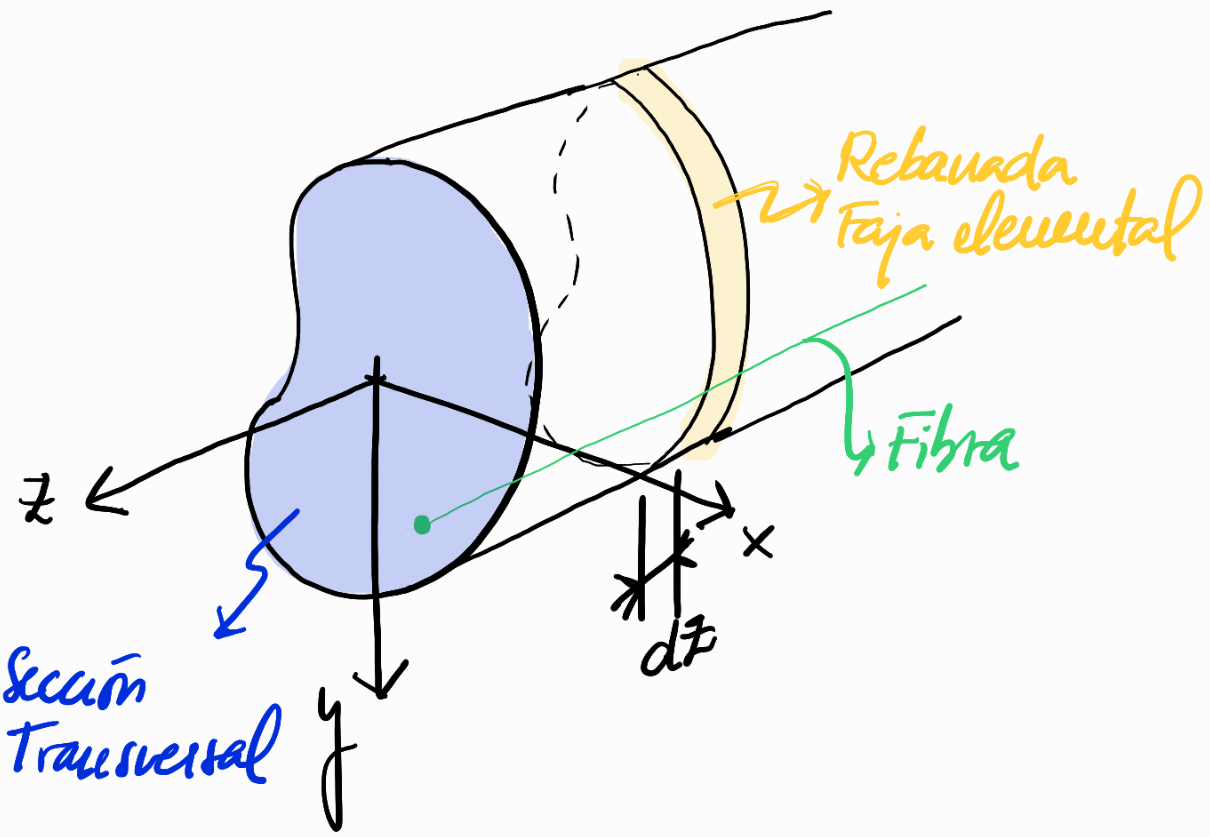
TEORÍA DE BARRAS

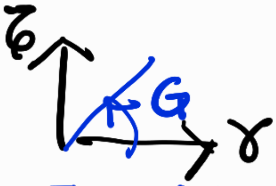


Hipótesis

MATERIAL
- continuo → En todo el volumen hay material
- Homogéneo → presenta las mismas propiedades mecánicas en cualquiera de sus puntos
- Isótropo → tiene igual propiedades mecánicas en todas las direcciones.

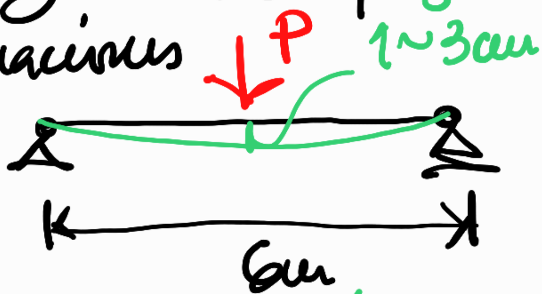
Hipótesis linealidad Mecánica → Ley de Hooke

$\sigma = E\varepsilon$



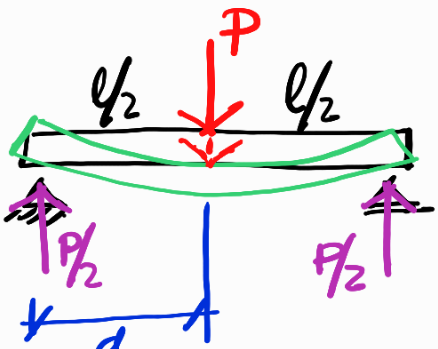
$\tau = G\gamma$

Hipótesis de linealidad cinemática → pequeños desplazamientos y deformaciones



$\delta_{lim} = L/300\sim500$

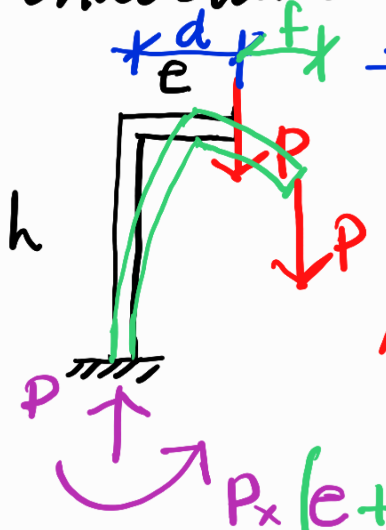
Hip. de linealidad Estática → Equilibrio puede ser planteado para la estructura sin deformar



