Tutorial Gestión de Inventarios

Tutorial Gestión de Inventarios (#3)

El tutorial contiene pistas de audio; requiere conectar audífonos o parlantes

- El tema debe estudiarse junto con:
- Material de estudio disponible en el Campus
- Guía de TP
- Taha: Investigación de operaciones
- Miguel Miranda: Sistemas de optimización de stocks (Educa)

Tutorial Gestión de Inventarios (#3)

El tutorial contiene pistas de audio; requiere conectar audífonos o parlantes

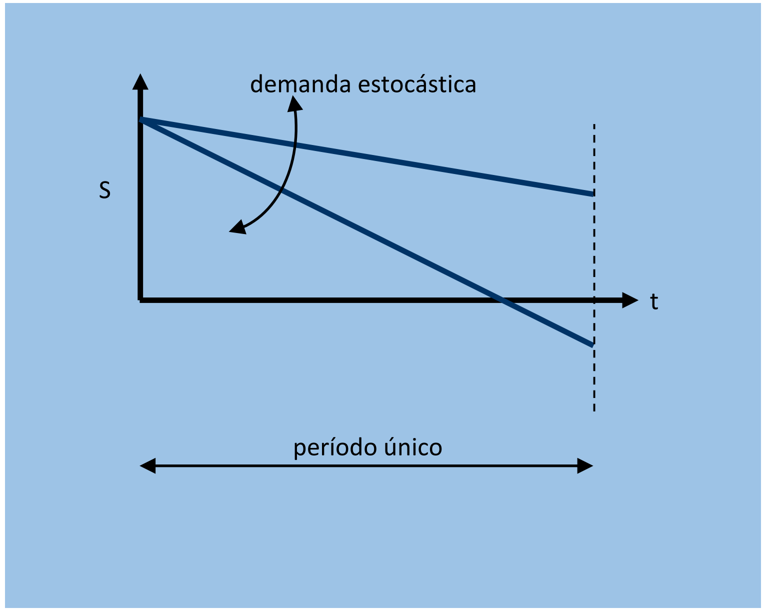
- Modelos de demanda aleatoria de un período
- Modelos de demanda aleatoria de múltiples períodos

Tutorial Gestión de inventarios

Modelos de demanda aleatoria de un período

Hipótesis

- Período único
- Unidades discretas
- Lote único al comienzo
- Compras individuales al agotarse
- Sin costo de almacenamiento
- Con costo de agotamiento
- Con pérdida por excedente
- Estabilidad monetaria



Parámetros

- c_1: Costo unitario del excedente (costo de compra – precio de reventa)
- c_2: Costo unitario de agotamiento o lucro cesante (costo de compra posterior – costo de compra)

Variables

- x: demanda aleatoria en el período asociada a probabilidad p(x)
- S: lote inicial a adquirir

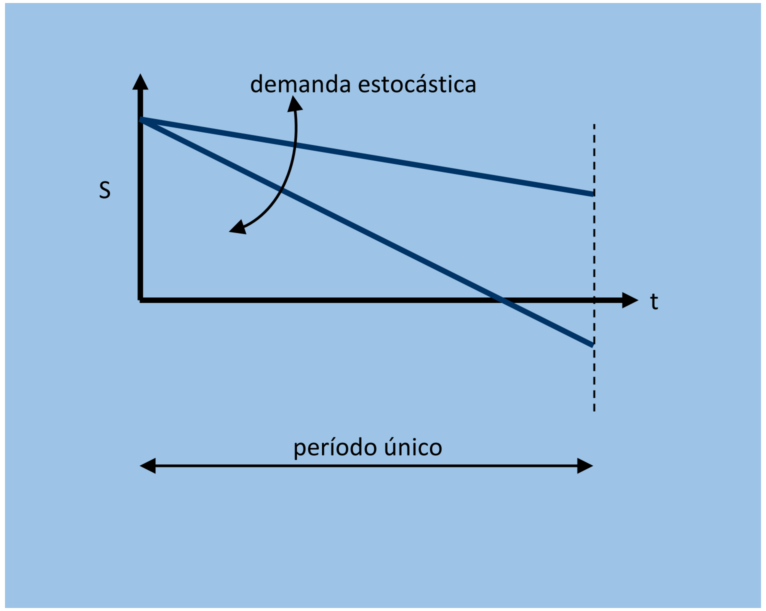
Tutorial Gestión de inventarios
Modelos de demanda aleatoria de un período

Aplicaciones

- Compra de repuestos (costosos o críticos) que se deben adquirir juntamente con una máquina o equipo.

