

HOJA
1

22 DE MAYO 2020

TEMA

CUERPOS VINCULADOS – PARTE 3

TRABAJO PRÁCTICO Nº3

TP3

CUERPOS
VINCULADOS

CURSO 4 – CARNICER – PARENTE

F.I.U.B.A.
D.T.O. ESTABILIDAD
84.02 /64.11
ESTABILIDAD 1

PRIMER CUAT. 2020

MODALIDAD ONLINE

1 CUAT. 2020

CURSO 4
PARENTE



www.ingenieria.uba.ar

Cadena cinemática de n chapas cerradas

El sistema constituido por n chapas articuladas cuyas chapas extremas se articulan entre sí, recibe el nombre de **cadena cinemática cerrada de n chapas**. $n \geq 3$

Como vimos los dispositivos de articulación restringen dos grados de libertad al sistema.

TEMA

TP3

Consideremos **tres chapas, $n=3$**

Cada chapa tiene 3 grados de libertad, por lo que el conjunto de tres chapas tendrían 9 grados de libertad.

Vinculamos entre sí las chapas con articulaciones relativas: A12, A23 y A31, cada una restringe 2 grados de libertad.

Resulta que los grados de libertad del sistema nos queda $GL=9-6=3$.

Por lo tanto necesitaremos 3 condiciones de vínculo para que el sistema sea isostático.

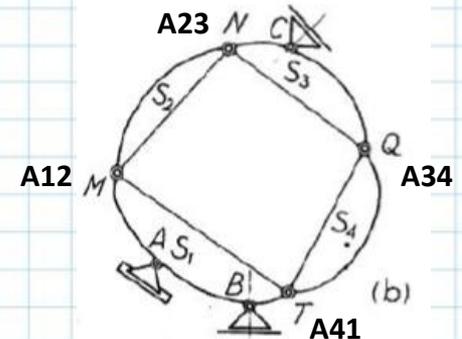
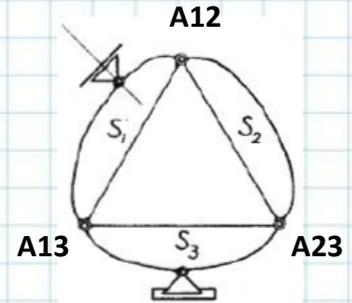
Consideremos **cuatro chapas, $n=4$**

Cada chapa tiene 3 grados de libertad, por lo que el conjunto de cuatro chapas tendrían 12 grados de libertad.

Vinculamos entre sí las chapas con articulaciones relativas: A12, A23 y A34, A41, cada una restringe 2 grados de libertad.

Resulta que los grados de libertad del sistema nos queda $GL=12-8=4$.

Por lo tanto necesitaremos 4 condiciones de vínculo para que el sistema sea isostático.



Conclusión

Para una cadena cinemática cerrada de n chapas, $GL = n$

Para que el sistema sea isostático necesitamos $RVE = n$

Conclusión

Para una cadena cinemática cerrada de n chapas, $GL = n$

Para que el sistema sea isostático necesitamos $RVE = n$

TEMA

TP3

CUERPOS
VINCULADOS

Si a un cadena cinemática cerrada de n chapas le coloco n vínculos. ¿Es suficiente?

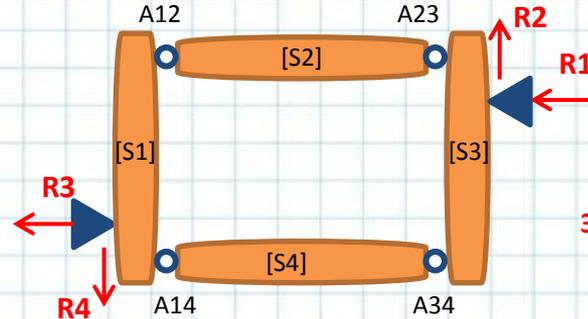
**No, es condición necesaria que $RVE=n$ pero no suficiente.
Debo comprobar que no hay vinculación aparente.**

Supongamos que es Cinemáticamente estable y quiero hallar las n reacciones vínculos. Si es un sistema plano de fuerzas NO concurrentes solo puedo plantear 3 ecuaciones ¿De donde sale el resto?

n incógnitas

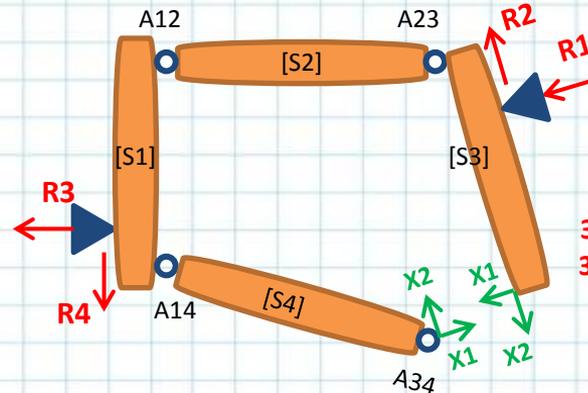
**Ecuaciones de equilibrio general : 3 ecuaciones.
CADENA CERRADA, ABRIRLA en una articulación
Aparecen dos incógnitas más, total n+2 (Ídem a cadena abierta)**

Equilibrio relativo: puedo plantear una ecuación por cada articulación relativa.



$n=4, GL=4, RVE=4$
¿Vinculación aparente?

4 incógnitas
3 Ecuaciones equilibrio general



6 incógnitas
3 Ecuaciones equilibrio general
3 Ecuaciones equilibrio relativo

Cadena cinemática cerrada de tres chapas

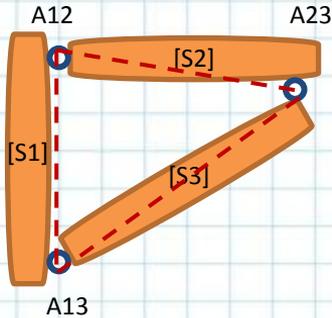
$n=3$, $GL = 3$, $RVE = 3 \Rightarrow$ Sistema isostático.

Una cadena cerrada de tres chapas cerrada puede pensarse como un triángulo formado por chapas y constituye un elemento geométrico rígido.

TEMA

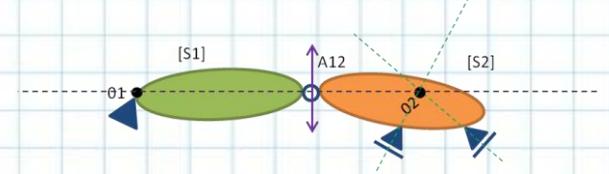
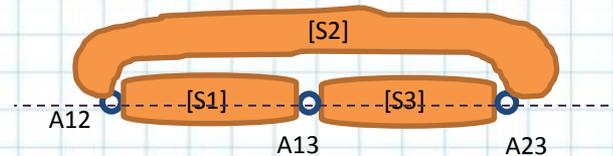
TP3

CUERPOS
VINCULADOS



El comportamiento de una cadena cerrada de tres chapas es igual al de un único cuerpo rígido.

Cuidado en casos donde los vértices están alineados, HAY vinculación aparente interna y no puede ser considerado como un único cuerpo rígido.



Cadena cinemática cerrada de tres chapas

$n=3, GL = 3, RVE = 3 \Rightarrow$ Sistema isostático.

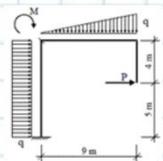
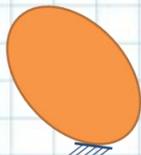
Análisis cinemático:

Vamos a pedir que las articulaciones no estén alineadas, por lo tanto puedo considerar al conjunto de chapas como un único cuerpo rígido.

En consecuencia debemos analizar la vinculación aparente como si fuera una única chapa.

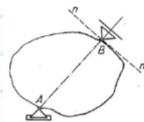
Caso A) Empotrado

El empotramiento en el plano restringe 3 grados de libertad. Por tratarse de una única chapa que tiene restringido sus grados de libertad por el empotramiento, No hay vinculación aparente. SISTEMA CINEMATICAMENTE ESTABLE

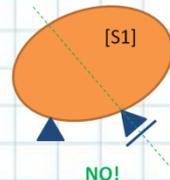


Caso B) 1 Apoyo fijo (2) + 1 Apoyo móvil (1)

$GL = 3$ y $CV = 2 + 1 = 3$
¿Vinculación aparente?



SI!



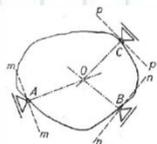
NO!

Análisis cinemático:

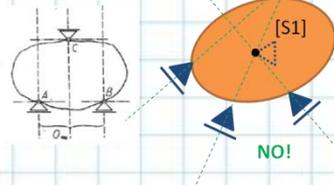
La chapa S1 tiene 3 CV por lo tanto es un sistema isostático. Además como la recta de acción del apoyo móvil no pasa por el punto fijo (Apoyo fijo, polo) no hay vinculación aparente. Conclusión: El sistema es Cinemáticamente estable

Caso C) 3 Apoyos móviles (1)

$GL = 3$ y $CV = 3 \times 1 = 3$
¿Vinculación aparente?



SI!