se mantiene antes y después de la def

↓

VÁLIDA Hip. L. Estática



$P\times(e+f)$

→ NO se mantiene "d" antes y después de la deformación

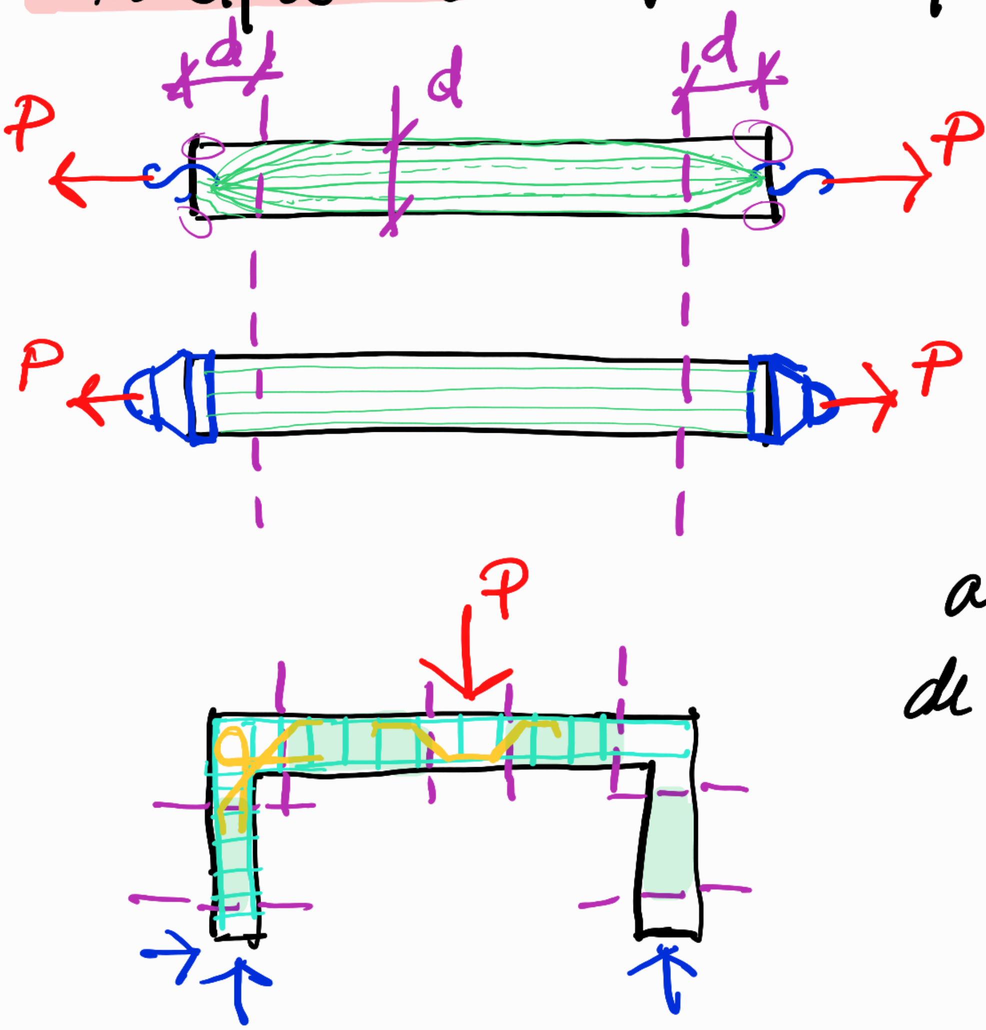
↓

NO ES VÁLIDA H.L. Estática

$P\times e$ → Solicitación de 1° orden

$P\times(e+f)$ → Solicitación de 2° orden

Principio de Saint-Venant. → Las Hipótesis y supuestos serán de aplicación a una distancia del punto de introducción de la carga igual a la mayor medida de la sección transversal

