



*Universidad de Buenos Aires*

FACULTAD DE INGENIERIA



# ESTATICA

C1-2024

(TB036)

## TEMA 5

### Esfuerzos internos / 3D.

# Esfuerzos internos



## 4.1. INTRODUCCIÓN

Si un sistema de fuerzas en equilibrio  $F_1, F_2, \dots, F_n$  está actuando sobre un cuerpo libre, se dice que dicho cuerpo se encuentra en *equilibrio*. Si se considera un cuerpo tipo barra, como por ejemplo el de la Fig. 4.1, sometido a un sistema de fuerzas en equilibrio, y si se practica un corte por medio de un plano  $\alpha$  y se separa la parte *I* de la parte *II*, aparecen fuerzas y momentos que rompen el equilibrio inicial.

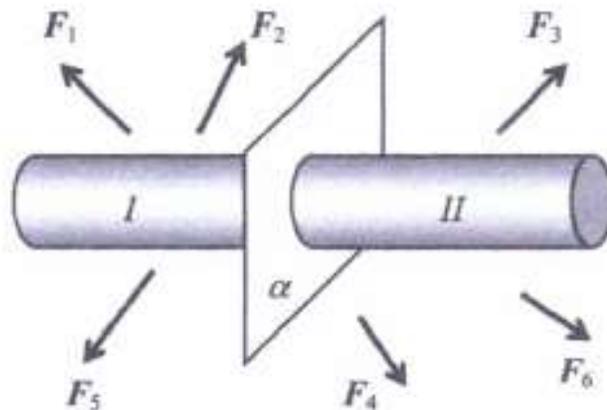


Figura 4.1: Cuerpo en equilibrio

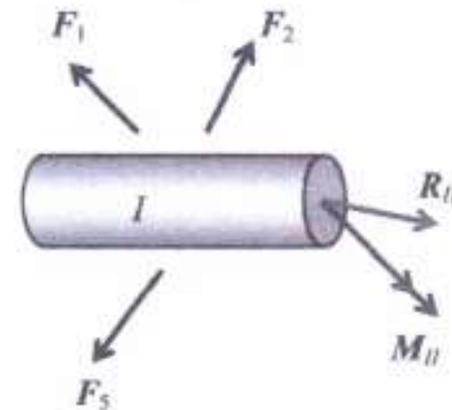
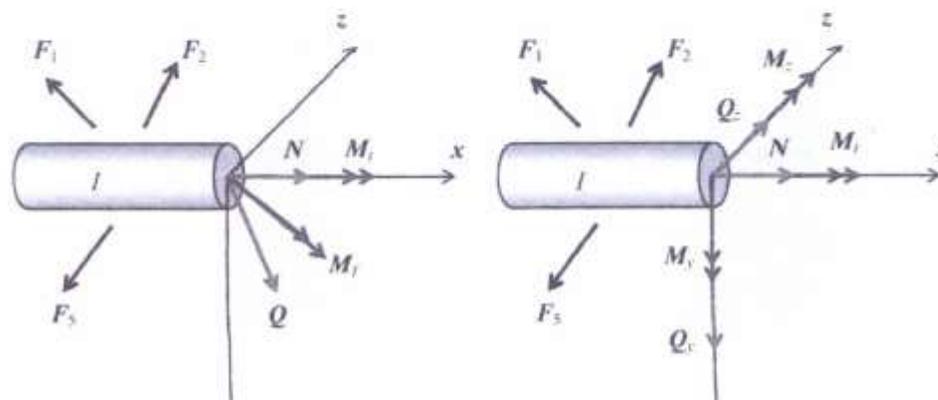


Figura 4.2: Cuerpo seccionado por un plano

# Esfuerzos internos



Trasladando el sistema fuerza-par resultante de las fuerzas que actúan en el cuerpo *II* al origen de coordenadas, se equilibra la parte *I*, como se ve en la Fig. 4.3. La componente de la fuerza en la dirección del eje *x* se denomina *esfuerzo axial o normal* y se identifica con la letra *N*; la componente en el plano de la sección transversal se llama *esfuerzo de corte* y se identifica con la letra *Q*. La componente del par de fuerzas en la dirección del eje *x* se denomina *momento torsor* y se identifica con la denominación  $M_t$ ; la componente del par de fuerzas en el plano de la sección transversal se conoce como *momento flector* y se lo identifica con  $M_f$ . Tanto el esfuerzo de corte *Q* como el momento flector  $M_f$  pueden, a su vez, descomponerse en la dirección de los ejes *z* e *y* que definen el plano de la sección transversal, obteniéndose de este modo  $Q_z$ ,  $Q_y$ ,  $M_z$  y  $M_y$ .

