

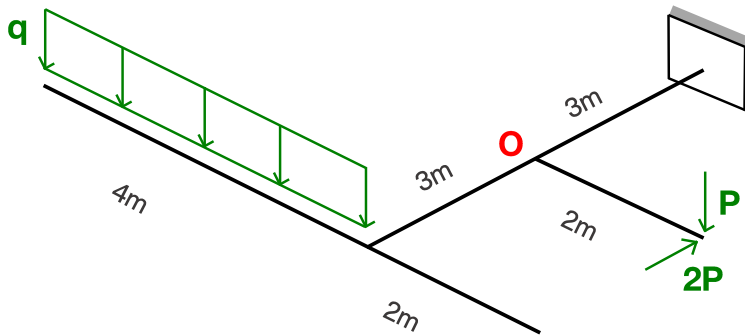
TB036 Estática

Diagramas de Características **3D**

1er Cuatrimestre 2025



Para la siguiente ménsula, se pide hallar el momento flector de dimensionamiento y la sección más solicitada a **torsión**. Verifique el equilibrio en el nudo O.



Acciones

$$P = 15 \text{ kN}$$

$$q = 5 \text{ kN/m}$$

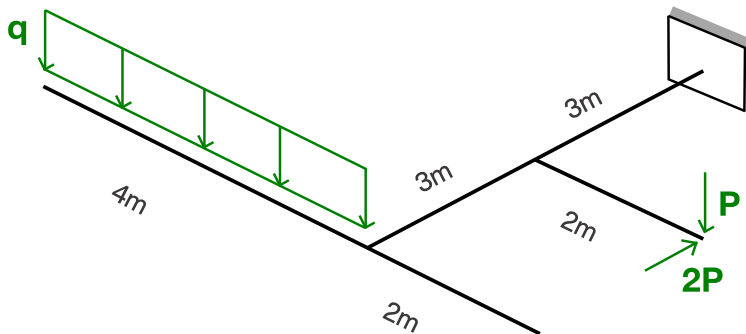


Análisis cinemático

¿GL?

¿CV?

¿VA?



Es una **MENSULA** (=chapa empotrada)

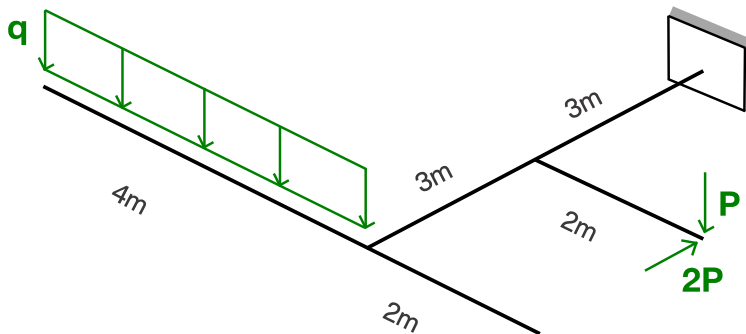
Como es un solo cuerpo rígido, en el espacio, tiene 6GL (3 giros, 3 desplazamientos)

Empotramiento restringe todos los GL posibles, CV=6

Única chapa y empotrada, garantiza que no habrá vinculación aparente.



Resolución



Hay dos caminos de resolución
(en este caso y *casí* siempre)

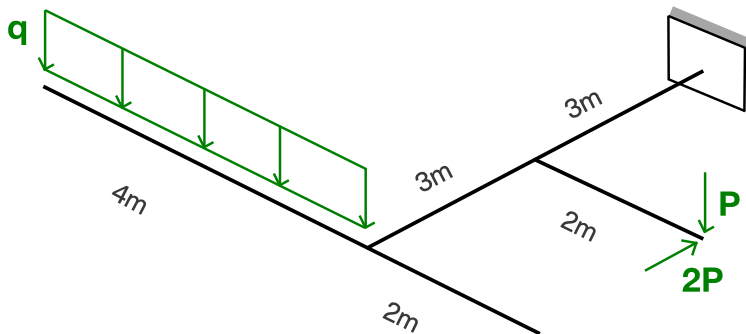
Uno es trabajar con este
estado de carga completo

O sino, trabajarlo aplicando el
Principio de Superposición de
Efectos (PSE para los amigos).