- Compra de un producto que será discontinuado próximamente.

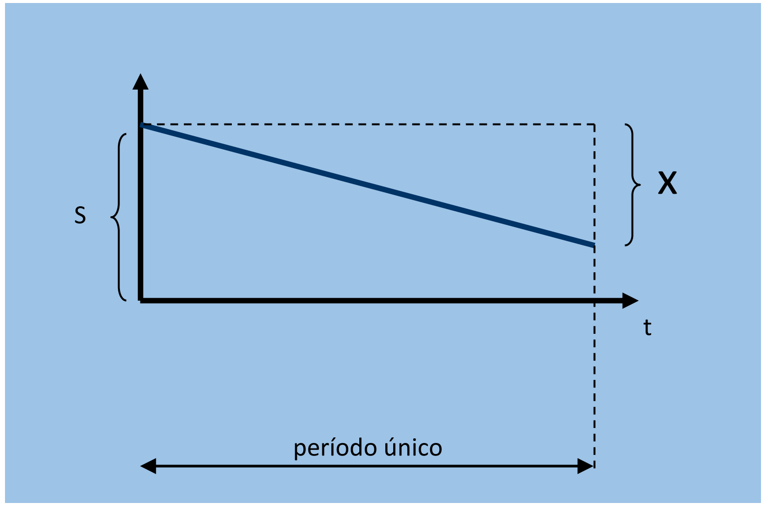
- “El problema del canillita”: Determinar cuántas unidades se deben comprar de un semanario a fin de atender la demanda de la semana.



Tutorial Gestión de inventarios

Modelos de demanda aleatoria de un período

Situación “A”

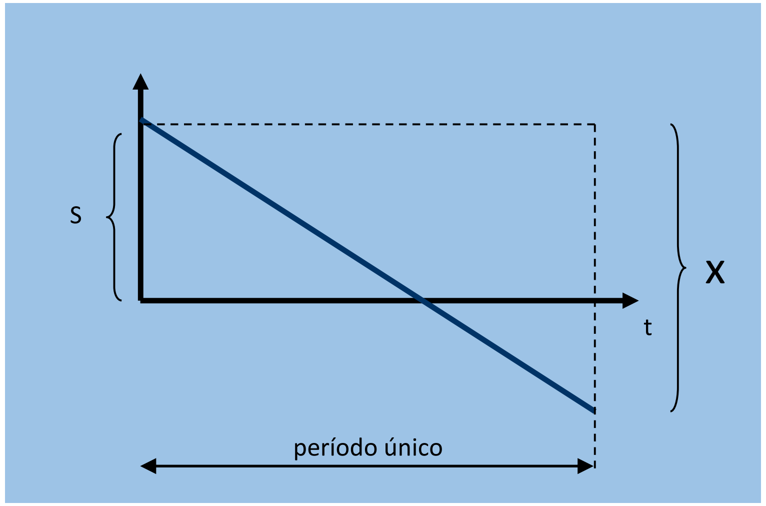


La demanda x es menor al stock inicial S
Al final del período hay excedente (S-x)
Costo = c_1(S-x)

La esperanza del costo es:

$$\sum_{x=0}^{x=S} c_1 (S-x)\, p(x)$$

Situación “B”



La demanda x es mayor al stock inicial S
Al final del período hay un faltante (x-S)
Costo = c_2(x-S)

La esperanza del costo es:

$$\sum_{x=S+1}^{x=\infty} c_2 (x-S)\, p(x)$$

Tutorial Gestión de inventarios

Modelos de demanda aleatoria de un período

El costo total esperado es:

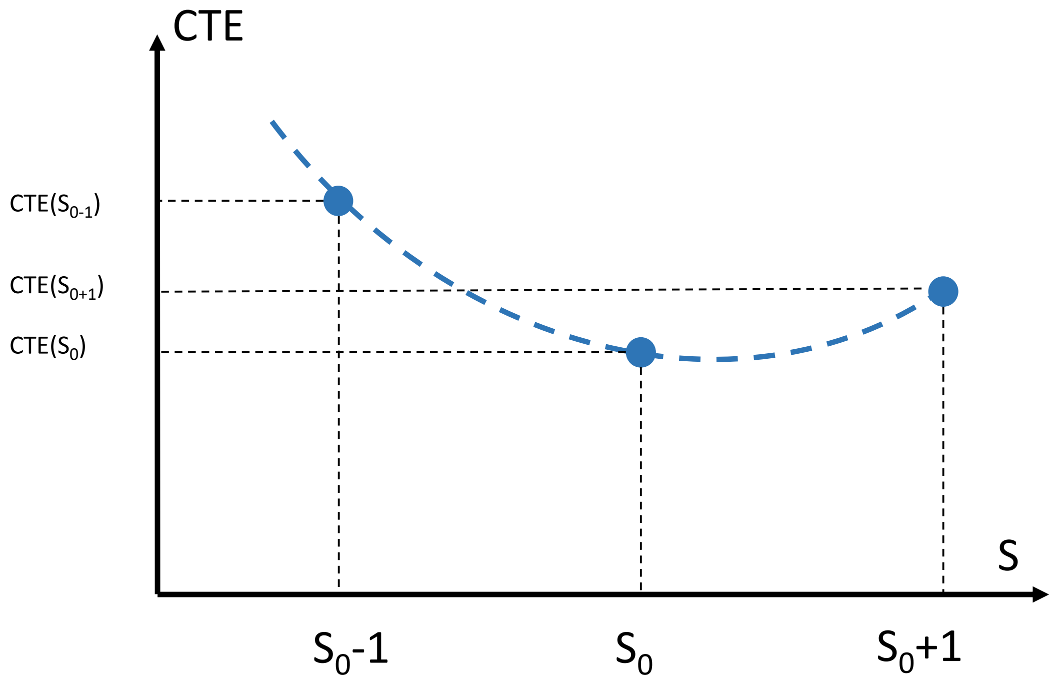
$$CTE(S) = \sum_{x=0}^{x=S} c_1(S-x)\,p(x) + \sum_{x=S+1}^{x=\infty} c_2(x-S)\,p(x) \longrightarrow \text{mínimo}$$

La condición de mínimo es:

$$CTE(S_0+1) - CTE(S_0) \geq 0$$

$$CTE(S_0) - CTE(S_0-1) < 0$$

donde S_0 es el lote óptimo a determinar



Tutorial Gestión de inventarios

Modelos de demanda aleatoria de un período

$$CTE(S_0+1)-CTE(S_0)\geq 0 \ldots\ldots\ldots(1)$$
$$CTE(S_0)-CTE(S_0-1)< 0 \ldots\ldots\ldots(2)$$

$$CTE(S)=\sum_{x=0}^{x=S} c_1(S-x)p(x)+\sum_{x=S+1}^{x=\infty} c_2(x-S)p(x)$$

A partir de (1) se puede escribir que:

$$CTE(S_0+1)-CTE(S_0)=\sum_{x=0}^{x=S_0+1} c_1(S_0+1-x)p(x)+\sum_{x=S_0+2}^{x=\infty} c_2(x-S_0-1)p(x)-CTE(S_0)$$

Los límites de las sumatorias pueden ajustarse ya que cuando x=S_0+1

$$S_0+1-x=S_0+1-S_0-1=0$$

$$x-S_0-1=S_0+1-S_0-1=0$$

$$CTE(S_0+1)-CTE(S_0)=\sum_{x=0}^{x=S_0} c_1(S_0+1-x)p(x)+\sum_{x=S_0+1}^{x=\infty} c_2(x-S_0-1)p(x)-CTE(S_0)$$

$$=\sum_{x=0}^{x=S_0} c_1(S_0-x)p(x)+\sum_{x=0}^{x=S_0} c_1p(x)+\sum_{x=S_0+1}^{x=\infty} c_2(x-S_0)p(x)-\sum_{x=S_0+1}^{x=\infty} c_2p(x)-CTE(S_0)$$

Tutorial Gestión de inventarios

Modelos de demanda aleatoria de un período

$$= \sum_{x=0}^{x=S_0} c_1 p(x) - \sum_{x=S_0+1}^{x=\infty} c_2 p(x) \geq 0$$

$$= c_1 P(x \leq S_0) - c_2 P(x \geq S_0 + 1) \geq 0$$

$$= c_1 P(x \leq S_0) - c_2 [1 - P(x \leq S_0)] \geq 0$$

$$= c_1 P(x \leq S_0) - c_2 + c_2 P(x \leq S_0)] \geq 0$$

$$= P(x \leq S_0)(c_1 + c_2) - c_2 \geq 0$$

$$= P(x \leq S_0) \geq \frac{c_2}{(c_1 + c_2)}$$

Del mismo modo a partir de (2) puede demostrarse que:

$$= P(x \leq S_0 - 1) < \frac{c_2}{(c_1 + c_2)}$$

Regla de decisión:

$$P(x \leq S_0 - 1) < \frac{c_2}{(c_1 + c_2)} \leq P(x \leq S_0)$$

Tutorial Gestión de inventarios

Modelos de demanda aleatoria de un período – Ejemplo 1

Una empresa desea programar la compra de un componente que se utilizará por una única vez durante un proyecto. El requerimiento de este componente responde a una distribución Poisson con media 4. El precio de adquisición antes de comenzar el proyecto es de $900 por cada componente, mientras que el de cualquier orden posterior al inicio será de $1.600. Un componente que quede en existencia al final del proyecto tendrá un valor residual de $800. Calcular cuántos componentes se deberán adquirir antes de iniciar el proyecto

c_1: Costo del excedente (costo de compra – precio de reventa) = 900-800=100 [$/u]
c_2: Costo de agotamiento o lucro cesante (costo de compra posterior – costo de compra) = 1600 – 900 = 700 [$/u]

$c_2 / (c_1+c_2)$ = 700 / (100+700) = <u>0,875</u>

$$p(x) = \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!}$$

$$\lambda = 4$$

x	p(x)	F(x)
0	0.018	0.018
1	0.073	0.092
2	0.147	0.238
3	0.195	0.433
4	0.195	0.629
5	0.156	0.785
6	0.104	0.889
7	0.060	0.949
8	0.030	0.979

$$p(x \le S_0 - 1) < \frac{c_2}{c_1 + c_2} \le p(x \le S_0)$$

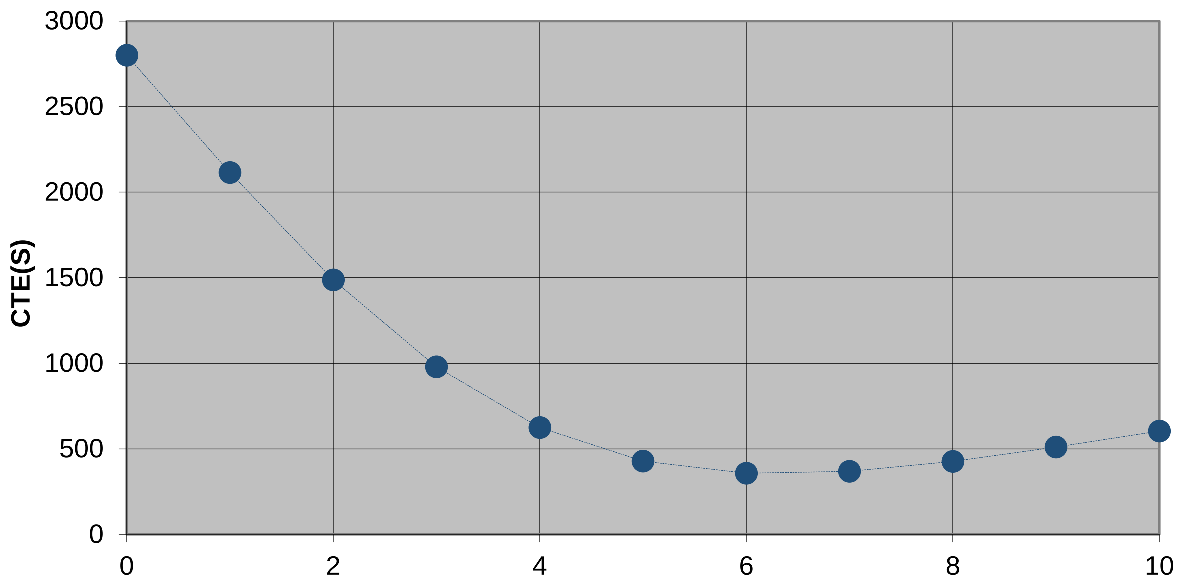
$$p(x \le 5) < 0{,}875 \le p(x \le 6)$$

$$S_0 = 6$$

Tutorial Gestión de inventarios

Modelos de demanda aleatoria de un período – Ejemplo 1

$$CTE(S) = \sum_{x=0}^{x=S} c_1(S-x)\,p(x) + \sum_{x=S+1}^{x=\infty} c_2(x-S)\,p(x)$$



S mínimo
CTE=356

Tutorial Gestión de inventarios

Modelos de demanda aleatoria de un período – Ejemplo 2

En el Ejemplo 1 se supone ahora que la demanda es de distribución normal con media 10 unidades y desvío estándar de 2