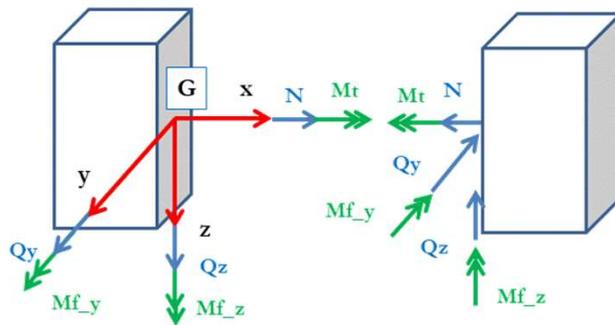


# Esfuerzos internos



Cara positiva  
(o cara izquierda de la sección de análisis)

Cara derecha



$$\mathbf{R}_d(\mathbf{x}) = N(\mathbf{x})\mathbf{i} + Q_y(\mathbf{x})\mathbf{j} + Q_z(\mathbf{x})\mathbf{k}$$

$$\mathbf{M}_d(\mathbf{x}) = M_t(\mathbf{x})\mathbf{i} + M_{fy}(\mathbf{x})\mathbf{j} + M_{fz}(\mathbf{x})\mathbf{k}$$

$N(\mathbf{x})$ : esfuerzo normal

$Q_y(\mathbf{x}); Q_z(\mathbf{x})$ : esfuerzos de corte, cortantes, cizalladura

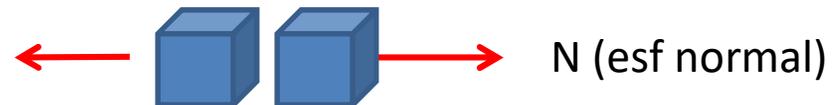
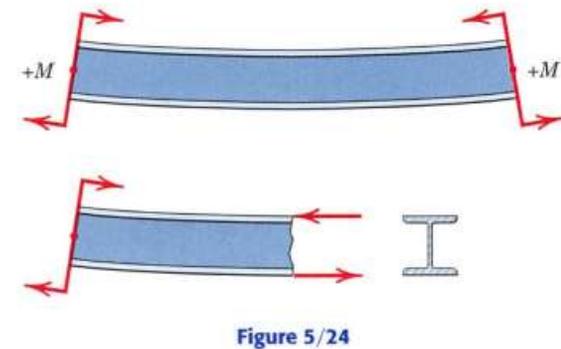
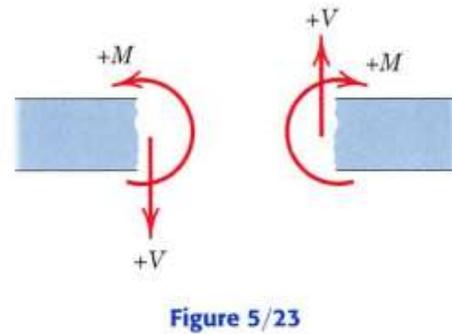
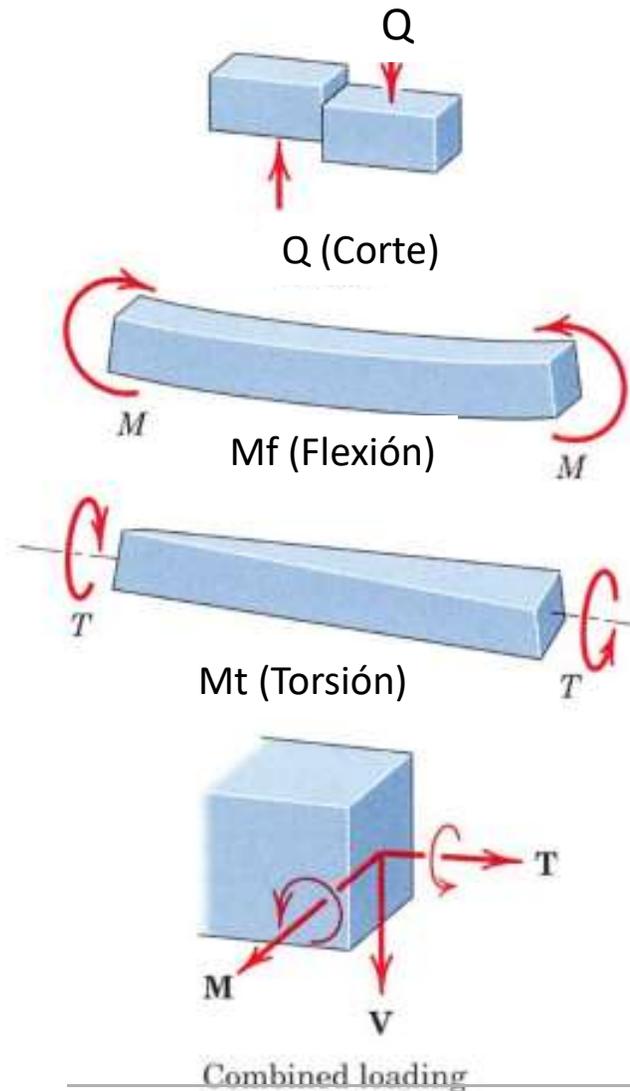
$M_t(\mathbf{x})$ : momento torsor