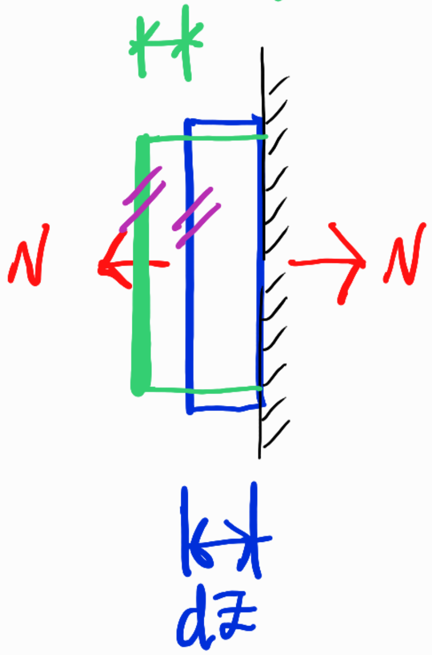


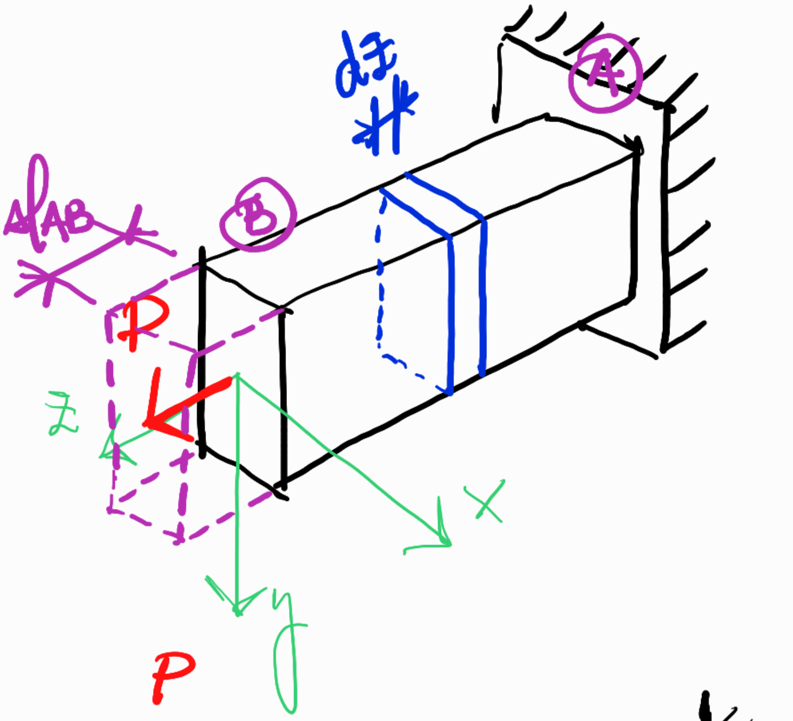
∃ H. L. Estática
∃ H. L. Cinemática
∃ H. L. Mecánica

} Ppio Superposición de Efectos

Solicitación Axil

$$dw = \varepsilon_z \, dz$$





$N = P$

Hip. secciones planas y paralelas luego de la deformación

↓

Hip. Bernoulli

↓

$\varepsilon_z = cte$

$$N = \int_A dN = \int_A \sigma_z \, dA$$

Aplico la ley de Hooke $\sigma = \varepsilon E$

$$N = \int_A (\varepsilon_z E) \, dA$$

si E es cte en la sección

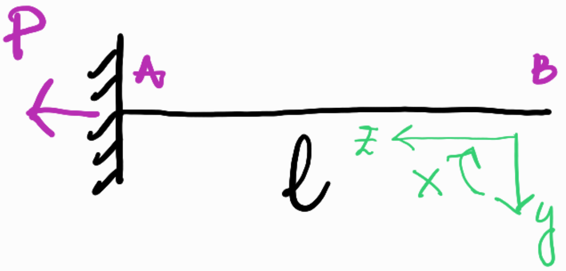
$$N = E \varepsilon_z \int_A dA = \overbrace{E \varepsilon_z}^{\sigma_z} A$$

$$N = \sigma_z A \rightarrow \boxed{\sigma_z = N/A}$$

$$\Delta l_{AB} = \int_A^B dw = \int_A^B \varepsilon_z \, dz \rightarrow$$ si N es cte entre A y B $$\rightarrow = \varepsilon_z \int_A^B dz = \varepsilon_z L_{AB}$$

$$\Delta l_{AB} = \varepsilon_z L_{AB} = \frac{\sigma_z}{E} L_{AB} = \boxed{\frac{N L_{AB}}{E A} = \Delta l_{AB}} \quad \begin{bmatrix} A \text{ cte} \\ N \text{ cte} \\ E \text{ cte} \end{bmatrix}$$

