

Tutorial Gestión de Inventarios



Tutorial Gestión de Inventarios (#2)

El tutorial contiene pistas de audio; requiere conectar audífonos o parlantes

- El tema debe estudiarse junto con:
- Material de estudio disponible en el Campus
- Guía de TP
- Taha: Investigación de operaciones
- Miguel Miranda: Sistemas de optimización de stocks (Educa)



Tutorial Gestión de Inventarios (#2)

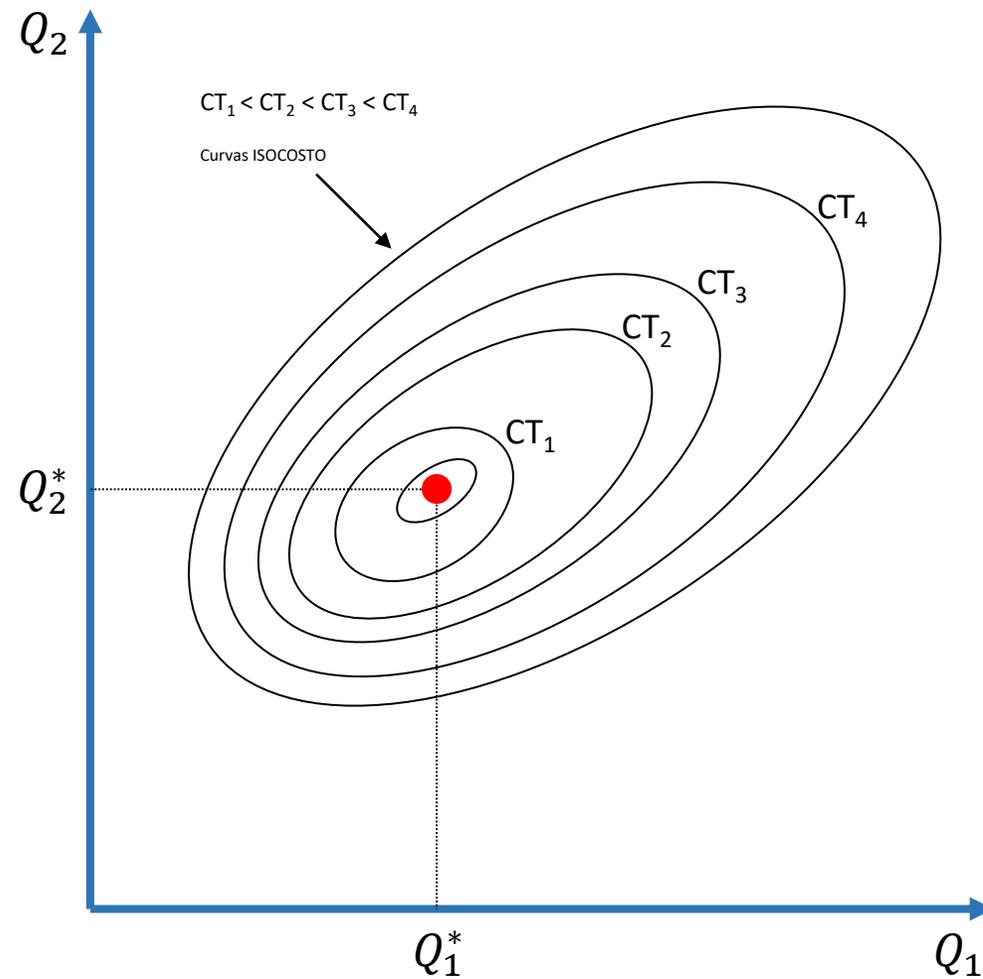
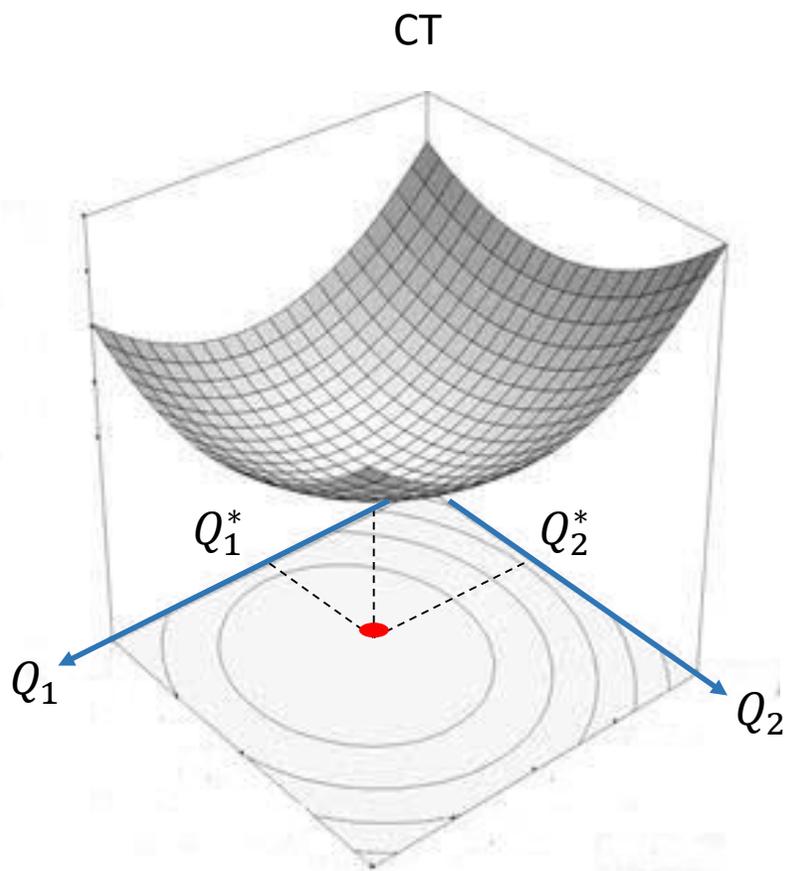
El tutorial contiene pistas de audio; requiere conectar audífonos o parlantes

- Modelos multiproducto
- Multiplicadores de Lagrange
- Condiciones de Kuhn-Tucker
- Formulación de modelos multiproducto con restricciones
- Ejemplo
- Modelo TI-TO



Tutorial Gestión de inventarios

Modelos multiproducto



Tutorial Gestión de inventarios

Modelos multiproducto

Limitación del espacio disponible para almacenaje

$$v_1 Q_1 + v_2 Q_2 \leq V$$

Limitación del capital promedio inmovilizado

$$\frac{1}{2} b_1 Q_1 + \frac{1}{2} b_2 Q_2 \leq B$$

Costo del capital inmovilizado

$$\frac{1}{2} b_1 Q_1 i + \frac{1}{2} b_2 Q_2 i \leq S$$

Limitación en la cantidad de ordenes a emitir en un período

$$\frac{D_1}{Q_1} + \frac{D_2}{Q_2} \leq TO$$

Entregas conjuntas (misma cantidad de pedidos)

$$\frac{D_1}{Q_1} = \frac{D_2}{Q_2} \rightarrow D_1 Q_2 - D_2 Q_1 = 0$$

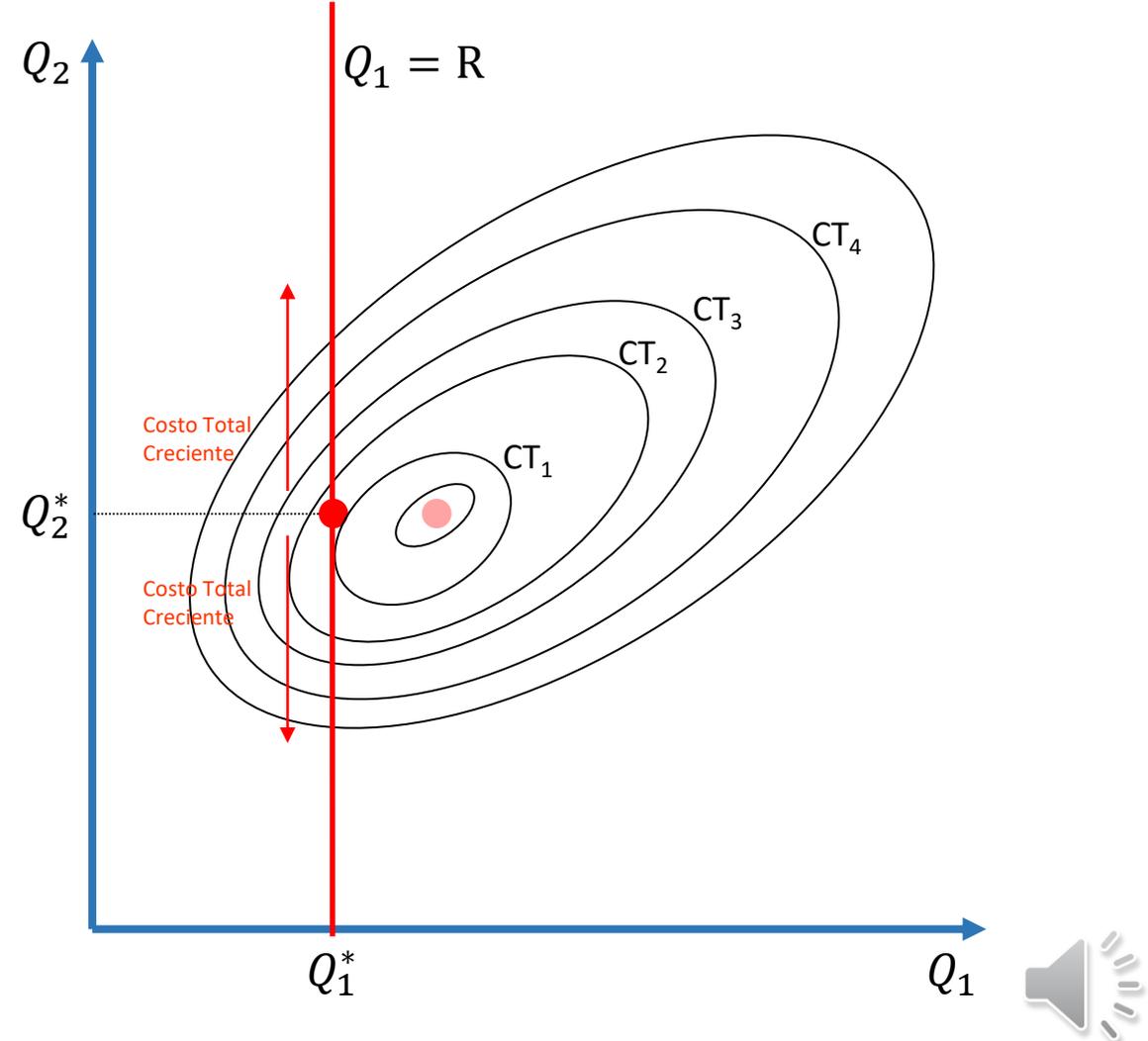


Tutorial Gestión de inventarios

Modelos multiproducto

Restricción de igualdad para el producto 1

- El conjunto de soluciones posibles es una semirecta paralela al eje Q_2
- El valor óptimo para Q_2 es el mismo que minimiza el costo total del producto 2 considerado individualmente.
- El lote óptimo para el producto 1 es el único posible: R

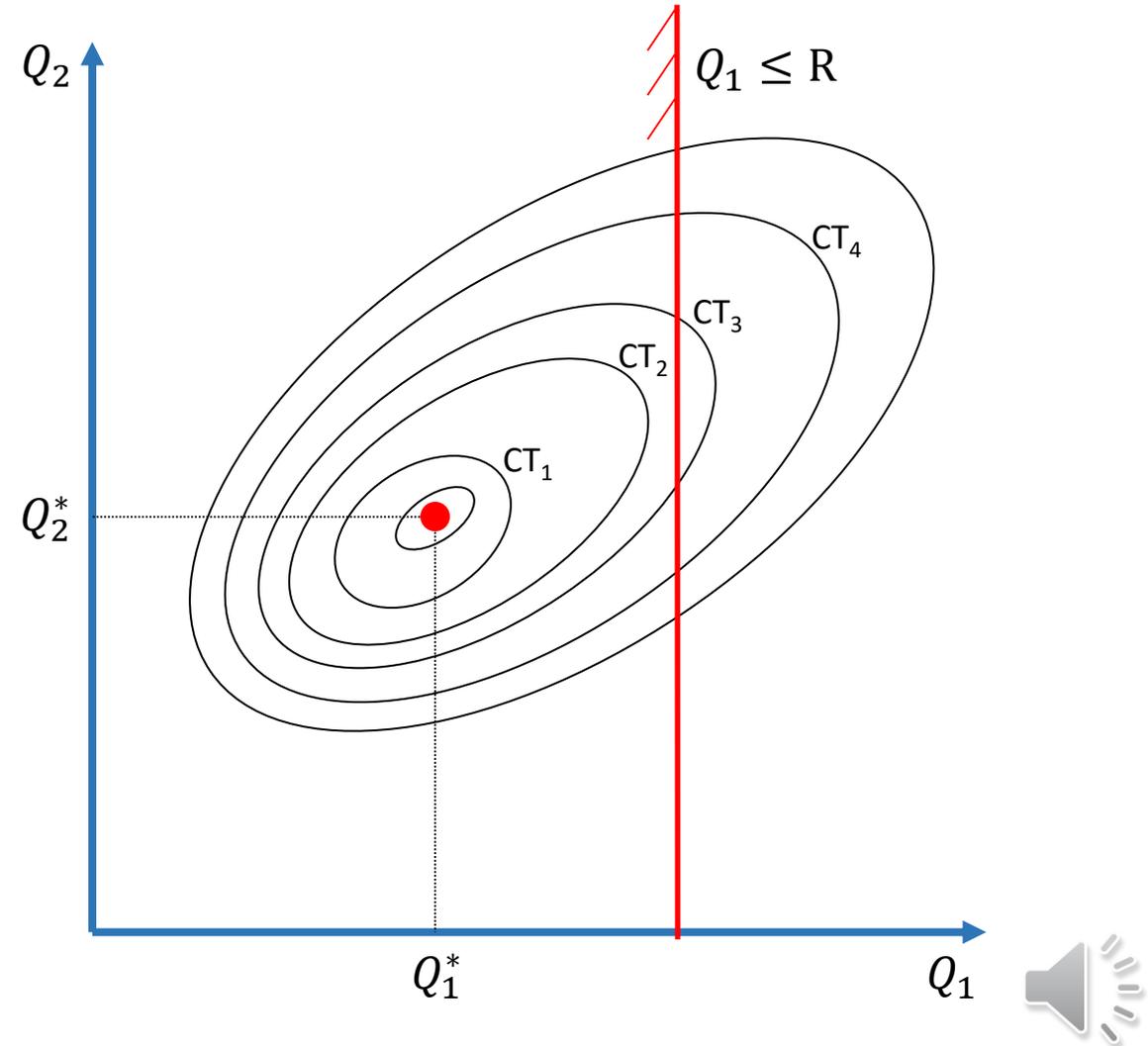


Tutorial Gestión de inventarios

Modelos multiproducto

Restricción de desigualdad para el producto 1, que incluye el valor óptimo sin restricciones.