Resolveremos sin PSE.



Resolución

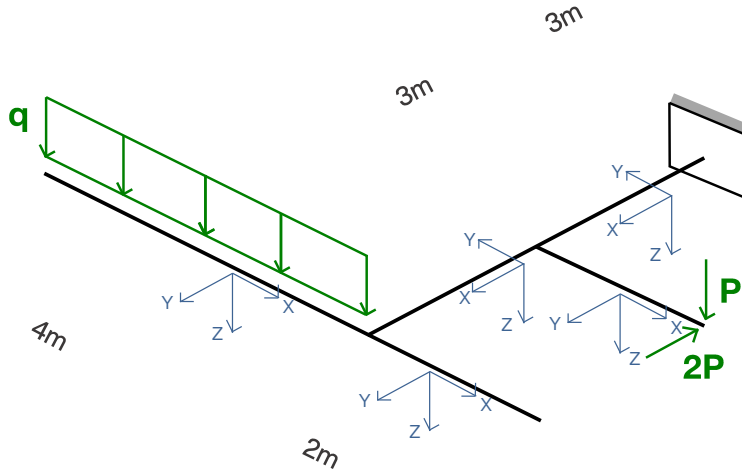


Siempre, hay que observar si la **terna** local es **dato**.

En este caso, no lo es, entonces ¡hay que definirlo!



Resolución



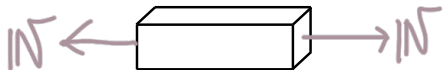
Convenciones para definirlo:

- Eje x en dirección del eje de la barra.
- Eje z “hacia abajo”, en el sentido de la gravedad.
- Eje y sale con regla de la mano derecha.

