El servicio se cobra $400. Todos los autos pasan consecutivamente por ambas etapas y no se dispone de espacio para esperar entre ambas. Hay lugar para que un solo auto espere antes del lavado (habiendo un auto en espera los que llegan se retiran). Los autos llegan en promedio cada 2 minutos. El 20% de los que no puede atenderse de inmediato se va a otro lavadero. Los costos de lavado y secado son $100 y $60 por hora de funcionamiento, respectivamente.

1. Calcule el resultado económico del lavadero.
2. Suponga ahora que el lugar para esperar se coloca entre los sectores de lavado y de secado. ¿Se bloqueará en algún caso el sector de lavado?

10.8 En un local funciona una agencia de viajes. Los clientes son atendidos por un recepcionista que confecciona una planilla con sus datos y luego los deriva al vendedor de turismo internacional o de turismo nacional, según su interés. Por hora llegan 10 clientes en promedio. Si observan una persona esperando ser atendido por el recepcionista se van sin esperar. Una vez completada la planilla si el vendedor correspondiente está desocupado el cliente pasa a ser atendido por el mismo. Caso contrario para evitar que la espera lo impaciente y se retire, el recepcionista le ofrece café y bombones y lo entretiene conversando hasta que el vendedor se desocupe. Los tiempos medios de atención son de 4, 6 y 8 minutos para el recepcionista, el vendedor nacional y el internacional respectivamente. Se ha comprobado que el 30% de los clientes está interesado en el turismo internacional. Calcule las preguntas 1-15 del problema 10.1.

10.9 Una estación de servicio ubicada en una ruta cuenta con un único surtidor. Cada hora pasan en promedio 40 automóviles con la intención de cargar combustible. Los conductores que observan algún automóvil esperando no se detienen. La operación de carga dura un promedio de 3 minutos. A continuación, el único empleado cobra el combustible. Si el pago se realiza en efectivo, demora en promedio un minuto en cobrar. Si se paga con tarjeta, el período medio de cobro se extiende a tres minutos. La experiencia muestra que el 30% de los clientes paga con tarjeta.
Observe que físicamente, el automóvil permanece en el surtidor durante el pago, pero se puede construir el modelo imaginando que pasa a un "canal de pago efectivo" o a un "canal de pago con tarjeta". El hecho de que los tres canales sean atendidos por el mismo empleado ¿qué restricción impone sobre el máximo de clientes que se encontrarán simultáneamente en los canales? Calcule las preguntas 1-15 del problema 10.1.

10.10 Un taller mecánico está formado por tres sectores, cada uno atendido por un operario: en el primero se desarma y revisa el automóvil, en el segundo se lo repara y en el tercero se lo arma y se controla el funcionamiento. No hay lugar para espera entre sectores consecutivos, ni a la entrada del sistema. Los tiempos medios de atención son exponenciales con media 30, 40 y 20 minutos respectivamente. Los clientes llegan en promedio cada 15 minutos (poisson). Cada servicio se cobra $200 (más repuestos) y el costo horario de cada operario es de $20. Calcule el resultado económico del taller.

MODELOS DE COLAS INFINITAS

10.11 En una sastrería hay una sección de arreglo y reforma de la ropa vendida a sus clientes, que es atendida por un sastre. Los clientes que requieren arreglos arriban a dicha sección según una distribución poisson de probabilidad con una media de 24 clientes/hora. Todos los clientes están dispuestos a esperar el tiempo que sea necesario para poder utilizar el servicio. El tiempo de atención es en promedio de 2 minutos por cliente, con distribución exponencial.

Calule:

1. El número de clientes en el sistema
2. El tiempo que en promedio permanece un cliente en la sección.
3. El porcentaje del tiempo que está desocupado el sastre.
4. La probabilidad de que un cliente espere más de 10 minutos para recibir el servicio.
5. El número promedio de clientes que están esperando para recibir el servicio.

10.12 Un banco ha relevado los siguientes datos sobre uno de sus puestos de atención (P/P/1):
-Lapso medio entre arribos de clientes: 8 minutos (con distribución exponencial de probabilidad)
-Tiempo medio de atención en ventanilla: 2 minutos (con distribución exponencial de probabilidad)

Calcule:

1. La probabilidad de esperar.
2. La longitud promedio de la cola.
3. La velocidad promedio de arribos que provocaría que el tiempo de espera en la cola supera los 4 minutos.
4. La probabilidad de esperar más de 7 minutos para comenzar a ser atendido.
5. La probabilidad de permanecer en el sistema más de 6 minutos.

10.13 Se desea contratar a un operario permanente para reparar impresoras en una casa que se dedica a proveer el servicio de impresión. Se estima que una impresora descompuesta perjudica a la casa a razón de 120 $/hora de paro. Actualmente se depende de un servicio que tarda en promedio, dos horas en reparar una impresora, con un costo de 2000 $/mes. Las fallas se presentan a razón de 1/3 máquina/hora con distribución poisson. Al decidir el cambio de sistema de reparaciones, se puede optar entre el operario A que es capaz de arreglar 4 máquinas por hora y que pide un sueldo de 2000 $/mes y el operario B que puede arreglar 6 máquinas por hora con un sueldo de 3000 $/mes. Analizar si conviene el cambio de sistema y en caso afirmativo, elegir el operario. El mes de trabajo tiene 200 horas.

10.14 A un consultorio médico los pacientes arriban con intervalos de 20 minutos en promedio y dedican un promedio de 15 minutos a la consulta. Ambos tiempos son exponenciales en su distribución. El médico desea tener suficiente número de asientos en la sala de espera para que no más del 1% de los pacientes que llegan al consultorio tenga que estar de pie. ¿Cuántos asientos se deberán colocar?

10.15 Un Banco ha incorporado un cajero automático en una sucursal. A los clientes les interesa un servicio ágil, y por lo general deciden realizar o no sus operaciones de acuerdo a la cantidad de gente que haya en la cola. Mediante un muestreo se ha relevado lo siguiente:

- Total de observaciones = 1000
- Observación de 2 personas en la cola 162 veces
- Observación de 3 personas en la cola 86 veces
- Observación de 4 personas en la cola 34 veces
- Arribos: 6 clientes/hora según un proceso poisson.

El Banco desea saber el grado de impaciencia de sus clientes, la longitud promedio de la cola y del sistema, y la probabilidad de no esperar para recibir el servicio.

10.16 En una terminal de ómnibus hay 3 fosas idénticas donde son revisados los micros que llegan. La velocidad promedio de arribos es de 12 micros/hora (poisson) y se admite una espera antes de ser revisado de 10 minutos en promedio.

Calcule:
1. El tiempo promedio de revisión necesario en cada fosa.
2. El tiempo promedio de atención en cada fosa si se tolera una espera en cola de 25 minutos

10.17 En una sala de juegos, existen dos máquinas electrónicas idénticas. El tiempo de juego es variable de acuerdo a una distribución de probabilidad exponencial de media de 3,33 minutos/jugador. La llegada de jugadores responde a un proceso poisson con media 18 clientes/hora.

Se desea conocer:
1. La probabilidad de que el sistema esté vacío.
2. La probabilidad de encontrar 1, 2, 3 clientes en el sistema.
3. La longitud promedio del sistema
4. La longitud promedio de la cola.
5. El tiempo promedio de espera en el sistema.
6. La probabilidad de que haya que esperar.

10.18 Se está por construir un puerto para una destilería de petróleo, a la que en promedio llegarán 10 barcos por semana (poisson). Cada barco permanecerá, en promedio, 1 día en el muelle (exponencial). Determinar el número mínimo de posiciones en el muelle, para que la probabilidad de que un buque deba esperar para amarrar no supere el 20%.

10.19 Un conjunto de 50 máquinas automáticas pueden detener su marcha por desperfectos, requiriendo entonces la presencia de un operario que las subsane y las ponga en funcionamiento nuevamente. Se ha verificado que en promedio las máquinas se detienen cada 94 minutos, necesitándose 6 minutos para su arreglo y puesta en marcha. Actualmente las máquinas son atendidas por 3 operarios de mantenimiento.

Calcule:
1. El número promedio de máquinas funcionando.
2. El número promedio de máquinas en espera de atención.
3. El número promedio de máquinas que están siendo atendidas (o número promedio de operarios activos).
4. La probabilidad de que una máquina al descomponerse sea atendida inmediatamente.

10.20 A un sistema de 2 canales en paralelo arriban en promedio 2 clientes/hora (de una población impaciente). La duración promedio del servicio es de 1 hora (exponencial). La probabilidad de que un cliente que arriba al sistema ingrese está dada por la expresión:

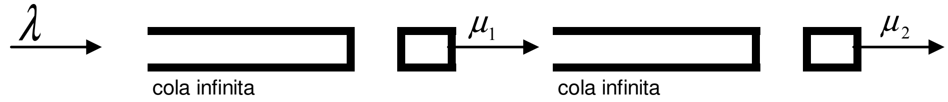
p(ingreso) = 1 – (n/4) (donde n es la cantidad de clientes en el sistema). El costo de cada canal es de $100 por hora efectivamente trabajada. El servicio se cobra $500 a cada cliente.

Determinar:

1. El número promedio de clientes que no ingresan al sistema por unidad de tiempo.
2. El lucro cesante esperado ($/h)
3. El número promedio de canales trabajando
4. La longitud promedio de clientes en el sistema.

11. TEORÍA DE COLAS: REDES

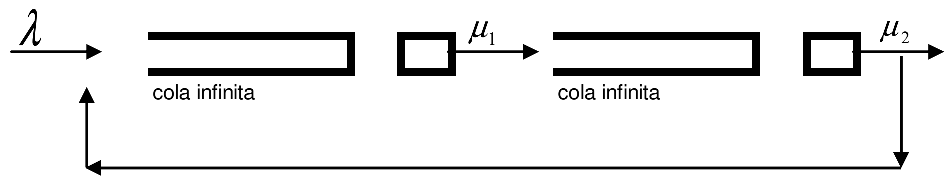
11.1 Dado el siguiente sistema:



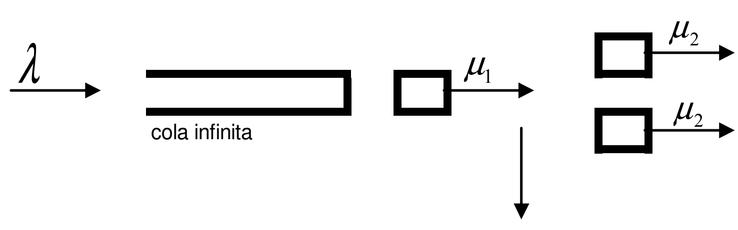
λ=10 clientes/h
μ_1=15 clientes/h
μ_2=14 clientes/h

Calcule:
1. La longitud promedio del sistema.
2. El tiempo promedio de permanencia de un cliente en el sistema.
3. La probabilidad de que el sistema esté vacío.