- Los valores óptimos para ambos productos son los mismos que para el óptimo sin restricciones



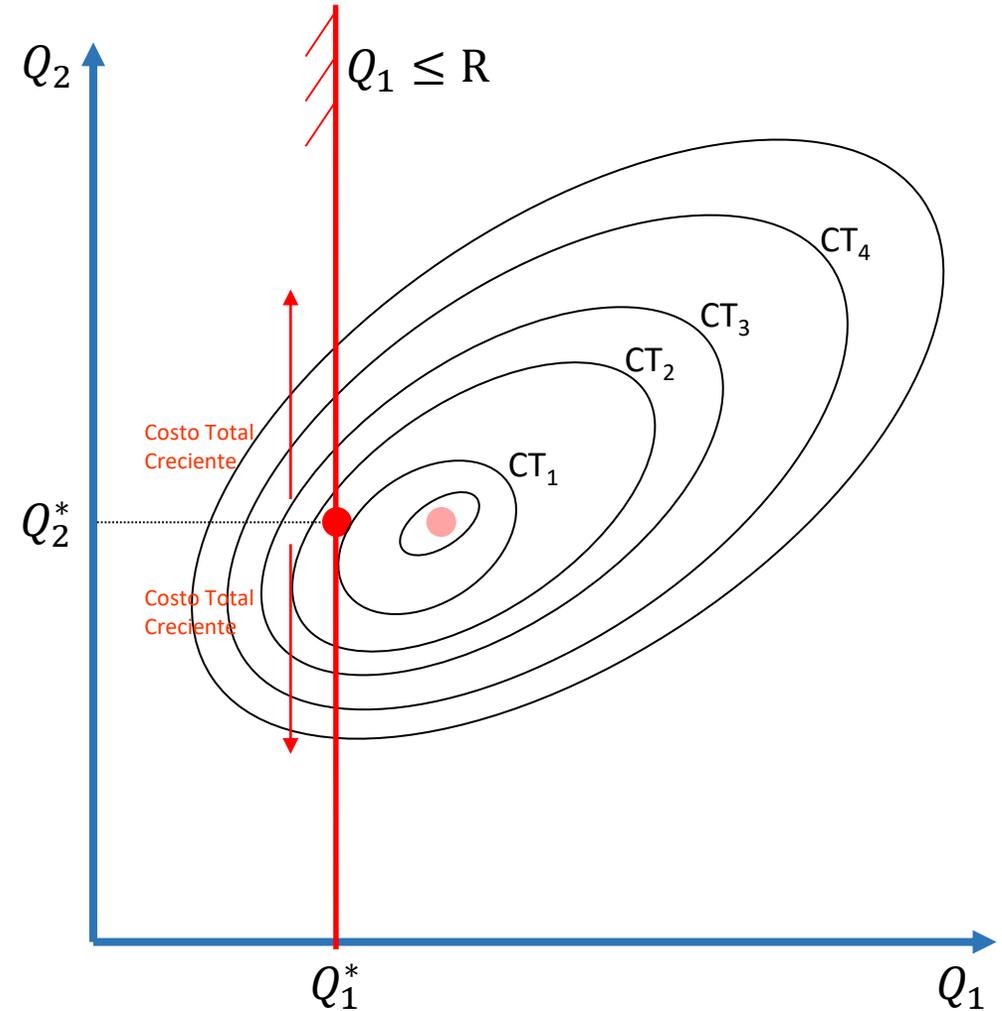
Tutorial Gestión de inventarios

Modelos multiproducto

Restricción de desigualdad para el producto 1 que excluye el valor óptimo sin restricciones.

- Entonces el valor óptimo del producto 1 se ajustará a la restricción.
- El valor del lote óptimo para el producto 2 no cambia respecto del óptimo sin restricciones.

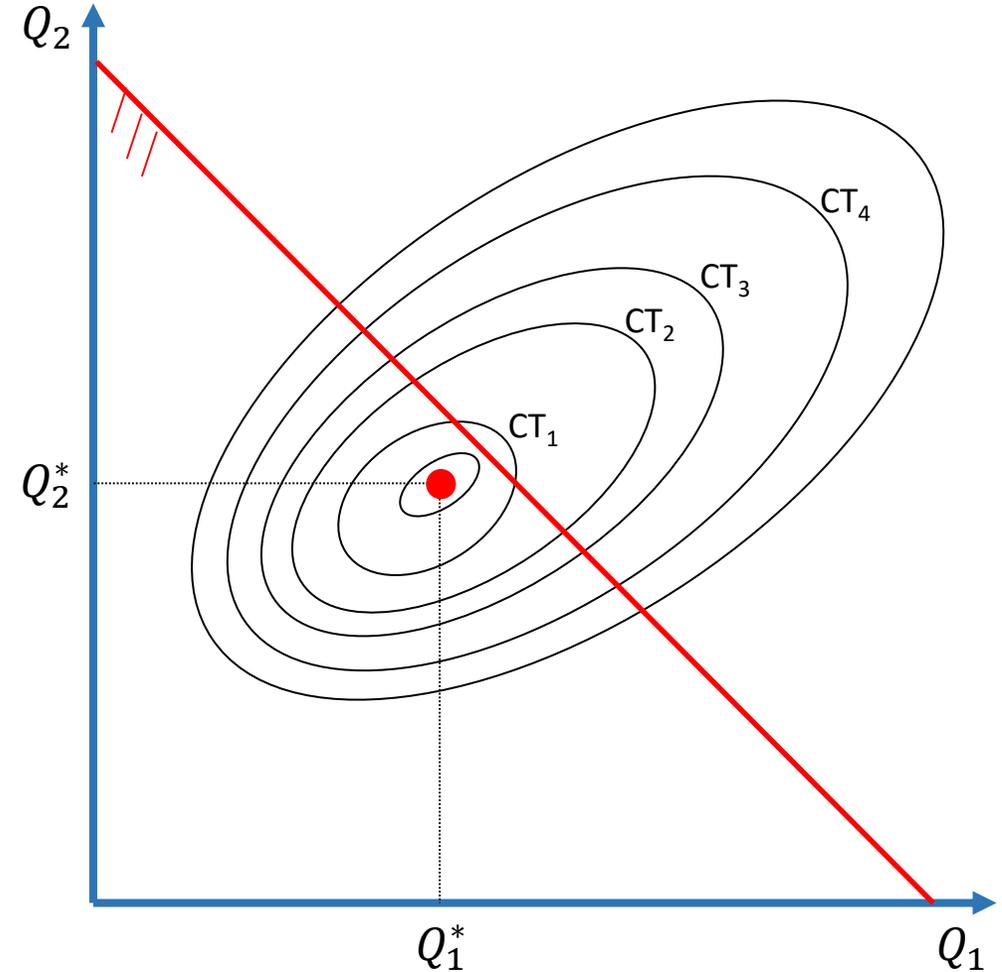
Si las restricciones son independientes, puede hallarse la solución óptima para el conjunto optimizando cada producto por separado.



Tutorial Gestión de inventarios

Modelos multiproducto

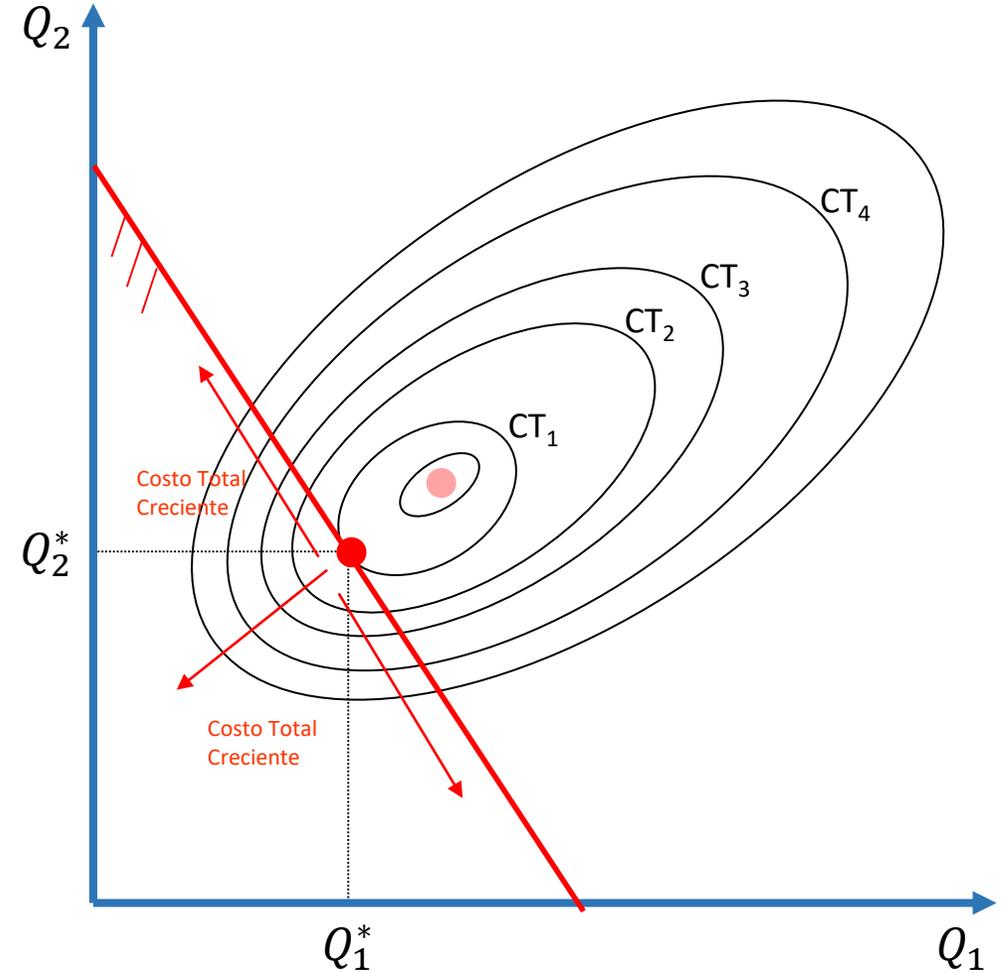
Si la restricción es común a ambos productos, y la región de soluciones factibles incluye al óptimo sin restricciones, los lotes óptimos coincidirán con los calculados para cada producto en forma independiente.



Tutorial Gestión de inventarios

Modelos multiproducto

Si la restricción es común a ambos productos, y la región de soluciones factibles excluye el óptimo sin restricciones, los lotes óptimos corresponderán con la curva de isocosto tangente a la restricción.



Tutorial Gestión de inventarios

Modelos multiproducto

Restricciones de igualdad



Multiplicadores de Langrange

Restricciones de desigualdad



Condiciones de Kuhn-Tucker (*)

(*) También conocidas como condiciones Karush-Kuhn-Tucker (KKT)



Tutorial Gestión de inventarios

Multiplicadores de Lagrange

minimizar:

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

sujeito a:

$$g_1(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0$$

$$g_2(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0$$

.....

$$g_m(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0$$

$$L(x_i, Y_i) = f(x_1, x_2, \dots, x_n) \pm \sum_{i=1}^m Y_i \cdot g_i(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_i} = 0 \quad \textcircled{1}$$

$$\frac{\partial L}{\partial Y_i} = 0 \quad \textcircled{2}$$



Tutorial Gestión de inventarios

Condiciones de Kuhn-Tucker (*)

Espacio ocupado por unidad de producto: v_1

Espacio total disponible: V

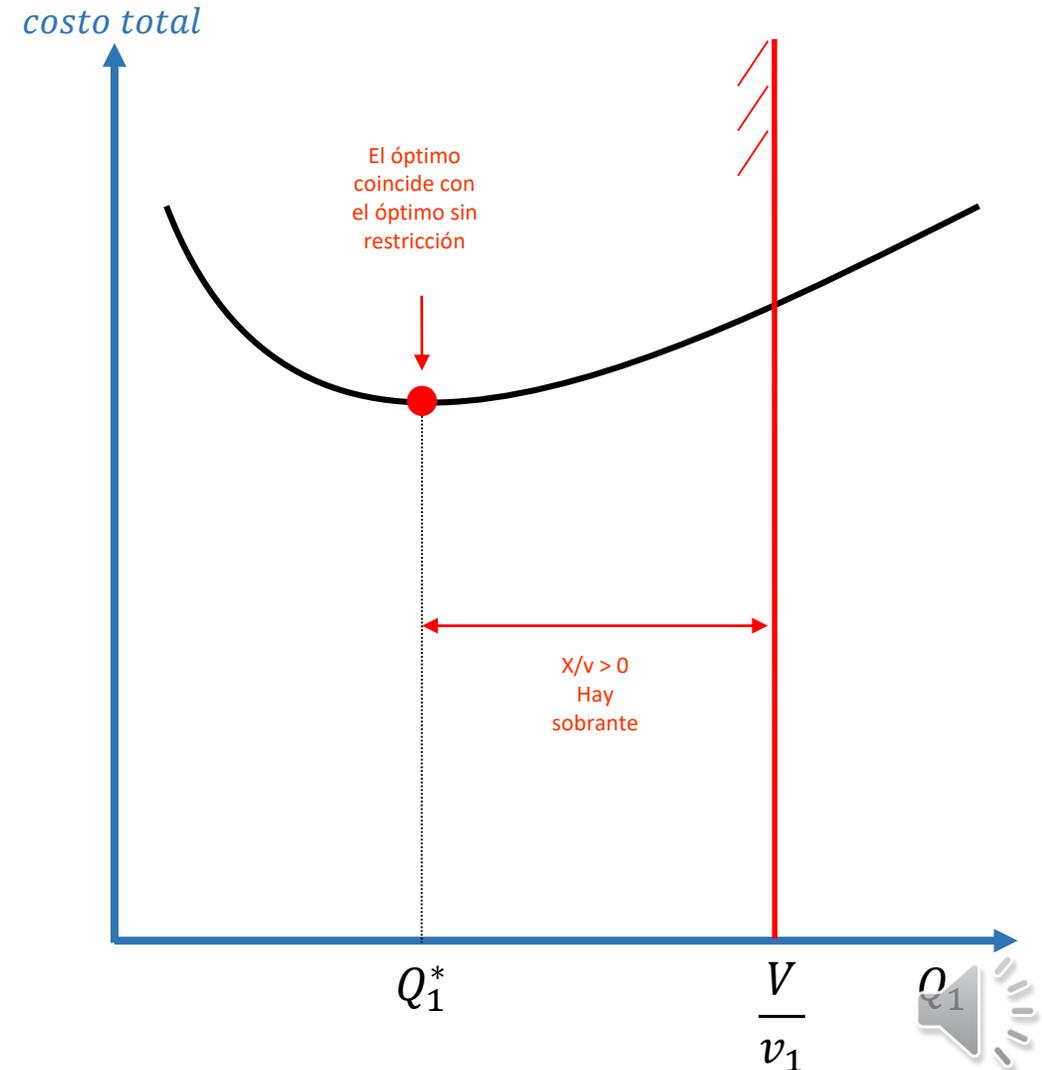
$$v_1 Q_1 \leq V$$

Para transformar la desigualdad en una igualdad se incorpora la variable slack X

$$v_1 Q_1 + X = V$$

$$X \geq 0$$

Valor marginal de la restricción = 0



(*) También conocidas como condiciones Karush-Kuhn-Tucker (KKT)