$M_{fy}(\mathbf{x}); M_{fz}(\mathbf{x})$ : momento flectores

# Esfuerzos internos



## Esfuerzos que puede soportar una estructura



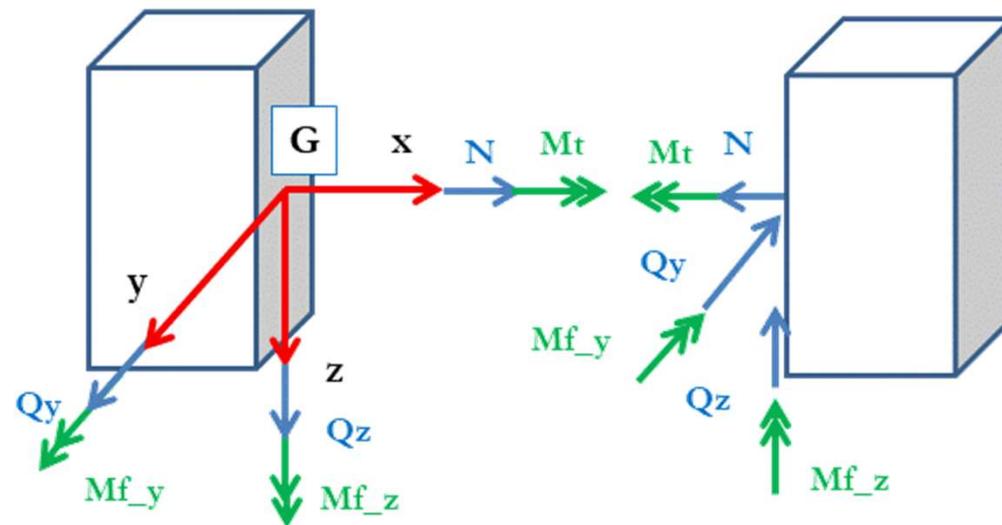
# Esfuerzos internos



## Convención de signos: esfuerzos positivos

Cara positiva  
(o cara izquierda de la sección de análisis)

Cara derecha



Los esfuerzos los consideramos positivos cuando sus respectivos vectores hacen proyección positiva respecto de los ejes coordenadas de la cara positiva.

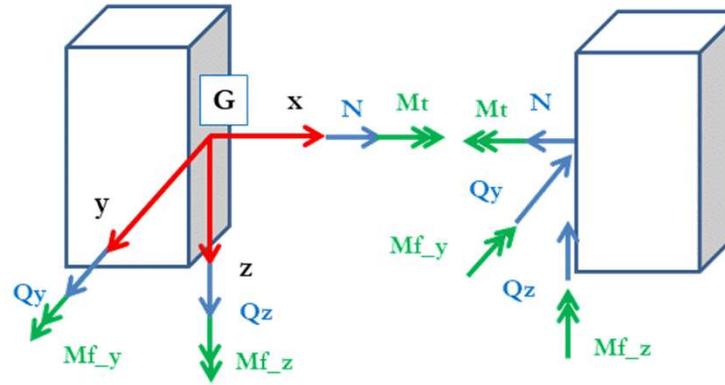
Los diagramas los dibujamos coincidiendo su signo con el eje correspondiente, perpendicular al eje de la barra.

# Esfuerzos internos



Cara positiva  
(o cara izquierda de la sección de análisis)

Cara derecha

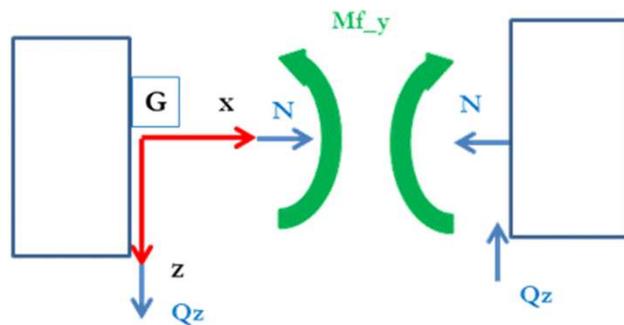


Esfuerzos positivos  
Plano Vertical X-Z

Esfuerzos positivos  
Plano Horizontal X-Y

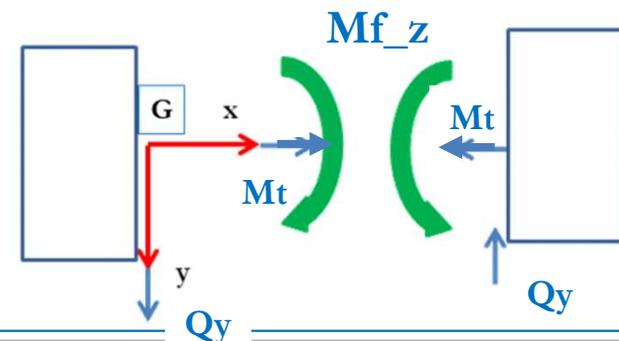
Cara positiva  
(o cara izquierda de la sección de análisis)

Cara derecha



Cara positiva  
(o cara izquierda de la sección de análisis)