11.2 En el problema anterior suponga que el 10% de los clientes que salen por el canal de atención 2, reingresan al sistema:



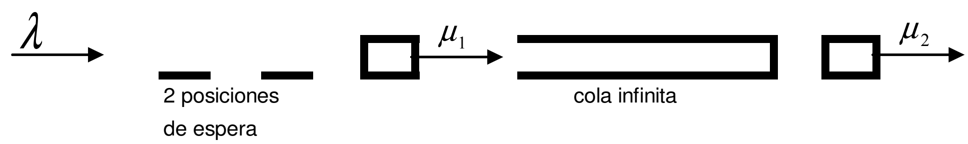
11.3 En un sistema de atención se realiza primero un servicio A (P/P/1) que se cobra 8 $/servicio y luego un servicio B (P/P/2/2) que se cobra 12 $/servicio.



Datos:
Tasa de arribos promedio = 9 clientes/h
Velocidad promedio de atención A = 12 clientes/h
Velocidad promedio de atención en cada uno de los canales del sistema B = 6 clientes/h
Costo canal A = 50$/h
Costo canal B = 30$/h

Calcule:
1. La ganancia esperada del sistema.
2. El porcentaje de clientes que reciben solamente el servicio A.
3. El número promedio de clientes en el sistema.

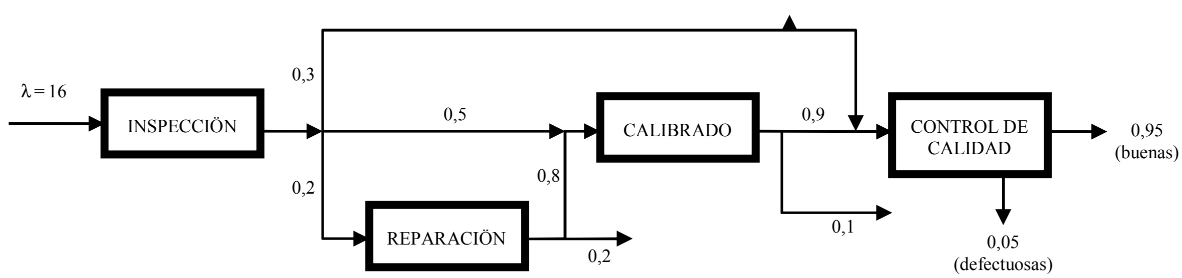
11.4 Dado el siguiente sistema:



Calcule:
1. La longitud promedio del sistema.
2. El tiempo promedio de permanencia de un cliente en el sistema.
3. La probabilidad de que el sistema esté vacío.
4. La cantidad de clientes rechazados por el sistema

11. 5 Para el siguiente sistema de fabricación con 4 estaciones, sin restricciones de capacidad de piezas en espera, para la cantidad mínima de canales compatible en cada estación determine:

1. El número promedio de piezas en espera.
2. El tiempo promedio de elaboración de una pieza buena.



.

Estación	Tasa de llegada externa λ	Tasa de servicio por canal μ_i	Probabilidad de venir de la estación i		
			INSPECCIÓN	REPARACIÓN	CALIBRADO
INSPECCIÓN	16	18			
REPARACIÓN	0	12	0,2		
CALIBRADO	0	5	0,5	0,8	
CONTROL DE CALIDAD	0	18	0,3		0,9

12. PROGRAMACIÓN POR CAMINO CRÍTICO

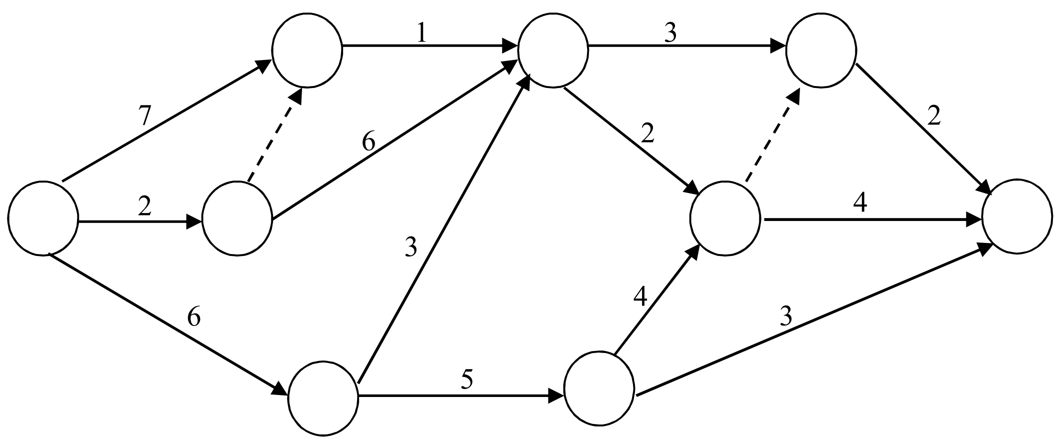
12.1 Hacer la red de flechas y de potenciales correspondientes a las precedencias existentes entre las tareas de las matrices siguientes:

	A	B	C	D	E	F
A				1	1	
B					1	1
C						1
D						
E						
F						

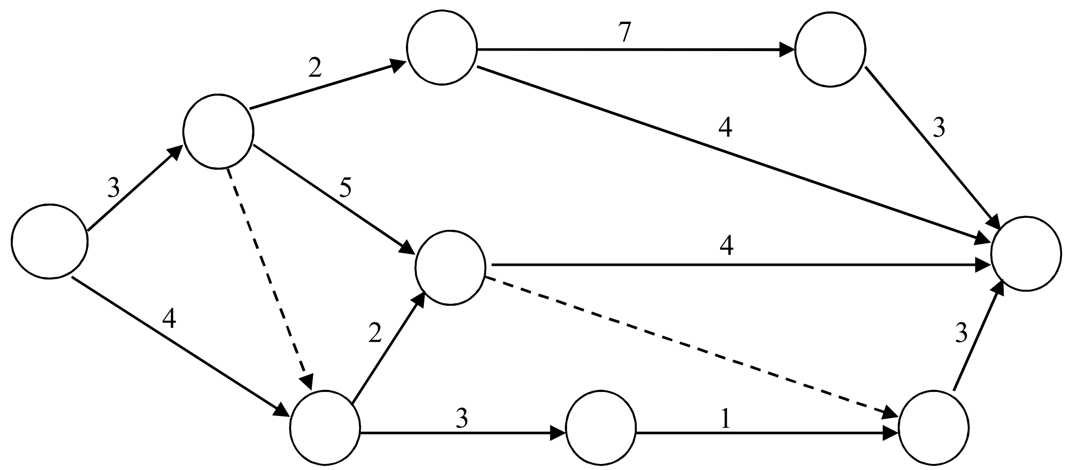
	A	B	C	D	E	F	G	H
A		1		1	1			
B			1				1	
C								1
D						1	1	
E								
F								
G								1
H								

12.2 Numerar los nodos, calcular las Ft y FT de los nodos, el camino crítico y las PFC, PFF, UFC y UFF de las tareas en las redes 12.2.1 al 12.2.3.

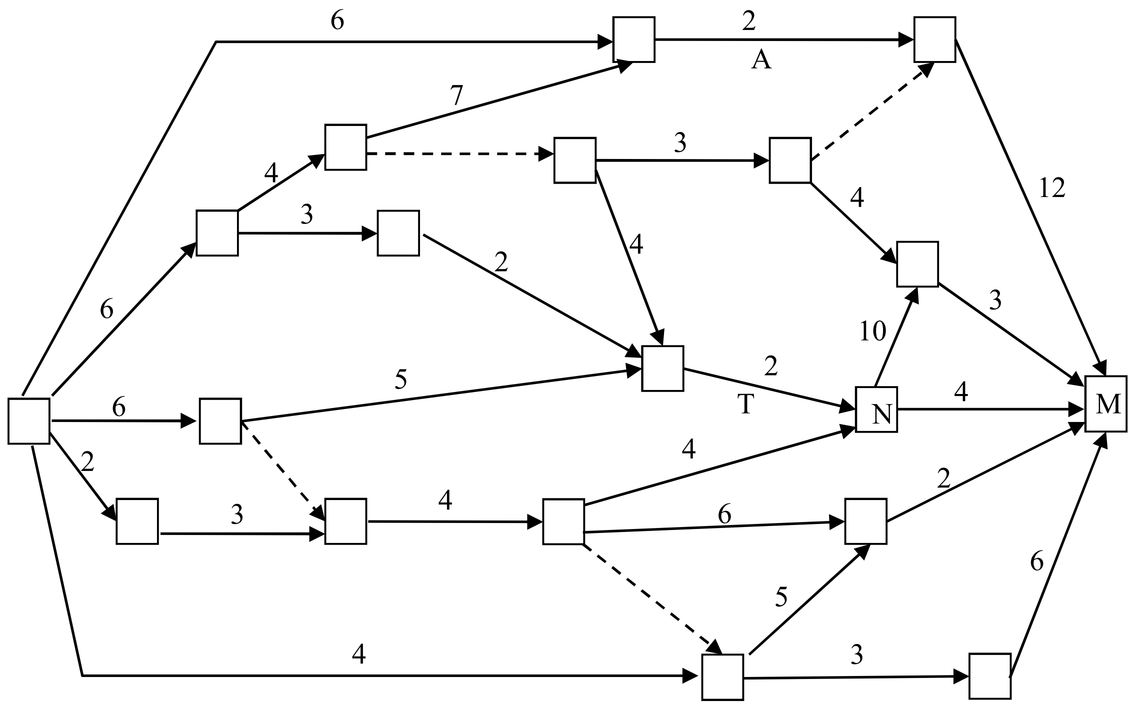
12.2.1



12.2.2



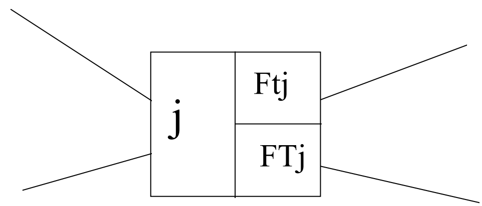
12.2.3



12.2.4 Calcular las Ft y FT de los nodos y las PFC, PFF, UFC y UFF de las tareas en la red 12.2.3 con la condición en el nodo M: FT = 38 y duración de la tarea A: d = 12

12.2.5 Calcular las Ft y FT de los nodos y las PFC, PFF, UFC y UFF de las tareas en la red 12.2.3 con la condición en el nodo N: Ft = FT = 20 y duración de la tarea T: d = 12

Observación: se sugiere la siguiente convención para los nodos:



12.3 Calcular los márgenes total, libre e independiente de las tareas de las redes: 12.2.1; 12.2.3; 12.2.5.

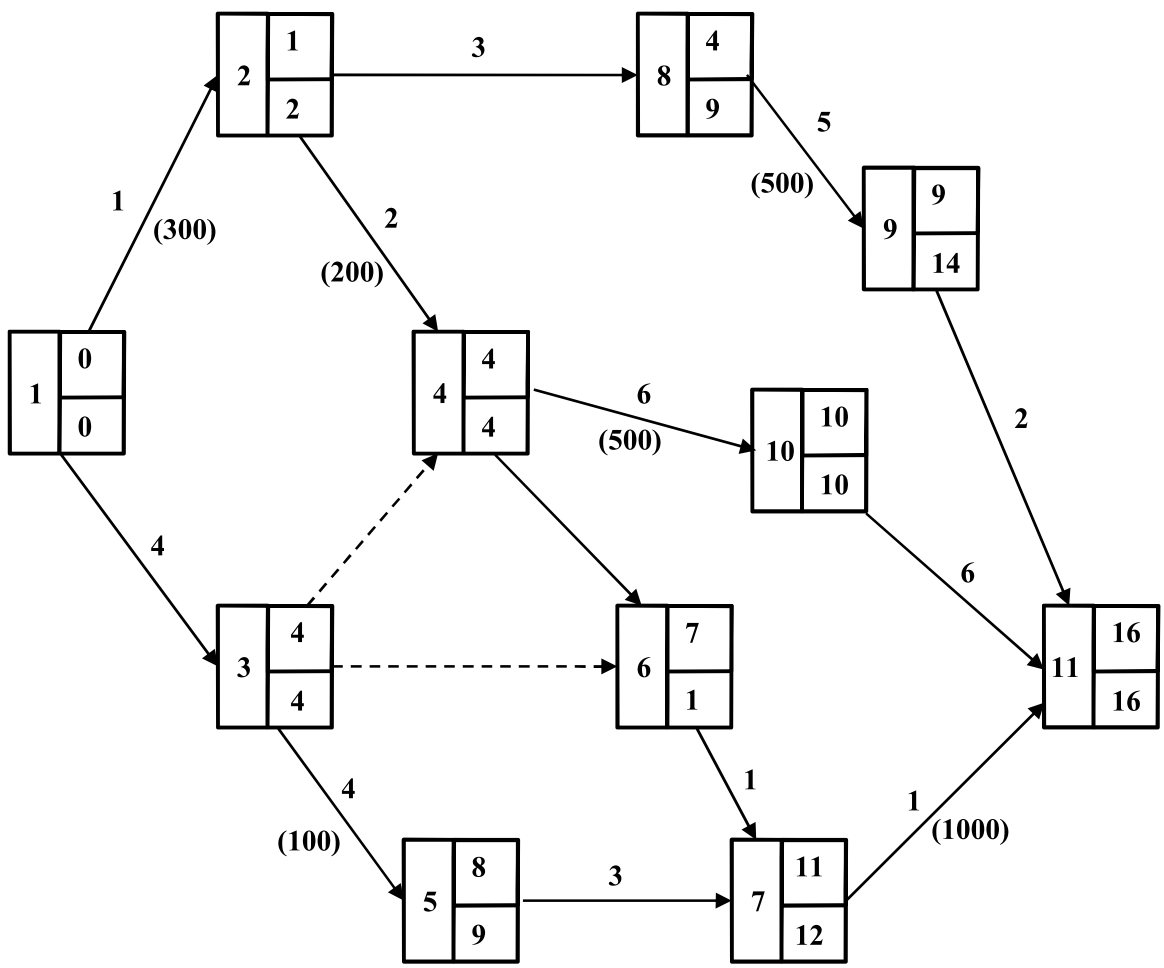
12.4 Construir los diagramas calendario en Ft y PFC, y en FT y UFF, para la red del punto 12.2.1.

12.5 En la siguiente tabla se listan las tareas de una red, junto con sus estimaciones de tiempos:

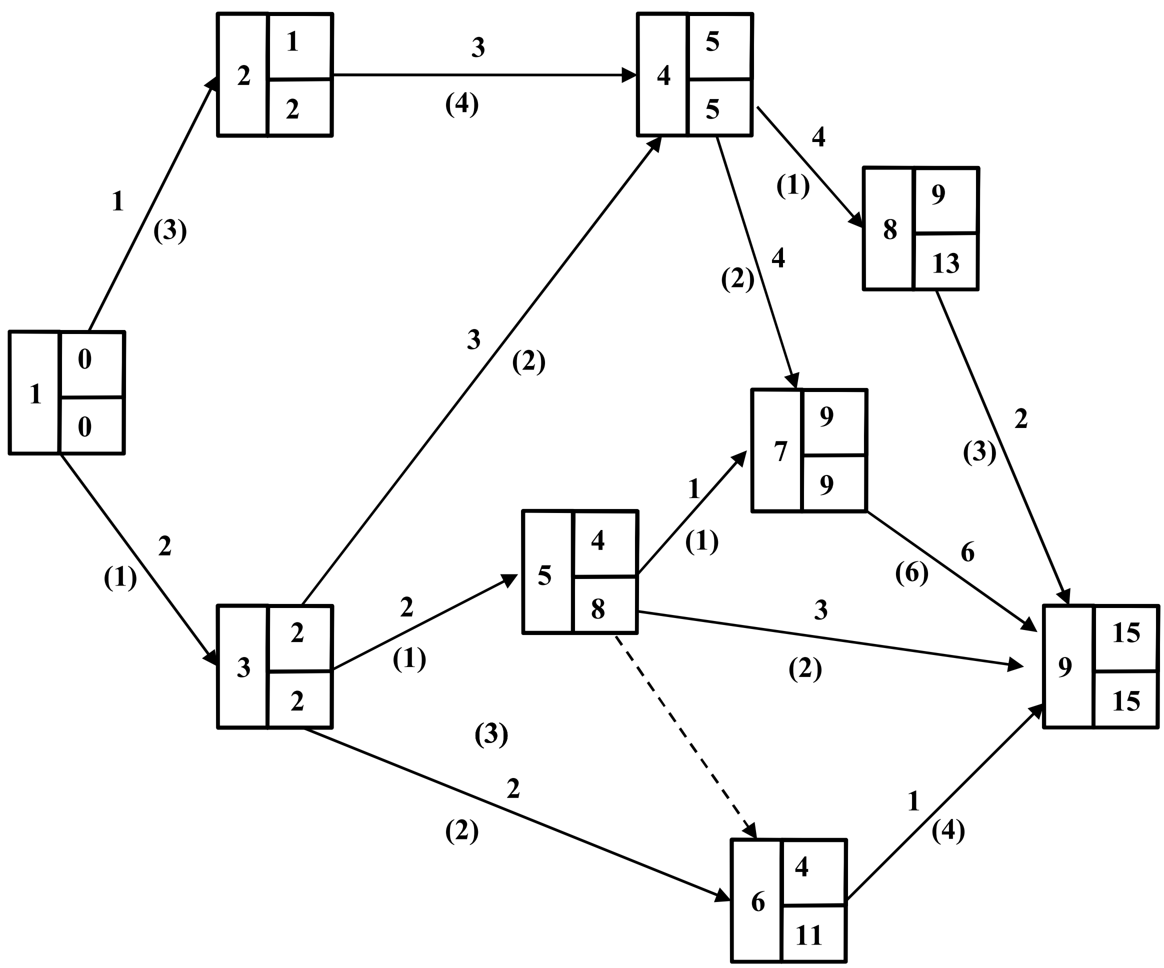
Tarea	Predecesoras inmediatas	Duración estimada (días)		
		Optimista	Más probable	Pesimista
A	-	3	6	15
B	-	2	5	14
C	A	6	12	30
D	A	2	5	8
E	C	5	11	17
F	D	3	6	15
G	B	3	9	27
H	E - F	1	4	7
I	G	4	19	28

a. Dibujar la red del proyecto y determinar el camino crítico.
b. ¿Cuál es la probabilidad de que el proyecto se termine antes de 41 días?
c. ¿Cuál es la probabilidad de que el proyecto se termine antes de la fecha programada? Justifique la respuesta.

12.6 La red siguiente corresponde a un proyecto en el que ya se ha calculado la Ft y FT. Se conoce que algunas de sus tareas consumen un mismo tipo de recurso, en este caso hormigón. Las mismas son aquellas que en el gráfico aparecen con una cantidad encerrada entre paréntesis debajo de la correspondiente flecha. Dicha cantidad representa el consumo diario de hormigón de la tarea, medido en m3. Se desea definir el diagrama que represente el consumo diario de hormigón y analizar asimismo la posibilidad de mantener ese consumo diario por debajo de los 1200 m3. Este análisis se comenzará suponiendo que todas las tareas comienzan en su PFC.



12.7 La siguiente red corresponde a un proyecto en que ya se han calculado las Ft y FT. Debajo de cada una de las flechas, se ha indicado, entre paréntesis, un valor que representa el costo de la tarea respectiva. Dicho costo es el costo total de la tarea, y deberá ser pagado en el instante de finalización de la misma. Se desea conocer el presupuesto financiero del proyecto y graficarlo considerando dos alternativas: i) que cada tarea comenzará en su PFC, y ii) que cada tarea finalizará en su UFF.



12.8 Calcular el valor actual de los presupuestos financieros en Ft y FT del ejercicio anterior con una tasa del 2% por período.

12.9 Asumir las siguientes relaciones de precedencia Fin-Comienzo de un proyecto:

Act.	Precede inmediatamente a	duración (meses)
A	B, C y D	6
B	E	3
C	E	4
D	F	2
E	J	3
F	J	3
G	I	1
H	J	4
I	J	7

La actividad G no puede finalizar antes de haber finalizado la actividad D. La actividad H no puede comenzar antes de cuatro semanas después de haber comenzado la actividad F. Determinar el camino crítico, y las PFC, PFF, UFC y UFF de cada actividad.

12.10 Una empresa constructora planea presentarse a una licitación para la construcción de una ruta provincial. Se ha recopilado la siguiente información:

ACTIVIDAD	TIEMPO NORMAL (semanas)	Costo normal (USD)	TIMEPO MÍNIMO (semanas)	COSTO A TIEMPO MÍNIMO (USD)
1-2	5	10.000	6	14.000
1-3	10	18.000	5	24.000
2-5	11	15.000	12	18.000
3-4	6	5.000	5	6.500
3-5	8	3.000	11	7.000
4-6	9	12.000	6	15.000
5-6	12	6.000	9	9.000

1. Dibujar la red con el método NODO-ACTIVIDAD.
2. Encontrar la duración y el costo del proyecto, indicando el camino crítico.
3. Establecer el tiempo mínimo requerido para completar el proyecto y el costo asociado al mismo.
4. La Provincia ha advertido que la ruta deberá finalizarse en no más de 25 semanas. En caso contrario, por cada semana de atraso que exceda las 25, habrá una multa de USD 1.000 para la empresa constructora. Determinar cuál debería ser la duración del proyecto.