EJERCICIO 1



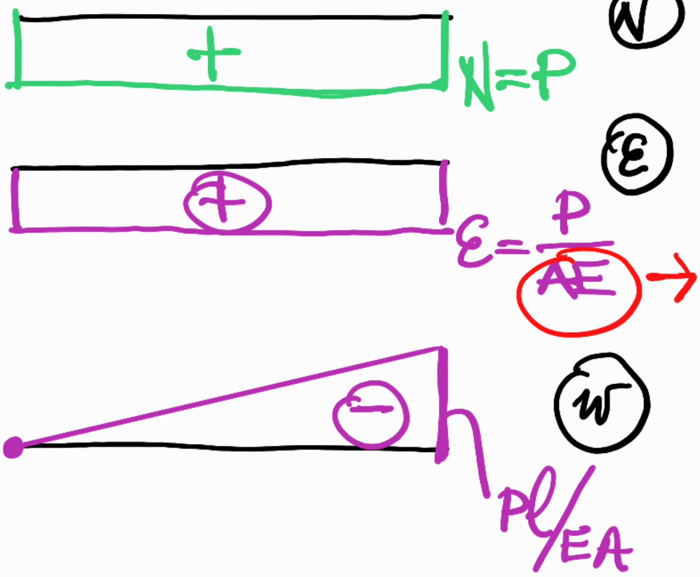
Datos: A; E; L

$$\sigma_z = \frac{N}{A} = \frac{P}{A}$$

$$\varepsilon_z = \sigma_z / E$$

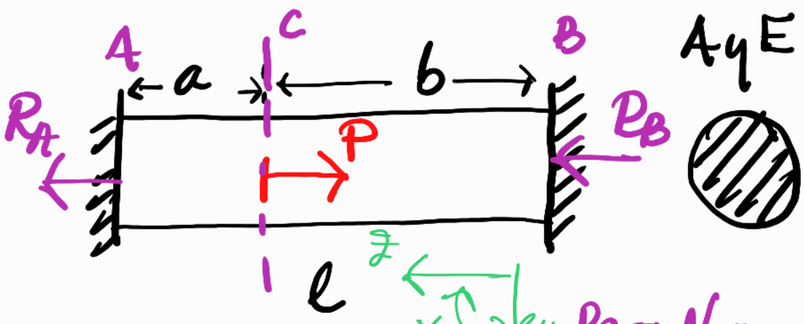
$$\Delta l_{AB} = \frac{N l_{AB}}{EA} = \frac{Pl}{EA}$$

$\frac{l}{EA}$ → Flexibilidad axil.



AE → RIGIDEZ AXIL

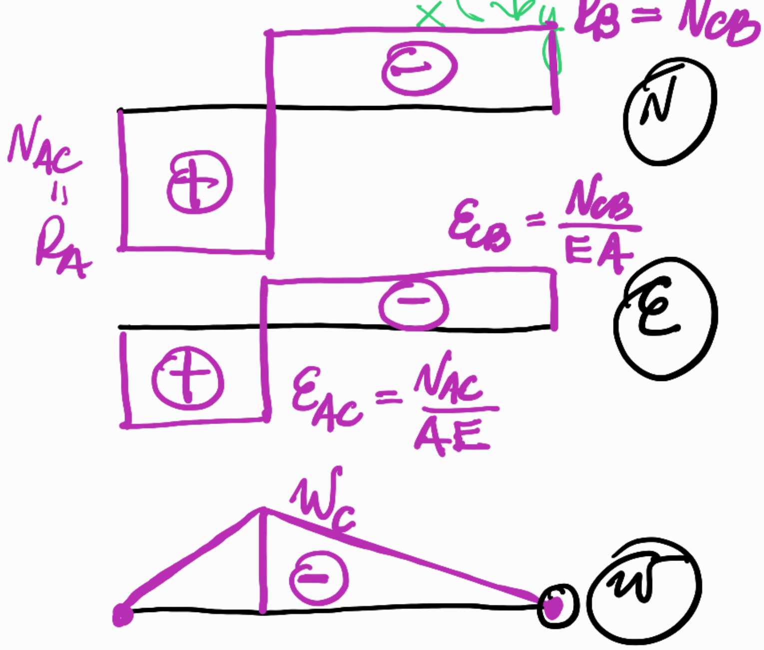
EJERCICIO 2



A y E ctes

Para resolver un hiperestático tengo que compatibilizar deformación

$$|\Delta l_{AC}| = |\Delta l_{CB}| = w_C$$



$$w_A = 0 = \cancel{w_B}^{\,0} + \Delta l_{BC} + \Delta l_{CA}$$

$$0 = -\frac{N_{CB}\, b}{EA} + \frac{N_{AC}\, a}{EA}$$

$$\frac{N_{CB}\, b}{EA} = \frac{N_{AC}\, a}{EA}$$

Para este caso $N_{CB} = R_B$ y $N_{AC} = R_A$ en valor

$$\frac{R_B\, b}{\cancel{EA}} = \frac{R_A\, a}{\cancel{EA}} \Rightarrow \boxed{R_B = R_A \frac{a}{b}}$$

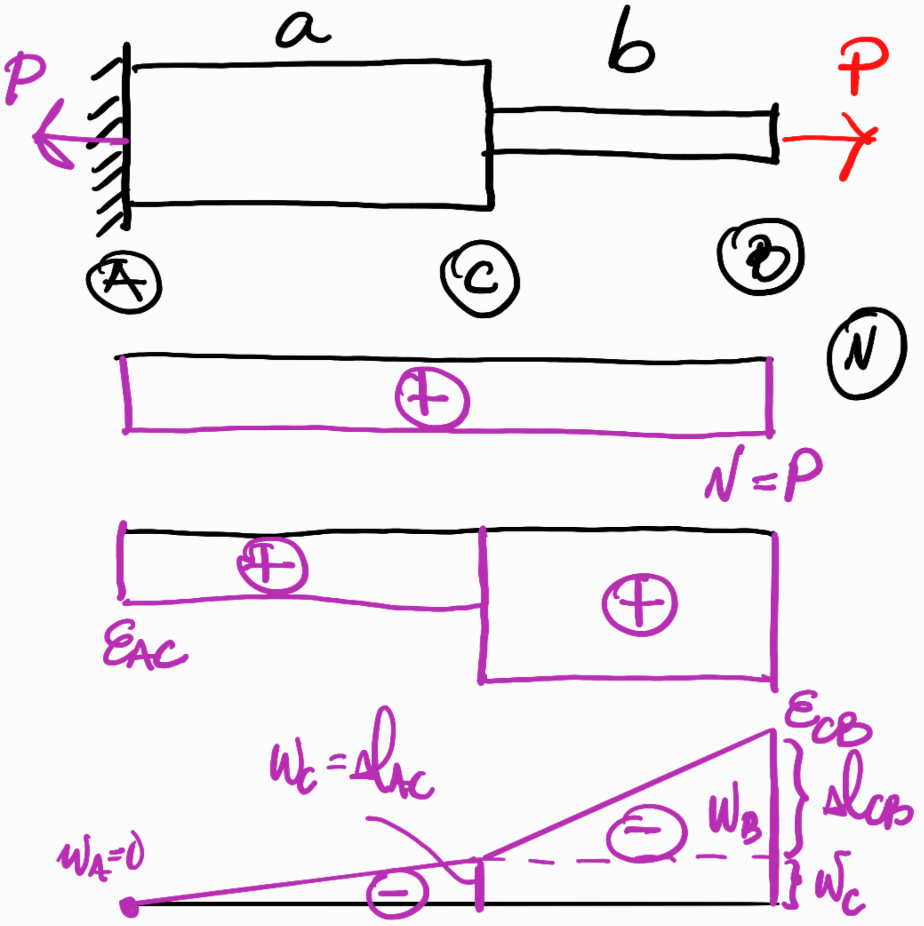
$$\sum F_z = 0 = R_A + R_B - P \rightarrow 0 = R_A + R_A \frac{a}{b} - P$$