Los parámetros c_1 y c_2 se mantienen:
c_1: Costo del excedente (costo de compra – precio de reventa) = 900-800=100
c_2: Costo de agotamiento o lucro cesante (costo de compra posterior – costo de compra) = 1600 – 900 = 700

$c_2 / (c_1+c_2)$ = 700 / (100+700) = <u>0,875</u>

Cuando la naturaleza de la variable S es continua, por extensión tendremos que:

$$F(x) = \frac{c_2}{(c_1 + c_2)}$$

donde:

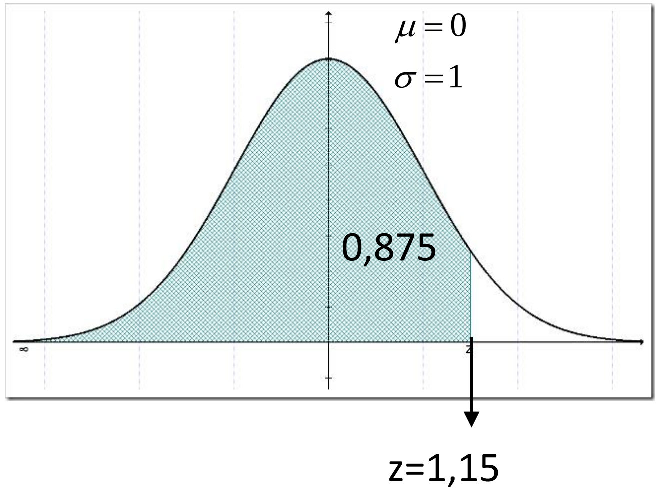
$$F(x) = \int_0^x f(x)dx$$

Tutorial Gestión de inventarios

Modelos de demanda aleatoria de un período – Ejemplo 2

Se debe hallar el valor de “z” para la función normal estándar correspondiente con una acumulada de:

$c_2 / (c_1+c_2)$ = 700 / (100+700) = <u>0,875</u>



$$\frac{x-\mu}{\sigma} = 1{,}15 \Rightarrow x = \mu + 1{,}15\sigma = 10 + 1{,}15.2 = 12{,}3$$