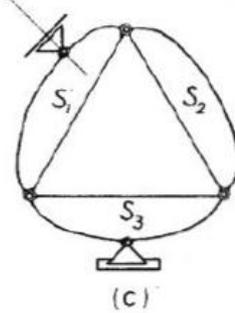
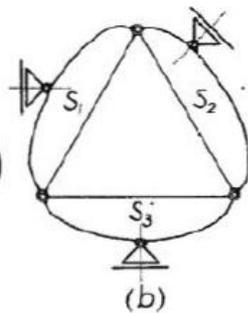
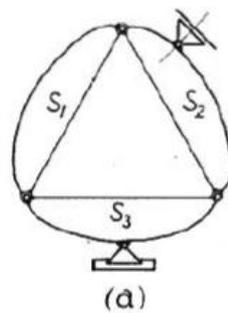
NO!

Análisis cinemático:

La chapa S1 tiene 3 CV por lo tanto es un sistema isostático. Además como las rectas de acción de los apoyos móviles no concurren a punto, no hay vinculación aparente.

Otra manera: En el punto de intersección de los dos móviles tengo un apoyo fijo ficticio. Y la recta de acción del móvil restante no pasa por este punto fijo, no hay vinculación aparente.

Conclusión: El sistema es Cinemáticamente estable



Notar para resolver las RVE, son 3 RVE y nos alcanza con las 3 ecuaciones de equilibrio general para resolverlas.

Cadena cinemática cerrada de tres chapas

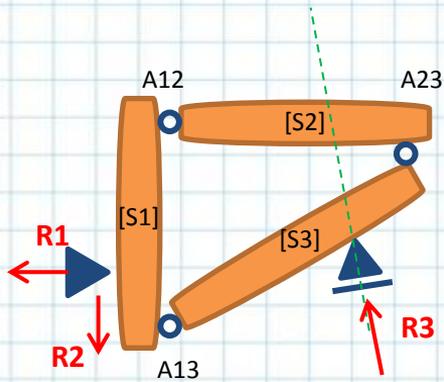
$n=3, GL = 3, RVE = 3 \Rightarrow$ Sistema isostático.

¿Cuándo abrirla? Cuando quiero conocer los DCL de cada chapa, debo abrirla poner en evidencia la vinculación interna de la articulaciones y encontrar sus valores con ecuaciones de equilibrio relativo.

TEMA

TP3

CUERPOS
VINCULADOS



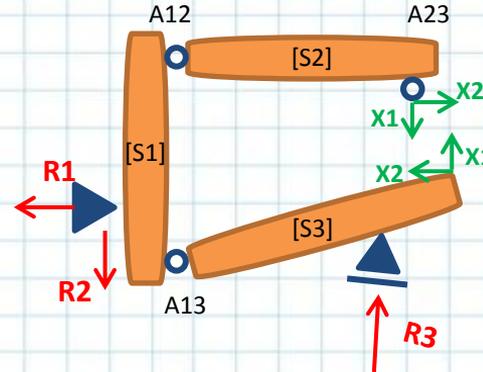
Equilibrio general

$$\sum F_x = 0$$

$$\sum F_y = 0$$

$$\sum M^A = 0$$

Saco R1, R2 y R3



Equilibrio Relativo

$$1. \sum M_{[S2]}^{A12} = 0 \vee \sum M_{[S1, S3]}^{A12} = 0$$

$$2. \sum M_{[S1, S2]}^{A13} = 0 \vee \sum M_{[S3]}^{A13} = 0$$

Saco X1 y X2

F.I.U.B.A.
D.T.O. ESTABILIDAD
84.02 / 64.11
ESTABILIDAD 1

1 CUAT. 2020

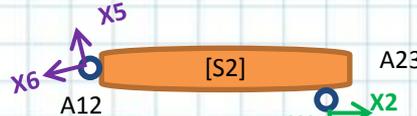
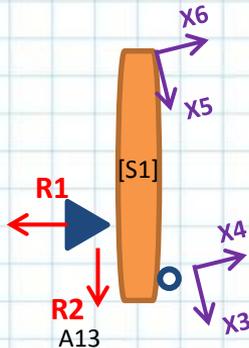
CURSO 4
PARENTE

DCL [S1]
Ec. Equilibrio
Sacamos CVI y
chequeamos.

$$\sum F_x = 0$$

$$\sum F_y = 0$$

$$\sum M^A = 0$$

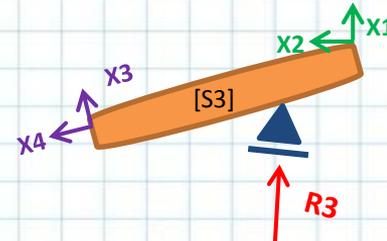


DCL [S2]
Ec. Equilibrio
Sacamos CVI y
chequeamos.

$$\sum F_x = 0$$

$$\sum F_y = 0$$

$$\sum M^A = 0$$



DCL [S3]
Ec. Equilibrio
Sacamos CVI y
chequeamos.

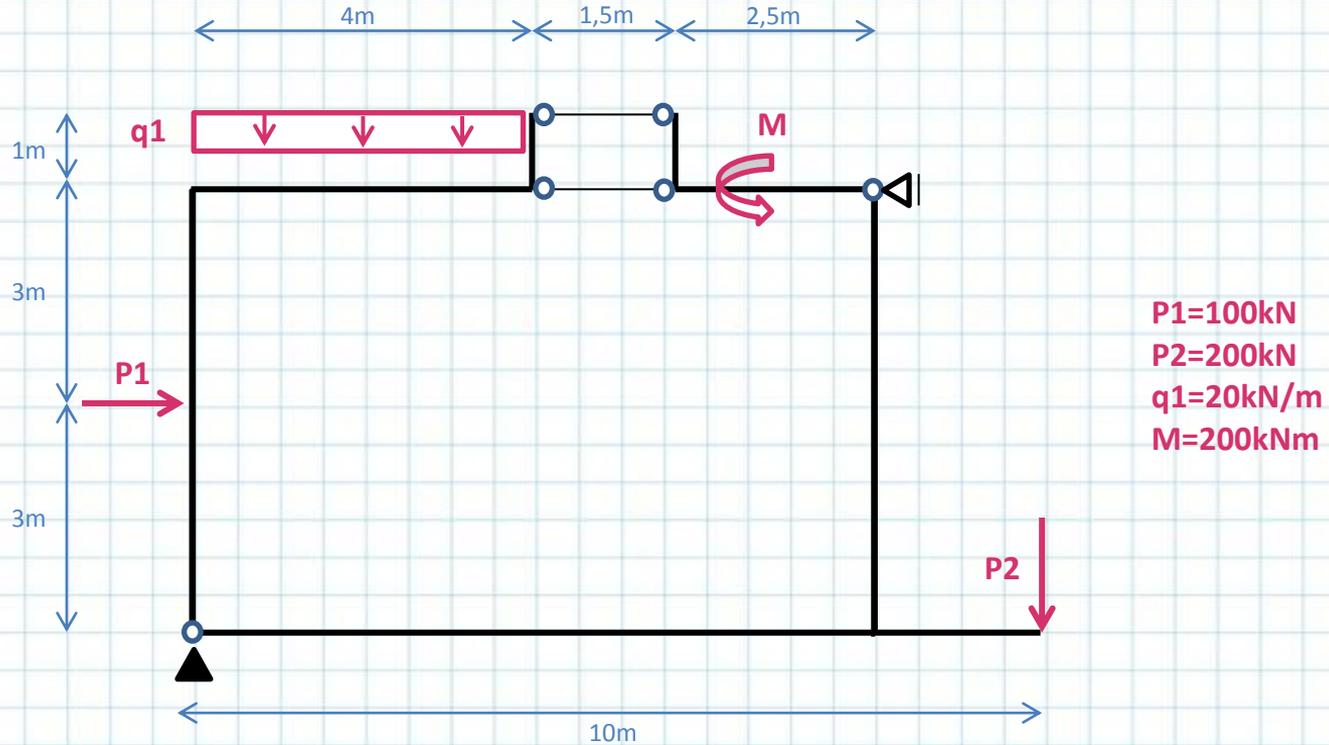
$$\sum F_x = 0$$

$$\sum F_y = 0$$

$$\sum M^A = 0$$

Ejemplo

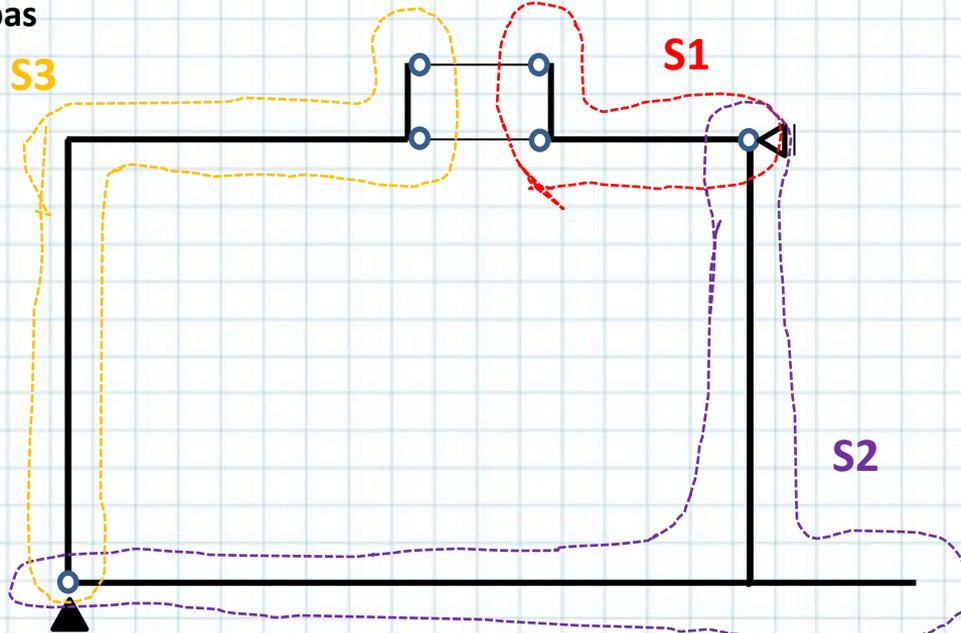
- Realizar el análisis cinemático de la estructura.
- Obtener las reacciones de vínculo externo.
- Obtener las reacciones de vínculo interno y hacer el despiece de la estructura.