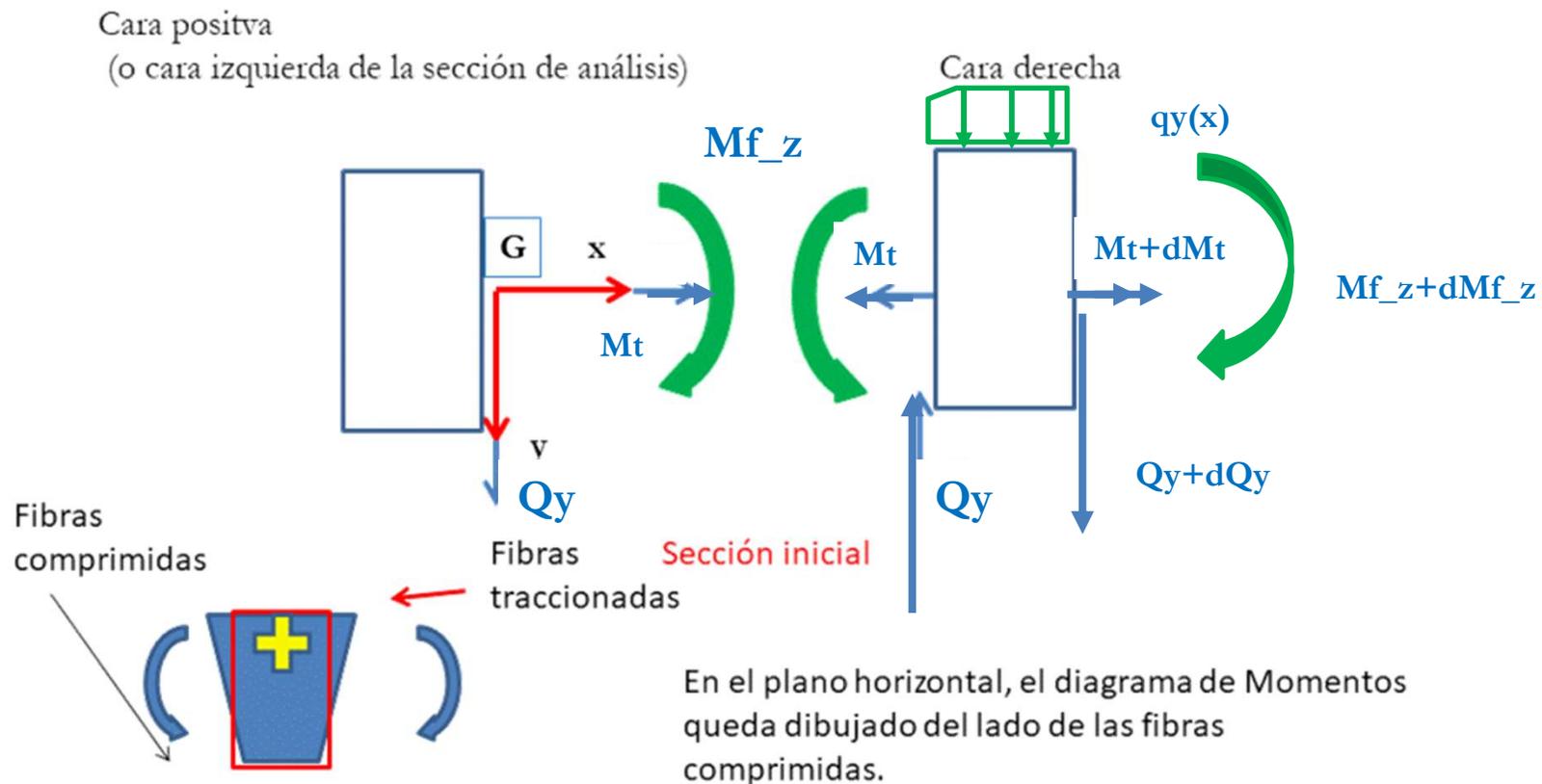
Cara derecha



# Esfuerzos internos



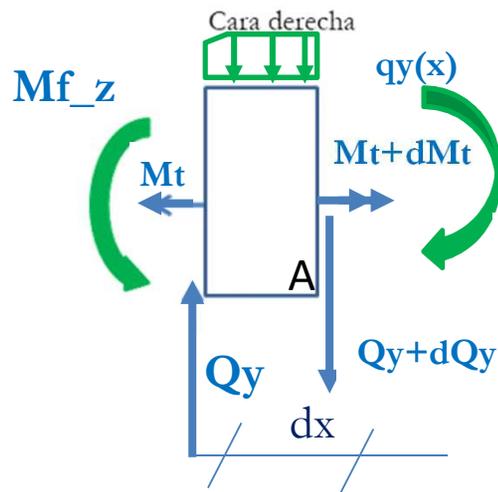
## Esfuerzos positivos Plano Horizontal Plano X-Y



# Esfuerzos internos



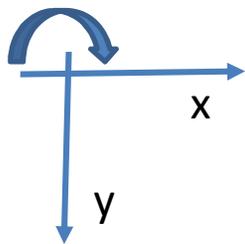
## Esfuerzos positivos Plano Horizontal Plano X-Y



$$-M_t + M_t + dM_t + m_t(x) * dx = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{dM_t}{dx} = -m_t(x)$$

$$-Q_y + Q_y + dQ_y + q_y(x) * dx = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{dQ_y}{dx} = -q_y(x)$$