12.11 Considerar los siguientes datos para un proyecto:

ACTIVIDAD	PRECEDE INMEDIATAMENTE	DURACIÓN (Meses)	MANO DE OBRA (HH)	MATERIALES (m^3)	GASTOS GENERALES (K$)
A	B-C	3	500	200	10
B	D	5	300	600	12
C	H-I	4	700	300	13
D	J	2	650	500	10
H	J-M	5	850	150	13
I	M-N	3	250	250	10
J	P	2	250	600	16
M	P	3	350	300	12
N	P	3	200	300	10
P	-	1	200	200	115

El costo de la hora hombre (HH) es de $10, y el de cada m^3 de material, de $30.
Los ingresos del proyecto son uniformes y se cobrarán a razón de $35000 por mes con independencia del avance del proyecto.
Asumiendo que los pagos se efectúan al terminar cada tarea y que los ingresos se perciben a fin de cada mes:

a) Construir la red de relaciones lógicas por el método Flecha-Actividad y determinar el Camino Crítico
b) Construir el presupuesto de ingresos y egresos (con las tareas comenzando en su PFC).
c) Calcular el valor actual de los ingresos netos (ingresos-egresos) sabiendo que la tasa de interés es del 4% mensual.
d) Determinar cuál es el nivel mínimo a contratar de mano de obra mensual para terminar el proyecto en término.

12.12 Dada la siguiente matriz de precedencias, los distintos tiempos pesimistas (b), optimista (a) y más probable (m), el costo en tiempo normal y en tiempo crash y el consumo para cada una de las tareas de un determinado proyecto se pide:

1) Armar la red.
2) Calcular las fechas tempranas y fechas tardías para cada uno de los nodos.
3) Calcular el camino crítico. Indicar que actividades lo componen.
4) ¿Es la actividad L crítica? ¿Por qué?
5) Confeccionar el diagrama calendario en fecha temprana.
6) Elaborar la programación de recursos teniendo en cuenta que se tiene una disponibilidad máxima de 40 toneladas por semana.
7) Elaborar el presupuesto financiero del proyecto considerando el diagrama calendario en fecha temprana y que las actividades se pagan al finalizar. Cuál es el valor actual del proyecto y cuál sería su valor si se decidieran cancelar todas las deudas la semana 8, teniendo en cuenta para ambos casos una tasa semanal del 0,5%?
8) ¿Cuál es la probabilidad de que el proyecto se cumpla entre las 15 y 18 semanas?
9) ¿Cuántas semanas deben estimarse, que el proyecto debe durar, para tener una seguridad de cumplirlo del 95%?
10) Hallar los márgenes total, libre e independiente de las actividades D, E I y L.
11) Reducir la duración del proyecto hasta lograr su mínimo tecnológico, tomando como tiempo CRASH de cada tarea a sus tiempos optimistas.
12) Se estiman los gastos indirecto del proyecto en 1,5 miles U$S/semana. Considerando 0 los gastos indirectos del proyecto si se realiza en su tiempo mínimo y aumentando en

dicho valor por cada semana adicional. ¿cuál será la duración del proyecto que implique un menor costo? Graficar la curva de costos.

13) Qué cambios habría que introducir en el proyecto original si el proveedor de los materiales de la actividad G asegura que no puede entregar los mismos hasta por lo menos la semana 15. Ídem semana 12.

14) Qué cambios habría que realizar en el proyecto original si contractualmente se fija que la actividad **I** no puede comenzar más allá de la semana 6. Ídem semana 10.

	A	**B**	**C**	**D**	**E**	**F**	**G**	**H**	**I**	**J**	**K**	**L**	**M**	**a**	**m**	**b**	Costo	Costo Crash	Consumo
A		1	1											2	3	4	8	10	20
B				1										1	2	3	2	3	5
C					1	1								1	1	1	3	3	10
D							1							1	4	13	10	14	0
E								1		1				1	4	7	7	11	10
F									1					1	3	5	2	3	0
G										1				1	1	1	3	3	5
H											1	1		2	3	10	5	8	0
I											1	1		2	3	4	4	6	15
J													1	1	2	3	3	7	15
K													1	3	4	5	7	8	20
L														1	2	3	3	7	20
M														1	1	1	1	1	10

13. STOCKS

MODELO BÁSICO

Salvo que en el enunciado se indique algo en contrario, los problemas de esta sección se ajustan a las siguientes hipótesis:

- Se administra un único ítem.
- El producto es de demanda independiente.
- La demanda es conocida y se efectúa a tasa constante.
- El tiempo que transcurre desde que se emite la orden de compra hasta que se recibe el producto (lead time) es conocido y constante.
- La reposición se hace exactamente cuando el nivel de stock es cero.
- El reaprovisionamiento es instantáneo.
- El horizonte de planeamiento es a largo plazo.
- El costo de agotamiento es infinitamente alto. No está permitido el déficit de producto.
- El costo unitario de adquisición (b), el costo unitario de almacenamiento (c_1) y el costo del pedido (k) son independientes de la cantidad a pedir (q).
- No hay restricciones que limiten el tamaño del lote.
- Todos los parámetros monetarios están expresados en moneda constante.
- El producto en estudio se mide en una unidad continua.

13.1 (Ejemplo 2.1)1 Una empresa distribuye un producto, para el cual se dispone de los siguientes datos:

- Ventas: 10 kg por semana, en forma constante.
- Costo de orden: $10 por pedido.
- Tasa de inmovilización de capital: 25% por año.
- Costo operativo de mantenimiento: despreciable.
- Precio de compra: 100 $/kg.

Considerando 50 semanas por año, determinar:

a) el tamaño económico de compra,
b) el intervalo de tiempo entre pedidos,
c) el costo total esperado anual,
d) el nivel de re-orden, si se sabe que el plazo de entrega es de 0,5 semanas.

13.2 (Ejemplo 2.2) Una empresa, que comercializa un cemento especial, tiene un depósito cerca de un puerto marítimo. El costo de cada tonelada de cemento es de $100 y se puede suponer un costo financiero del 18% anual. Se dispone, además, de los siguientes datos:

- Costos operativos de almacenamiento: 7 $ por tonelada y por año.
- Costo administrativo de una orden de compra: $248,29.

[1] Cuando se indica, la numeración de los ejemplos se refiere a los presentados en: **Miranda, Miguel; Sistemas de Optimización de Stocks – 1ed – Buenos Aires: EDUCA 2006.**

- Costos de traslado de la carga del puerto a la planta: $900.
- Costos de inspección e ingreso a almacén: $100.

La empresa tiene un solo cliente para este producto, que trabaja con un sistema JIT y que requiere que se le entreguen 200 toneladas diarias de cemento los 365 días del año. Determinar el lote óptimo de compra, el Costo Total Esperado anual y cada cuánto tiempo se debe recibir la carga.

13.3 (Ejemplo 2.3) Una empresa de computación trabaja con el criterio óptimo de compra para una de sus plaquetas de comunicación. El modelo de computadora TURBO786 utiliza 2 de estas plaquetas, mientras los modelos AXIS 886 y AXIS 996 utilizan 4 y 8 unidades cada uno, respectivamente. El costo de adquisición de la plaqueta es de $96, y el costo unitario anual de mantenimiento de cada unidad es la tercera parte de su costo de adquisición. La demanda anual de cada una de las computadoras es la siguiente:

- TURBO786: 250 unidades
- AXIS 886: 100 unidades
- YNOS 996: 10 unidades.

Adicionalmente, se requieren 20 plaquetas por año para el sector de Mantenimiento Técnico. El costo total esperado de almacenamiento para esta plaqueta es de $100.000.
El proveedor de este componente, por razones de programación de la producción, estaría dispuesto a hacer una rebaja de $2 por unidad si se redujera a la mitad el número de pedidos anuales que actualmente efectúa la empresa. Determinar si conviene o no aceptar el descuento.

13.4 (Ejemplo 2.4) Una terminal automotriz produce dos modelos de automóviles (SP y GR) que utilizan el mismo tipo de neumático. Esta empresa, que opera con una política óptima de inventarios para la administración del stock de neumáticos, dispone de los siguientes datos:

- La producción de los automóviles puede considerarse constante, estimándose en 40 unidades mensuales para el modelo SP y 30 unidades para el modelo GR.
- El precio de cada neumático es de $80.
- El costo de cada orden de compra es de $23.
- El costo operativo de mantenimiento anual es de $2 por neumático.
- La tasa de inmovilización de capital es del 10% anual.

El proveedor de neumáticos está dispuesto a ofrecer un descuento si la empresa reduce la cantidad de pedidos a uno por mes. Determinar cuál debería ser el descuento mínimo que deberá ofrecer el proveedor a fin de que convenga aceptar la propuesta.

13.5 (Ejemplo 2.7) Una empresa fabricante de fotocopiadoras está llevando un control de existencias en el almacén de un componente muy especial. Las características del mismo son las siguientes:

- Reaprovisionamiento: instantáneo.
- Demanda: 200 unidades por año.

- Costo de set-up: $1200.
- Costo de mantenimiento: se sabe que está comprendido entre $35 y $55 por año por cada componente.

Tomando como valor de cálculo para el costo de mantenimiento anual un valor igual a 40$/unidad, calcular:

a) el lote óptimo de fabricación,
b) la cantidad de órdenes de fabricación a emitir por año,
c) el lote óptimo si se impone la condición de que al cabo de un año el stock remanente sea nulo, y
d) el incremento porcentual de costo que se tendría si se solicitara un 30% más que el lote calculado en el punto a).

13.6 (Ejemplo 2.8) Para el problema 13.5, (considerando para el cálculo que el valor del costo de almacenamiento es de $40 por año):

a) Determinar el error que se cometería si el costo de mantenimiento real fuera 45 $/año por cada unidad.
b) Ídem, si sucediera lo más desfavorable.
c) Establecer cuál debería ser el valor del costo de mantenimiento para utilizar en el cálculo del lote óptimo a fin de que el error que se cometa en el caso más desfavorable sea mínimo.

13.7 (Ejemplo 2.9) La compañía RAM adquirirá de un nuevo proveedor un componente que va a utilizar para la producción de uno de sus sistemas. Se sabe que el precio de adquisición de cada componente es de $6,25, que la demanda anual (relativamente constante) puede variar entre 80.000 y 120.000 sistemas, que el costo de cada pedido es de $25 y que la política de costo de inventarios que utiliza RAM es cargar el 20% del costo de compra como costo anual de mantenimiento. El gerente de Marketing de RAM estima que el valor más probable de venta estará alrededor de 100.000 unidades por año, por lo que se decidió tomar ese valor a los efectos de definir la política de inventario.

Asumiendo que el costo operativo de mantenimiento es nulo, determinar:

a) la cantidad óptima a solicitar en cada pedido a fin de minimizar el costo total.
b) el costo total asociado a ese lote óptimo
c) el número de pedidos que habrá que hacer en el año.
d) suponiendo que RAM opera 50 semanas por año y 6 días a la semana, y sabiendo que el plazo de entrega es de 4 días, calcular el punto de re-orden asociado con la política óptima.
e) el máximo error porcentual en el costo variable total que se puede cometer como consecuencia de la estimación de la demanda.
f) si la empresa RAM decidiera efectuar 25 pedidos en el año, determinar el impacto que esa política tendría en el costo.

STOCK DE PROTECCION

Salvo que en el enunciado se indique algo en contrario, los problemas de esta sección se ajustan a las hipótesis del MODELO BÁSICO con el agregado de la siguiente:

- Se mantiene un stock de seguridad, es decir una cantidad de unidades en stock que no se utilizan operativamente sino que, por el contrario, se mantiene únicamente para hacer uso de ella sólo frente a situaciones completamente imprevistas en términos de planeamiento.