Ejemplo

A) Realizar el análisis cinemático de la estructura.

Identifico y nombro las chapas



Nro de chapas: 3
CV: 3 (un apoyo fijo
y uno móvil)

→ El sistema está
Isostáticamente
sustentado

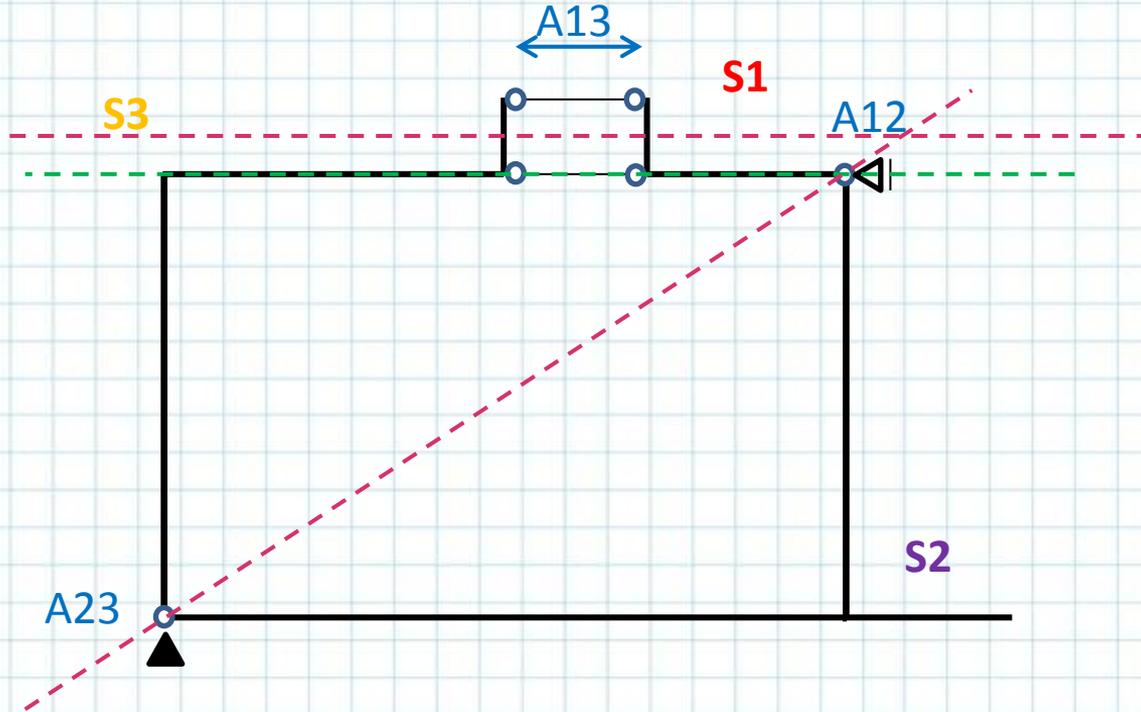
Ejemplo

A) Realizar el análisis cinemático de la estructura.

TEMA

TP3

CUERPOS
VINCLADOS



Análisis de vinculación aparente:

*A23 es un punto fijo que pertenece a S2 y S3

*A23 es un polo de S2

*El apoyo móvil en A12 impide la rotación de S2 respecto del polo

*S2 está fija

*A23 y A12 pertenecen a S2, son puntos fijos

*S1 y S3 forman un arco triarticulado

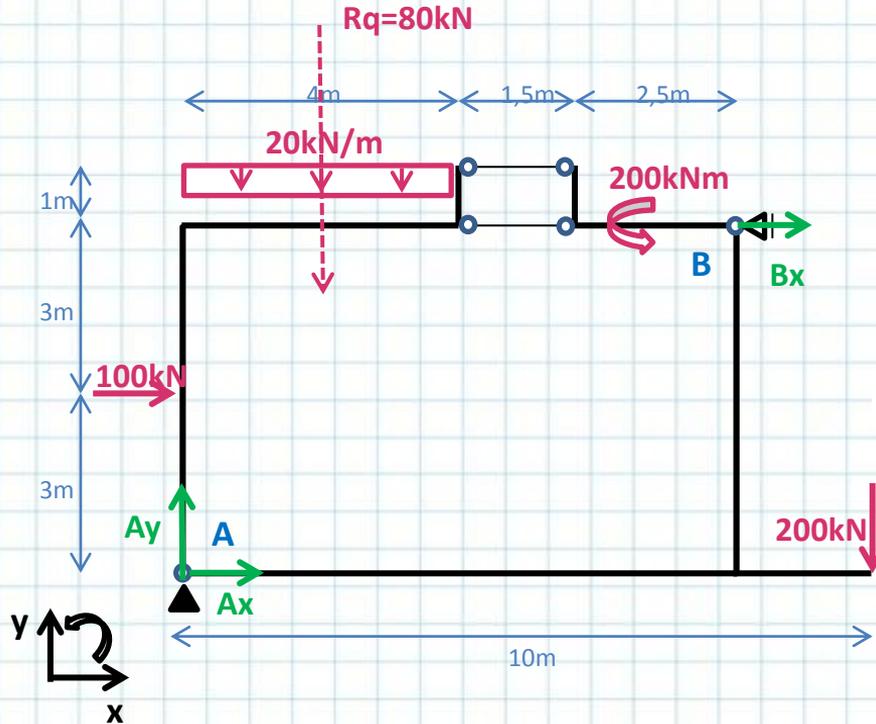
Ejemplo

B) Obtener las reacciones de vínculo externo.

TEMA

TP3

CUERPOS
VINCULADOS



Identifico RVE

Ecuaciones de equilibrio
absoluto

$$\Sigma F_x = 100 \text{ kN} + A_x + B_x = 0$$

$$\Sigma F_y = -200 \text{ kN} - 80 \text{ kN} + A_y = 0$$

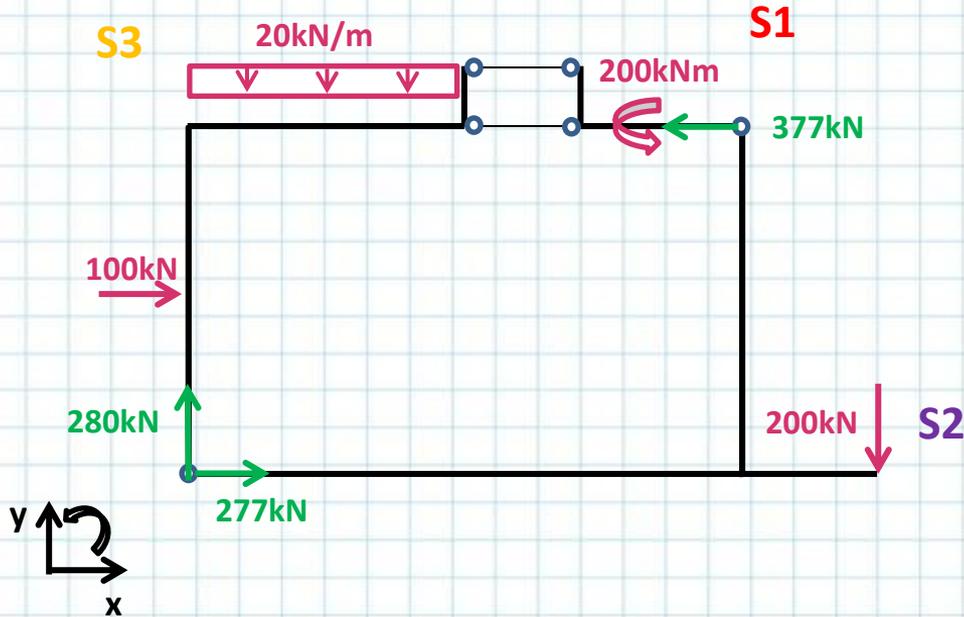
$$\Sigma M_A = -100 \text{ kN} \cdot 3 \text{ m} - 80 \text{ kN} \cdot 2 \text{ m} + 200 \text{ kN} \cdot \text{m} - 200 \text{ kN} \cdot 10 \text{ m} - B_x \cdot 6 \text{ m} = 0$$

Resuelvo:

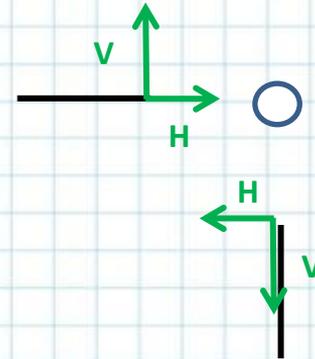
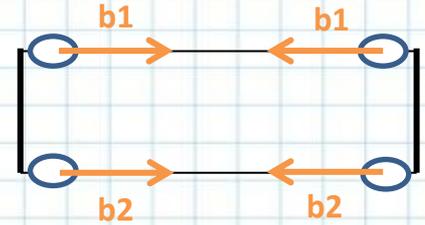
$$A_x = 277 \text{ kN}$$

$$A_y = 280 \text{ kN}$$

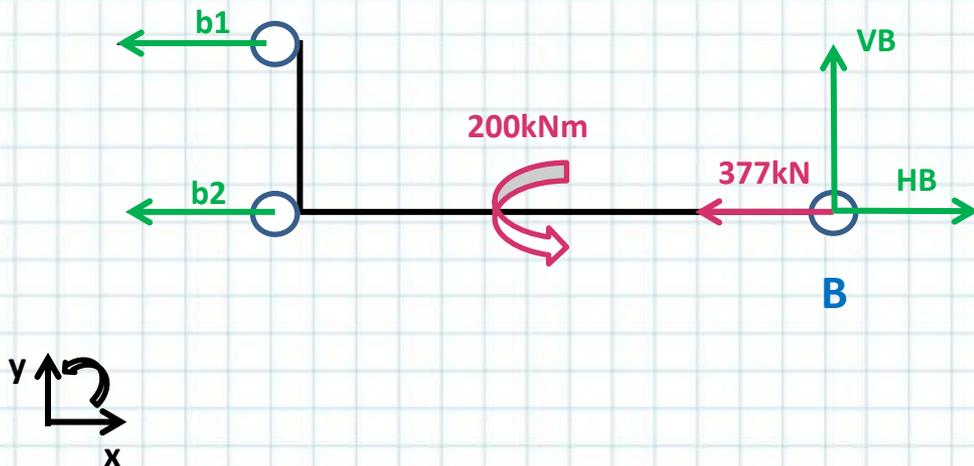
$$B_x = -377 \text{ kN}$$



¿Qué pasa en las articulaciones?



Aíslo S1



Ecuaciones de equilibrio

$$\Sigma F_{xS1} = -377 \text{ kN} - b_1 - b_2 + H_B = 0$$

$$\Sigma F_{yS1} = V_B = 0$$

$$\Sigma M_{BS1} = 200 \text{ kN} \cdot m + b_1 \cdot 1 \text{ m} = 0$$

Resuelvo

$$V_B = 0$$

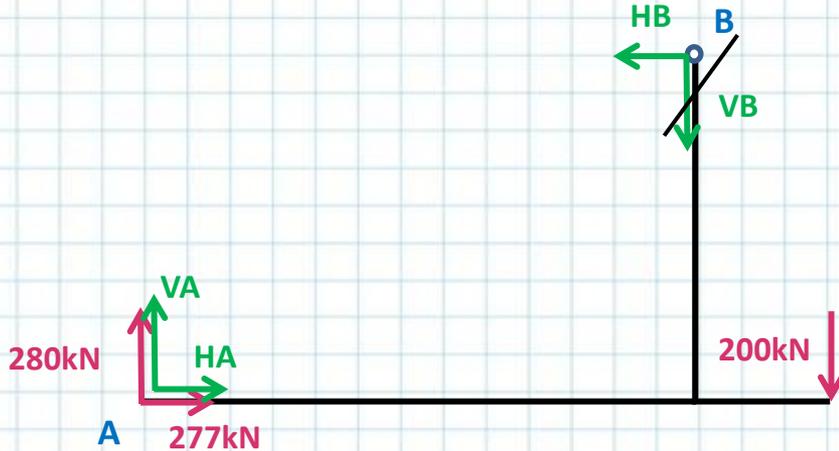
$$b_1 = -200 \text{ kN}$$

Aíslo S2

TEMA

TP3

CUERPOS
VINCULADOS



Ya vimos que:

$$V_B = 0$$

Ecuaciones de equilibrio

$$\Sigma F_{xS2} = 277 \text{ kN} + H_A - H_B = 0$$

$$\Sigma F_{yS2} = V_A + 280 \text{ kN} - 200 \text{ kN} = 0$$

$$\Sigma M_{AS2} = -200 \text{ kN} \cdot 10 \text{ m} + H_B \cdot 6 \text{ m} = 0$$

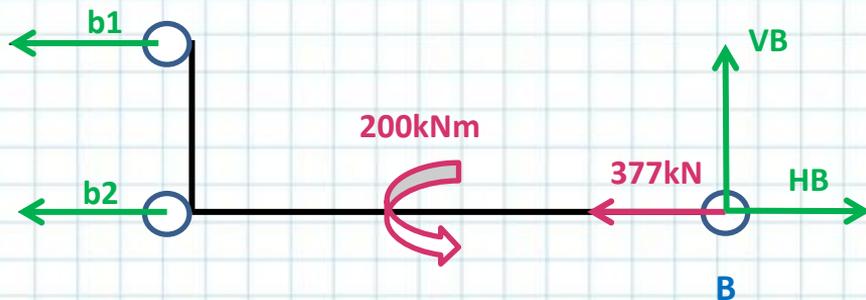
Resuelvo

$$V_A = -80 \text{ kN}$$

$$H_A = 56 \text{ kN}$$

$$H_B = 333 \text{ kN}$$

Aíslo S1



Ya habíamos hallado

$$V_B = 0$$

$$b_1 = -200 \text{ kN}$$

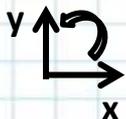
Y de las ecuaciones de S2

$$H_B = 333 \text{ kN}$$

Reemplazo y resuelvo:

$$\Sigma F_{xS1} = -377 \text{ kN} - b_1 - b_2 + H_B = 0$$

$$b_2 = 156 \text{ kN}$$



Ya hallamos las reacciones de vínculo interno en las tres articulaciones:

A13 $b_1 = -200 \text{ kN}$

$b_2 = 156 \text{ kN}$

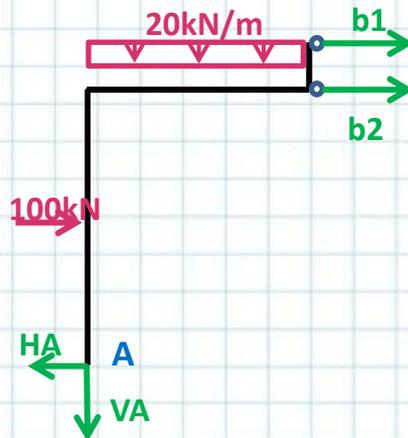
A12 $V_B = 0$

$H_B = 333 \text{ kN}$

A23 $V_A = -80 \text{ kN}$

$H_A = 56 \text{ kN}$

Verifico el equilibrio de S3:



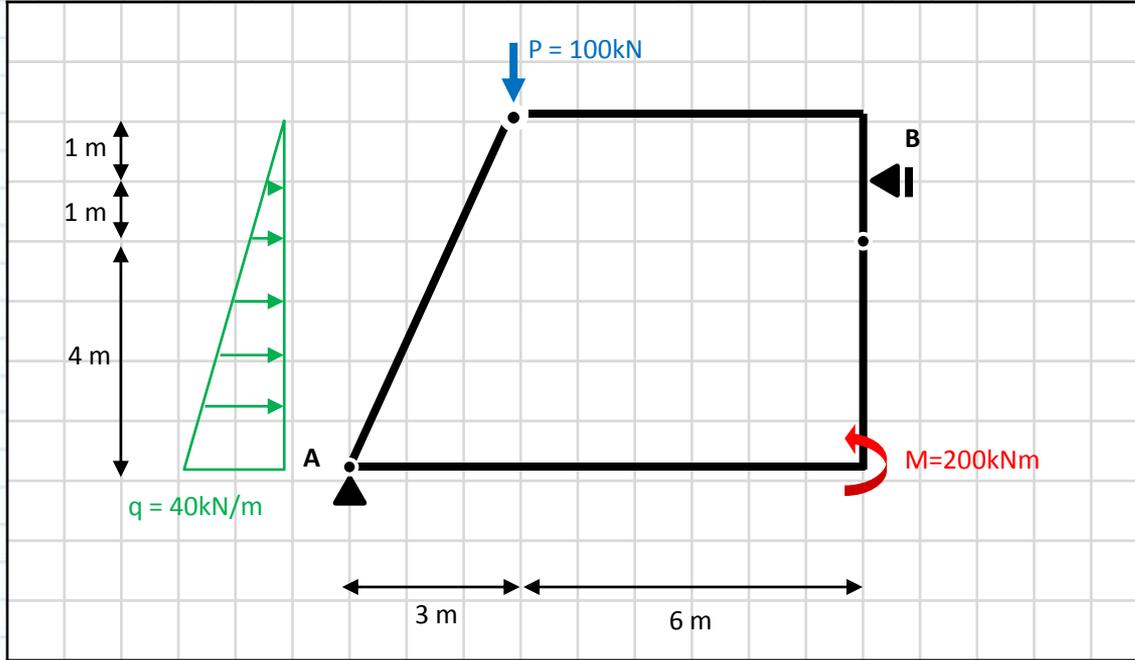
$$\Sigma F_{xS3} = 100 \text{ kN} - 56 \text{ kN} - 200 \text{ kN} + 156 \text{ kN} = 0$$

$$\Sigma F_{yS3} = -20 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \cdot 4 \text{ m} - (-80 \text{ kN}) = 0$$

$$\Sigma M_{AS3} = -100 \text{ kN} \cdot 3 \text{ m} - 80 \text{ kN} \cdot 2 \text{ m} - (-200 \text{ kN} \cdot 7 \text{ m}) - 156 \text{ kN} \cdot 6 \text{ m} = 0$$

Problema de fuerzas distribuidas

- A) Realizar el análisis cinemático de la estructura.
- B) Obtener las reacciones de vínculo externo.
- C) Obtener las reacciones de vínculo interno y hacer el despiece de la estructura.