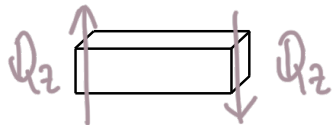


Solicitaciones internas en el plano: 3

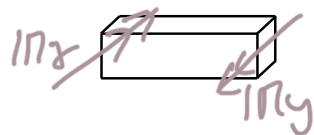
Normal/Esf. Axil



Corte Z

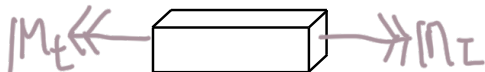


Momento Y

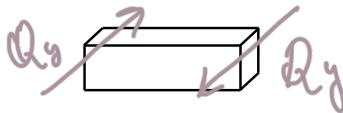


Solicitaciones internas en el espacio: 6

Normal/Esf. Axil



Corte Z

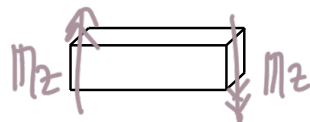


Momento Y

Torsión

Corte Y

Momento Z





Relaciones diferenciales

Normal/Esf. Axil

$$\frac{dN(x)}{dx} = -q_x(x)$$

Corte Z

$$\frac{dQ_z(x)}{dx} = -q_z(x)$$

Momento Y

$$\frac{dM_y(x)}{dx} = Q_z(x)$$

Torsión

$$\frac{dM_t(x)}{dx} = -m_t(x)$$

Corte Y

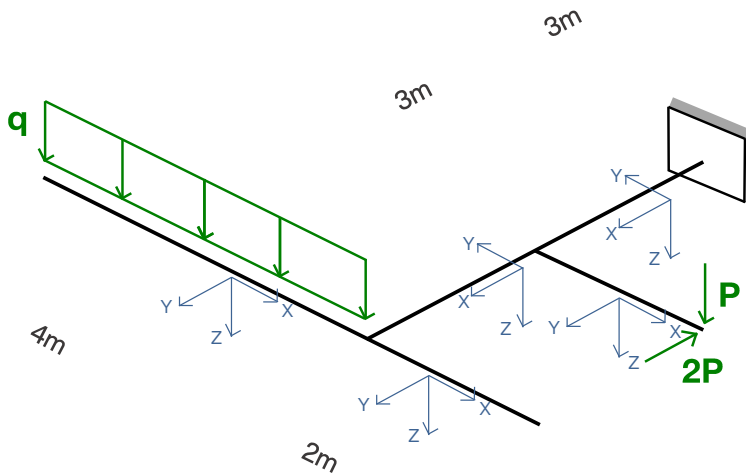
$$\frac{dQ_y(x)}{dx} = -q_y(x)$$

Momento Z

$$\frac{dM_z(x)}{dx} = -Q_y(x)$$



Resolución



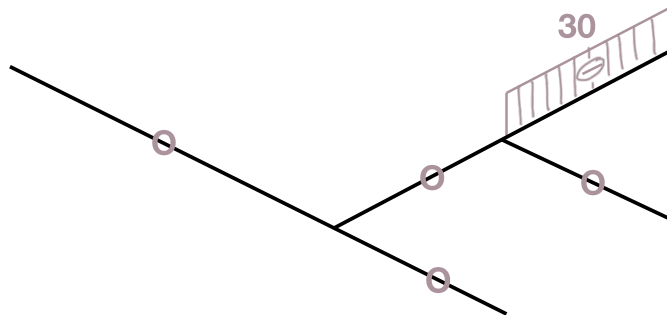
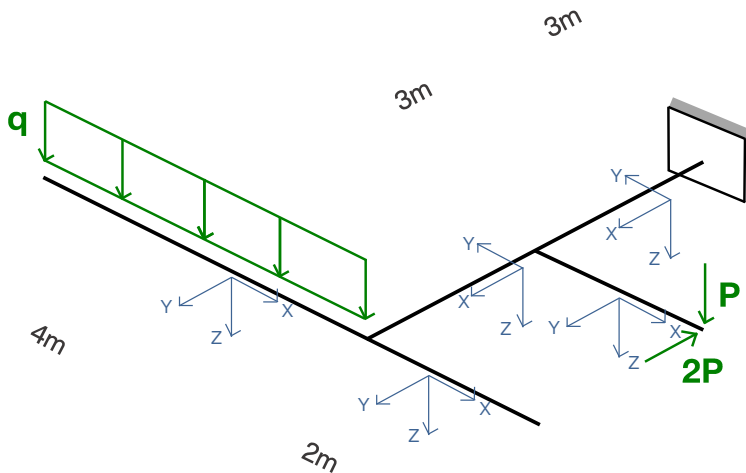
Resolveremos sin hallar las RVE previamente, no es estrictamente necesario hacerlo.

“Barremos” yendo de extremos libres hacia el empotramiento.



Normal $N(x)$ (kN)

Plano XZ



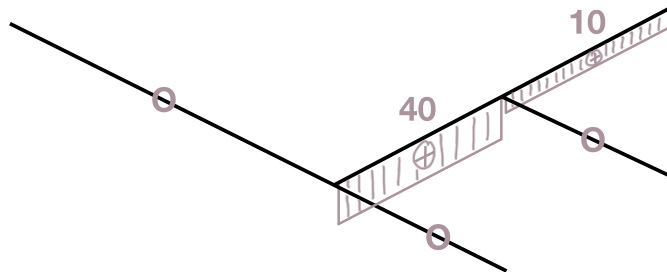
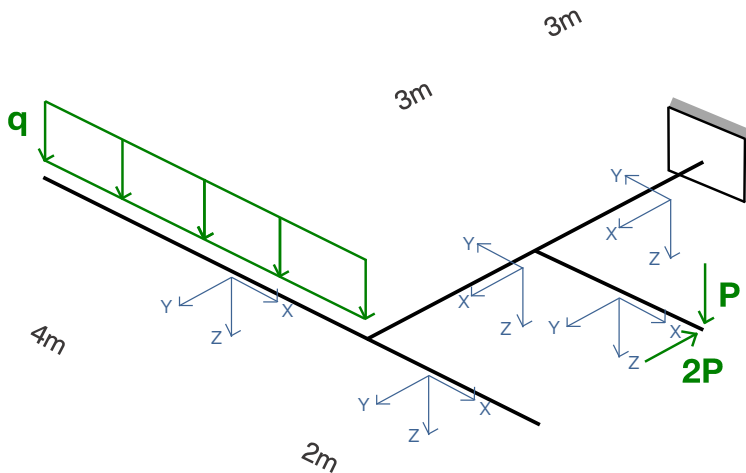
$$\frac{dN(x)}{dx} = -q_x(x)$$