Tutorial Gestión de inventarios

Condiciones de Kuhn-Tucker

Espacio ocupado por unidad de producto: v_1

Espacio total disponible: V

$$v_1 Q_1 \leq V$$

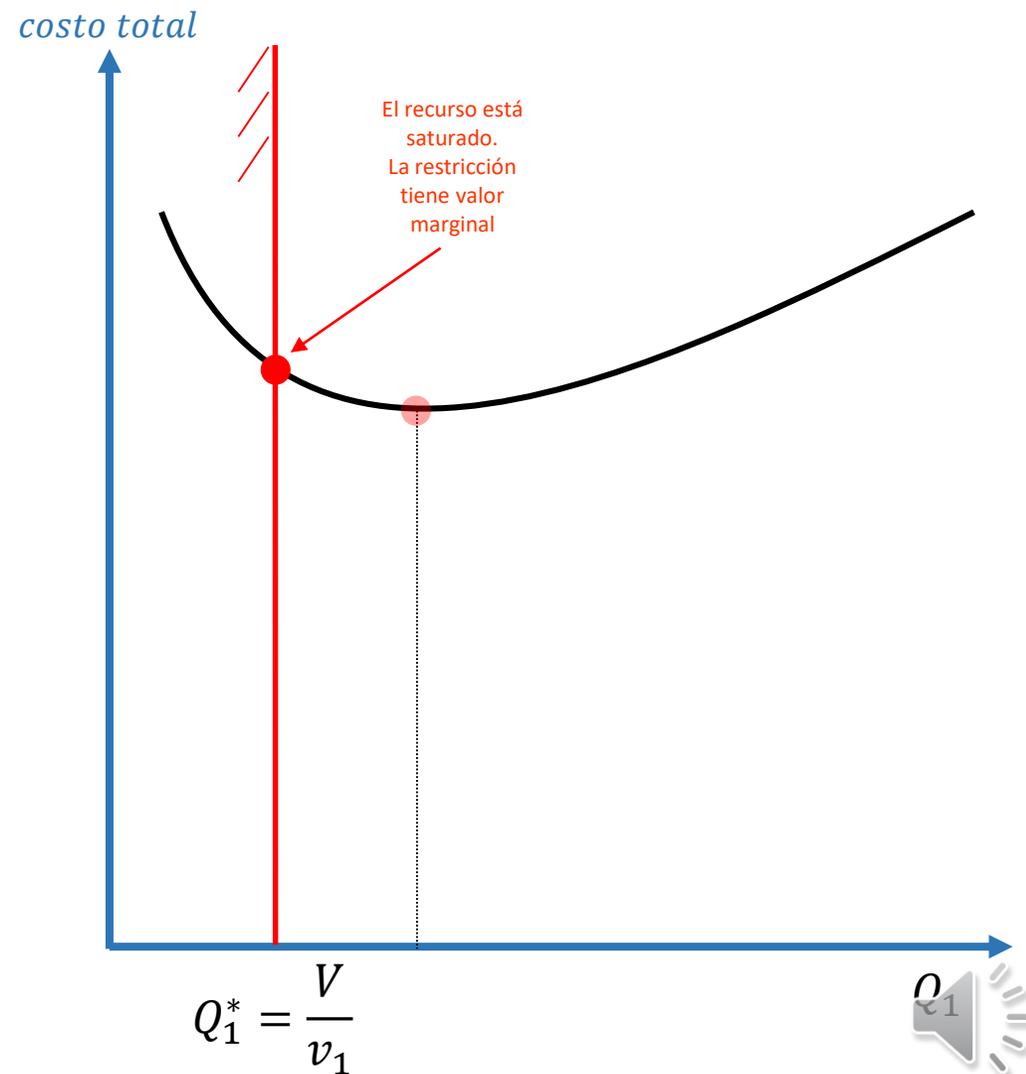
Para transformar la desigualdad en una igualdad se incorpora la variable slack X

$$v_1 Q_1 + X = V$$

$$X = 0$$

Valor marginal de la restricción ≤ 0

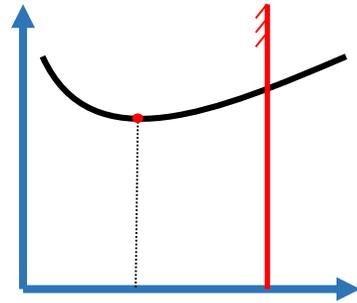
cuando el volumen aumenta
el costo total disminuye



Tutorial Gestión de inventarios

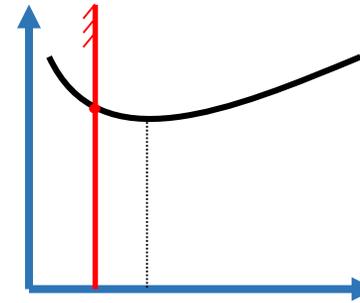
Condiciones de Kuhn-Tucker

Recurso excedente



$X \geq 0$
Valor marginal de la restricción $Y = 0$

Recurso saturado



$X = 0$
Valor marginal de la restricción $Y \leq 0$

Multiplicadores de Lagrange
(restricciones de =)

$$\frac{\partial L}{\partial Q_i} = 0 \quad \frac{\partial L}{\partial Y} = 0$$

$$X \cdot Y = 0$$

$$X \geq 0$$

$$Y \leq 0$$



Tutorial Gestión de inventarios

Condiciones de Kuhn-Tucker

Un producto, con restricción (modelo básico)

$$CTE = k \cdot \frac{D}{Q_i} + b \cdot D + \frac{1}{2} \cdot Q_i \cdot c_1 \cdot T$$

$$v \cdot Q_i \leq V \rightarrow v \cdot Q_i + X = V$$

$$L(Q_i, Y) = k \cdot \frac{D}{Q_i} + b \cdot D + \frac{1}{2} \cdot Q_i \cdot c_1 \cdot T - Y(v \cdot Q_i + X - V)$$



$$\frac{\partial L}{\partial Q_i} = \frac{1}{2} \cdot c_1 \cdot T - K \frac{D}{Q_i^2} - Y \cdot v = 0 \quad 1$$

$$\frac{\partial L}{\partial Y} = -v \cdot Q_i - X + V = 0 \quad 2$$

$$X \cdot Y = 0 \quad 3$$

$$X \geq 0 \quad 4$$

$$Y \leq 0 \quad 5$$



Tutorial Gestión de inventarios

Condiciones de Kuhn-Tucker

Un producto, con restricción (modelo básico)

$$\frac{\partial L}{\partial Q_i} = \frac{1}{2} \cdot c_1 \cdot T - K \frac{D}{Q_i^2} - Y \cdot v = 0 \quad 1$$

$$\frac{\partial L}{\partial Y} = -v \cdot Q_i - X + V = 0 \quad 2$$

$$X \cdot Y = 0 \quad 3$$

$$X \geq 0 \quad 4$$

$$Y \leq 0 \quad 5$$

Hipótesis: $Y = 0$

de 1 $Q^* = \sqrt{\frac{2 \cdot k \cdot D}{c_1 \cdot T}}$

de 2 $X = V - v \cdot Q^*$

Si $X \geq 0$ se ha obtenido la solución.

Si no, debe rechazarse que $Y = 0$



Tutorial Gestión de inventarios

Condiciones de Kuhn-Tucker

Un producto, con restricción (modelo básico)

$$\frac{\partial L}{\partial Q_i} = \frac{1}{2} \cdot c_1 \cdot T - K \frac{D}{Q_i^2} - Y \cdot v = 0 \quad 1$$

$$\frac{\partial L}{\partial Y} = -v \cdot Q_i - X + V = 0 \quad 2$$

$$X \cdot Y = 0 \quad 3$$

$$X \geq 0 \quad 4$$

$$Y \leq 0 \quad 5$$

Hipótesis: $X = 0$

de 2 $Q^* = \frac{V}{v}$

de 1 $Y = \frac{1}{2} c_1 \frac{T}{v} - K \frac{D \cdot v}{V^2}$

Si $Y < 0$ se ha alcanzado la solución.

Si no se debe descartar que $X = 0$



Tutorial Gestión de inventarios

Condiciones de Kuhn-Tucker

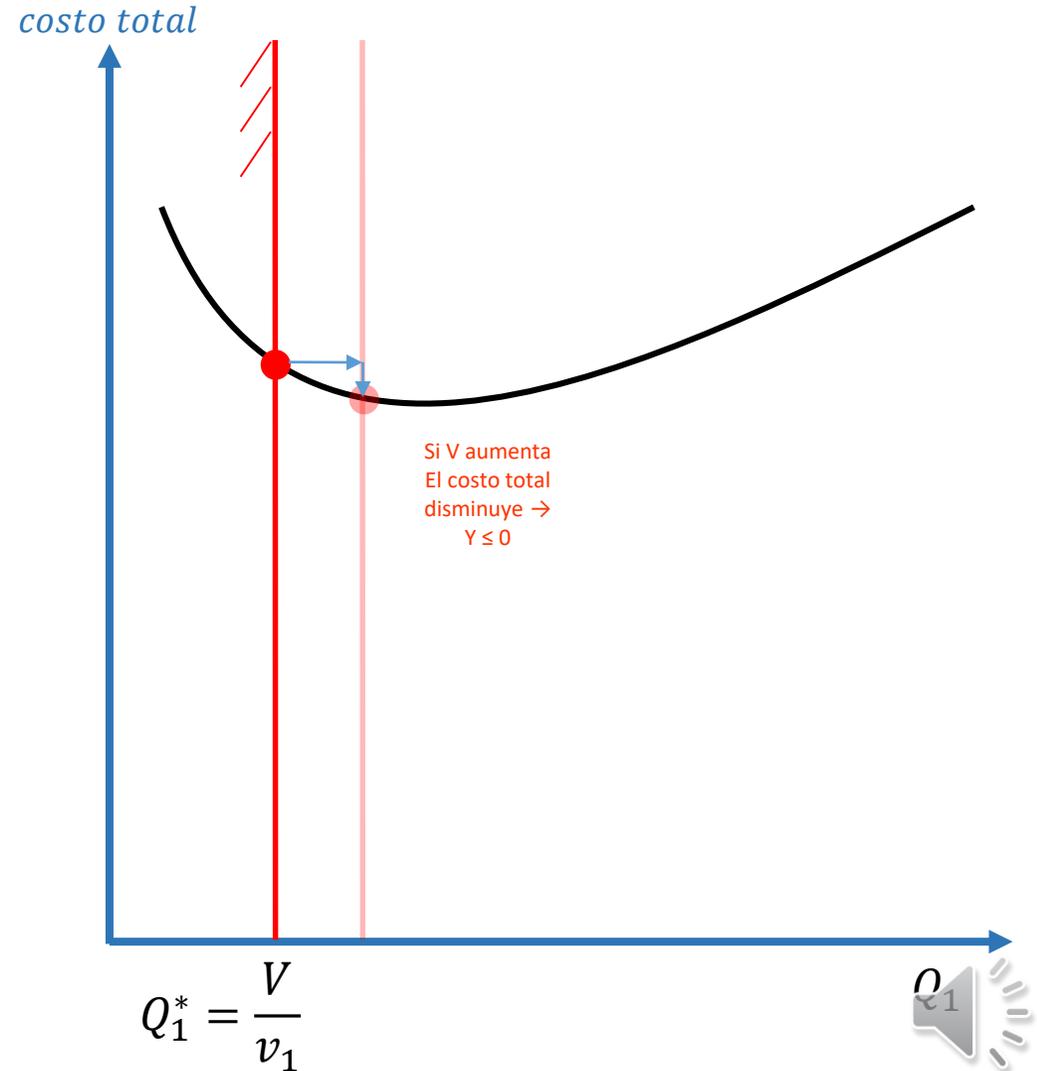
Interpretación de Y

$$L = k \cdot \frac{D}{Q_i} + b \cdot D + \frac{1}{2} \cdot Q_i \cdot c_1 \cdot T - Y(v \cdot Q_i + X - V)$$

$$\frac{\partial L}{\partial V} = Y$$



Y es el **valor marginal** de la restricción



Tutorial Gestión de inventarios

Formulación de modelos multiproducto con restricciones

minimizar el costo total para m productos:

$$CT = \sum_{j=1}^m CT_j = \sum_{j=1}^m b_j D_j + \sum_{j=1}^m \frac{1}{2} c_{1j} \cdot Q_{ij} \cdot T + \sum_{j=1}^m k_j \frac{D_j}{Q_{ij}}$$

sujeito a:

$$\sum_{j=1}^m v_j \cdot Q_{ij} \leq V \longrightarrow \sum_{j=1}^m v_j \cdot Q_{ij} + X = V$$

