**ANÁLISIS NUMÉRICO I (75.12 – 95.04)**
**MÉTODOS MATEMÁTICOS Y NUMÉRICOS (95.13)**
**MODELACIÓN NUMÉRICA (CB051)**
**FACULTAD DE INGENIERÍA – UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES**

# TRABAJO PRÁCTICO

1er cuatrimestre 2025

Resolución numérica de problemas de valores iniciales
Análisis numérico de un sistema vibratorio lineal y no lineal

---

## Introducción

En muchas ramas de la ingeniería es fundamental comprender cómo responde un sistema físico ante perturbaciones mecánicas. Un ejemplo clásico es el comportamiento de una estructura sometida a una fuerza inicial, como ocurre en puentes, edificios o componentes mecánicos que vibran tras un impacto o desplazamiento.

El modelo matemático más básico que describe esta situación es el sistema masa-resorte-amortiguador, que permite estudiar el movimiento oscilatorio de un cuerpo sometido a una fuerza restauradora (resorte) y una fuerza disipativa (amortiguador). Este sistema puede extenderse fácilmente a casos más realistas donde aparecen no linealidades en el resorte, lo que genera fenómenos más complejos, imposibles de analizar con métodos analíticos clásicos.

Este trabajo práctico propone la resolución numérica de un sistema masa-resorte-amortiguador lineal, con validación frente a la solución exacta, y luego el análisis de un caso no lineal mediante simulación computacional.

## Modelo físico

Sistema lineal (modelo base):

$$mx''(t) + cx'(t) + kx(t) = 0$$

Sistema no lineal (extensión con resorte no lineal):

$$mx''(t) + cx'(t) + kx(t) + \alpha x(t)^3 = 0$$

Unidades y órdenes de magnitud sugeridos:

| Variable/Parámetro | Significado | Orden típico |
|---|---|---|
| $x(t)$ | Desplazamiento de la masa | $10^{-2}$ a $10^{-1}$ m |
| $m$ | Masa del cuerpo | 0.1 a 10 kg |
| $c$ | Coeficiente de amortiguamiento | 0.1 a 10 Ns/m |
| $k$ | Constante elástica del resorte | 10 a 1000 N/m |
| $\alpha$ | Coef. de rigidez no lineal (Duffing) | $\pm 10^4$ a $\pm 10^6$ N/m³ |
| $t$ | Tiempo | 0 a 10 s |

**Objetivos y consignas**

**Parte 1 – Análisis del sistema lineal**

Reescribir el sistema de segundo orden como un sistema de dos ecuaciones de primer orden. Implementar dos métodos numéricos para resolver el sistema: Euler explícito y otro método de mayor orden.

Resolver el sistema para diferentes valores del coeficiente de amortiguamiento relativo $\zeta = \frac{c}{2\sqrt{km}}$ : subamortiguado ($\zeta < 1$), críticamente amortiguado ($\zeta = 1$) y sobreamortiguado ($\zeta > 1$).

Calcular y graficar la solución analítica correspondiente en cada caso. Comparar la solución numérica con la solución analítica gráficamente y mediante el cálculo del error.

Analizar el efecto del tamaño de paso *h* sobre la precisión y la estabilidad de los métodos utilizados.

**Parte 2 – Incorporación de no linealidad y análisis del oscilador de Duffing**

Modificar el modelo para incluir una rigidez no lineal mediante el término $\alpha x(t)^3$.

Resolver numéricamente el nuevo sistema utilizando el mismo esquema que en la parte 1 (no se requiere solución analítica). Analizar el comportamiento cualitativo de la solución: oscilaciones periódicas, amortiguadas, amplificadas o caóticas. Analizar cómo varía la respuesta según el signo y valor de $\alpha$. Comparar con el caso lineal de la parte 1.

Investigar brevemente el modelo del oscilador de Duffing:

¿Dónde aparece en la práctica?

¿Por qué es importante como modelo no lineal?

¿Qué tipo de comportamiento puede presentar?

Incluir una referencia bibliográfica (libro, artículo o fuente académica) que lo describa.