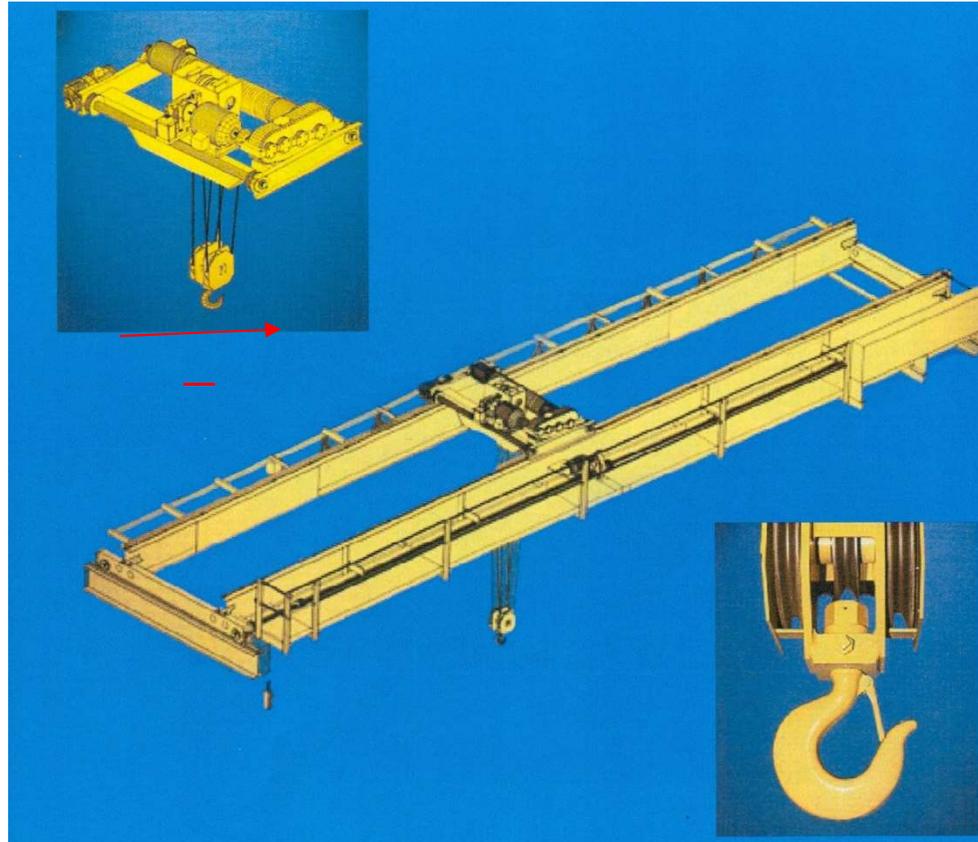
$$-M_{f_z} + M_{f_z} + dM_{f_z} + Q_y(x) * dx = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{dM_{f_z}}{dx} = -Q_y(x)$$