$$P = R_A \left(1 + \frac{a}{b}\right)$$

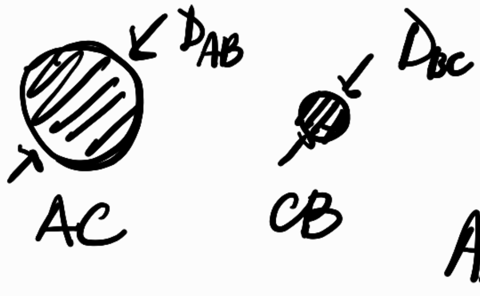
$$P = R_A \frac{l}{b} \Rightarrow \boxed{R_A = P \frac{b}{l}}$$

$$\boxed{R_B = P \frac{a}{l}}$$

EJERCICIO 3



$E = cte$



$D_{AC} > D_{CB}$

$A_{AC} > A_{CB}$

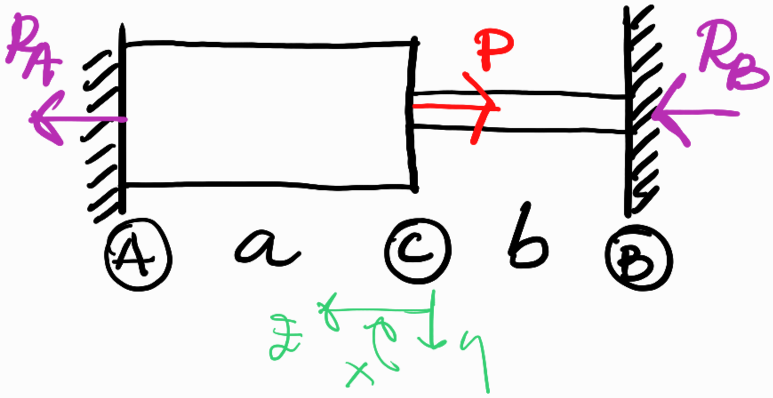
$$\left(\varepsilon_{AC} = \frac{N}{E A_{AC}}\right) < \left(\varepsilon_{CB} = \frac{N}{E A_{CB}}\right)$$