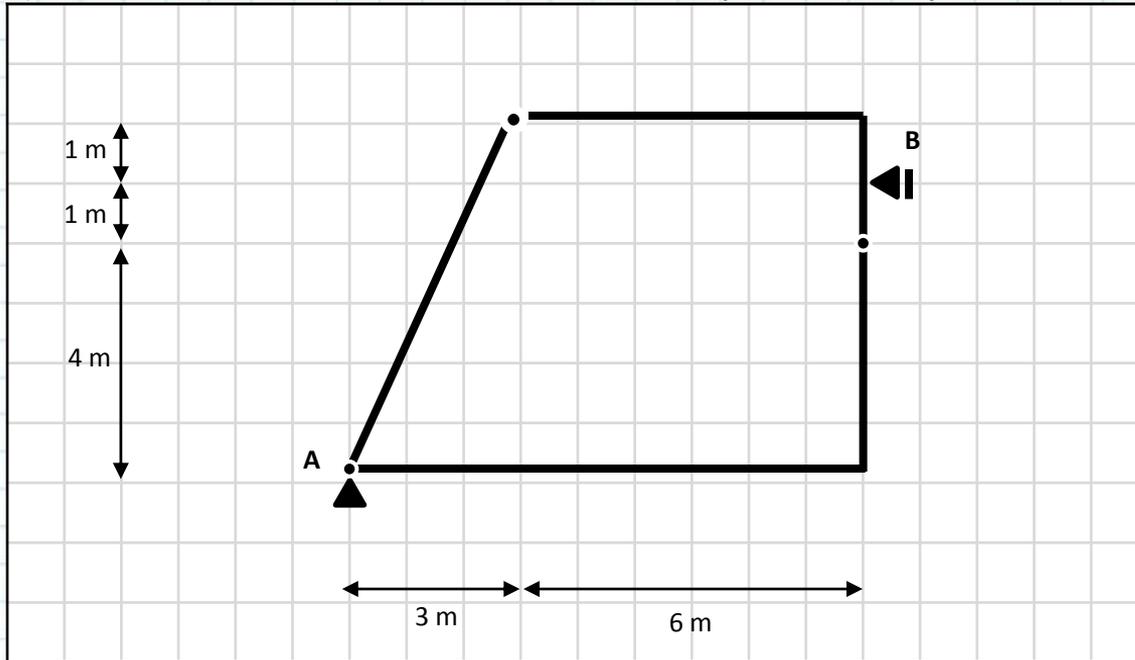
Problema de fuerzas distribuidas

- A) Realizar el análisis cinemático de la estructura.
- B) Obtener las reacciones de vínculo externo.
- C) Obtener las reacciones de vínculo interno y hacer el despiece de la estructura.

TEMA

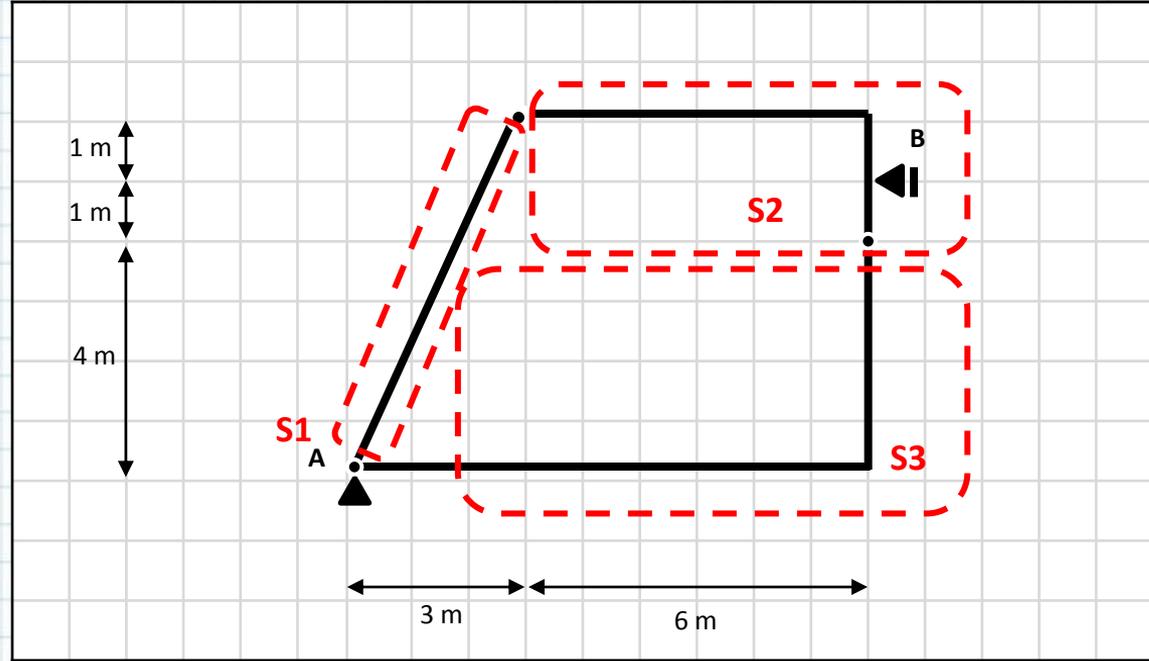
TP3

CUERPOS
VINCULADOS



Problema de fuerzas distribuidas

- A) Realizar el análisis cinemático de la estructura.
- B) Obtener las reacciones de vínculo externo.
- C) Obtener las reacciones de vínculo interno y hacer el despiece de la estructura.



Nombramos las chapas

TEMA

TP3

CUERPOS
VINCLADOS

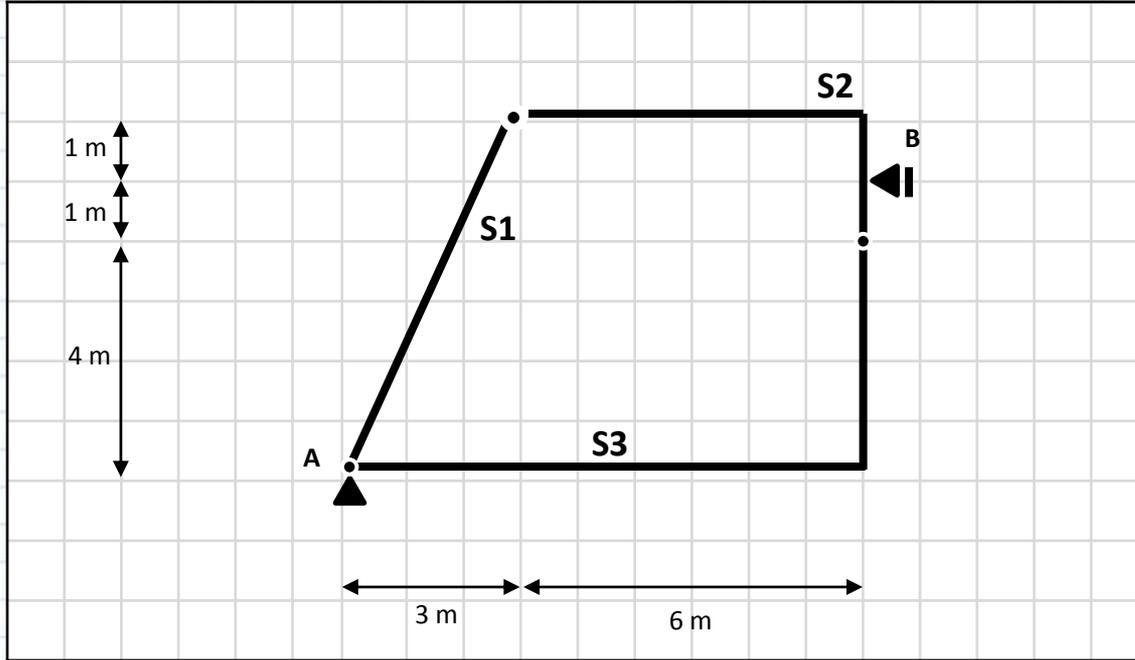
F.I.U.B.A.
D.T.O. ESTABILIDAD
84.02 /64.11
ESTABILIDAD 1

1 CUAT. 2020

CURSO 4
PARENTE

Problema de fuerzas distribuidas

- A) Realizar el análisis cinemático de la estructura.
- B) Obtener las reacciones de vínculo externo.
- C) Obtener las reacciones de vínculo interno y hacer el despiece de la estructura.