Momento torsor $M_t(x)$ (kNm)

Plano XZ

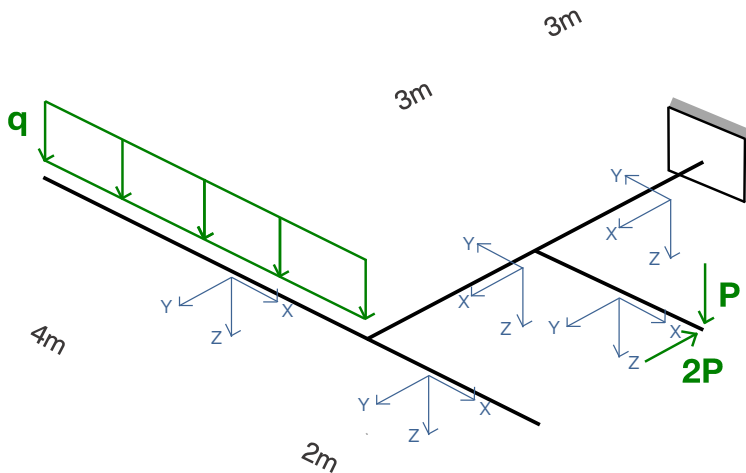
$$\frac{dM_t(x)}{dx} = -m_t(x)$$



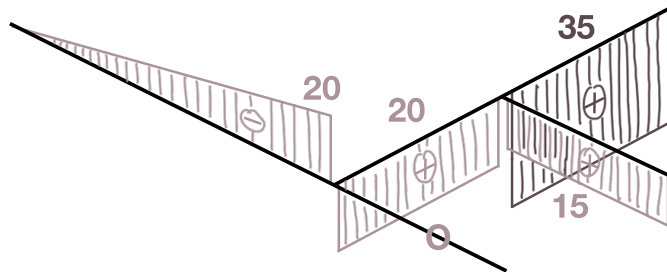
$$\begin{aligned} (q \times 4m) \times 2m &= +40 \\ -P \times 2m + (q \times 4m) \times 2m &= +10 \end{aligned}$$