➔

$$L = \sum_{j=1}^m b_j D_j + \sum_{j=1}^m \frac{1}{2} c_{1j} \cdot Q_{ij} \cdot T + \sum_{j=1}^m k_j \frac{D_j}{Q_{ij}} - Y \left\{ \sum_{j=1}^m v_j \cdot Q_{ij} + X - V \right\}$$



Tutorial Gestión de inventarios

Formulación de modelos multiproducto con restricciones

$$L = \sum_{j=1}^m b_j D_j + \sum_{j=1}^m \frac{1}{2} c_{1j} \cdot Q_{ij} \cdot T + \sum_{j=1}^m k_j \frac{D_j}{Q_{ij}} - Y \left\{ \sum_{j=1}^m v_j \cdot Q_{ij} + X - V \right\}$$

$$\frac{\partial L}{\partial Q_{ij}} = \sum_{j=1}^m \frac{1}{2} \cdot c_{1j} \cdot T - \sum_{j=1}^m k_j \frac{D_j}{Q_{ij}^2} - Y \cdot v_j = 0 \quad 1$$

$$\frac{\partial L}{\partial Y} = - \sum_{j=1}^m v_j \cdot Q_{ij} - X + V = 0 \quad 2$$

$$X \cdot Y = 0 \quad 3$$

$$X \geq 0 \quad 4$$

$$Y \leq 0 \quad 5$$



Tutorial Gestión de inventarios

Formulación de modelos multiproducto con restricciones

$$\frac{\partial L}{\partial Q_{ij}} = \sum_{j=1}^m \frac{1}{2} \cdot c_{1j} \cdot T - \sum_{j=1}^m k_j \frac{D_j}{Q_{ij}^2} - Y \cdot v_j = 0 \quad 1$$

$$\frac{\partial L}{\partial Y} = - \sum_{j=1}^m v_j \cdot Q_{ij} - X + V = 0 \quad 2$$

$$X \cdot Y = 0 \quad 3$$

$$X \geq 0 \quad 4$$

$$Y \leq 0 \quad 5$$

Hipótesis: $Y = 0$

de 1 $Q_{ij}^* = \sqrt{\frac{2 \cdot k_j \cdot D_j}{c_{1j} \cdot T}}$

de 2 $X = V - \sum_{j=1}^m v_j \cdot Q_{ij}^*$

Si $X \geq 0$ se ha obtenido la solución.

Si no, debe rechazarse que $Y = 0$



Tutorial Gestión de inventarios

Formulación de modelos multiproducto con restricciones

$$\frac{\partial L}{\partial Q_{ij}} = \sum_{j=1}^m \frac{1}{2} \cdot c_{1j} \cdot T - \sum_{j=1}^m k_j \frac{D_j}{Q_{ij}^2} - Y \cdot v_j = 0 \quad 1$$

$$\frac{\partial L}{\partial Y} = - \sum_{j=1}^m v_j \cdot Q_{ij} - X + V = 0 \quad 2$$

$$X \cdot Y = 0 \quad 3$$

$$X \geq 0 \quad 4$$

$$Y \leq 0 \quad 5$$

Hipótesis: $X = 0$

de 1 $Q_{ij}^* = \sqrt{\frac{2 \cdot k_j \cdot D_j}{c_{1j} \cdot T - Y \cdot v_{ij}}}$

de 2 $V = \sum_{j=1}^m v_j \cdot Q_{ij}$

Se resuelve por tanteo.

Se asigna un valor a Y (<0).

Se obtienen los distintos Q_{ij} .

Se calcula V

Se repite el proceso hasta que se cumple 2



Tutorial Gestión de inventarios

Formulación de modelos multiproducto con restricciones

En una situación con dos restricciones el planteo es similar.
Se definen dos valores marginales: Y_1 e Y_2 , uno para cada restricción
Se analizarán los siguientes 4 casos:

$$Y_1=0$$

$$Y_2=0$$

Ambas restricciones
NO saturadas

$$X_1=0$$

$$Y_2=0$$

Restricción 1 saturada.
Restricción 2 NO saturada

$$X_1=0$$

$$X_2=0$$

Ambas restricciones
saturadas

$$Y_1=0$$

$$X_2=0$$

Restricción 1 NO saturada.
Restricción 2 saturada



Tutorial Gestión de inventarios

Formulación de modelos multiproducto con restricciones - Ejemplo

		Producto 1	Producto 2	
Demanda	u/año	32.000	135.000	D
Tasa de interés	% anual	10%	10%	i
Costo de reorden	\$	1.000	5.000	k
Precio	\$/u	40	60	b
Costo almacenamiento	\$/u.año	4	6	c_1
Costo agotamiento	\$/u.año	infinito	infinito	c_2
Reposición		instantánea	instantánea	
Lote óptimo sin restricciones	$Q_{ij} = \sqrt{\frac{2 \cdot k \cdot D_j}{C_{1j} \cdot T}}$	4.000	15.000	Q^*



CTE = \$ 9.486.000



Tutorial Gestión de inventarios

Formulación de modelos multiproducto con restricciones - Ejemplo

		Producto 1	Producto 2	
Demanda	u/año	32.000	135.000	D
Tasa de interés	% anual	10%	10%	i
Costo de reorden	\$	1.000	5.000	k
Precio	\$/u	40	60	b
Costo almacenamiento	\$/u.año	4	6	c_1
Costo agotamiento	\$/u.año	infinito	infinito	c_2
Reposición		instantánea	instantánea	
Restricción de espacio				
Espacio unitario	dm ³	3	5	v_i
Espacio disponible	dm ³	15.000		V



Tutorial Gestión de inventarios

Formulación de modelos multiproducto con restricciones - Ejemplo

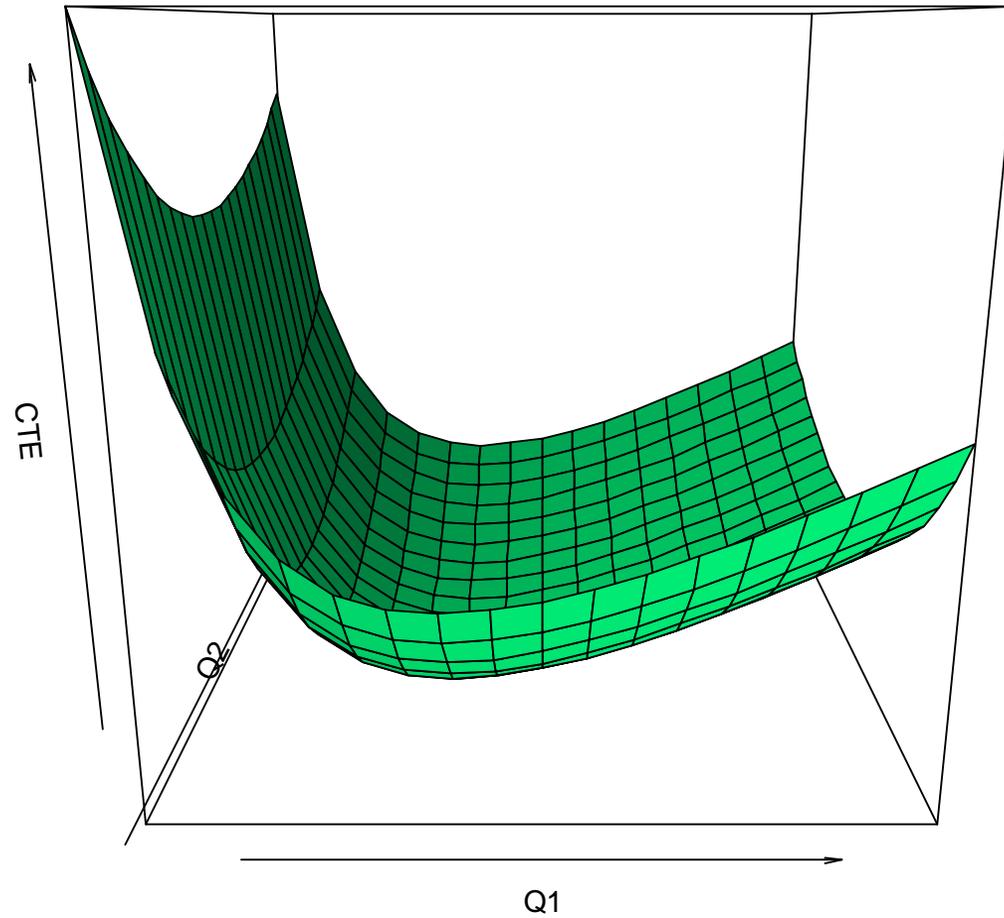
$$CTE = CT_1 + CT_2 = k_1 \frac{D_1}{Q_{i1}} + b_1 \cdot D_1 + \frac{1}{2} c_{11} \cdot Q_{i1} \cdot T + k_2 \frac{D_2}{Q_{i2}} + b_2 \cdot D_2 + \frac{1}{2} c_{12} \cdot Q_{i2} \cdot T$$

$$CTE = 1\,000 \frac{32\,000}{Q_{i1}} + 40 \cdot 32\,000 + \frac{1}{2} 4 \cdot Q_{i1} \cdot 1 + 5\,000 \frac{135\,000}{Q_{i2}} + 60 \cdot 135\,000 + \frac{1}{2} 6 \cdot Q_{i2} \cdot 1$$

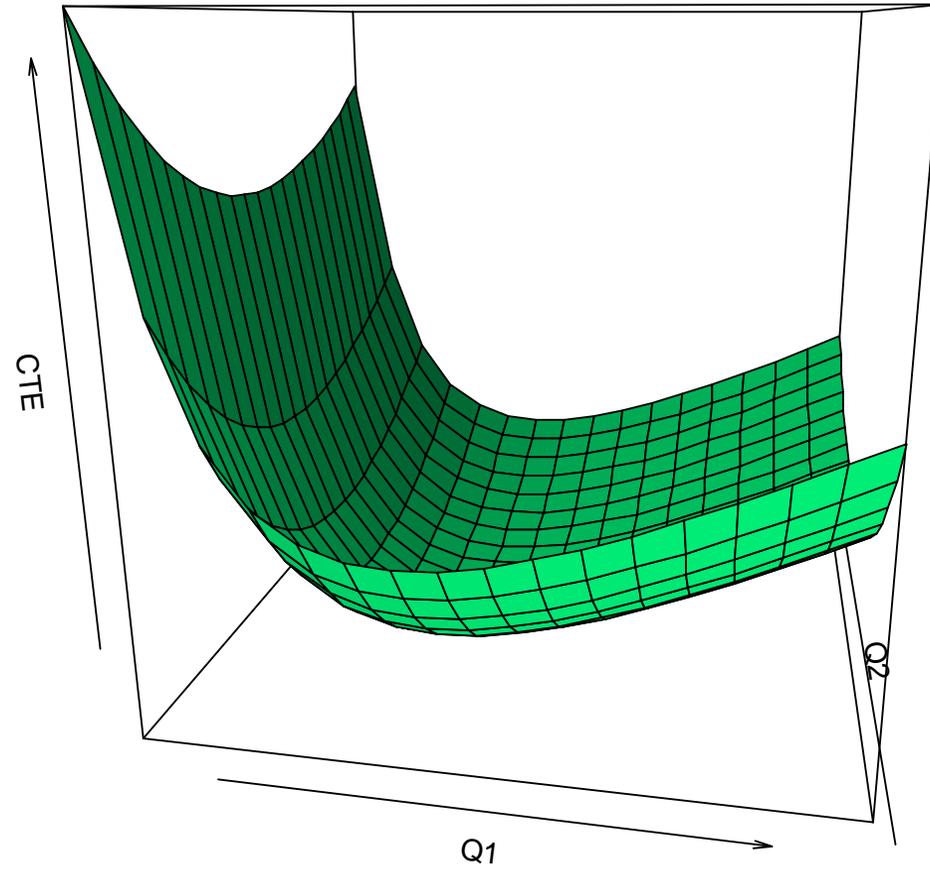
$$CTE = 9\,380\,000 + \frac{32\,000\,000}{Q_{i1}} + 2 \cdot Q_{i1} + \frac{675\,000\,000}{Q_{i2}} + 3 \cdot Q_{i2}$$



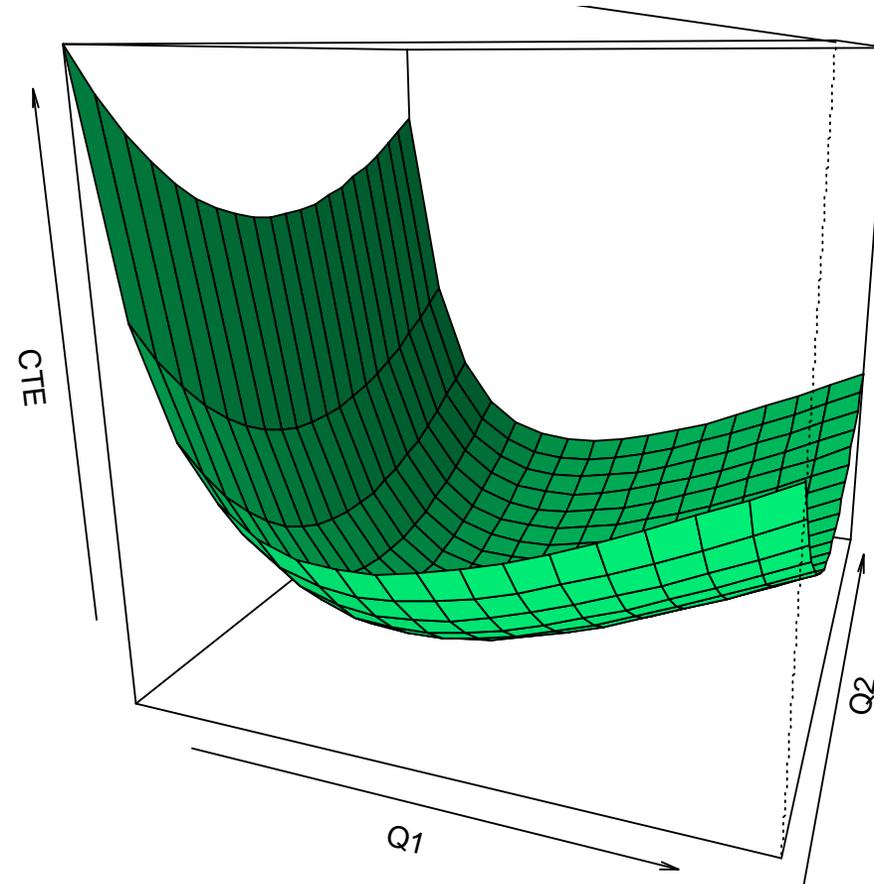
$$CTE = 9\,380\,000 + \frac{32\,000\,000}{Q_{i1}} + 2 \cdot Q_{i1} + \frac{675\,000\,000}{Q_{i2}} + 3 \cdot Q_{i2}$$