13.8 (Ejemplo 3.1) Una empresa dispone de los siguientes datos para la administración de uno de sus productos terminados:

- Costo mensual de seguros: 10 $/unidad
- Demanda anual 12.000 unidades.
- Costo de alquiler: 15 $/m^3 por mes
- Costo administrativo de procesamiento de un pedido, cualquiera sea el lote: $1.000
- Costo de inspección de un lote: $3.000
- Volumen ocupado por cada unidad: 2 m^3
- Costo mensual de mantenimiento térmico del producto: 0,5 $/m^3
- Costo directo: 40 $/unidad
- Stock de seguridad: equivalente a 5 días de demanda
- Lead time: 2 días
- Disponibilidad máxima de almacén para este producto: 1.900 m^3
- Tasa de interés mensual: 10%
- Días laborables por mes: 20

Determinar:

a) el tamaño del lote óptimo de producción,
b) el stock de re-orden, y
c) el costo total esperado si se dispusiera solamente de 1.300 m^3 para el almacenamiento de este producto.

AGOTAMIENTO ADMITIDO

Salvo que en el enunciado se indique algo en contrario, los problemas de esta sección se ajustan a las hipótesis del MODELO BÁSICO con el agregado de la siguiente:

- El agotamiento está permitido. Es decir, se admite el diferimiento en las entregas pero sin perder las ventas. La empresa, entonces, está dispuesta a hacer frente a la falta de stocks asumiendo un costo c_2 por unidad de tiempo por cada unidad de producto demandado no satisfecho inmediatamente. Los parámetros de costos son independientes de la cantidad a pedir "q".

13.9 (Ejemplo 4.1) Una empresa adquiere un tipo de válvula que se utiliza a razón de 200 por año. Se tienen los siguientes datos:

- El costo de cada válvula es de $50 y el costo de la orden de compra es de $5.
- El costo de mantener anualmente el inventario es de $0,10 por unidad.
- El costo de agotamiento es de $10 por unidad y por año.
- El "lead time" es de 4 meses.

Determinar:

a) el lote óptimo
b) la cantidad máxima de válvulas a mantener en stock y el punto de re-orden.
c) el período durante el cual se mantienen las válvulas en inventario y el período de déficit de las mismas.
d) ¿Cómo se modificarían los puntos a) y b) del problema si, además del costo de agotamiento variable en el tiempo, se agrega un costo de $0,02 por cada unidad agotada (independiente del tiempo)?

13.10 Una empresa celebra un contrato por el que se compromete a entregar a lo largo de un año 120.000 kg de un cierto producto. El contrato establece que en caso de interrumpirse el aprovisionamiento, se descontará a la empresa de sus facturas el equivalente al 30% del precio de venta del producto por mes de atraso siempre que la mora no exceda de 15 días. De sobrepasar este límite, la multa será del 50% del precio de venta por mes de atraso. La empresa vende el producto a 120 $/kg. La producción de cada lote lleva asociado un costo de $9.000 y el costo de mantener almacenado un kg de producto durante un año es de $60.

Determinar:

a) el lote óptimo
b) el stock máximo óptimo que se acumulará
c) el lapso óptimo entre tandas de producción y el lapso durante el cual permanecerá agotado el producto.
d) el costo total esperado óptimo.

Suponga ahora que el costo de agotamiento es infinito y que se mantiene un stock de protección de 500 unidades que serán entregadas al comprador al finalizar el período contractual de un año, por lo que el stock final de la empresa debe quedar en cero.

Determinar:

a) el lote óptimo
b) el stock máximo óptimo que se acumulará
c) el costo total esperado óptimo.

REPOSICIÓN NO INSTANTÁNEA

Salvo que en el enunciado se indique algo en contrario, los problemas de esta sección se ajustan a las hipótesis del MODELO BÁSICO con el agregado de la siguiente:

- La reposición es no instantánea; es decir, la tasa de reaprovisionamiento es finita. El abastecimiento de producto se efectúa durante un período de tiempo t_{1p} durante el cual el ingreso se hace a una tasa "p" y el egreso a una tasa "d". Una vez finalizado el aprovisionamiento de ese ciclo, habrá solamente egreso de mercadería a la tasa de demanda "d" durante el período t_{1d}.

13.11 (Ejemplo 5.1) Un fabricante ensambla bicicletas con partes compradas a proveedores. Un técnico tarda 8 h en preparar la línea de montaje. Las partes se recogen en las instalaciones de los subcontratistas el día anterior a que comienza la tanda de producción. Para ello se contrata un servicio de flete que provee un camión con chofer y ayudante, cuyo costo es de 30$ por hora. El trabajo de recolección de partes lleva dos horas de flete. El armado de las bicicletas lo hacen cuatro operarios a razón de 12 bicicletas por día. La demanda anual de bicicletas es de 800 unidades. El valor de las partes componentes de una bicicleta completa es de $108. El costo horario del técnico es de $12, mientras que el de cada operario que trabaja en la línea es de $10 por hora. El costo de oportunidad sobre el capital invertido es del 18% anual, pudiendo suponerse nulo el costo operativo de mantenimiento en stock. La fábrica trabaja 250 días por año en turnos de 8 horas diarias.

Calcular:

a) la política óptima de reposición de las bicicletas y el costo total anual.
b) el número de corridas de montaje que se deben realizar anualmente.
c) el período de montaje de cada tanda de producción.

13.12 Un contratista tiene que proveer 10.000 cojinetes por día a una fábrica de automóviles. Cuando inicia un lote de producción puede producir 25.000 cojinetes por día. El costo de mantener un cojinete en stock es de 2 $/(año.unidad) y el costo de arranque de un lote de producción es de $1.800. Determinar: ¿Con qué frecuencia debe fabricar los lotes de producción?

REAPROVISIONAMIENTO CONSTANTE

Salvo que en el enunciado se indique algo en contrario, los problemas de esta sección se ajustan a las hipótesis del MODELO BÁSICO con el agregado de las siguientes:

- El suministro es conocido y se efectúa a una tasa constante de modo ininterrumpido.
- La demanda se satisface descargando el material del almacén mediante lotes a intervalos regulares de tiempo (en forma instantánea o no).

13.13 (Ejemplo 6.1) Una refinería produce gasoil en forma continua a razón de 1.000 m3 /día, que se va almacenando en un tanque. El costo mensual operativo de almacenamiento del producto es de 3,6 $/m3, y la tasa de inmovilización de capital se puede suponer igual a 1% mensual. El costo directo del m3 de gasoil es de $40. El contenido del tanque se descarga sobre una barcaza que arriba al muelle de la refinería a los 5 días de haberse efectuado la orden al departamento marítimo de la refinería. El costo de descarga (tasas por utilización del muelle, preparación de tuberías, etc.) es de $6.000. Considerando 30 días por mes, y suponiendo que la descarga del contenido del tanque en la barcaza es prácticamente instantánea, se pide:

a) dimensionar el tanque,
b) determinar el intervalo de tiempo entre dos descargas sucesivas,
c) calcular el costo total esperado mensual,

d) establecer el punto de pedido para emitir la orden de descarga.

13.14 (Ejemplo 6.2) La petroquímica SAPA está planificando la elaboración de un nuevo producto (el "JP1"), por lo que deberá diseñar el tanque para su almacenamiento. El "JP1" será producido a una tasa constante de $4{,}1\overset{\frown}{6}$ m3 por hora. La descarga del tanque se realizará sobre un tren con vagones-tanque, que llegará a la plataforma de carga con la frecuencia que se establezca.
El tanque tendrá un controlador automático de nivel, de manera que, una vez alcanzado un stock determinado ("nivel de alarma"), emitirá una señal para que se proceda a regular todo el sistema de válvulas y a preparar y posicionar los vagones en las plataformas de carga. Se estima que el tiempo de preparación (desde la emisión de la señal hasta el comienzo de la descarga) será de 36 h. Estos preparativos tendrán un costo de $60. Por razones de seguridad se requiere que el tanque no se llene más del 65% de su capacidad. Además, el tanque tendrá un fondo no utilizable del orden del 5% de su volumen total. La gerencia comercial estableció un stock de protección equivalente a 3 días de producción. El costo directo del "JP1" producido será de $10 por m3. La tasa de interés mensual puede estimarse en un 10% mensual. Asumiendo que la producción será continua las 24 horas del día durante los 360 días del año, se pide:

a) Dimensionar el tanque, si el objetivo es minimizar el costo total.
b) Calcular cuántas descargas se harán en el año.
c) Determinar el nivel de alarma.
d) Calcular el número de vagones que se requerirán cada vez que se hace una descarga del tanque, si cada vagón tiene una capacidad de 40 m^3.
e) Determinar cómo se modificaría el problema del ejemplo 6.2 si la tasa de vaciado del tanque fuera de $41{,}6\overset{\frown}{6}$ m^3 por hora.

DESCUENTO POR CANTIDAD

Salvo que en el enunciado se indique algo en contrario, los problemas de esta sección se ajustan a las hipótesis del MODELO BÁSICO con el agregado de la siguiente:

- El costo unitario de adquisición "b" varía con relación a "q" según una ley preestablecida.

13.15 (Ejemplo 7.1) Una empresa fabricante de sistemas de componentes de sonido produce sus propios parlantes. La demanda es continua e igual a $4.000 por mes. El costo de lanzamiento de una orden fabricación de parlantes es de $12.000. Los parlantes llegan a la línea de armado de los sistemas de componentes en lotes terminados. El costo operativo de mantener un parlante en inventario es de 3,00 $/mes, mientras que la tasa de inmovilización de capital que se ha fijado es del 10% mensual. El costo unitario de producir un parlante es variable:

- $11, si se producen menos de 1.000 unidades
- $10, si la producción está comprendida entre 1.000 y 8.000 unidades
- $9,5, si se fabrican más de 80.000 parlantes.

Construir el diagrama de bloques correspondiente a la búsqueda del costo total esperado mínimo. Graficar el CTE = f (q). Determinar la cantidad optima de parlantes a fabricar.

13.16 (Ejemplo 7.2) Se desea optimizar el tamaño del lote de pintura para unas piezas metálicas. El departamento de Investigación Operativa obtuvo los siguientes datos:

- Precio de compra unitario: 500 $\$/m^3$
- Tasa de interés del capital inmovilizado en existencias: 10% anual.
- Costo de selección del proveedor, colocación de la orden de compra y seguimiento: 10$ por pedido.
- Costo anual por obsolescencia: 1% del valor de compra.
- Costo de recepción, control de calidad y traslado a almacén: 35 $/lote.
- Costo de espacio de almacenamiento por cada m^3: 0,4 $/mes.
- Descuento que ofrece el proveedor para compras mayores a 80 m^3: 12%.
- Costos contables de verificación de factura y pago: 7$ por cada compra.
- Insumo de Mano de Obra para pintar cada pieza: 6 hh.
- Costo de Mano de Obra: 12 $/hh.
- El transporte desde la planta de pintura está a cargo de la empresa. El costo es de $20 por viaje y se sabe que un lote, cualquiera sea su tamaño se transporta en un solo viaje.
- Seguros contra incendio: 0,05 $/mes por cada m^3.
- Precio de venta de cada pieza terminada: $1.500
- Producción anual: 10.000 piezas.
- Requerimiento de pintura por cada pieza: 0,2 m^3.
- Cantidad de lugar disponible para almacenar la pintura: 150 m^3.
- Plazo de entrega (desde la emisión de la orden hasta la ubicación de la pintura en el depósito, lista para ser usada): 15 días.