Área AC   Área CB

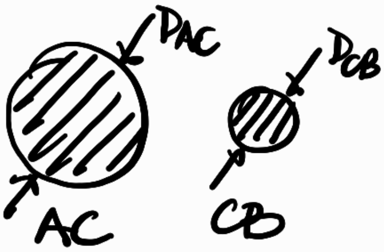
$w_c = \Delta l_{AC}$ Δl_{CB}

$$w_B = \frac{N a}{E A_{AC}} + \frac{N b}{E A_{CB}}$$

EJERCICIO 4



$E = cte$

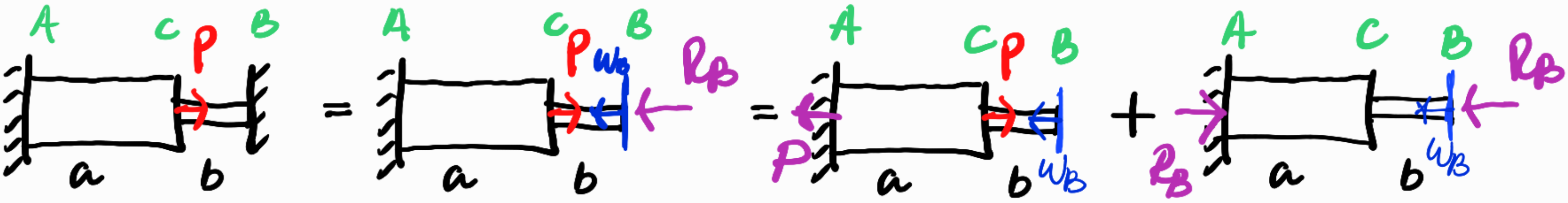


$D_{AC} > D_{CB}$

$A_{AC} > A_{CB}$

$$\Sigma F_z = 0 = R_A + R_B - P$$

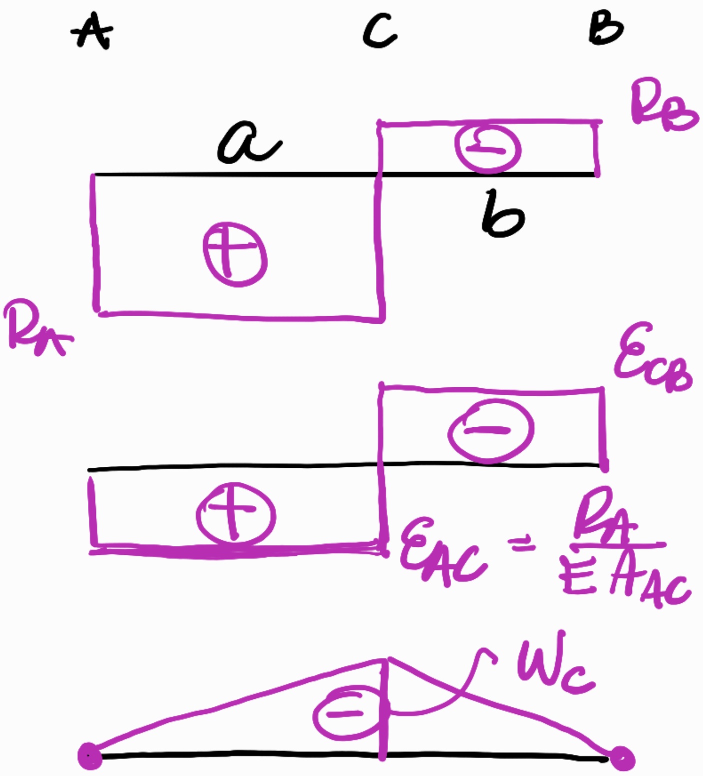
METODO INCOGNITAS ESTATICAS



$$w^h_{B(P)} = 0 = w^i_{B(P;R_B)} = w^i_{B(P)} + w^i_{B(R_B)}$$

$$0 = -\frac{Pa}{EA_{AC}} + \left(\frac{R_B a}{EA_{AC}} + \frac{R_B b}{EA_{CB}}\right)$$

$$\frac{Pa}{EA_{AC}} = R_B\left(\frac{a}{EA_{AC}} + \frac{b}{EA_{CB}}\right) \rightarrow R_B \rightarrow R_A$$



$$\varepsilon_{CB} = \frac{R_B}{EA_{CB}}$$

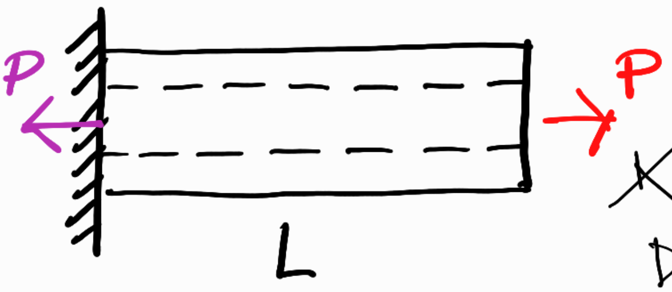
$$\varepsilon_{AC} = \frac{R_A}{EA_{AC}}$$

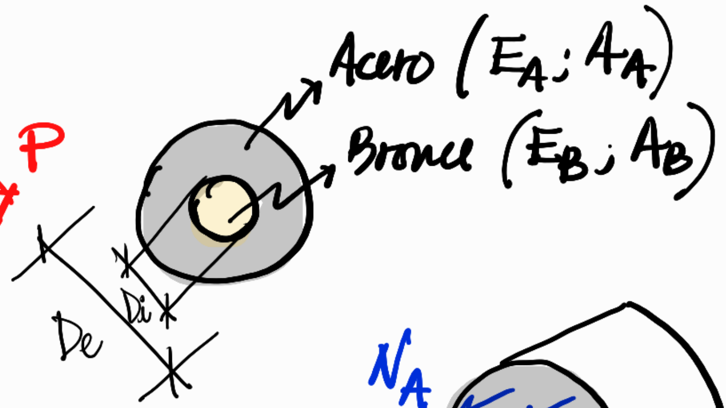
si $a > b$

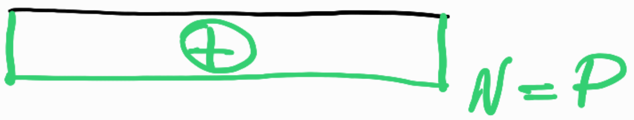
$$\varepsilon_{AC} < \varepsilon_{CB}$$

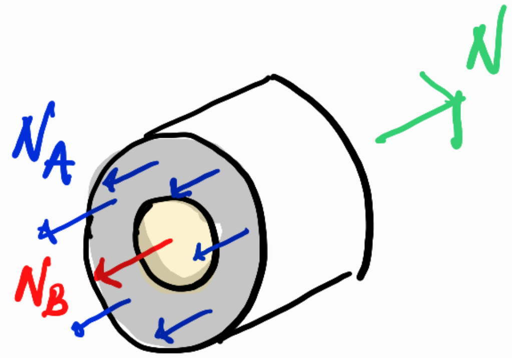
$$\underbrace{\varepsilon_{AC}\, a}_{\Delta l_{AC}} = \underbrace{\varepsilon_{CB}\, b}_{\Delta l_{CB}}$$