Resulta entonces S_0=12,3 unidades

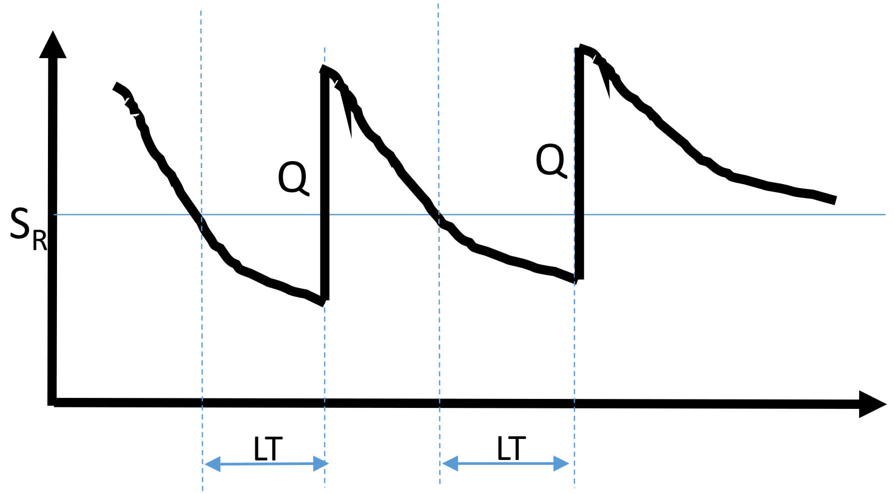
Tutorial Gestión de inventarios

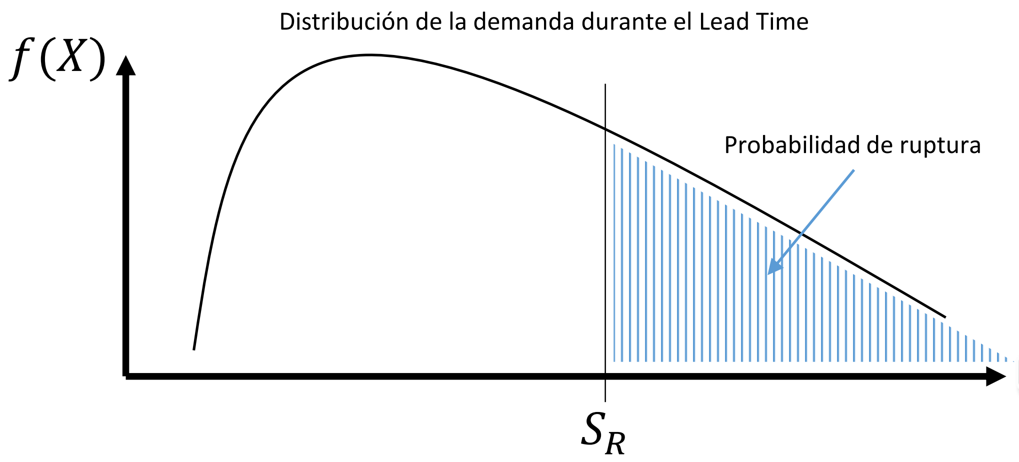
Modelos de demanda aleatoria de múltiples períodos

Revisión continua y costo de faltante

Hipótesis

- La demanda es aleatoria. Se conoce la distribución de probabilidad y es estacionaria, es decir que no cambia en el tiempo.
- El tiempo de producción ("lead time") se conoce y es constante.
- La demanda no satisfecha durante un ciclo se acumula y es entregada cuando ingresa el lote de reposición.
- El costo del faltante (demanda no satisfecha) es por unidad, independiente de la duración del período sin existencias.
- El punto de reposición (S_R) es mayor que la demanda media durante el "lead time".
- El inventario de seguridad, en promedio, siempre está en el inventario.

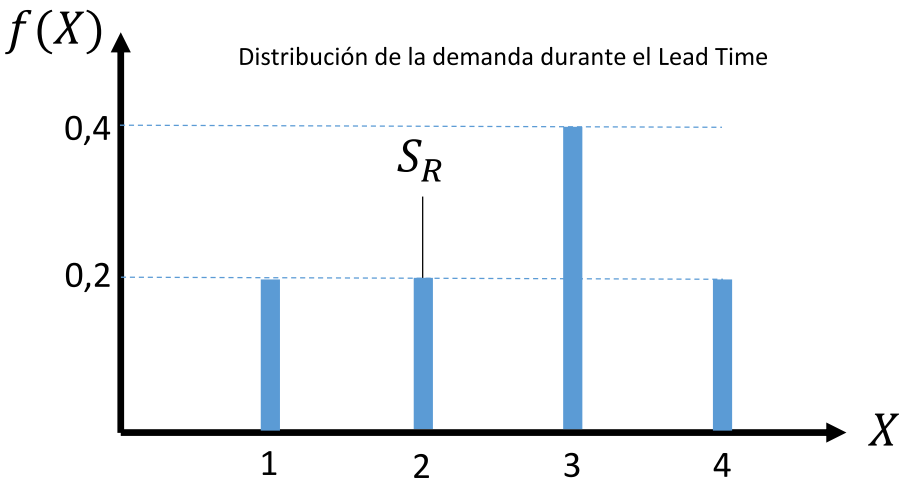




Tutorial Gestión de inventarios

Modelos de demanda aleatoria de múltiples períodos

Revisión continua y costo de faltante



$n(S_R)$ Número de rupturas = unidades faltantes si el pedido se hace en S_R

$$n(S_R) = \sum_{S_R}^{\infty} (X - S_R).f(x)$$

$$n(S_R) = n(2) = (3-2).0{,}4 + (4-2).0{,}2 = 0{,}8$$

En promedio, en cada ciclo se espera que falten 0,8 unidades

Podemos generalizar para una distribución continua de probabilidad:

$$n(S_R) = \int_{S_R}^{\infty} (X - S_R).f(X).dX$$

Tutorial Gestión de inventarios

Modelos de demanda aleatoria de múltiples períodos

$$CTE = k.\frac{D}{Q} + \frac{1}{2}.Q.k_c + (S_R - E\{X\}).k_c + f_2.\frac{D}{Q}.\int_{S_R}^{\infty}(X - S_R).f(X).dX$$

Costo del stock de protección

$k_c = c_1.T$

$(S_R - E\{X\})$ el stock de seguridad es, en promedio, igual al punto de pedido menos la demanda esperada durante el lead time.

Costo del faltante

Como hemos supuesto que el costo del faltante es por unidad, el costo del faltante en un ciclo será: $n(S_R).f_2$
Donde f_2 es el costo de las unidades faltantes ($/unidad)

Para el horizonte de planeamiento T, el costo del faltante será:$n(S_R).f_2.D/Q$

$Q \quad S_R$