Corte en z $Q_z(x)(kN)$ Plano XZ



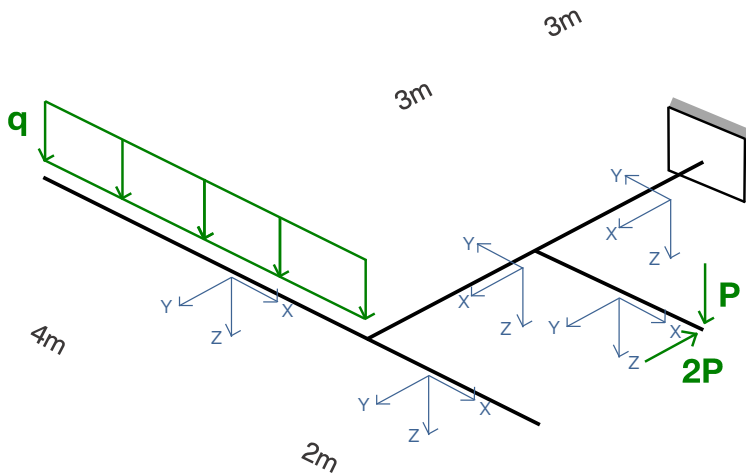
$$\frac{dQ_z(x)}{dx} = -q_z(x)$$



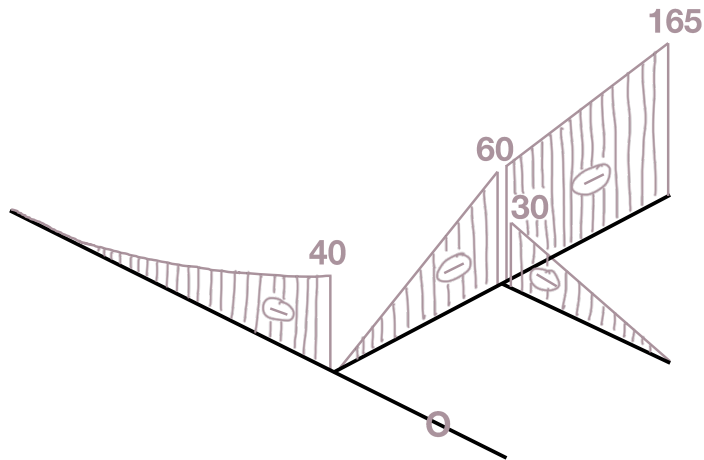


Momento en y $M_y(x)(kNm)$

Plano XZ



$$\frac{dM_y(x)}{dx} = Q_z(x)$$

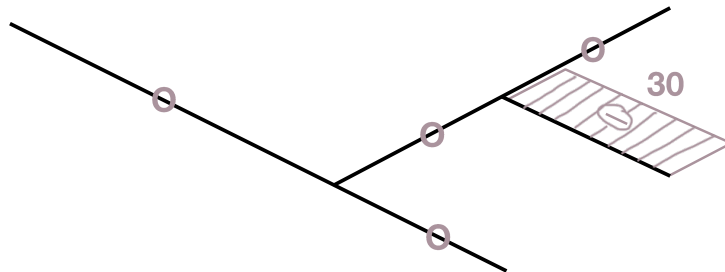
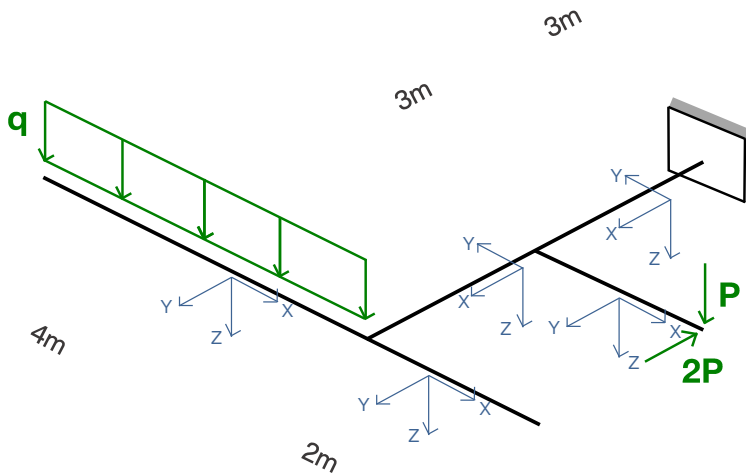


$$\begin{aligned} (q \times 4m) \times 2m &= 40 (-) \\ (q \times 4m) \times 3m &= 60 (-) \\ P \times 2m &= 30 (-) \\ (q \times 4m) \times 6m + P \times 3m &= 165 (-) \end{aligned}$$



Corte en y $Q_y(x)$ (kN)