EJERCICIO 5









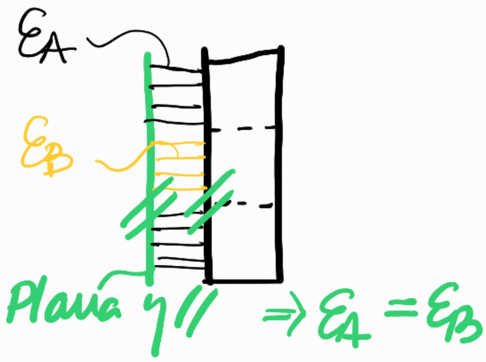
$$\varepsilon_A = \varepsilon_B \leftarrow$$ ECUACIÓN DE COMPATIBILIDAD

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow N = N_A + N_B \quad (1)$$

$$\frac{N_A}{E_A A_A} = \frac{N_B}{E_B A_B}$$

$$A_A = \pi \frac{(D_e^4 - D_i^4)}{4}$$

$$A_B = \pi \frac{D_i^4}{4}$$



$$N_A = N_B \frac{E_A A_A}{E_B A_B}$$ lo reemplazo en (1)

$$N = N_B \left(1 + \frac{E_A A_A}{E_B A_B}\right) = N_B \frac{E_A A_A + E_B A_B}{E_B A_B}$$

$$N_B = N \frac{E_B A_B}{E_A A_A + E_B A_B}$$

$E_B A_B$ → RIGIDEZ BRONCE

$E_A A_A + E_B A_B$ → RIGIDEZ TOTAL

$$N_A = N \frac{E_A A_A}{E_A A_A + E_B A_B}$$

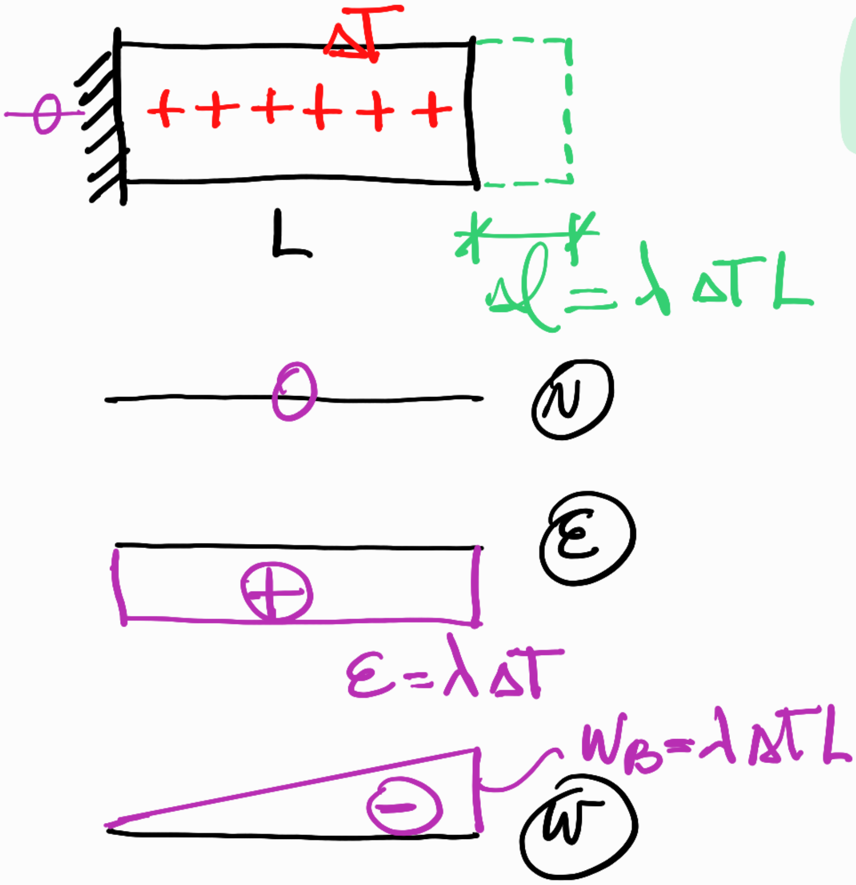
$E_A A_A$ → RIGIDEZ ACERO

$E_A A_A + E_B A_B$ → RIGIDEZ TOTAL

$$\delta = \Delta l_A = \Delta l_B = \frac{N_B \, L}{E_B A_B} = \frac{N \frac{\cancel{E_B A_B}}{E_A A_A + E_B A_B} L}{\cancel{E_B A_B}} = \frac{N \, L}{E_A A_A + E_B A_B}$$