Determinar el lote óptimo y el costo total esperado de almacenamiento.

13.17 Un ítem con demanda mensual D = 2.000 unidades, costo de re-orden $35.000 y tasa de interés de 2% mensual, tiene la siguiente división de precios:

0	< q <	500	1000 $/unidad
500	< q <	4000	900 $/unidad
4000	< q <	infinito	800 $/unidad

Se pide:

a) representar gráficamente la ley de precios del producto.
b) determinar el lote óptimo.
c) calcular el costo total esperado de almacenamiento
d) representar gráficamente CTE = f(q)

VARIOS ITEMS – RESTRICCIONES

13.18 (Ejemplo 8.2) Considerando los siguientes datos para los productos A y B:

	A	B
D (u/año)	1000	900
c_1 ($/(u·año)	10	12
k ($/lote)	200	150

Imponiendo la condición de que se deben emitir anualmente 9 órdenes entre “A” y “B”, hallar los lotes óptimos de cada artículo.

13.19 (Ejemplo 8.2) Determinar los tamaños de los lotes óptimos para los tres productos indicados en la tabla. Existe una restricción de capacidad máxima de manufactura para los tres productos de 3.000 unidades.

ITEM	X	Y	Z
Demandas anuales	1.200	2.000	900
Costo de orden de fabricación ($)	80	150	90
Costo anual de almacenamiento por unidad	0,15	0,20	0,20

13.20 (Ejemplo 8.13) Considerar los siguientes datos para una serie de artículos, de los cuales se solicitan actualmente 20 pedidos por año cada uno. La empresa desea mantener 360 órdenes totales por año.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q
Demanda	100	200	500	300	900	8.000	40	780	40	40	900	1000	1000	520	80	2000	60
Precio	20	40	12	450	35	200	850	24	4.600	59	390	45	500	3	14	400	52

Ordenar los artículos según un principio “ABC”, calcular el porcentaje de total de dinero inmovilizado promedio (TI), establecer una clasificación de los productos, calcular el lote óptimo que minimiza el TI, la cantidad de pedidos óptimos a emitir en el año y el total de dinero óptimo a inmovilizar.

13.21 Un fabricante debe mantener 5 ítems en stock. Conoce sus demandas anuales y costos unitarios:

ÍTEM	DEMANDA (anual)	PRECIO
1	1.000	$5
2	2.000	$10
3	4.000	$15
4	10.000	$5
5	1.000	$10

Se desea determinar:

a) El total inmovilizado en inventario (TI) medido en $ si su oficina de compras procesa 50 órdenes por año adjudicándolas a razón de 10 por ítem.
b) TI mínimo con asignación óptima de 50 órdenes.
c) Total de órdenes (TO) mínimo para tener un TI de $9.000.

13.22 Una compañía fabrica dos productos (P1 y P2) para los cuales sus demandas mensuales se suponen aproximadamente constantes. Por razones de producción, estas dos líneas de productos deben elaborarse en lotes. Se desea operar al mínimo costo total. Se conocen los costos directos de fabricación de cada producto y el costo de puesta en marcha de fabricación de cada lote. La compañía estima que el costo de almacenamiento del producto es del 3% mensual del capital inmovilizado.

	PRODUCTO 1	PRODUCTO 2
Demanda (Unidades/mes)	420	550
Costo unitario ($/unidad)	7	23
Costo de re-orden ($/lote)	500	120

Determinar:

a) los lotes económicos de fabricación de cada producto.
b) gráfico para cada línea de producción
c) gráfico de las curvas de isocosto de producción para distintos pares de valores (P1, P2) a fabricar.

Si se considera que la fábrica dispone como máximo de 300 lugares de almacenamiento y que cada unidad de P1 requiere 12 lugares y que cada unidad de P2 requiere 18 lugares, determinar:

d) ¿Cuáles son los nuevos lotes económicos a fabricar?
e) Comparar esta situación con la anterior
f) ¿Cuánto puede pagarse por cada lugar adicional de almacenamiento que se alquile?

13.23 Una empresa que fabrica dos productos (A y B) desea fijar su política de stock. Conoce la demanda anual de los mismos (32.000 y 135.000 unidades) que supone uniforme. Ha estimado en 10% anual el costo de oportunidad del dinero inmovilizado en stock. Iniciar cada tanda de producción implica costos de $1.000 para el producto A y de $5.000 para el producto B. Los costos unitarios son de $40 para A y de $60 para B. Las velocidades de producción son tales que se puede suponer la reposición como instantánea. No se admite tener demanda insatisfecha ni se llevará stock de protección.
Determinar los lotes óptimos para ambos productos y el valor marginal del recurso utilizado en cada uno de los siguientes casos:

a) El volumen requerido para almacenar cada unidad de producto A es 3 dm^3, y para cada unidad de producto B es 5 dm^3. Se dispone de 15 m^3 de depósito en total.
b) Por razones de seguridad se decide que no puede haber (en promedio) más de 10.000 unidades en stock entre los dos productos.
c) El jefe de producción decide que no se hagan más de 7 tandas de producción por año entre los dos productos.
d) Para obtener ventajas en la contratación del seguro se dispone que el capital máximo inmovilizado en stock no debe exceder de $600.000
e) La oficina de personal ha decidido reducir la mano de obra indirecta y exige que no se dediquen más de 10 días anuales (de 8h) a preparar las máquinas para iniciar tandas de producción. Cada tanda de A requiere 8h. y cada tanda de B requiere 6 h.
f) El controller solicita que no exceda de $100.000 anual el costo de preparación.

g) La gerencia financiera dispone que no debe exceder de $40.000 el costo anual del capital promedio inmovilizado en stock.
h) Considere simultáneamente las restricciones 2 y 3
i) Considere simultáneamente las restricciones 4 y 6
j) Considere simultáneamente las restricciones 5 y 7
k) Considere simultáneamente las restricciones 1 y 2

13.24 Resuelva nuevamente el problema 13.23 con la siguiente restricción: No se supone que la reposición sea instantánea. Las velocidades de reposición son: 3.000 u/mes para A y 15.000 u/mes para B.

13.25 Resuelva nuevamente el problema 13.23 con la siguiente modificación: Para el producto A se supone reposición instantánea y se decide mantener un stock de protección del 5% de la demanda anual. Para el producto B se supone una velocidad de reposición de 15.000 u/mes y un stock de protección del 10% del lote de producción.

13.26 Un almacén opera con dos productos para los que se conocen los siguientes datos:

	PRODUCTO 1	PRODUCTO 2
Demanda anual	182.500 u	365.000
Costo de re-orden	$500	$750
Costo de almacenamiento	0,5 $/(u.día)	0,5 $/(u.día)
Costo unitario	10 $/u	12 $/u
Costo oportunidad del dinero	10% anual	10% anual
Espacio ocupado	0,5 m^2/u	0,5 m^2/u
Reposición	Nota 1	Nota 2

Nota 1: Cuando se solicita un nuevo lote el proveedor entrega inmediatamente la mitad del lote pedido y la otra mitad al día siguiente.

Nota 2: Cuando se solicita un nuevo lote el proveedor entrega los productos a una tasa d 4.000 unidades/día.

a) Desarrolle un modelo que le permita calcular los lotes de cada uno de los productos de modo que el costo total sea mínimo, sabiendo que dispone de un espacio total de 500 m^2.
b) ¿Qué precio estaría dispuesto a pagar por 1 m^2 adicional de espacio de almacenamiento? Explique porqué.
c) ¿Qué precio estaría dispuesto a pagar por 500 m^2 adicionales de almacenamiento? ¿y por 600 m^2? Explique porqué.
d) Escriba las inecuaciones que utilizaría para incorporar al modelo las siguientes restricciones:

    a. Capital inmovilizado máximo inferior a….
    b. Capital inmovilizado promedio inferior a…
    c. Costo anual del capital inmovilizado inferior a….
    d. Total de re-ordenes inferior a….

DEMANDA ALEATORIA

13.27 (Ejemplo 9.1) Una empresa desea programar la compra de un componente que se utilizará por una única vez durante un proyecto. El requerimiento de este componente responde a una distribución poisson con media 4. El precio de adquisición antes de comenzar el proyecto es de $900 por cada componente, mientras que el de cualquier orden posterior al inicio será de $1.600.

Un componente que quede en existencia al final del proyecto tendrá un valor residual de $800. Calcular cuántos componentes se deberán adquirir antes de iniciar el proyecto.

13.28 (Ejemplo 9.2) Una empresa está considerando efectuar una orden para dos turbinas a un proveedor extranjero. En el momento que se efectúa la orden de las turbinas se debe decidir la cantidad a adquirir de un repuesto especial para ellas. El proveedor suministró la siguiente información con respecto a las probabilidades de rotura del repuesto durante la vida útil (estimada en 5 años) de cada turbina:

- Probabilidad de cero rotura: 0,7
- Probabilidad de una rotura: 0,2
- Probabilidad de dos roturas: 0,1

El repuesto comprado junto con las turbinas cuesta $2.500 mientras que si en el momento de necesitarlo no está disponible, se puede hacer una compra de urgencia pero incurriéndose en un costo de $90.000 por lucro cesante y por mayor precio de compra. Los repuestos no utilizados tienen un valor de $500 al final de la vida productiva de los equipos. ¿Cuántos repuestos se deben solicitar conjuntamente con las turbinas?

13.29 (Ejemplo 9.5) La demanda de cierto producto está dada por una distribución poisson de media $\lambda = 3{,}5$, es decir con función de distribución:

$$P_{Po}(x) = \frac{\lambda^x \cdot e^{-\lambda}}{x!}$$

El producto se adquiere hasta completar un “stock máximo” que debe calcularse. Este producto se compra mensualmente y su costo de mantenimiento es de $10 por unidad por mes. Si, cuando se demanda, este artículo no está en stock, se entregará cuando se recibe, pero incurriéndose en un costo de $90 por cada unidad que no se entregue inmediatamente.

a) Determinar el stock máximo.
b) Calcular los límites superior e inferior del costo de mantenimiento para que se mantenga la solución óptima encontrada en el punto anterior.