Plano XY

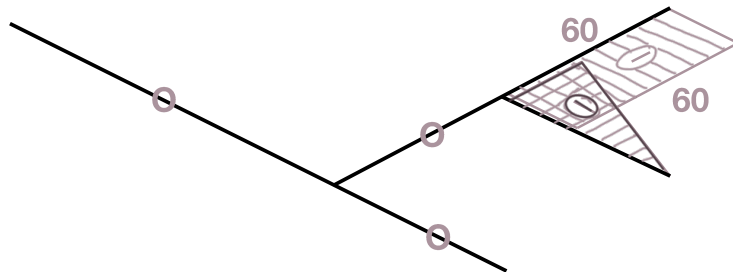
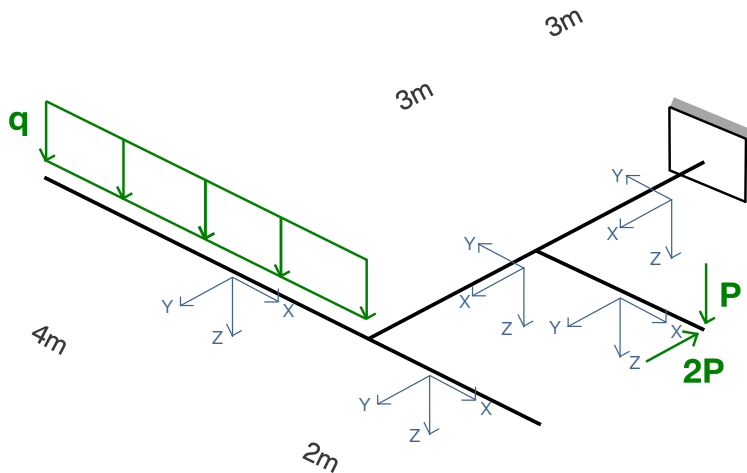


$$\frac{dQ_y(x)}{dx} = -q_y(x)$$



Momento en z $M_z(x)$ (kNm)

Plano XY

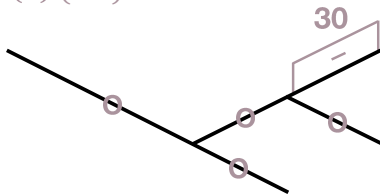


$$\frac{dM_z(x)}{dx} = -Q_y(x)$$

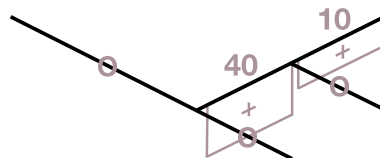
$$2P \times 2m = 60(-)$$
$$2P \times 2m = 60(-)$$