# Esfuerzos internos



## Viga puente grúa

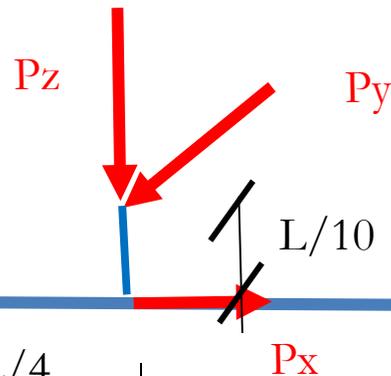


# Esfuerzos internos

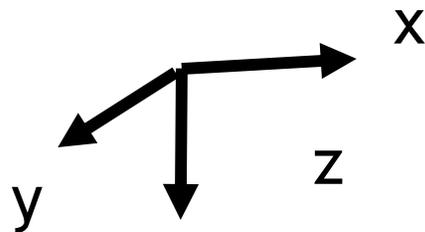


## Viga puente grúa

A: Desplazamientos  $x, y, z$   
y giro  $tita_x$  impedidos

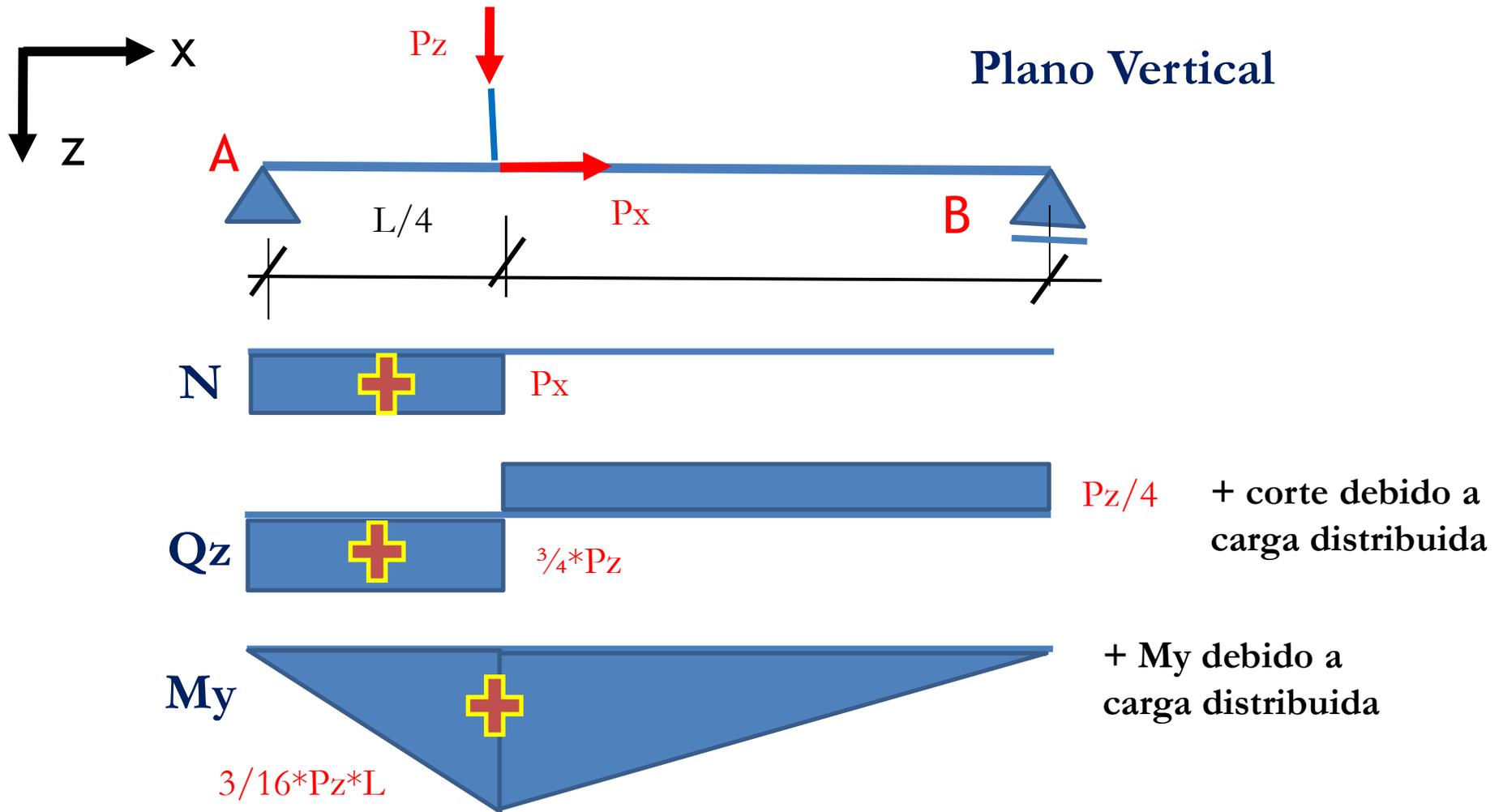


B: Desplazamientos  $y, z$   
impedidos. Desplazamiento  $x$   
libre.