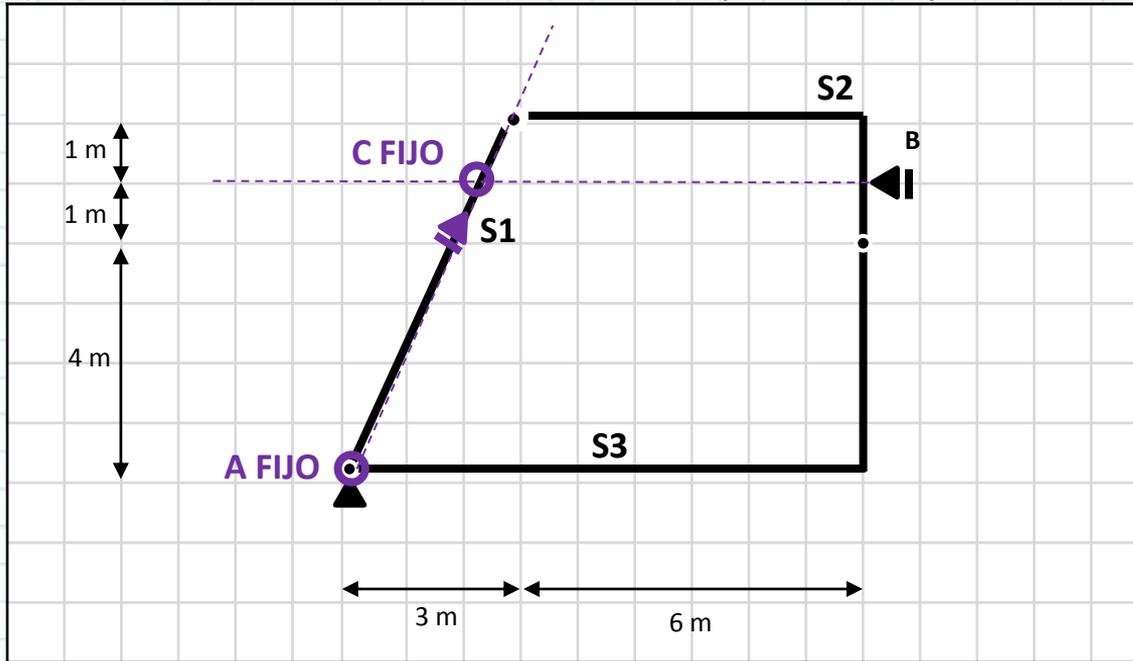
Nombramos las chapas
Determinamos el número de condiciones de vínculo y el número de grados de libertad

$$N_{cvin} = 2(A) + 1(B) = 3$$

$$N_{GL} = N_{chapas} = 3$$

Problema de fuerzas distribuidas

- Realizar el análisis cinemático de la estructura.
- Obtener las reacciones de vínculo externo.
- Obtener las reacciones de vínculo interno y hacer el despiece de la estructura.



Nombramos las chapas

Determinamos el número de condiciones de vínculo y el número de grados de libertad

Análisis de vinculación aparente.

- S1 y S3 Tienen un punto fijo (A)
- S2 Tiene un punto fijo (C)

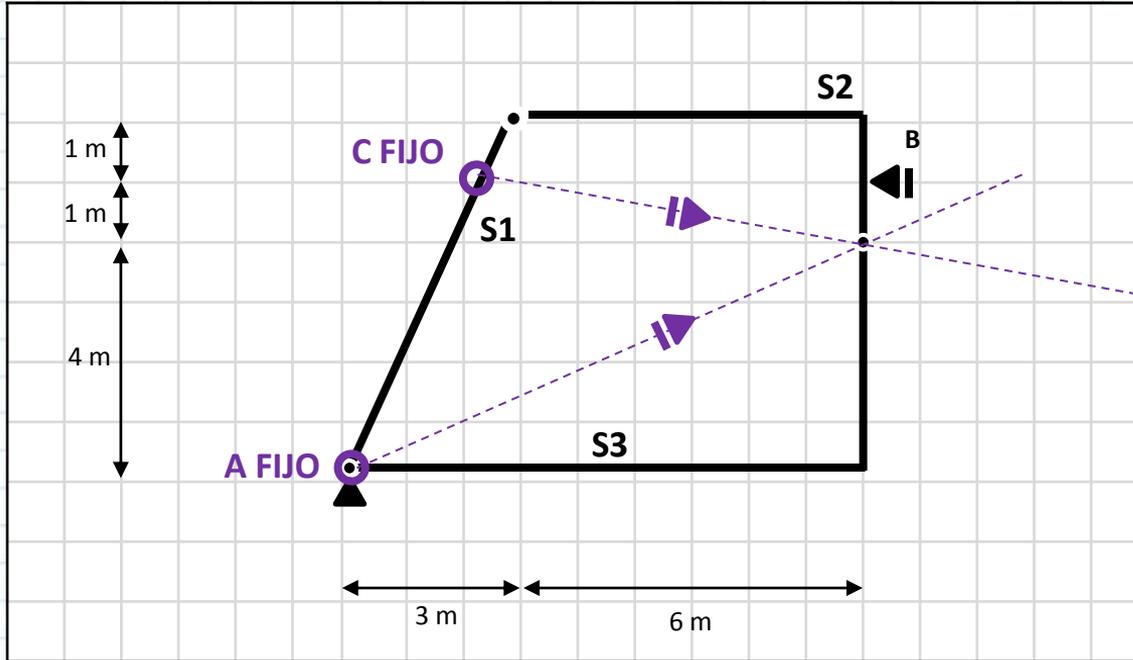
Problema de fuerzas distribuidas

- A) Realizar el análisis cinemático de la estructura.
- B) Obtener las reacciones de vínculo externo.
- C) Obtener las reacciones de vínculo interno y hacer el despiece de la estructura.

TEMA

TP3

CUERPOS
VINCULADOS



Nombramos las chapas
Determinamos el número de condiciones de vínculo y el número de grados de libertad

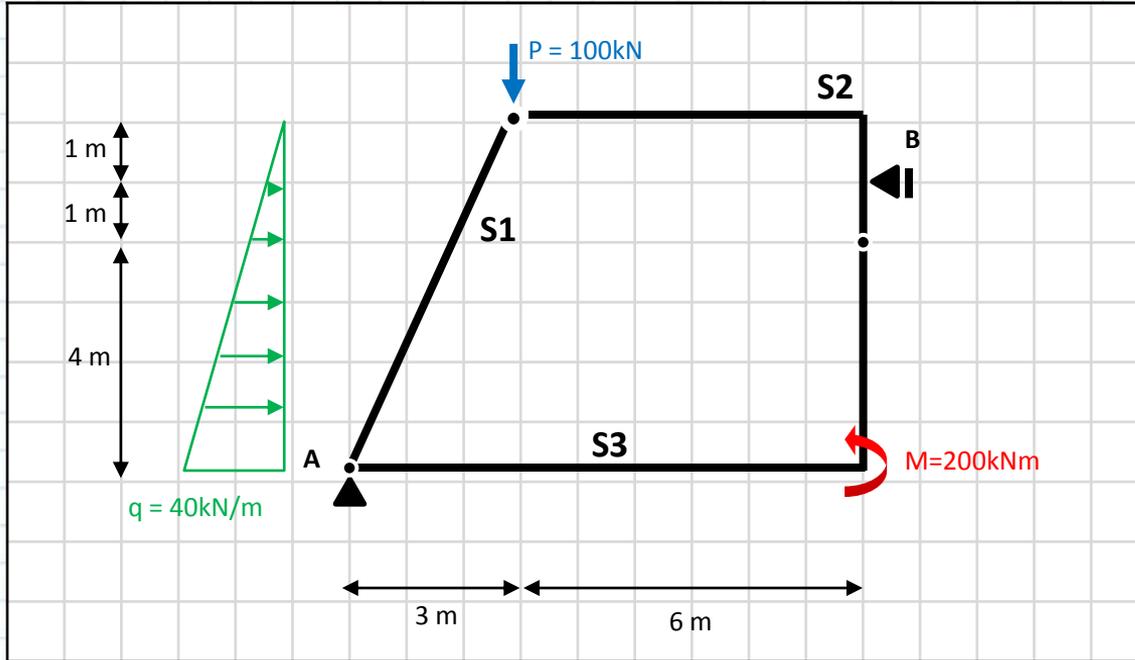
Análisis de vinculación aparente.

- S1 y S3 Tienen un punto fijo (A)
- S2 Tiene un punto fijo (C)
- S2 Y S3 Forman un arco a tres articulaciones no alineadas. Están fijas.
- Como S2 y S3 están fijas, entonces los extremos de la chapa S1 están fijos.

El sistema es cinemáticamente estable.

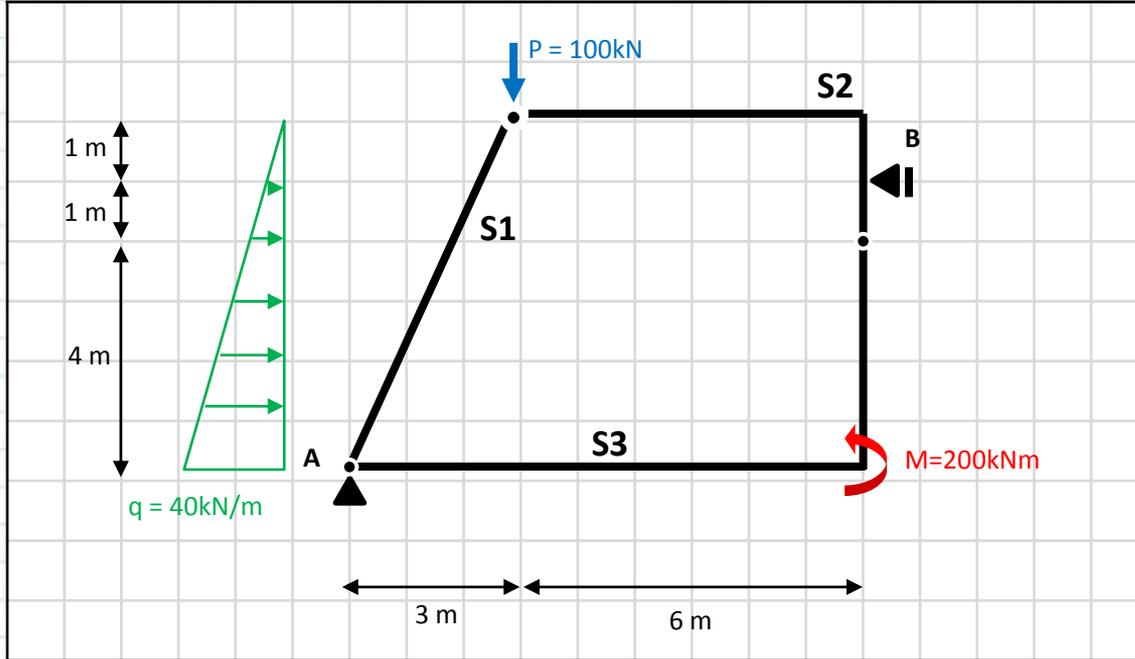
Problema de fuerzas distribuidas

- A) Realizar el análisis cinemático de la estructura.
- B) **Obtener las reacciones de vínculo externo.**
- C) Obtener las reacciones de vínculo interno y hacer el despiece de la estructura.



