Apellido y Nombres: ....,,,,,...
DNI: .... Padrón: .... Código Asignatura: ....
Cursada. Cuatrimestre: .... Año: .... Profesor: ....
Correo electrónico: ....

Análisis Matemático III.
Examen Integrador. Cuarta fecha. 4 de agosto de 2022.

Justificar claramente todas las respuestas. La aprobación del examen requiere la correcta resolución de 3 (tres) ejercicios

Ejercicio 1. Comprobar que la función $f(x) = \dfrac{\cos(x^p)}{x^p(x+1)}$ con $p \in (0,1)$ es absolutamente integrable en $(0,\infty)$. Calcular su integral en $(0,\infty)$ para un valor particular de p.

Ejercicio 2. Plantear y resolver un sistema de ecuaciones que modele la oscilación $u(x,t)$ de una cuerda de longitud 2π y extremos fijos, con condiciones iniciales $u(x,0) = 0$ y $u_t(x,0) = \operatorname{sen}(3x)$, sabiendo que la velocidad de propagación es igual a 1. Graficar aproximadamente $u(\pi,t)$ y $u(3\pi/2,t)$.

Ejercicio 3. Sea $f : [-T,T] \to \mathbb{R}$, $\quad f(t) = \begin{cases} 1 & \text{si } |t| \leqslant T/2 \\ 0 & \text{si } |t| > T/2 \end{cases}$. Determinar ω_0 tal que $\displaystyle\sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k e^{i\omega_0 kt}$ es su desarrollo en serie exponencial de Fourier en $[-T,T]$. Calcular

$$\sum_{k=0}^{\infty} |c_k|^2 \quad y \quad \sum_{k=0}^{\infty} \operatorname{Re}(c_k)$$

.

Ejercicio 4. Resolver:

$$\begin{cases} u_{xx} - u_t - t\,u = 0 & -\infty < x < +\infty, \quad 0 < t < +\infty \\ u(x,0) = e^{-4x}\mathbb{1}_{[-1,1]}(x) & -\infty < x < +\infty \end{cases}$$

Ejercicio 5. Sabiendo que $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ es continua a trozos, de orden exponencial tal que $f(t) = 0 \quad \forall t < 0$ y $\mathcal{L}[f](s) = \operatorname{Log}\left(1 + \dfrac{2}{s}\right)$, para $s : \operatorname{Re}(s) > 0$ obtener $\displaystyle\int_0^t (t-x) f(t-x)\,dx$ para $t > 0$.