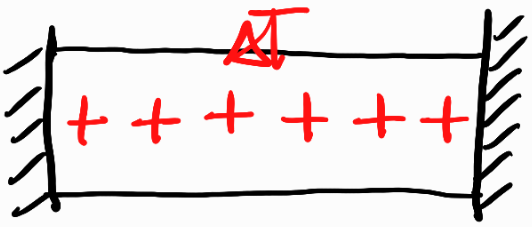
$E_A A_A + E_B A_B$ → RIGIDEZ TOTAL

EJERCICIO 6

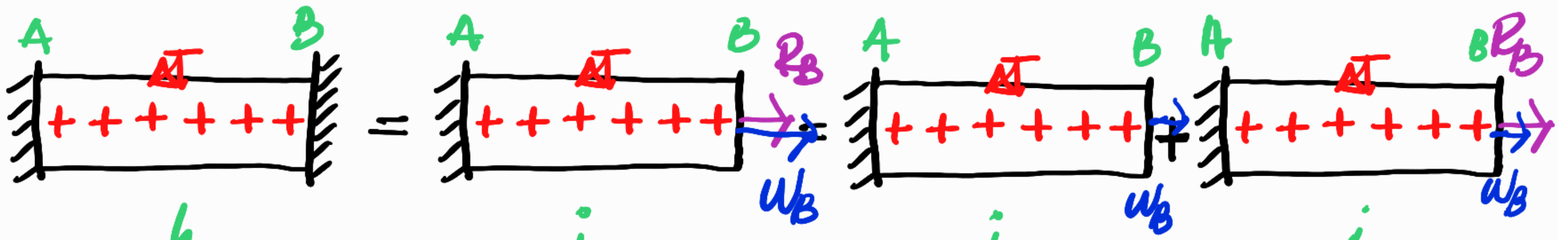


Si la estructura es isostática sólo se deforma sin tener solicitaciones internas

EJERCICIO 7



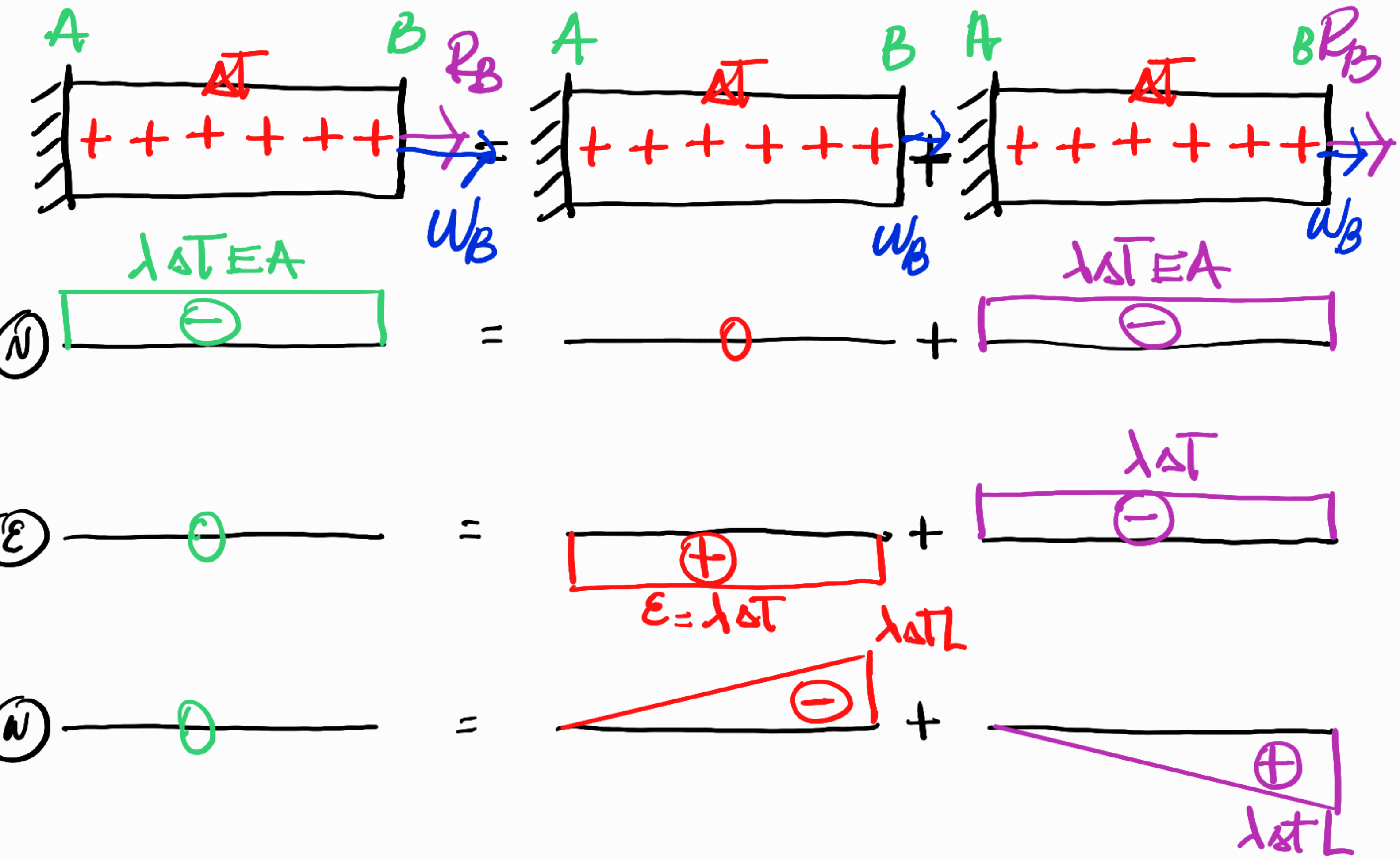
Si la barra no se puede deformar libremente aparecen esfuerzos internos.



$$w_B^h(\Delta T) = 0 = w_B^i(\Delta T; R_B) = w_B^i(\Delta T) + w_B^i(R_B)$$

$$0 = \lambda \Delta T \cancel{L} + \frac{R_B \cancel{L}}{EA}$$

$$R_B = -\lambda \Delta T \, EA$$



En este caso no aparecen deformaciones pero si Esfuerzo interno, de forma tal que

$$\sigma_{x} = \frac{N}{A} = \lambda \Delta T E \rightarrow \text{A mayor } E, \text{ mayor } \sigma$$

Es por eso que la temperatura es un fenómeno importante a tener en cuenta, principalmente en estructuras Hiperestáticas.