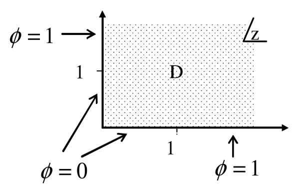
Apellido y Nombres: ....
DNI: .... Padrón: .... Código Asignatura: ....
Cursada. Cuatrimestre: .... Año: .... Profesor: ....
Correo electrónico: ....

Análisis Matemático III.
Examen Integrador. Segunda fecha. 22 de diciembre de 2022.

Justificar claramente todas las respuestas. La aprobación del examen requiere la correcta resolución de 3 (tres) ejercicios

Ejercicio 1. Considerar una placa plana y homogénea que coincide con el primer cuadrante. Formular el problema de la temperatura en estado estacionario en dicha placa con condiciones en la frontera como se indican en la siguiente figura:



y obtener el valor de la temperatura en el punto de coordenadas $(1, 1)$.

Ejercicio 2. Resolver:

$$\begin{cases} u_{xx}+u_{yy}=0 & 0<x<\pi,\ 0<y<1 \\ u(0,y)=u(\pi,y)=1 & 0\leqslant y\leqslant 1 \\ u(x,0)=1+2\operatorname{sen} x+\operatorname{sen}(3x) & 0\leqslant x\leqslant \pi \\ u(x,1)=1+3\ \operatorname{sen}(2x) & 0\leqslant x\leqslant \pi \end{cases}$$

¿Es única la solución?

Ejercicio 3. Sea $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{x}{x^4+1}$. Argumentar la existencia de la transformada de Fourier de f y obtenerla.

Ejercicio 4. Resolver, especificando las condiciones supuestas sobre la función f, el problema de la onda en la cuerda semi-infinita:

$$\begin{cases} u_{tt}(x,t)=u_{xx}(x,t) & x>0, \quad t>0 \\ u(x,0)=0 & x>0 \\ u_t(x,0)=f(x) & x>0 \\ u(0,t)=0 & t>0 \end{cases}$$

Ejercicio 5. Resolver, aplicando transformada de Laplace:

$$y'(t)+\int_0^t y(u)\,H(t-u)\,du=H(t-1)-H(t-2)$$

con $y(0^+) = 0$ y $H(t)$ función de Heaviside.