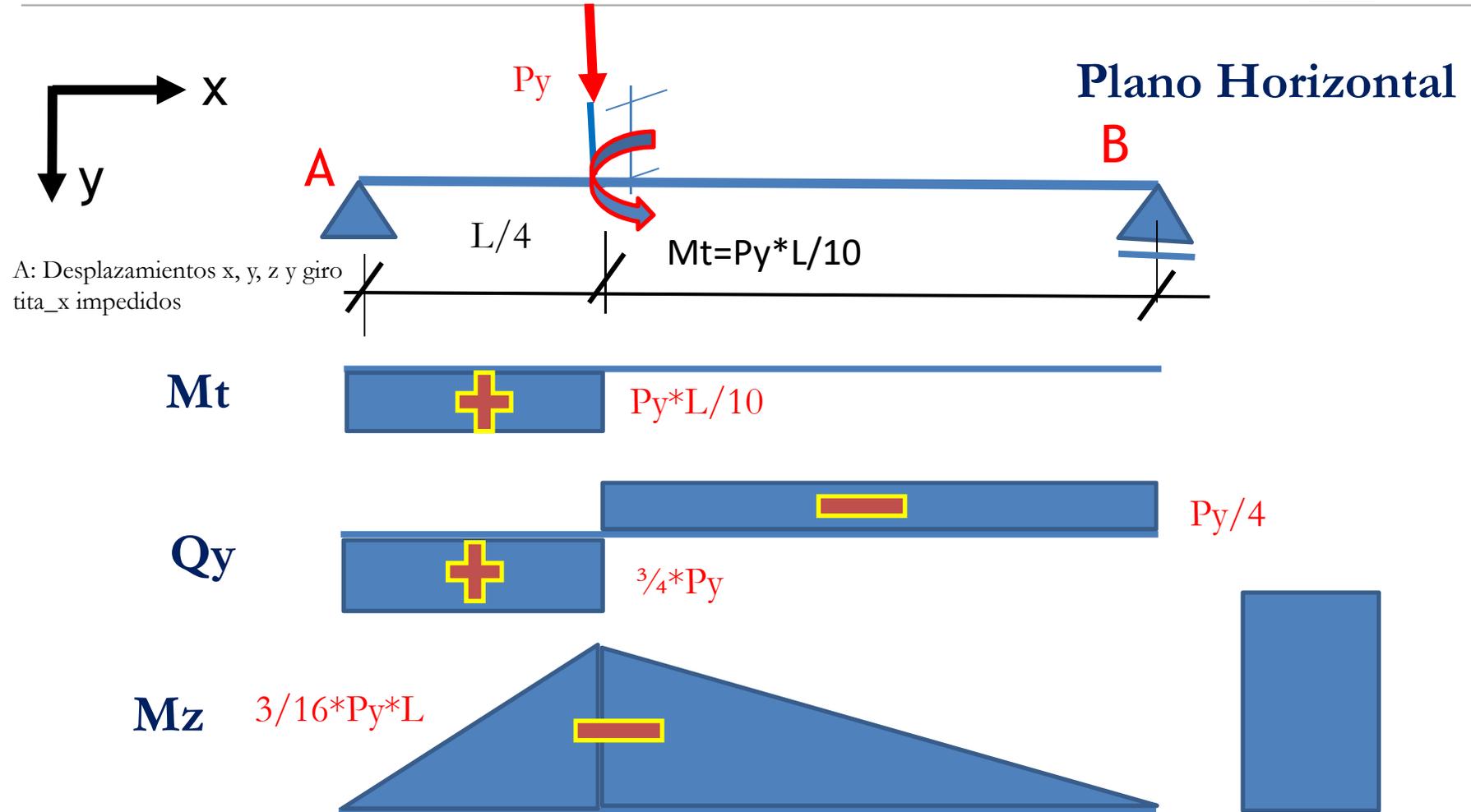


Carga de frenado  $P_x = 5 \text{ kN}$   
Peso del carro  $P_z = 50 \text{ kN}$   
Fuerza de bamboleo  $P_y = 10 \text{ kN}$   
 $L = 6 \text{ m}$   
\*Peso de la viga AB  $q = 1 \text{ kN/m}$

# Esfuerzos internos



# Esfuerzos internos

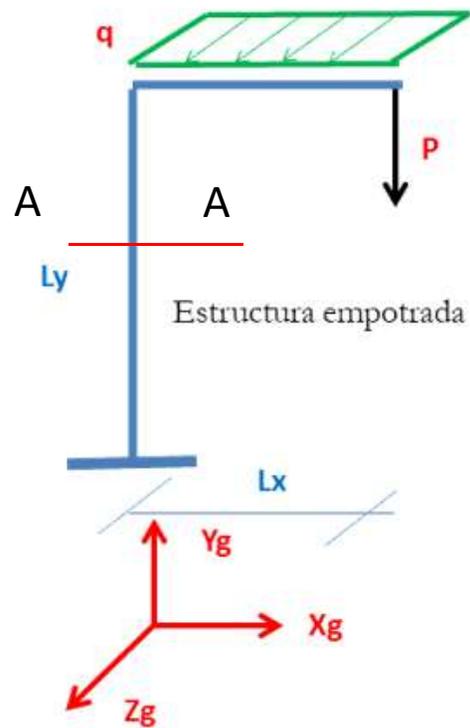


# Esfuerzos internos

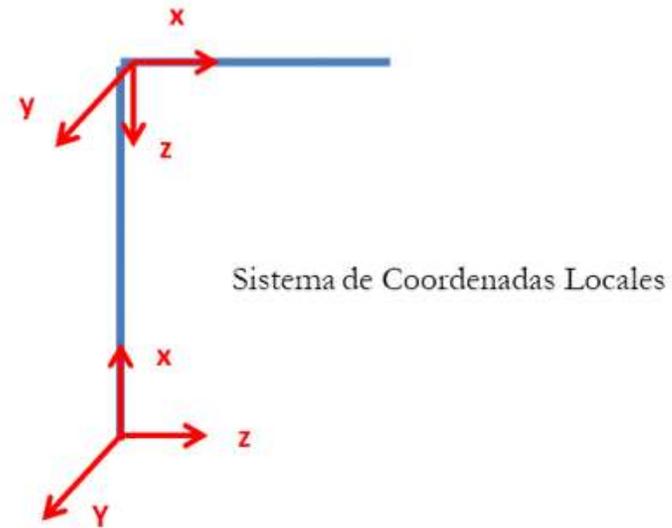


## Ejemplo 3D

Esfuerzos característicos  
Ejercicio 3D



Sistema de Coordenadas globales



Sistema de Coordenadas Locales

# Esfuerzos internos



## Ejemplo 3D

En este ejemplo resolvemos reduciendo la resultante de los esfuerzos que actúan a la derecha de la sección de análisis, al baricentro de la cara izquierda (cara positiva).

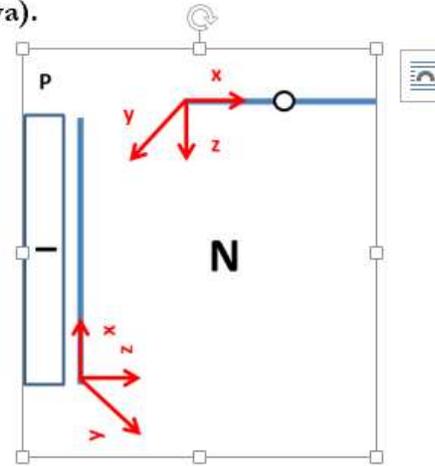
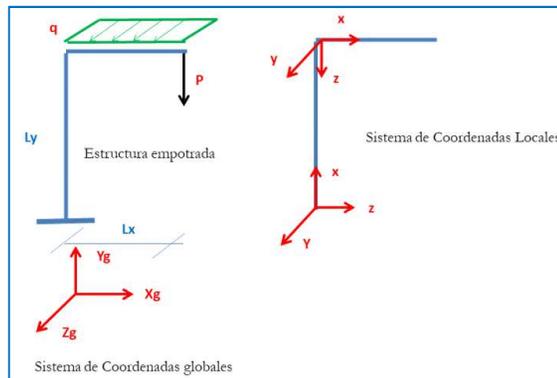
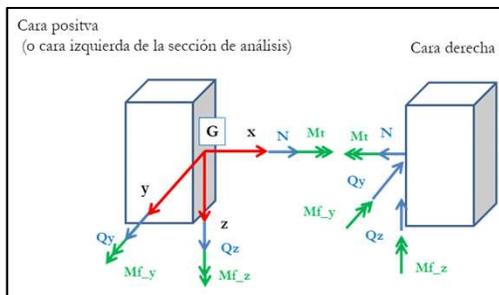
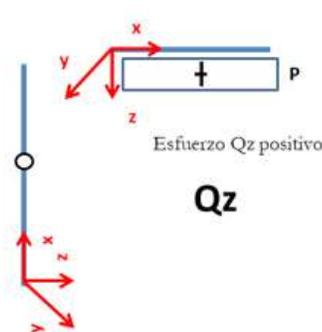