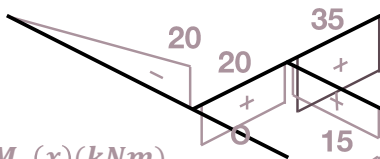
$N(x) (kN)$



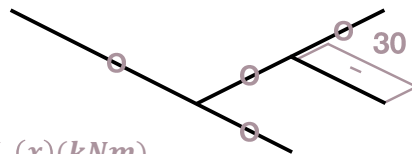
$M_t(x) (kNm)$



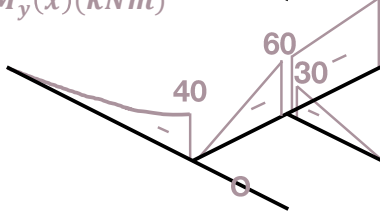
$Q_z(x) (kN)$



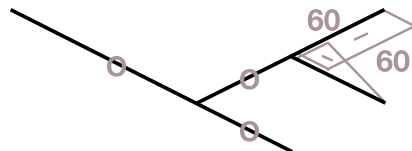
$Q_y(x) (kN)$



$M_y(x) (kNm)$



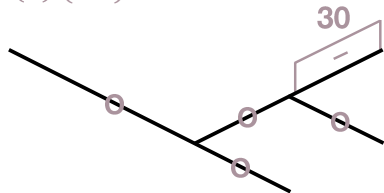
$M_z(x) (kNm)$



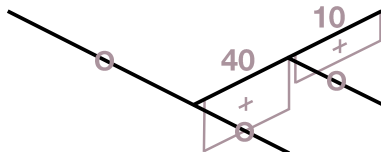


Diagramas de Características 3D

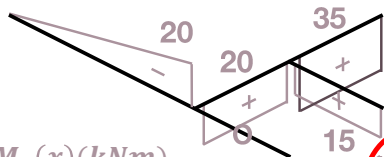
$N(x) (kN)$



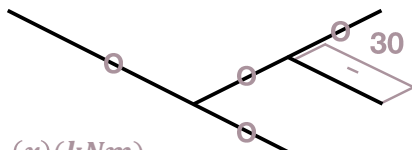
$M_t(x) (kNm)$



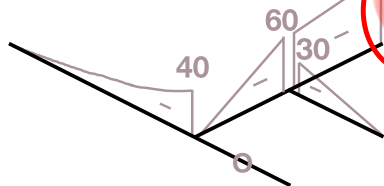
$Q_z(x) (kN)$



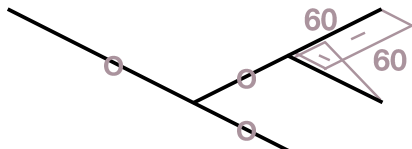
$Q_y(x) (kN)$



$M_y(x) (kNm)$



$M_z(x) (kNm)$



Se pide hallar **el momento flector de dimensionamiento** y la sección más solicitada a torsión. Verifique el equilibrio en el nudo O.

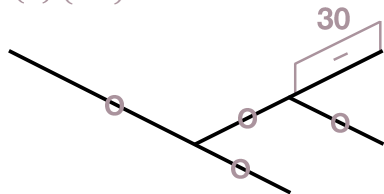
El momento flector pedido es aquel que tiene **mayor valor en toda la ménsula**

$$M_f^{dim} = 165 \text{ kNm}$$

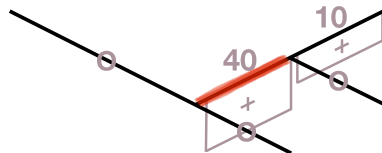
Está ubicado en el empotramiento



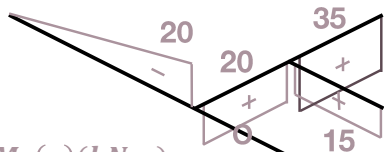
$N(x) (kN)$



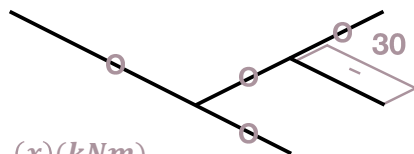
$M_t(x) (kNm)$



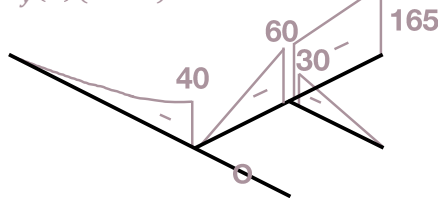
$Q_z(x) (kN)$



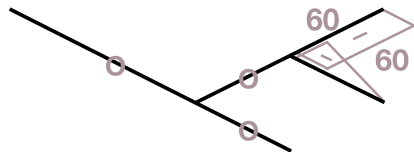
$Q_y(x) (kN)$



$M_y(x) (kNm)$



$M_z(x) (kNm)$



Se pide hallar el momento flector de dimensionamiento y la **sección más solicitada a torsión**. Verifique el equilibrio en el nudo O.

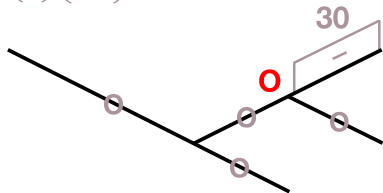
Hay que hallar la sección donde el momento torsor es mayor