ADMINISTRACIÓN DE INVENTARIOS

13.30 (Ejemplo 10.1) Una empresa que fabrica dos productos (A y B), en una misma máquina. Debe planificar la producción semanal del próximo mes, cuyas demandas máximas y requerimientos mínimos son los siguientes:

Demanda (unidades)	SEMANA			
	1	2	3	4
A	90	80	75	110
B	25	55	30	35

Requerimiento mínimo (unidades)	SEMANA			
	1	2	3	4
A	10	60	55	90
B	10	45	20	30

La disponibilidad de horas semanales de máquina se indica en la siguiente tabla:

DISPONIBILIDAD DE MÁQUINA	SEMANA			
	1	2	3	4
Horas	80	80	70	80

Los datos relativos a tiempos y costos de puesta en marcha de la línea de producción y de materia prima por producto, como así también de los precios de venta y del costo de hora de máquina, se muestran en la próxima tabla:

	A	B
Tiempo de puesta en marcha (h)	6	5
Costo de puesta en marcha ($)	3.000	4.000
Tiempo de máquina (h)	0,4	0,8
Costo materiales ($)	15	9
Precio de venta ($)	250	300

El costo de la hora de máquina en producción es de $8. Actualmente se dispone en stock de 20 unidades de A y 30 de B, y al finalizar el mes, el nivel de inventarios debe ser el mismo. El costo unitario de mantenimiento en stock de cada producto es de $3 por semana para A y de $3,5 para B. Cada semana se para la línea para hacer operaciones de limpieza, de manera que si un producto se fabrica en una semana determinada se incurre en el correspondiente costo de puesta en marcha. El almacén de productos terminados tiene una capacidad para almacenar 200 unidades de A o 150 de B (o una combinación de ellas). Formular y resolver el modelo matemático si solo se puede fabricar uno de los productos por semana.

14. SIMULACION

EJERCICIOS PREVIOS

Método de la transformada inversa para variables discretas.

14.1 Se desea simular el conjunto de resultados obtenido al revolear 10 veces una moneda.
a) Grafique probabilidades y probabilidades acumuladas de los eventos "cara" y "ceca".
b) Mediante el método de la transformada inversa defina un procedimiento para generar cada resultado a partir de un número aleatorio de distribución uniforme en el intervalo 0-1 ("número al azar").
c) Tome un conjunto de 10 números al azar de una tabla y genere la muestra.

14.2 Se desea simular las características de un conjunto de 20 señoras que llegan a una peluquería. Se sabe que, en promedio, de cada diez señoras que llegan, sólo 3 van a peinarse, 4 a cortarse el pelo y a peinarse, 2 sólo a cortarse el pelo y 1 a hacerse la permanente. El servicio requerido por cada una es independiente del requerido por las otras. Siga los mismos pasos que en el 10.1.

14.3 Se desea simular la cantidad de llamados telefónicos que llegan a una oficina en diez lapsos sucesivos de diez minutos cada uno. La distribución de la cantidad de llamados es Poisson de media 1 llamado cada 5 minutos.
a) Utilice la tabla que da, para una media a= t, la probabilidad de tener x o más llamadas G(x). Tenga presente que el método de la transformada inversa puede usarse también con G en lugar de F.
b) Defina el procedimiento para generar cada resultado (cantidad de llamadas en 10 minutos) a partir de un número al azar.
c) Con un conjunto de diez números al azar tomados de la tabla, genere la muestra.

Método de la transformada inversa para variables continuas.

14.4 Una variable aleatoria está uniformemente distribuida en el intervalo 2-6. Se desea generar una muestra de 5 valores de dicha variable.
a) Defina y grafique f(x)
b) Defina y grafique F(x)
c) Aplique el método de la transformada inversa para obtener la expresión que da el valor de la variable en función de un número al azar.
d) Con un conjunto de cinco números al azar tomados de la tabla, genere la muestra.

14.5 Ídem 4 para una variable aleatoria cuya función de densidad está dada por 3(x-1)2 en el intervalo 1-2 y 0 para los demás valores reales.

14.6 Ídem 4 para una variable aleatoria cuya función de densidad está dada por (4/5)((x-3)3) en el intervalo 3-4 y -(2/5)(x-4)+ 4/5 en el intervalo 4-6 y cero para los demás valores.

14.7 Ídem 4 para la variable aleatoria cuya función de densidad es triangular entre 1 y 4 con moda 3. Para encontrar la expresión analítica f(x) tenga presente que f(3) puede obtenerse sabiendo que el área total debajo de f(x) debe ser 1.

14.8 Un canal de un sistema de atención realiza el servicio en un lapso cuya duración es una variable aleatoria continua exponencialmente distribuida, con media igual a 10 minutos. Se desea generar una muestra de 10 valores de los tiempos de servicio del canal.
a) Teniendo en cuenta que la función de densidad de la distribución exponencial tiene por expresión f(x)= .e(- x) para x>0, compruebe que la media (esperanza matemática) es 1/ y que la varianza es 1/ 2.
b) Aplique el método de la transformada inversa para hallar la expresión del tiempo del servicio en función del número al azar.
c) Genere la muestra utilizando 10 números al azar tomados de la tabla.

14.9 La llegada de clientes a un sistema de atención se produce según un proceso de Poisson de parámetro =15 clientes/hora. Se desea generar una muestra de los tiempos entre arribos de 5 clientes sucesivos. Partiendo de una "hora inicial" arbitraria por ejemplo h=100 generar la "hora" de llegada de cada uno.
Recuerde que si la cantidad de clientes que llegan en un lapso dado tiene distribución Poisson (DISCRETA), los tiempos entre arribos sucesivos tienen distribución exponencial (CONTINUA), cuya función de densidad está dada por f(x)= e(- x).
a) Repita los pasos del problema anterior para generar los tiempos entre arribos.
b) Obtenga la "hora" de arribo de cada cliente. Observe que se la puede obtener sumando a la hora inicial los lapsos hasta el arribo del cliente dado.
c) ¿Puede usarse el método b para generar las "horas" de finalización de servicio de cada cliente en un canal de atención? ¿Por qué?

14.10 Las cantidades de un producto demandadas mensualmente a una empresa se distribuyen normalmente con media 5.000 unidades y desviación standard de 500 unidades. Se desea generar una muestra de las demandas mensuales para un año de operación y con ellas obtener, para cada mes, la demanda acumulada desde principio de año.
a) Explique por qué no puede aplicarse rigurosamente el método de la transformada inversa. Si se dispone un método aproximado de integración ¿Qué requisito debe cumplir la expresión obtenida para que sea aplicable el método de la transformada inversa?
b) Explique cómo encararía la simulación por un camino alternativo, usando una tabla de F(x) o de G(x) y aplicando el método de la transformada inversa como si se tratase de una variable discreta.
c) Para aplicar un tercer método basado en el teorema del límite central:
- Demuestre que una variable r, uniforme en (0,1), tiene media 1/2 y varianza 1/12.
- Demuestre que la variable aleatoria que se obtiene sumando n números al azar tiende, al crecer n, a una variable normal. Obtenga su media y su varianza.
- Obtenga la expresión estandarizada de la variable normal hallada en b. Cada número obtenido por este procedimiento será un "número aleatorio normal" rn, que puede considerarse muestra de una variable normal de media 0 y varianza 1.
- Estandarice la variable normal a simular e iguálela a rn: despejando la variable se tendrá la expresión que permite generar cada valor de la variable (demanda) en función de rn.

d) Un cuarto método se basa en utilizar tablas de desviaciones normales, dan directamente valores al azar de una variable normal estandarizada rn. Aplique el último paso del método dado en c y, tomando números aleatorios normales de la tabla, genere la muestra solicitada.

Intervalos de Confianza. Determinación del número de pasos de la simulación.

14.11 Suponga que se ha realizado una simulación de la llegada de clientes a un sistema de atención y que, eliminados los del transitorio, se tienen los datos de 100 clientes para el estado de régimen. Se quiere determinar el tiempo medio de permanencia en el sistema, se ha obtenido el tiempo en el sistema para cada uno de los clientes. La suma de los valores da 317,2 y la suma de los cuadrados de las diferencias entre los valores individuales y la media es 28,3

a) Estime el valor del tiempo medio de permanencia en el sistema.

b) Obtenga un intervalo de confianza para la media del tiempo de permanencia en el sistema con un nivel de significación del 10% Determine el ancho del intervalo. Si este procedimiento se reiterase muchas veces ¿En cuántos casos el intervalo incluiría el "verdadero valor" de la media a estimar?

c) Si se desea un intervalo de confianza de ancho 0,06 ¿Cuántas muestras adicionales se deberán obtener?

d) Id c. pero se desea que el ancho del intervalo sea el 10% del valor de la variable estimada.

14.12 Se dispone de 30 datos obtenidos al azar de la cantidad promedio de clientes en un sistema de atención en estado de régimen, la suma es 125 y la suma de las desviaciones cuadráticas es de 28,3.

a) Estime la media de la cantidad de clientes en el sistema.

b) Obtenga un intervalo de confianza con un nivel de significación del 20% para la longitud del sistema. Calcule el ancho del intervalo.

c) Determine el número de observaciones necesario para que el ancho del intervalo sea del 10% del valor de la variable estimada.

EJERCICIOS DE SIMULACIÓN

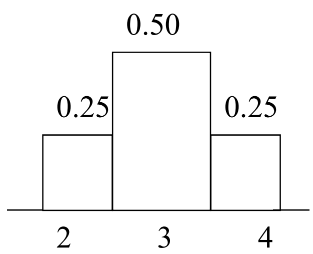
14.13 Un sistema estocástico puede asumir solamente dos estados X o Y, y evoluciona del siguiente modo de un día a otro:

- Si el estado es X, la probabilidad de que permanezca en ese estado el día siguiente es 0.8.
- Si el estado es Y, la probabilidad de que continúe en el estado Y el día siguiente es igual a 0.9.

Simúlese la evolución del estado del sistema para 10 días, empezando en el estado X.

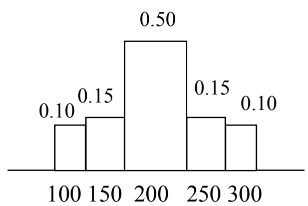
14.14 La demanda y el tiempo de anticipación de un artículo particular tienen las distribuciones indicadas a continuación. Explicar cómo se puede generar la demanda durante el tiempo de anticipación usando simulación Montecarlo. Utilizar en su explicación los números aleatorios indicados.