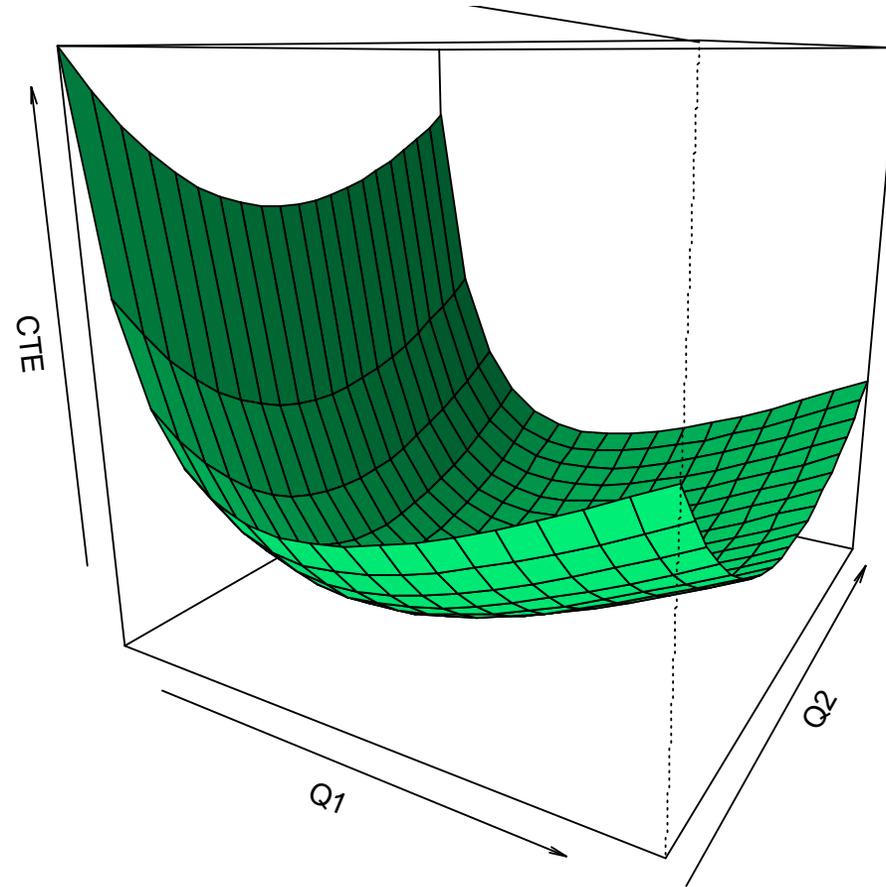
$$CTE = 9\,380\,000 + \frac{32\,000\,000}{Q_{i1}} + 2 \cdot Q_{i1} + \frac{675\,000\,000}{Q_{i2}} + 3 \cdot Q_{i2}$$



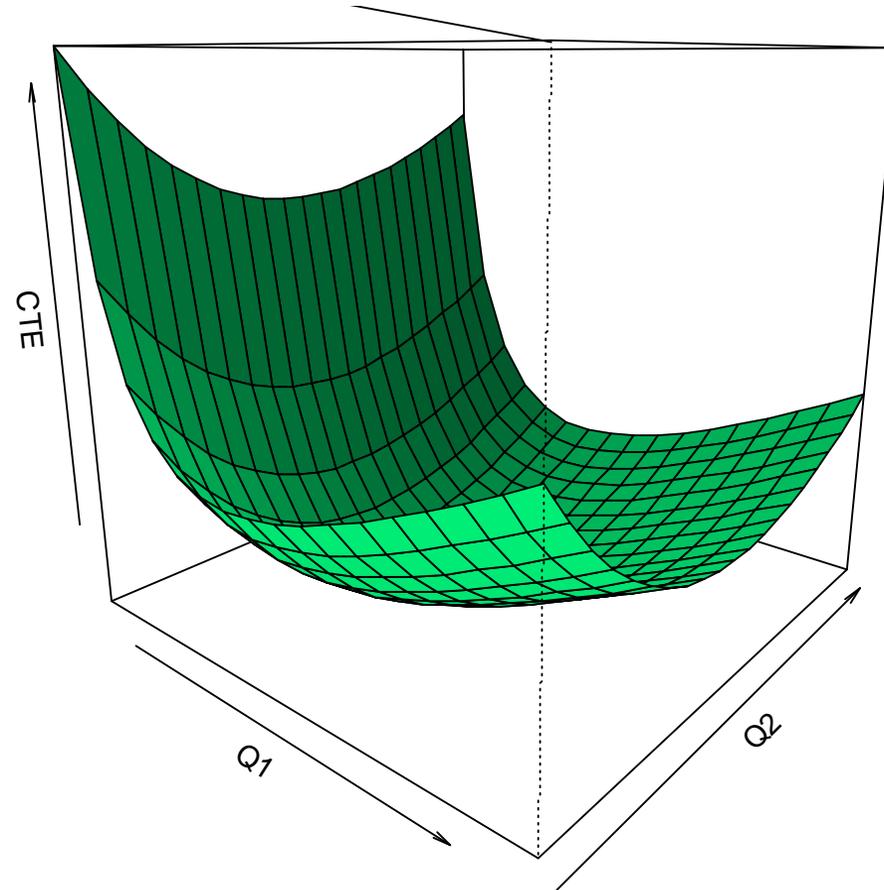
$$CTE = 9\,380\,000 + \frac{32\,000\,000}{Q_{i1}} + 2 \cdot Q_{i1} + \frac{675\,000\,000}{Q_{i2}} + 3 \cdot Q_{i2}$$



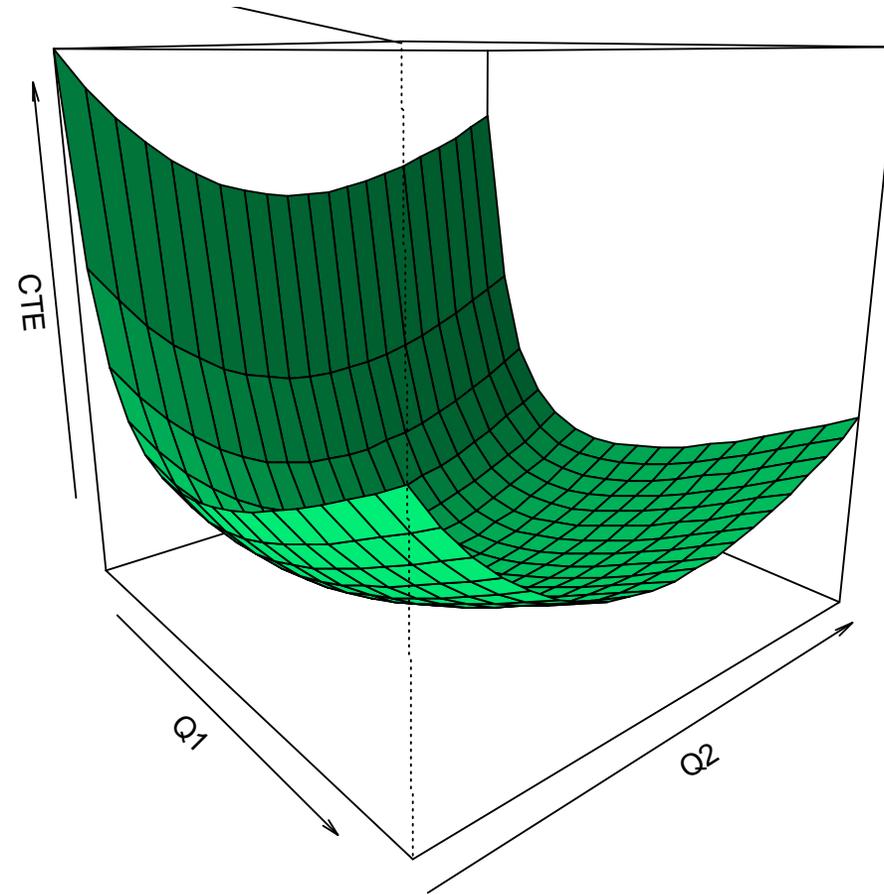
$$CTE = 9\,380\,000 + \frac{32\,000\,000}{Q_{i1}} + 2 \cdot Q_{i1} + \frac{675\,000\,000}{Q_{i2}} + 3 \cdot Q_{i2}$$



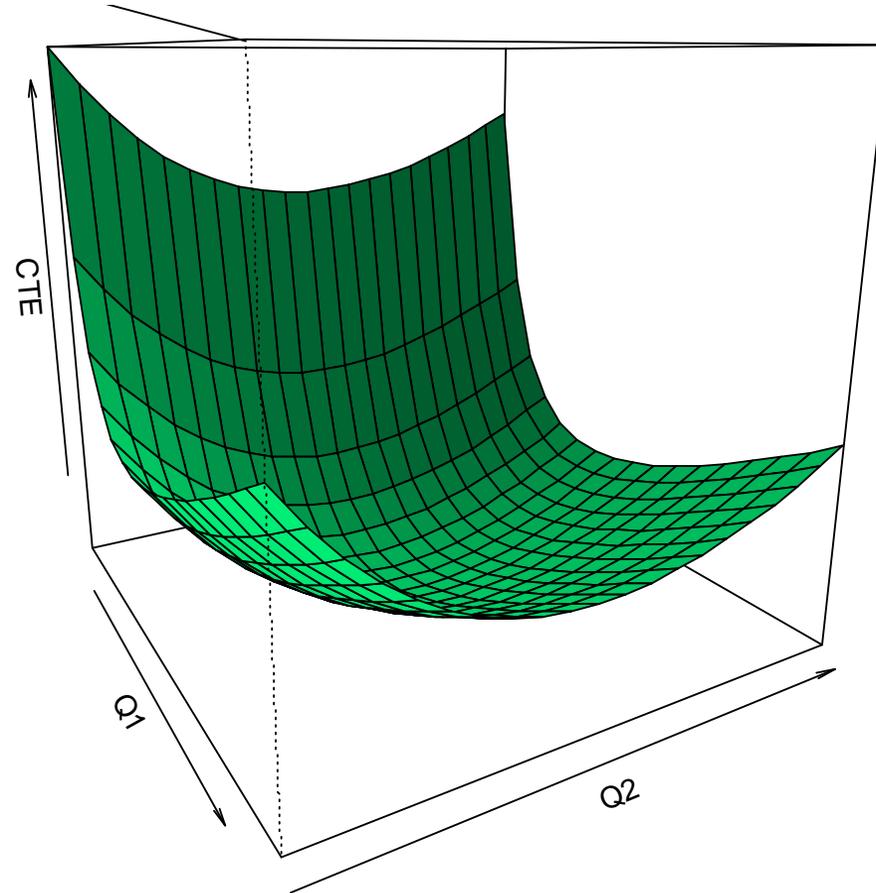
$$CTE = 9\,380\,000 + \frac{32\,000\,000}{Q_{i1}} + 2 \cdot Q_{i1} + \frac{675\,000\,000}{Q_{i2}} + 3 \cdot Q_{i2}$$



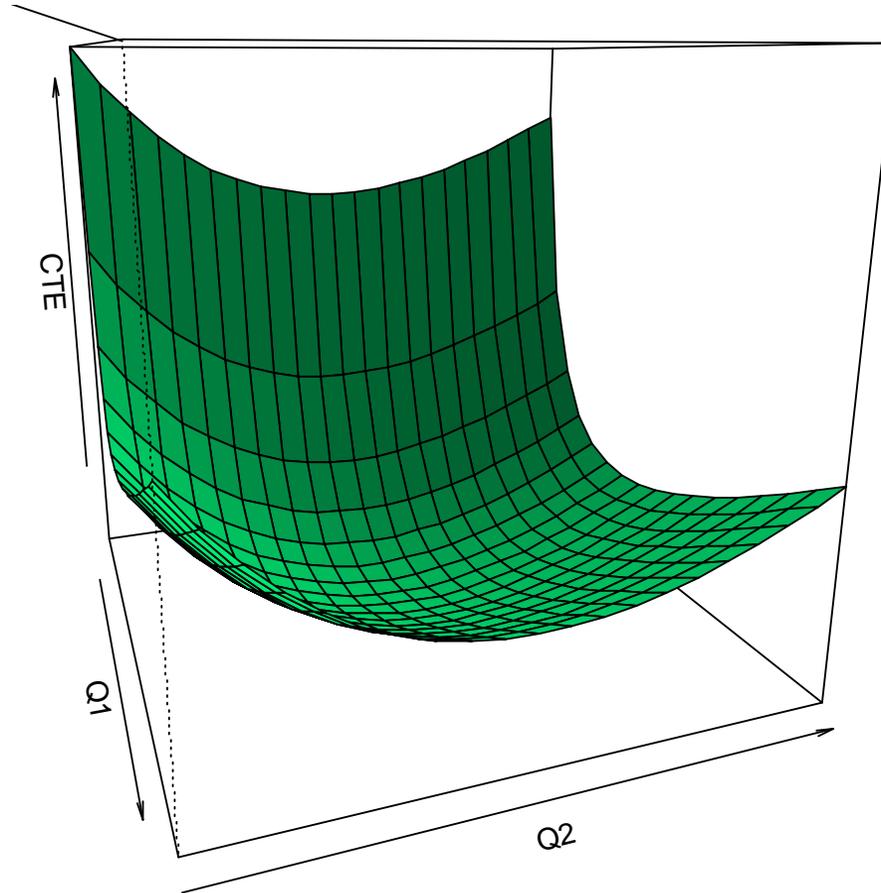
$$CTE = 9\,380\,000 + \frac{32\,000\,000}{Q_{i1}} + 2 \cdot Q_{i1} + \frac{675\,000\,000}{Q_{i2}} + 3 \cdot Q_{i2}$$



