

ANÁLISIS NUMÉRICO I

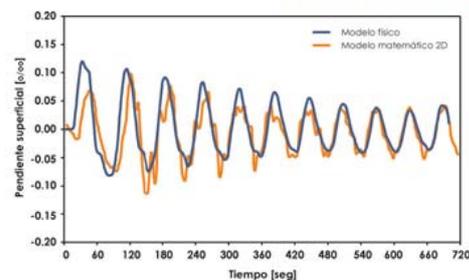
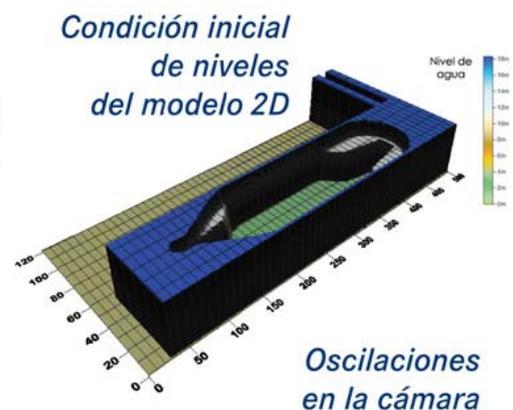
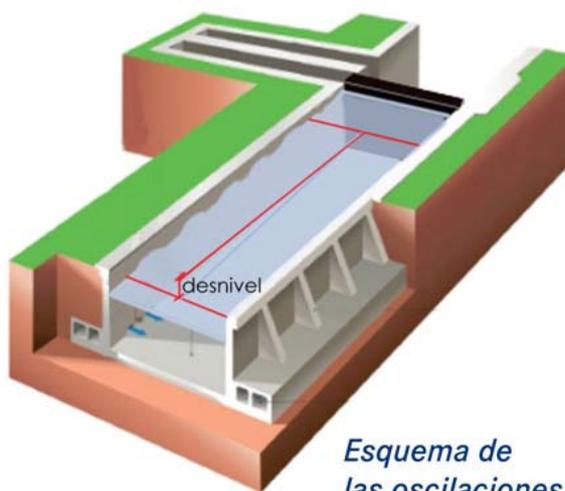
Profesor: Dr. Ángel N. Menéndez

Ayudantes: Ing. Mariano Re, Ing. Pablo García, Ing. Emilio Lecertua

Curso: 03

Ejercicio Gráfica de Procesos Aplicada

Una de las operaciones del proceso de llenado de las cámaras del Tercer Juego de Esclusas del Canal de Panamá consiste en el ingreso de un volumen importante de agua al recinto con el barco ubicado dentro del mismo. Dadas algunas asimetrías en el sistema, se producen oscilaciones en el nivel de la superficie de agua que provocan movimientos en el barco (que deben estar contemplados en las estructuras de amarre). Estas oscilaciones fueron estudiadas mediante técnicas de modelación física, cuyos resultados permitieron validar un modelo matemático. Debido a la presencia de inconsistencias en las mediciones del modelo físico, se estudió la propagación de errores en ese proceso de medición.

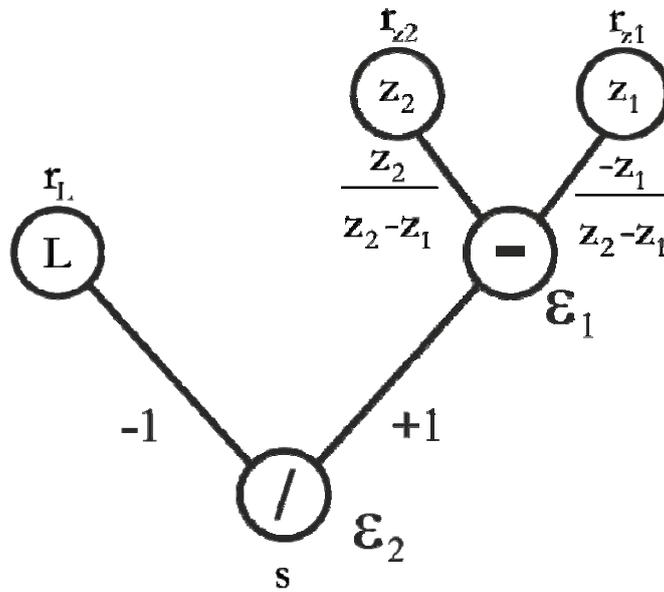


La pendiente de la superficie libre, S, se determina como:

$$S = \frac{z_2 - z_1}{L}$$

donde z_1 y z_2 representan el nivel de agua en los extremos del barco, y L la longitud del barco si la pendiente es longitudinal, o ancho del barco si la pendiente es transversal.

La propagación de errores durante el proceso de cálculo puede ser esquematizada con la siguiente gráfica de procesos:



donde r_{z_1} y r_{z_2} son los errores relativos de z_1 y z_2 respectivamente, r_L el error relativo de L, y ϵ_1 y ϵ_2 los errores relativos de la representación de cada operación.

El error relativo resultante del cálculo de la pendiente r_s es

$$r_s = \left(\frac{-z_1}{z_2 - z_1} \right) r_{z_1} + \left(\frac{z_2}{z_2 - z_1} \right) r_{z_2} - r_L + \epsilon_1 + \epsilon_2$$

Entonces una cota de ese error relativo puede ser obtenida de la siguiente manera:

$$R_s = \left| \frac{z_1}{z_2 - z_1} \right| R_{z_1} + \left| \frac{z_2}{z_2 - z_1} \right| R_{z_2} + R_L + 2\mu$$

Donde R_{z_1} , R_{z_2} son las cotas del error relativo de z_1 y z_2 respectivamente, R_L la cota de error relativo de L, y μ la cota del error relativo de la representación de cada operación (unidad de máquina).

Los valores elegidos para el cálculo son representativos de las mediciones en modelo físico:

$$z_1 = 675mm \pm 0.5mm \rightarrow R_{z_1} = 7.4 \cdot 10^{-4}$$

$$z_2 = 676mm \pm 0.5mm \rightarrow R_{z_2} = 7.4 \cdot 10^{-4}$$

$$L = 1220cm \pm 0.5cm \rightarrow R_L = 4.1 \cdot 10^{-4}$$

La pendiente resultante es:

$$s = 8 \cdot 10^{-5} = 0.082\text{‰}$$

La unidad de máquina puede ser evaluada como:

$$\mu = 0.5 \cdot 10^{-t+1}$$

donde t es el número de dígitos utilizados para representar a los números reales. Asumiendo $t = 10$ se tiene:

$$\mu = 5 \cdot 10^{-10}$$

Introduciendo estos valores en la expresión de la cota de error relativo se tiene que:

$$R_s = \left(\frac{675 + 676}{676 - 675} \right) \cdot 7.4 \cdot 10^{-4} + 4.1 \cdot 10^{-4} + 2 \cdot 5 \cdot 10^{-10}$$

$$R_s = 1351 \cdot 7.4 \cdot 10^{-4} + 4.1 \cdot 10^{-4} + 2 \cdot 5 \cdot 10^{-10}$$

Se observa que el primer término, asociado a la diferencia entre niveles de agua, es dominante; este es un típico ejemplo de cancelación de términos.

El resultado final es $R_s = 1$, mostrando un error de aproximadamente el 100%!