Problema de fuerzas distribuidas

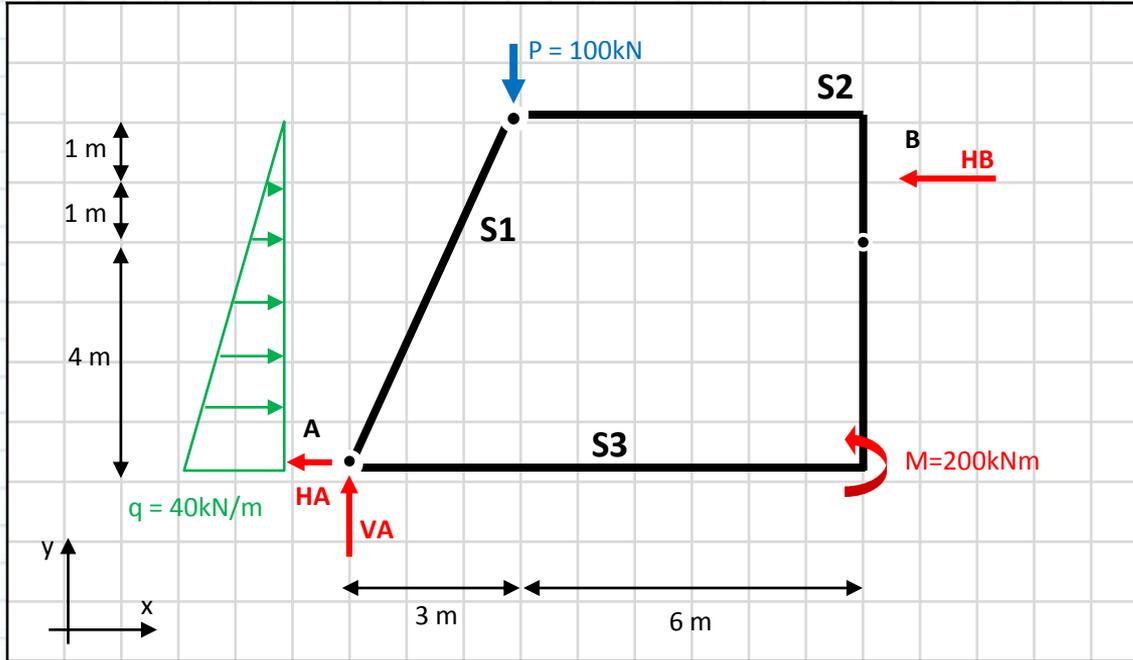
- A) Realizar el análisis cinemático de la estructura.
- B) **Obtener las reacciones de vínculo externo.**
- C) Obtener las reacciones de vínculo interno y hacer el despiece de la estructura.



La estructura es un pseudocuerpo.
Podemos simplemente plantear 3
ecuaciones de equilibrio absoluto.

Problema de fuerzas distribuidas

- Realizar el análisis cinemático de la estructura.
- Obtener las reacciones de vínculo externo.
- Obtener las reacciones de vínculo interno y hacer el despiece de la estructura.



La estructura es un pseudocuerpo. Podemos simplemente plantear 3 ecuaciones de equilibrio absoluto. Ponemos en evidencia las reacciones de vínculo externo y calculamos.

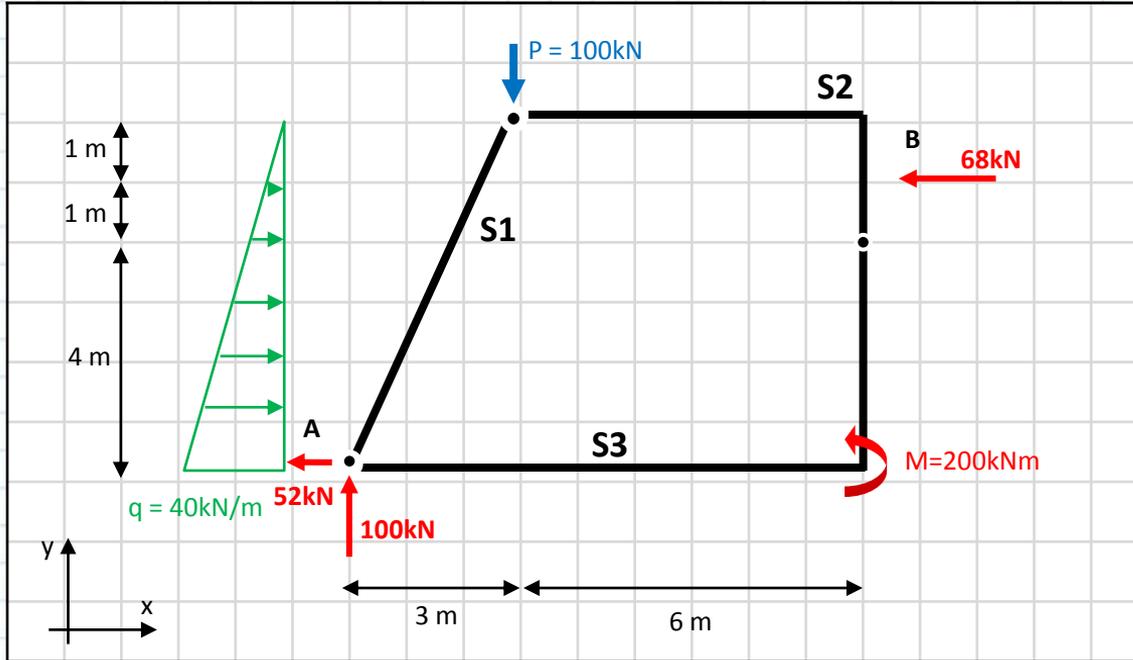
$$\sum F_x = 0 \quad -H_A - H_B + \frac{q \cdot 6m}{2} = 0$$

$$\sum F_y = 0 \quad V_A - P = 0$$

$$\sum M_A = 0 \quad M - \frac{q \cdot 6m}{2} \cdot \frac{6m}{3} - P \cdot 3m + H_B \cdot 5m = 0$$

Problema de fuerzas distribuidas

- Realizar el análisis cinemático de la estructura.
- Obtener las reacciones de vínculo externo.
- Obtener las reacciones de vínculo interno y hacer el despiece de la estructura.



La estructura es un pseudocuerpo. Podemos simplemente plantear 3 ecuaciones de equilibrio absoluto. Ponemos en evidencia las reacciones de vínculo externo y calculamos.

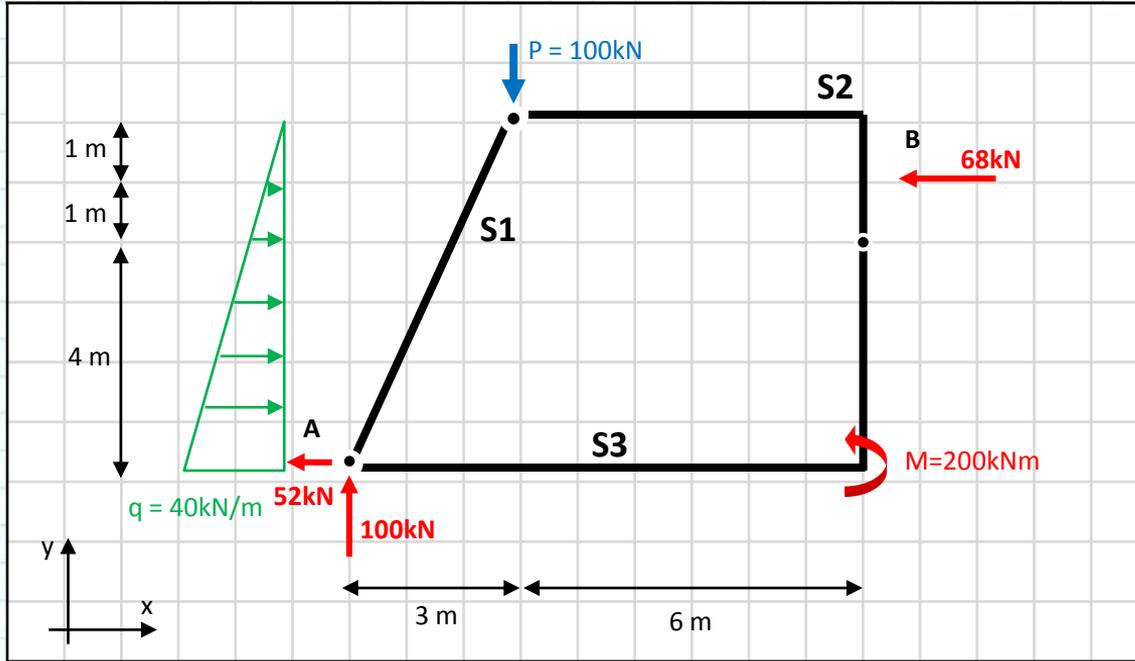
$$\sum F_x = 0 \quad -H_a - H_b + \frac{q \cdot 6m}{2} = 0$$

$$\sum F_y = 0 \quad V_a - P = 0$$

$$\sum M_A = 0 \quad M - \frac{q \cdot 6m}{2} \cdot \frac{6m}{3} - P \cdot 3m + H_b \cdot 5m = 0$$