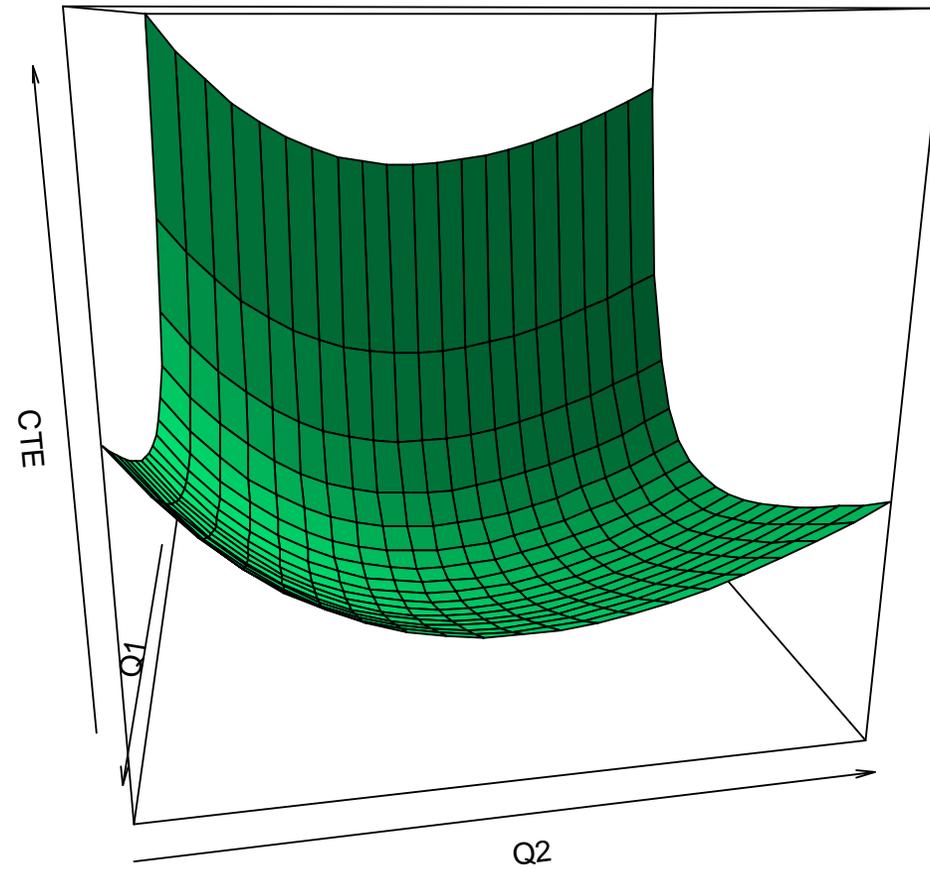
$$CTE = 9\,380\,000 + \frac{32\,000\,000}{Q_{i1}} + 2 \cdot Q_{i1} + \frac{675\,000\,000}{Q_{i2}} + 3 \cdot Q_{i2}$$



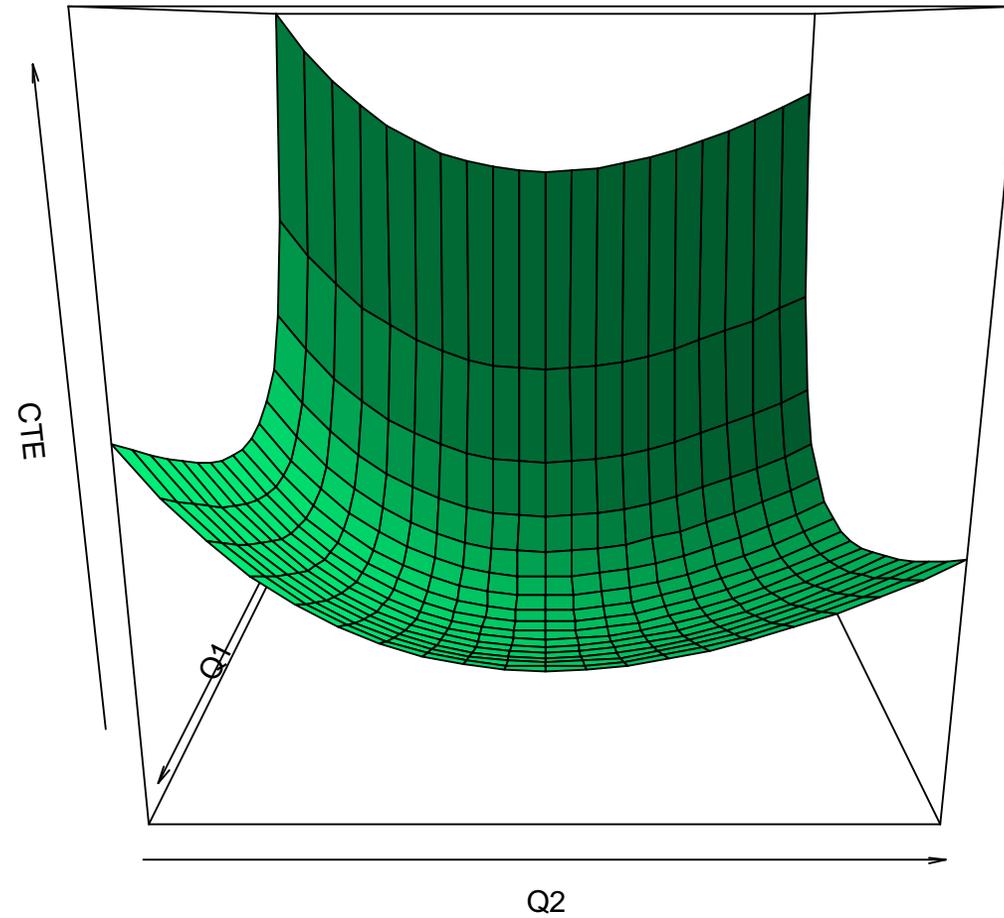
$$CTE = 9\,380\,000 + \frac{32\,000\,000}{Q_{i1}} + 2 \cdot Q_{i1} + \frac{675\,000\,000}{Q_{i2}} + 3 \cdot Q_{i2}$$



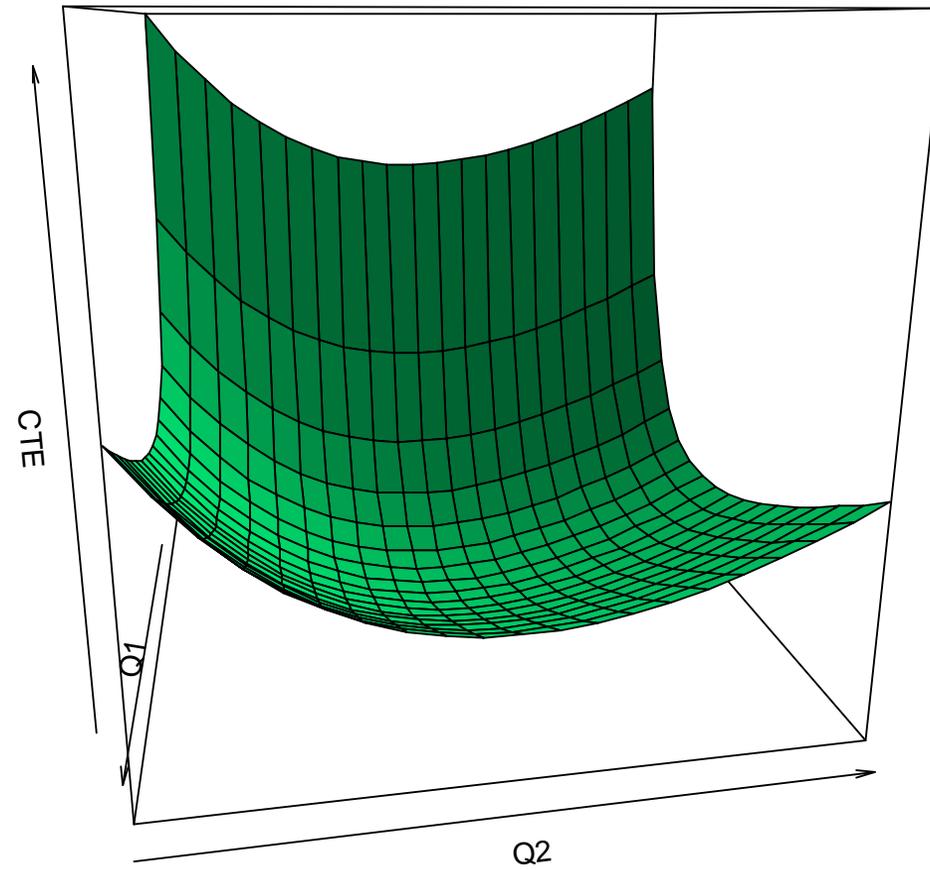
$$CTE = 9\,380\,000 + \frac{32\,000\,000}{Q_{i1}} + 2 \cdot Q_{i1} + \frac{675\,000\,000}{Q_{i2}} + 3 \cdot Q_{i2}$$



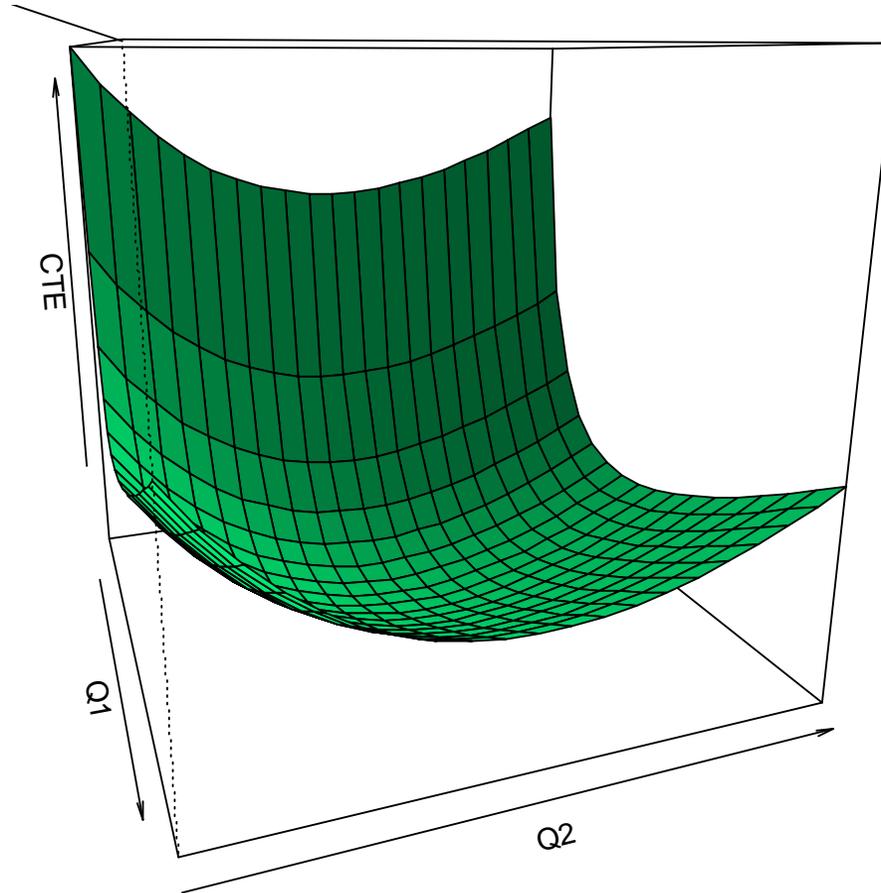
$$CTE = 9\,380\,000 + \frac{32\,000\,000}{Q_{i1}} + 2 \cdot Q_{i1} + \frac{675\,000\,000}{Q_{i2}} + 3 \cdot Q_{i2}$$



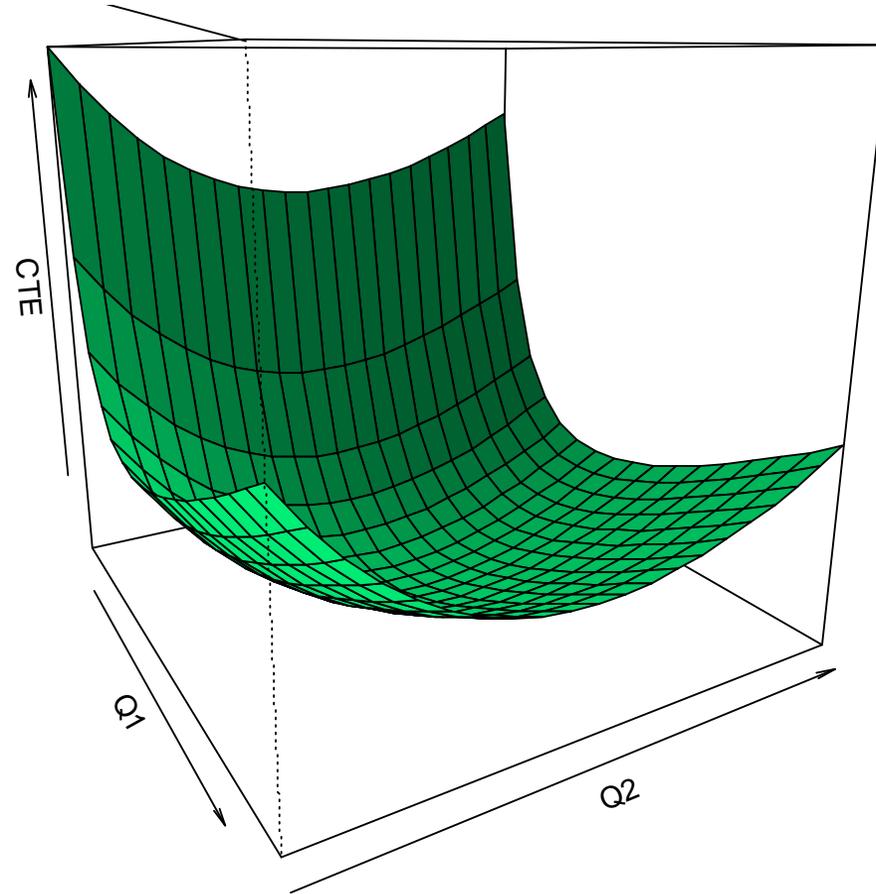
$$CTE = 9\,380\,000 + \frac{32\,000\,000}{Q_{i1}} + 2 \cdot Q_{i1} + \frac{675\,000\,000}{Q_{i2}} + 3 \cdot Q_{i2}$$