Tiempo de anticipación semanas



Números aleatorios
38, 10, 41, 82

Demanda artículo/semana



Números aleatorios
15, 51, 60, 30, 72, 09
40, 50, 84, 70, 49, 32

Aplicaciones de la Simulación a problemas de colas

14.15 Una pequeña peluquería, instalada en una galería comercial, funciona 8 horas diarias, 22 días por mes. Posee dos sillones para cortar el pelo y dos sillas para esperar. Los clientes llegan en promedio cada 15 minutos. Si las dos sillas están ocupadas no entran y van a otra peluquería. El tiempo de corte del primer peluquero responde a una distribución uniforme entre 15 y 25 minutos, mientras que el del segundo est normalmente distribuido con media 30 minutos y varianza 9 min^2. El segundo es preferido por los clientes, de modo que, estando ambos desocupados, el 80% opta por cortarse con él.

a) Construya una tabla de simulación que le permita calcular:
1. Número promedio de clientes en el sistema.
2. Número promedio de clientes en la cola.
3. Número promedio de clientes en cada canal de atención.
4. Número promedio de clientes que ingresan al sistema por hora.
5. Número promedio de clientes que salen del sistema por hora.
6. Tiempo promedio que un cliente permanece en el sistema.
7. Tiempo promedio que un cliente permanece en la cola.
8. Tiempo promedio que un cliente permanece en cada canal de atención.
9. Probabilidad de que un cliente llegue al sistema y sea atendido de inmediato.
10. Probabilidad de que un cliente llegue al sistema y no pueda ingresar por falta de espacio
11. Porcentaje del tiempo que el sistema está vacío.
12. Porcentaje del tiempo que el sistema está totalmente ocupado.
13. Porcentaje del tiempo que hay personas en cola.
14. Porcentaje del tiempo que cada canal de atención está en actividad.
15. Porcentaje del tiempo que cada canal de atención no está ocupado.

b) Construya el intervalo de confianza con nivel de significación del 10% para el tiempo medio de permanencia en el sistema. Determine el número de observaciones adicionales para obtener un intervalo de ancho 0,1 minutos.

14.16 Un lavadero automático cuenta con dos secciones: lavado y secado. Todo automóvil pasa consecutivamente por ambas etapas y no se dispone de espacio para esperar entre ambas, sólo hay lugar para que un coche espere antes del lavado. Los automóviles llegan según una distribución de Poisson, en promedio, cada 2 minutos. El 20% de los que no puede atenderse de inmediato se va a otro lavadero.
Los tiempos de atención en cada uno de los canales están dados por las siguientes distribuciones de probabilidad:

Lavado: Función de densidad dada por (2/9)*(x-3) en (3;6)
Secado: Uniforme entre 1 y 3 minutos.

Repita las preguntas del problema 13.15

14.17 Considérese la versión de un solo servidor del modelo básico original de la teoría de colas (arribos a la Poisson y tiempos de servicio exponenciales).
Supóngase que la tasa media de llegada es de 20 clientes por hora y la tasa media de servicio es de 25 clientes por hora. Se desea estimar el tiempo esperado de permanencia antes de que inicie el servicio aplicando simulación.

a) Partiendo con el sistema vacío, utilícese el incremento según el evento siguiente para realizar la simulación hasta que han ocurrido dos compleciones del servicio.

b) Partiendo con el sistema vacío, utilícese el incremento de tiempo fijo (con 1 minuto como unidad de tiempo) para realizar la simulación hasta que han ocurrido dos compleciones del servicio.

14.18 En un aeropuerto de una sola pista se están estudiando diferentes problemas referidos al tráfico aéreo en el horario de 17 a 21hs. En este lapso, en promedio un avión cada 5 minutos solicita permiso para aterrizar, y uno cada 15 minutos para despegar, según distribuciones poissonianas.
Los tiempos que toma al controlador de tráfico ayudar a que un aeroplano aterrice o despegue tienen una distribución normal con medias 3 y 2 minutos y desvíos estándar 0,4 y 0,2, respectivamente.
La torre de control otorga permiso para aterrizar de acuerdo al orden de llegada de los aeroplanos, y para despegar de acuerdo al orden de solicitud de permiso para posicionarse en la pista.
Una solicitud para aterrizar tiene prioridad sobre una de despegue.
El objetivo es determinar:

a) El número promedio de aeroplanos que han pedido pista para aterrizar y que aún se encuentran sobrevolando el aeropuerto.
b) El número promedio de aviones que han solicitado pista para despegar y que aún se encuentran en espera.
c) La pérdida estimada para las compañías aéreas si se sabe que un avión en espera para aterrizar implica un costo de U$S200 por minuto, y para un avión con las turbinas encendidas esperando despegar, un costo de U$S60 por minuto.

Simular el proceso por el método “evento a evento” durante 2 horas.

14.19 Una compañía industrial tiene dos cepillos mecánicos para cortar superficies planas en piezas grandes de dos tipos diferentes. El tiempo requerido para realizar cada tarea varía dependiendo del número de pasadas que deben darse. Para ambos tipos de piezas el tiempo requerido por un cepillo tiene la distribución de probabilidad que sigue:

Tiempo en min.	Probabilidad
10	0.30
20	0.25
30	0.18
40	0.12
50	0.08
60	0.045
70	0.015
80	0.007
90	0.003

Cada media hora se lleva una pieza de cada tipo al departamento de cepillos.

Por desgracia, el departamento de cepillos ha tenido dificultades para ir al paso con su carga de trabajo. Con frecuencia se tienen piezas esperando a que se desocupe un cepillo, incrementando como consecuencia el costo de inventario de productos en proceso y el costo de equipo ocioso. Por lo tanto, se ha evaluado la alternativa de adquirir un cepillo adicional para aliviar este cuello de botella.

Se estima que el incremento total en el costo (incluyendo el costo de recupero de capital) asociado con la adquisición y operación de otro cepillo sería de $ 20/hora. Se estima que el costo asociado a la espera de las piezas para ser procesadas es de $100 por pieza por hora para las del primer tipo y de $40 por pieza por hora para las del segundo tipo. Debido a esta diferencia en los costos siempre se les da prioridad a las piezas del primer tipo, sobre las del segundo tipo, es decir que si se desocupa un cepillo cuando están esperando piezas de los dos tipos siempre se elige una del primer tipo para ser procesada a continuación.

Partiendo con todos los cepillos momentáneamente ociosos esperando la llegada de la piezas, aplíquese el incremento según el evento siguiente para simular la operación de las dos políticas alternativas (seguir en las condiciones actuales o bien adquirir un tercer cepillo) para 3 horas de operación. Es conveniente la adquisición del tercer cepillo?

14.20 Un proceso se realiza a través de tres estaciones en serie. Los arribos son de tipo Poisson, con una media de 1 cada 20 minutos. Los tiempos de servicio y sus distribuciones son:
Canal 1: Normal media 10 min., desvío 5 min.
Canal 2: Exponencial con parámetro 1/15 servicio por minuto
Canal 3: Uniforme entre 12 y 18 min por servicio
Se desea hallar el tiempo de permanencia en el sistema y el tiempo de permanencia en la cola de los clientes.

Aplicaciones de la Simulación a problemas de stocks

14.21 El stock de cierto producto es administrado bajo los siguientes parámetros:
Tamaño del lote de reposición: 4.000 unidades
Stock mínimo al inicio del día: 1.500 unidades
Demanda aleatoria con distribución triangular de:
- -Valor mínimo: 800 unidades/día
- -Moda: 1.000 unidades/día
- -Valor máximo: 1.500 unidades/día

Costo de almacenamiento: 0.04 $/unidad.día
Costo de reorden: $320

Simular la evolución diaria de los niveles de stock, construir un intervalo de confianza para el costo diario.
¿Cómo procedería para calcular el tamaño óptimo del lote de reposición?

14.22 Se ha observado que las ventas de un artículo particular son 450, 475 o 500 artículos por semana con probabilidades de 0.25, 0.40 y 0.35 respectivamente. Los tiempos de anticipación entre hacer y recibir un pedido son de 1, 2, y 3 semanas con probabilidades de 0.75, 0.20 y 0.05 respectivamente. Usando los datos mostrados a continuación, determinar las existencias disponibles después de 15 semanas de operación simuladas.
Cantidad constante pedida = 1400 artículos
Punto de pedido: 500 unidades
Nivel inicial de inventario = 1400 unidades

<u>Números Aleatorios</u>

Para demanda				Para tiempo de anticipación	
63	22	83	29	52	08
37	31	55	71	81	20
41	58	32	12	10	95
16	66	61		36	74

Aplicaciones de la Simulación a problemas de Camino Crítico

14.23 Sea el proyecto dado por las actividades indicadas a continuación:
A precede inmediatamente a D y C
B precede inmediatamente a E
C precede inmediatamente a E
D no precede a ninguna
E no precede a ninguna

Las duraciones tienen distribución de probabilidad triangular con los siguientes parámetros:

Actividad	Duración Mínima	Moda	Duración Máxima
A	5	7	8
B	3	10	20
C	3	5	12
D	3	4	12
E	1	2	9

Diseñar un procedimiento de simulación que permita calcular, para cada una de las actividades, la probabilidad de resultar crítica.

14.24 Dado el siguiente proyecto:

Actividad	**Precede a**	**Distribución**	**Duración en días**
A	B, C	Exponencial	Media: 15
D	E	Uniforme	a:18, b: 22
C	E	Exponencial	Media: 5
B	-	Normal	Media: 20, desvío estándar: 5
E	-	Normal	Media: 15, desvío estándar: 3

Simular el proyecto para determinar su duración total para 5 valores de cada variable.

Otras aplicaciones de la Simulación

14.25 Una compañía ha estado teniendo un problema de mantenimiento con cierta parte compleja del equipo. Este equipo contiene cuatro tubos al vacío idénticos que han sido la causa del problema. El problema es que los tubos fallan con bastante frecuencia forzando por consiguiente a que el equipo deje de trabajar en tanto se lleva a cabo un reemplazo. La práctica actual es reemplazar los tubos únicamente cuando fallan. Sin embargo se ha hecho una propuesta de que se reemplacen los cuatro tubos siempre que falle uno de ellos, para reducir la frecuencia con la que debe pararse el equipo. El objetivo es comparar estas dos alternativas con base en el costo.

Los datos pertinentes son los siguientes: Para cada tubo el tiempo de operación hasta que ocurra la falla tiene una distribución uniforme entre 2000 y 4000 horas. El equipo debe pararse durante 2 horas para reemplazar uno de los tubos o por 4 horas para reemplazar los cuatro. El costo total asociado con la parada del equipo y reemplazo de los tubos es de $50 por hora, más $10 por cada tubo nuevo.

a) Partiendo con cuatro tubos nuevos, simúlese la operación de las dos políticas alternativas para 10000 horas de tiempo simulado.

b) Utilícense los datos obtenidos en el inciso a) a fin de llevar a cabo una comparación preliminar de las dos alternativas con base en el costo.

14.26 Se desea planificar la compra inicial de un repuesto para un grupo de máquinas, conjuntamente con la adquisición de éstas. Cuando se agote este stock, dicho componente

se repondrá cuando ocurra su rotura, con pedidos unitarios que tienen una demora promedio de 0,7 meses/repuesto (distribución normal, desvío estándar 0,1), lapso durante el cual la máquina permanece parada.
Las roturas se distribuyen a la Poisson, en promedio una cada 1,5 meses. Existe un costo de $5.000 por mes por cada máquina parada en espera de provisión de repuestos y un costo de mantenimiento en stock de repuestos en fábrica de $24/repuesto-mes.

a) Efectuar la simulación de variables independientes del problema obteniendo 15 valores de cada una.
b) Formular la expresión del funcional a utilizar para determinar el costo total de operación del sistema, a fin de poder evaluar posteriormente el número de repuestos a comprar inicialmente.
c) Simular el proceso con los valores obtenidos de la simulación de las variables, para un stock inicial de 3 repuestos.