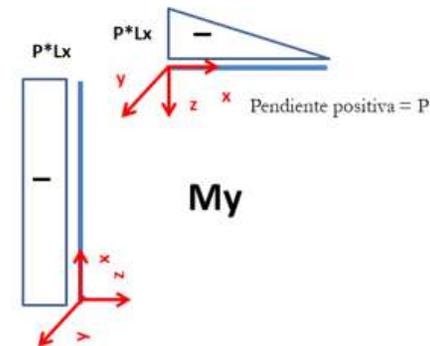
Fig. 4: Esfuerzo normal de compresión



### Esfuerzos Positivos



Esfuerzo de corte  $Q_z$ , plano vertical

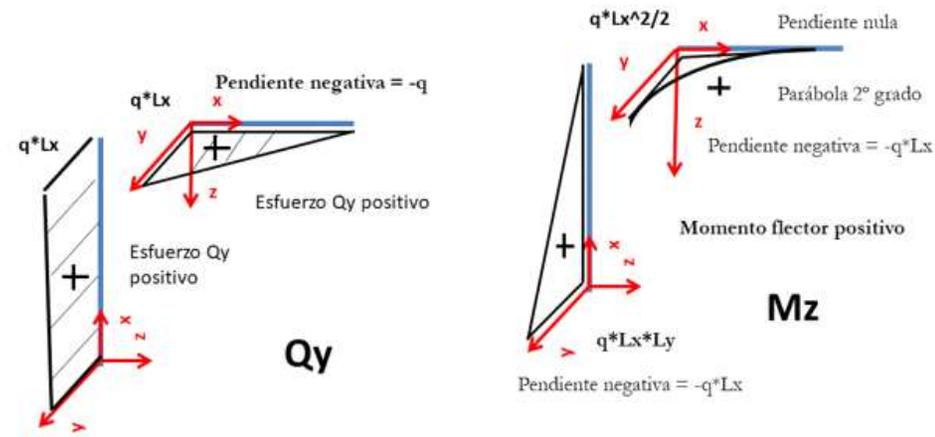
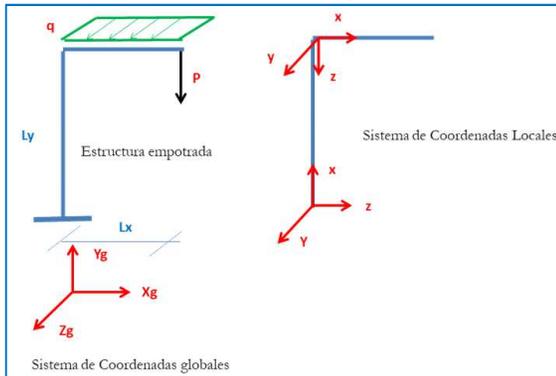


Momento flector  $M_y$ , plano vertical

# Esfuerzos internos

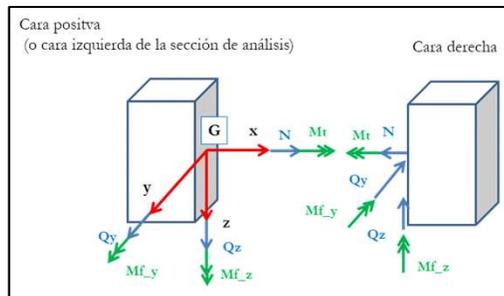


## Ejemplo 3D

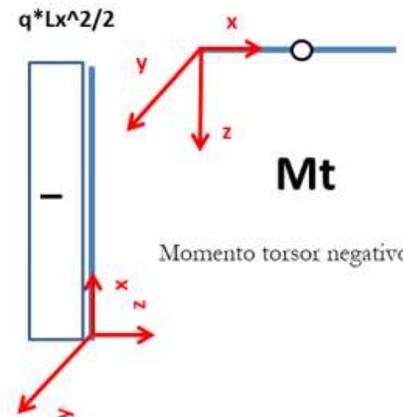


*Esfuerzo de corte  $Q_y$ , plano horizontal*

*Momento flector  $M_z$ , plano horizontal*  
Fig. 6



## Esfuerzos Positivos



*Fig. 7: Momento torsor*