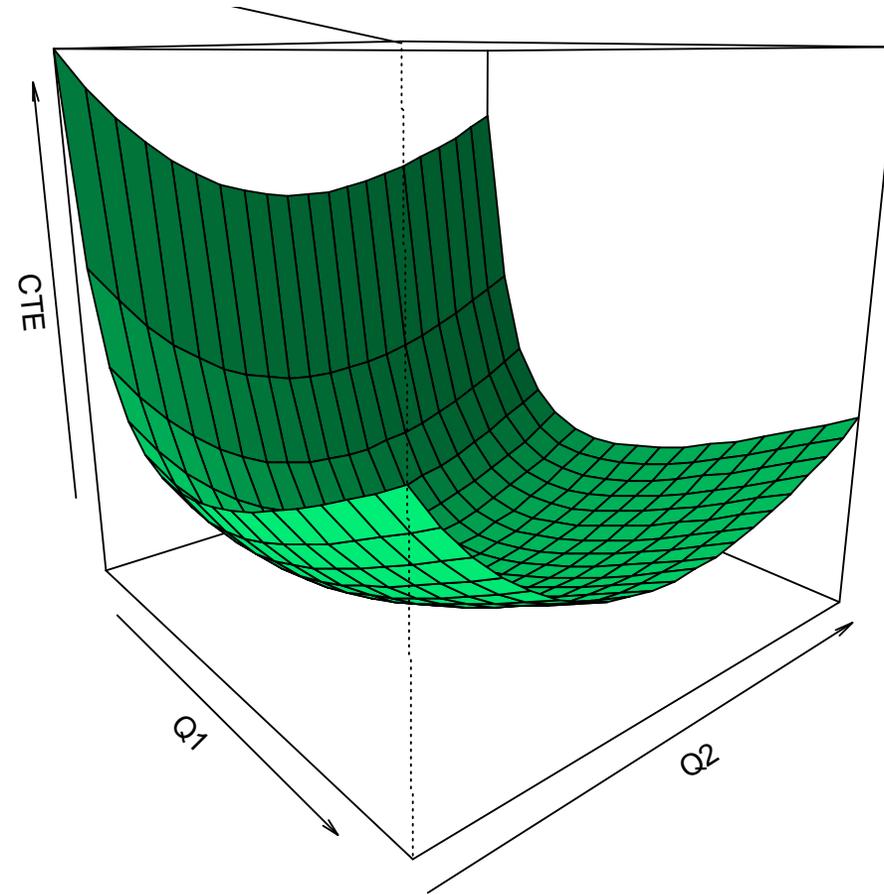
$$CTE = 9\,380\,000 + \frac{32\,000\,000}{Q_{i1}} + 2 \cdot Q_{i1} + \frac{675\,000\,000}{Q_{i2}} + 3 \cdot Q_{i2}$$



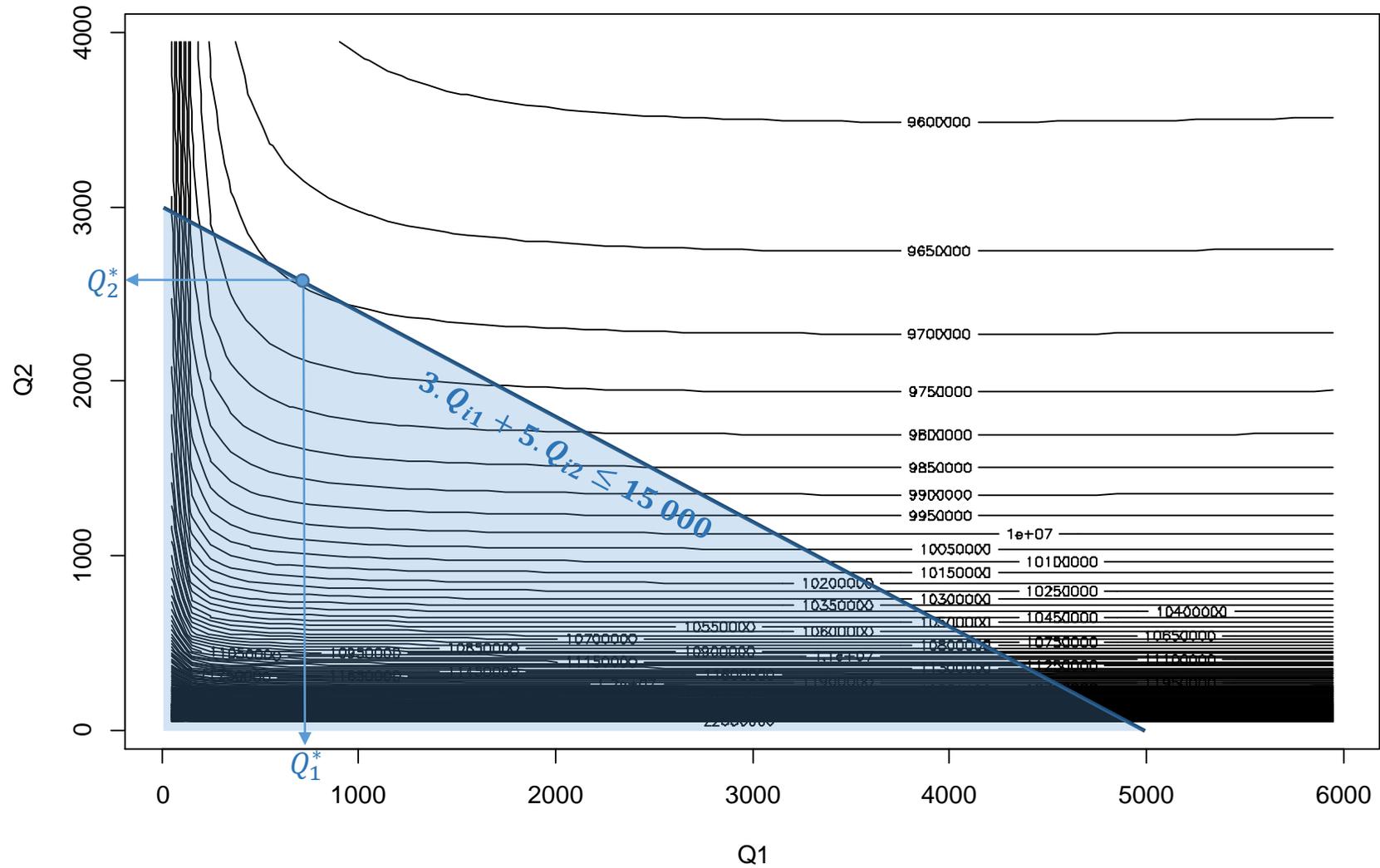
$$CTE = 9\,380\,000 + \frac{32\,000\,000}{Q_{i1}} + 2 \cdot Q_{i1} + \frac{675\,000\,000}{Q_{i2}} + 3 \cdot Q_{i2}$$



$$CTE = 9\,380\,000 + \frac{32\,000\,000}{Q_{i1}} + 2 \cdot Q_{i1} + \frac{675\,000\,000}{Q_{i2}} + 3 \cdot Q_{i2}$$



$$CTE = 9\,380\,000 + \frac{32\,000\,000}{Q_{i1}} + 2 \cdot Q_{i1} + \frac{675\,000\,000}{Q_{i2}} + 3 \cdot Q_{i2}$$



Tutorial Gestión de inventarios

Formulación de modelos multiproducto con restricciones

$$CTE = 9\,380\,000 + \frac{32\,000\,000}{Q_{i1}} + 2 \cdot Q_{i1} + \frac{675\,000\,000}{Q_{i2}} + 3 \cdot Q_{i2} - Y \cdot [3 \cdot Q_{i1} + 5Q_{i2} + X - 15\,000]$$

$$\frac{\partial CTE}{\partial Q_{i1}} = 2 - \frac{32\,000\,000}{Q_{i1}^2} - 3 \cdot Y = 0$$

$$\frac{\partial CTE}{\partial Q_{i2}} = 3 - \frac{675\,000\,000}{Q_{i2}^2} - 5 \cdot Y = 0$$

$$\frac{\partial CTE}{\partial Y} = 3 \cdot Q_{i1} + 5 \cdot Q_{i2} + X - 15\,000 = 0$$

$$X \cdot Y = 0$$

$$X \geq 0$$

$$Y \leq 0$$



$$Q_{i1} = \sqrt{\frac{32\,000\,000}{2 - 3 \cdot Y}} \quad 1$$

$$Q_{i2} = \sqrt{\frac{675\,000\,000}{3 - 5 \cdot Y}} \quad 2$$

$$3 \cdot Q_{i1} + 5 \cdot Q_{i2} + X - 15\,000 = 0 \quad 3$$

$$X \cdot Y = 0 \quad 4$$

$$X \geq 0 \quad 5$$

$$Y \leq 0 \quad 6$$



Tutorial Gestión de inventarios

Formulación de modelos multiproducto con restricciones

$$Q_{i1} = \sqrt{\frac{32\,000\,000}{2 - 3.Y}} \quad 1 \quad Q_{i2} = \sqrt{\frac{675\,000\,000}{3 - 5.Y}} \quad 2$$

$$3.Q_{i1} + 5.Q_{i2} + X - 15\,000 = 0 \quad 3$$

$$X.Y = 0 \quad 4$$

$$X \geq 0 \quad 5$$

$$Y \leq 0 \quad 6$$

Hipótesis: $Y = 0$

$$Q_{i1} = \sqrt{\frac{32\,000\,000}{2}} = 4\,000$$

$$Q_{i2} = \sqrt{\frac{675\,000\,000}{3}} = 15\,000$$

$$3 \cdot 4\,000 + 5 \cdot 15\,000 + X - 15\,000 = 0$$

$$X = -72\,000$$

No cumple 5, por tanto Y no es nulo



Tutorial Gestión de inventarios

Formulación de modelos multiproducto con restricciones

$$Q_{i1} = \sqrt{\frac{32\,000\,000}{2 - 3.Y}} \quad 1 \quad Q_{i2} = \sqrt{\frac{675\,000\,000}{3 - 5.Y}} \quad 2$$

$$3.Q_{i1} + 5.Q_{i2} + X - 15\,000 = 0 \quad 3$$

$$X.Y = 0 \quad 4$$

$$X \geq 0 \quad 5$$

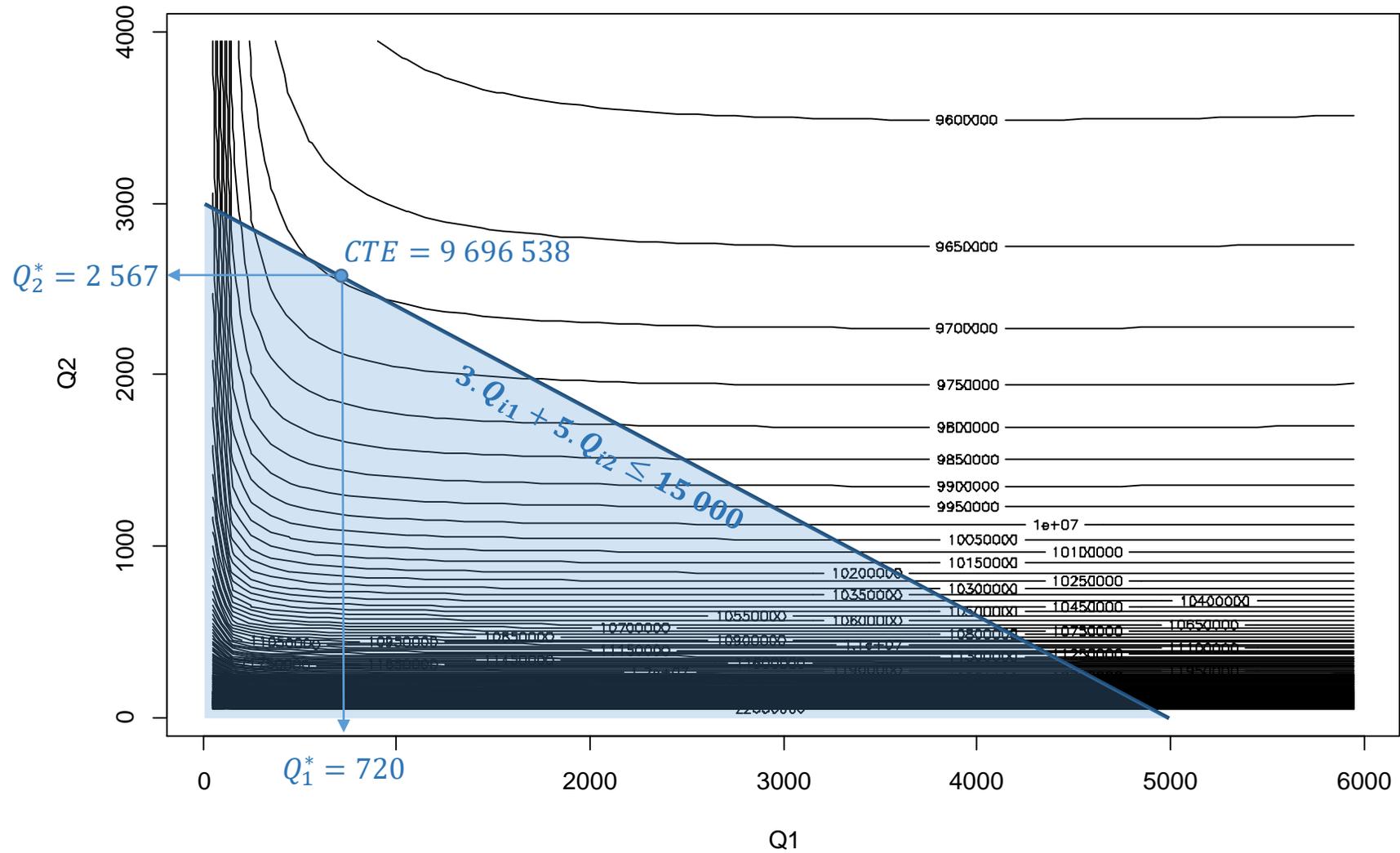
$$Y \leq 0 \quad 6$$

Hipótesis: $X = 0$

Y	Q_{i1}	Q_{i2}	$3.Q_{i1} + 5.Q_{i2}$
-10	1 000	3 569	20 844
-15	825	2 942	17 184
-19,9	720	2 567	15 000
-20	718	2 560	14 955



$$CTE = 9\,380\,000 + \frac{32\,000\,000}{Q_{i1}} + 2 \cdot Q_{i1} + \frac{675\,000\,000}{Q_{i2}} + 3 \cdot Q_{i2}$$