$M_t = 40 \text{ kNm}$
en cualquier
sección de la
barra indicada

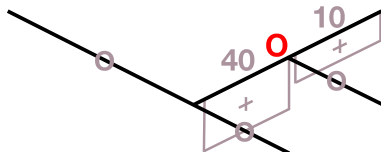


Diagramas de Características 3D

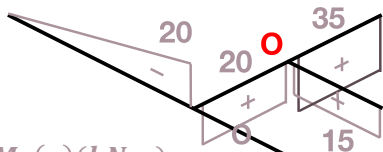
$N(x) (kN)$



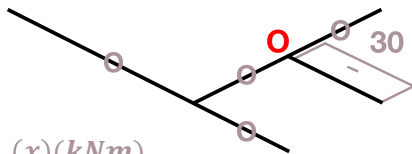
$M_t(x) (kNm)$



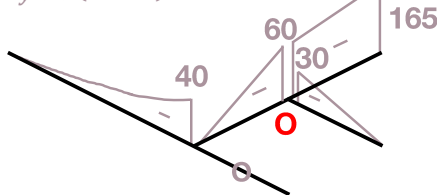
$Q_z(x) (kN)$



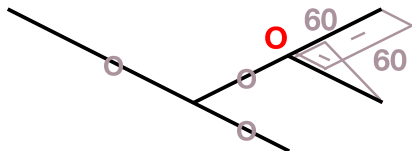
$Q_y(x) (kN)$



$M_y(x) (kNm)$

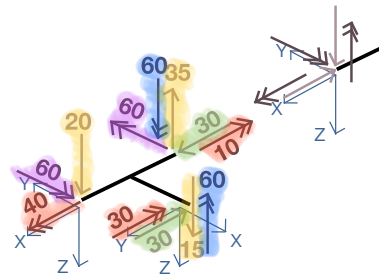


$M_z(x) (kNm)$



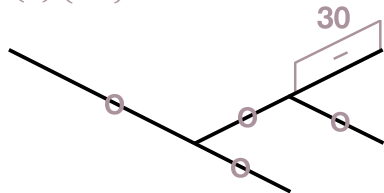
Se pide hallar el momento flector de dimensionamiento y la sección más solicitada a torsión. **Verifique el equilibrio en el nudo O.**

Con mirar los diagramas basta.

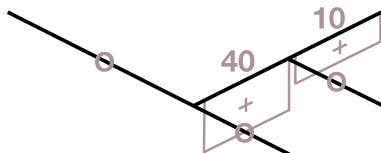




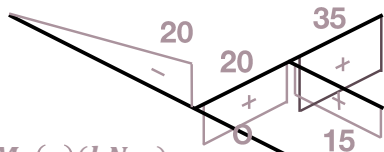
$N(x) (kN)$



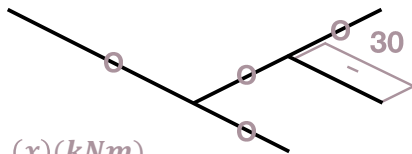
$M_t(x) (kNm)$



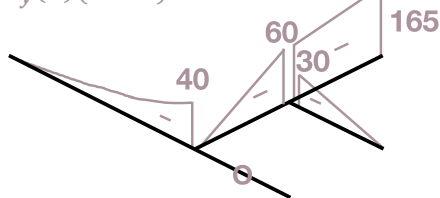
$Q_z(x) (kN)$



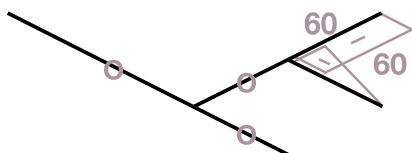
$Q_y(x) (kN)$



$M_y(x) (kNm)$

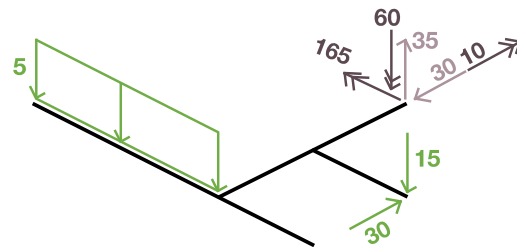


$M_z(x) (kNm)$



BONUS :D

RVE con los diagramas, sigue la misma metodología para equilibrio de nudos!



Si se resuelve con estas RVE, se llega exactamente a lo mismo (se tarda más)