Tutorial Gestión de inventarios

Formulación de modelos multiproducto con restricciones – Modelo TI.TO

Total Inventariado (TI)

$$TI = \sum_{j=1}^m \frac{1}{2} \cdot Q_{ij} \cdot b_j$$

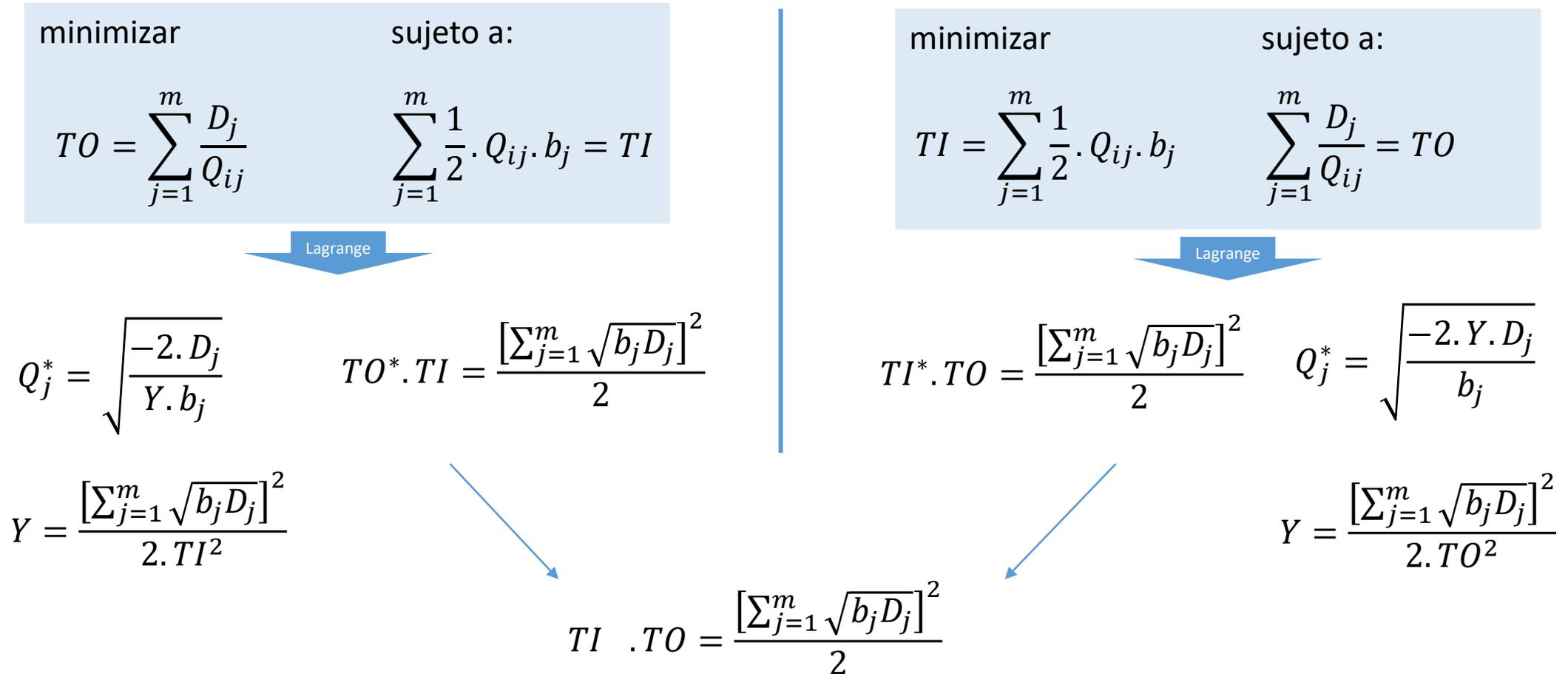
Total de Órdenes (TO)

$$TO = \sum_{j=1}^m \frac{D_j}{Q_{ij}}$$



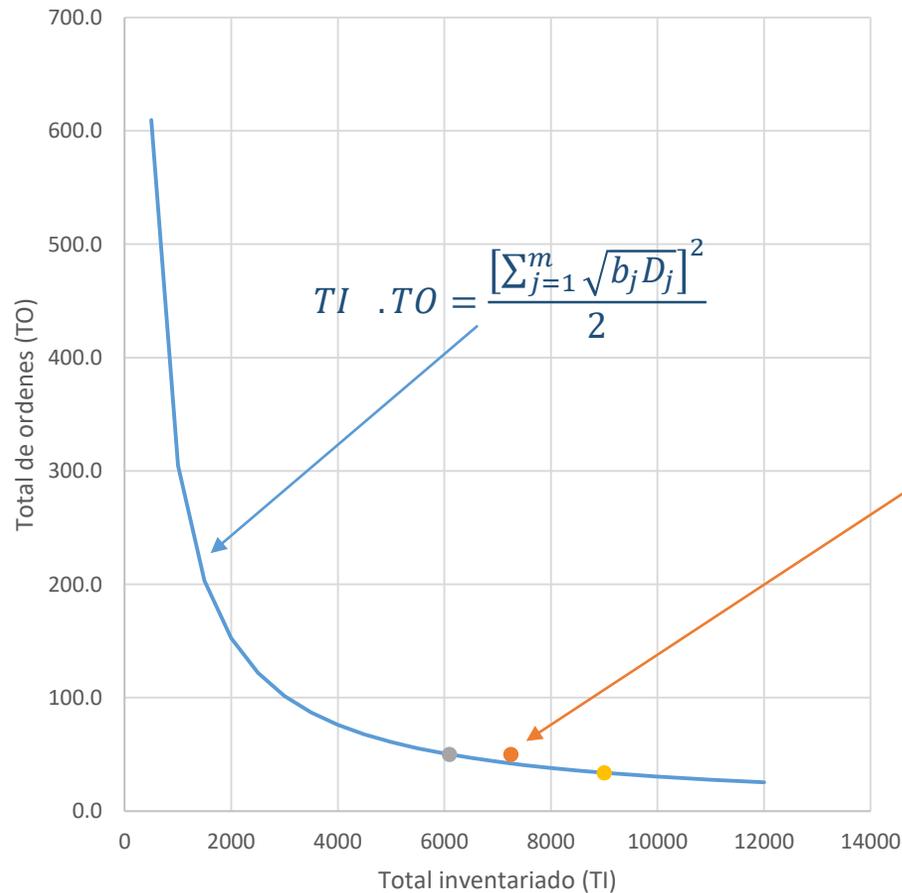
Tutorial Gestión de inventarios

Formulación de modelos multiproducto con restricciones – Modelo TI.TO



Tutorial Gestión de inventarios

Formulación de modelos multiproducto con restricciones – Modelo TI.TO



Problema 13.21

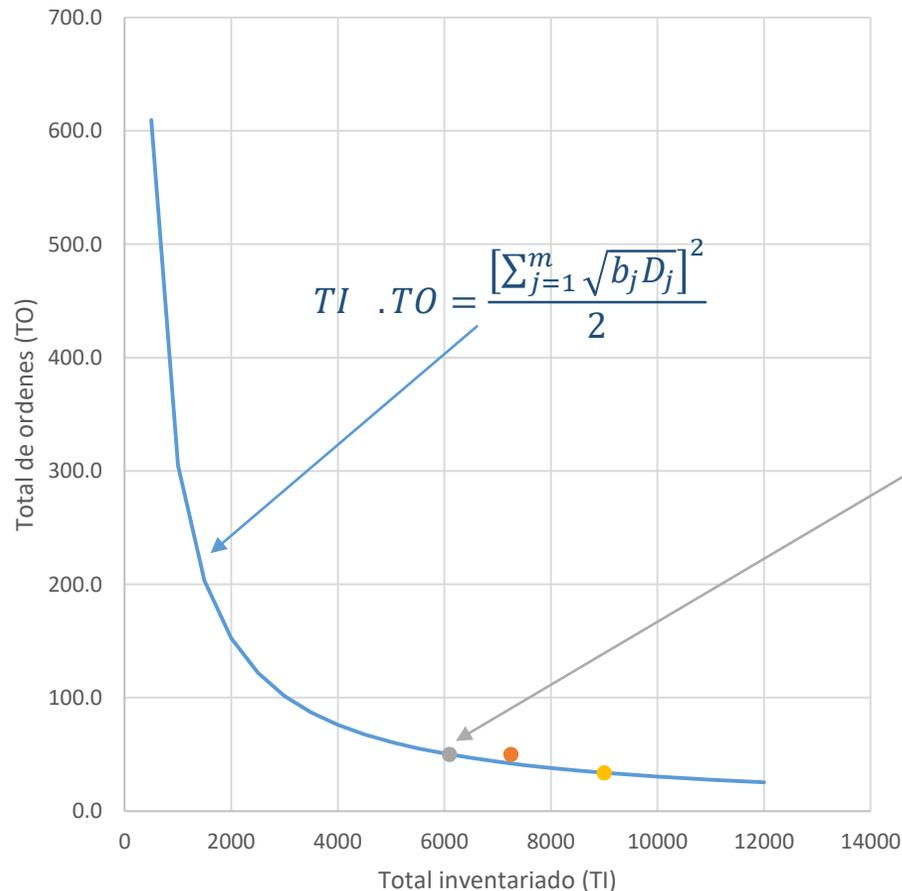
a) Se procesan 50 órdenes por año a razón de 10 por ítem

Ítem	Demanda u/año	Precio \$/u	Qj unidades	TI \$	TO
1	1000	5	100	250	10.0
2	2000	10	200	1000	10.0
3	4000	15	400	3000	10.0
4	10000	5	1000	2500	10.0
5	1000	10	100	500	10.0
				7250	50.0



Tutorial Gestión de inventarios

Formulación de modelos multiproducto con restricciones – Modelo TI.TO



Problema 13.21

b) TI mínimo con asignación de 50 órdenes totales

Ítem	Demanda u/año	Precio \$/u	Qj unidades	TI \$	TO
1	1000	5	220.8	552.0	4.5
2	2000	10	220.8	1104.1	9.1
3	4000	15	255.0	1912.3	15.7
4	10000	5	698.3	1745.7	14.3
5	1000	10	156.1	780.7	6.4
				6094.7	50.0

$$\sum_{j=1}^m \sqrt{b_j D_j} = 780,7$$

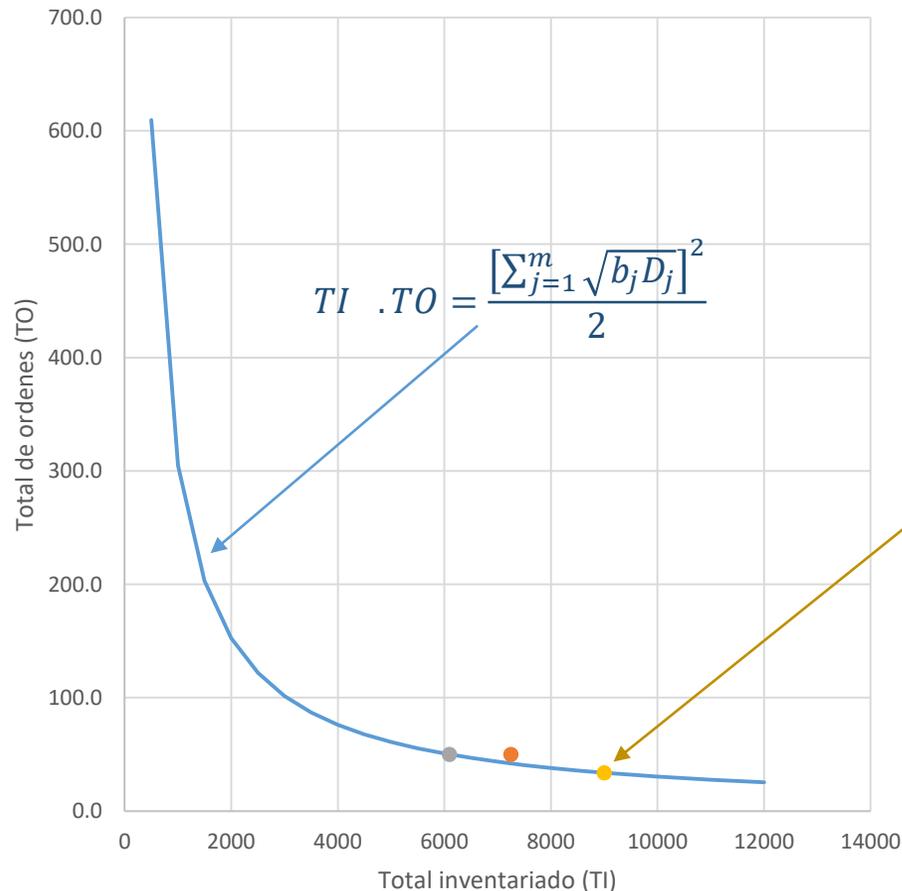
$$Q_j^* = \sqrt{\frac{-2 \cdot Y \cdot D_j}{b_j}}$$

$$Y = \frac{[\sum_{j=1}^m \sqrt{b_j D_j}]^2}{2 \cdot TO^2} = 121,9$$



Tutorial Gestión de inventarios

Formulación de modelos multiproducto con restricciones – Modelo TI.TO



Problema 13.21

c) TO mínimo para tener un Total Inventariado de \$ 9000

Ítem	Demanda u/año	Precio \$/u	Qj unidades	TI \$	TO
1	1000	5	326.1	815.2	3.1
2	2000	10	326.1	1630.3	6.1
3	4000	15	376.5	2823.8	10.6
4	10000	5	1031.1	2577.8	9.7
5	1000	10	230.6	1152.8	4.3
				9000.0	33.9

$$\sum_{j=1}^m \sqrt{b_j D_j} = 780,7$$

$$Q_j^* = \sqrt{\frac{-2 \cdot D_j}{Y \cdot b_j}}$$

$$Y = \frac{[\sum_{j=1}^m \sqrt{b_j D_j}]^2}{2 \cdot TI^2} = 0,003762$$



Ford Whitman Harris

En el año 1913 publicó un artículo en la revista *Factory*, bajo el título “***How many parts to make at once***” en el que describió el cálculo del lote óptimo

$$Q^* = \sqrt{\frac{2 \cdot k \cdot D}{c_1 \cdot T}}$$

hoy también conocido como **EOQ** (*Economic Order Quantity*).



Ford Whitman Harris

1877-1962