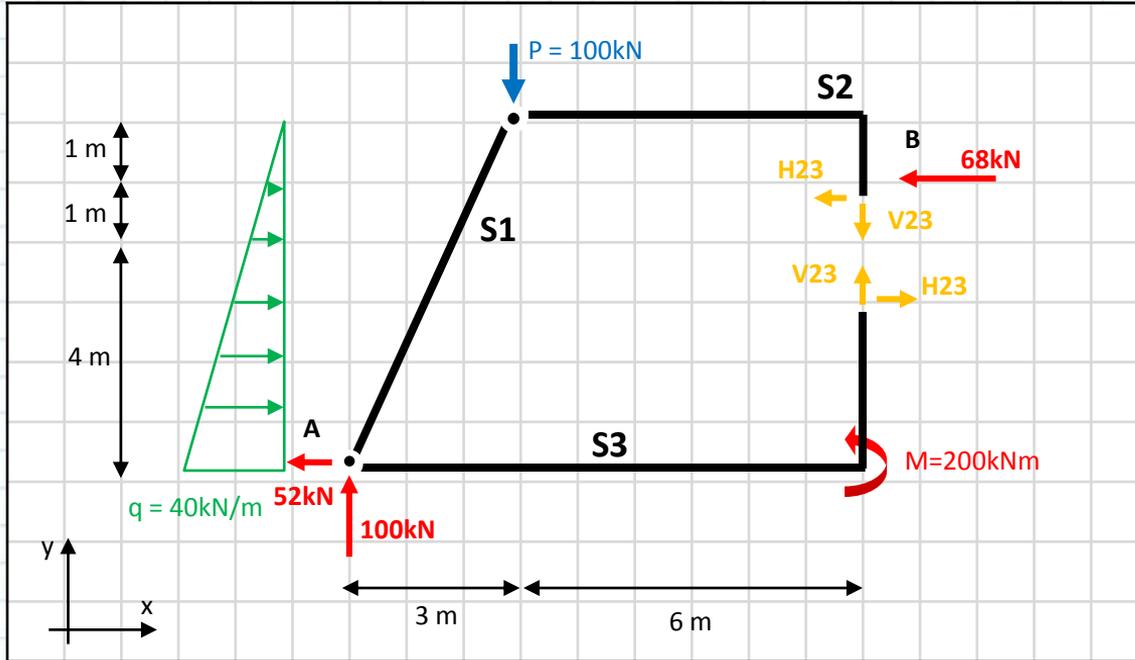
Problema de fuerzas distribuidas

- A) Realizar el análisis cinemático de la estructura.
- B) Obtener las reacciones de vínculo externo.
- C) **Obtener las reacciones de vínculo interno y hacer el despiece de la estructura.**



Problema de fuerzas distribuidas

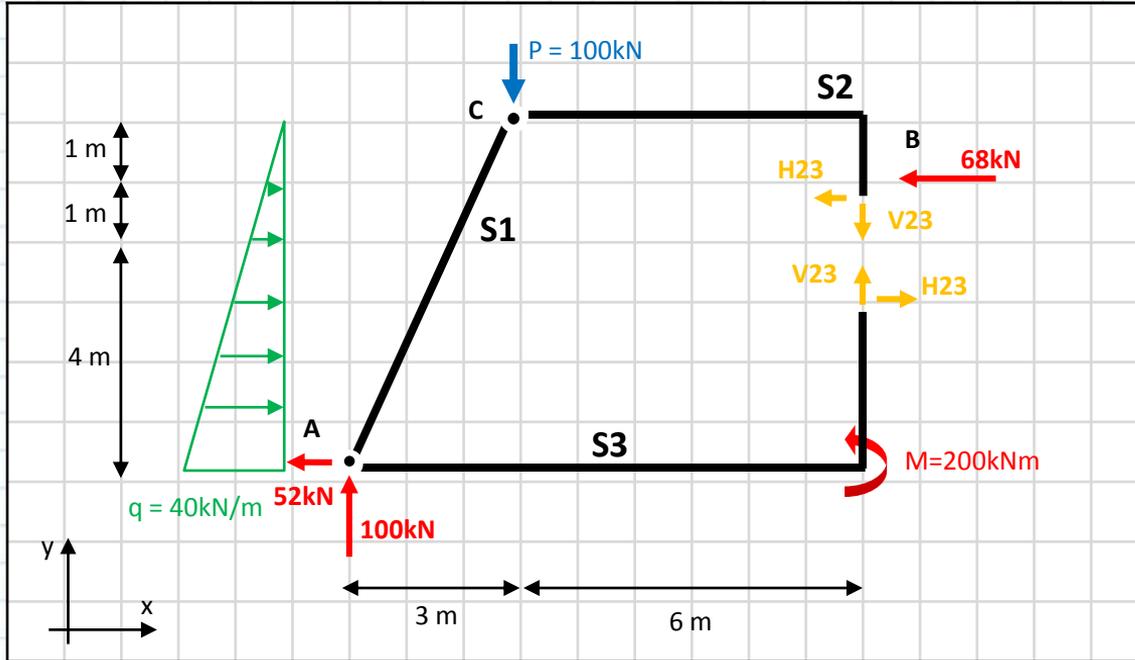
- A) Realizar el análisis cinemático de la estructura.
- B) Obtener las reacciones de vínculo externo.
- C) **Obtener las reacciones de vínculo interno y hacer el despiece de la estructura.**



Como no abrimos antes, tenemos que abrir la estructura en alguna vinculación y poner en evidencia las reacciones de vínculo interno.

Problema de fuerzas distribuidas

- Realizar el análisis cinemático de la estructura.
- Obtener las reacciones de vínculo externo.
- Obtener las reacciones de vínculo interno y hacer el despiece de la estructura.



Como no abrimos antes, tenemos que abrir la estructura en alguna vinculación y poner en evidencia las reacciones de vínculo interno.

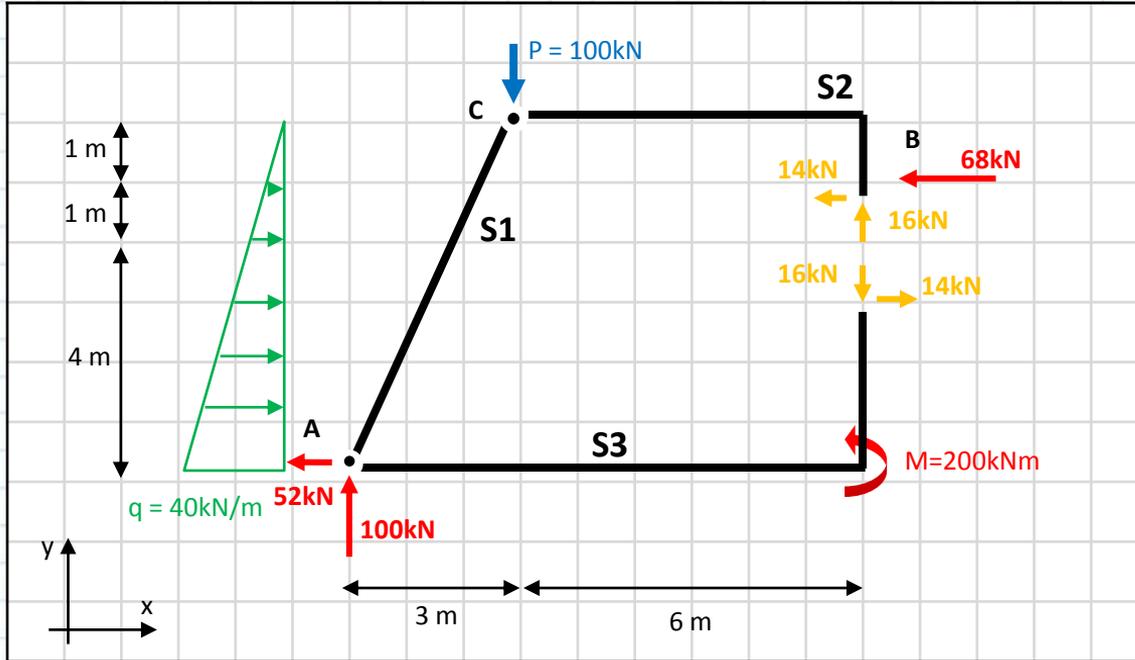
Planteamos ecuaciones de equilibrio relativo para obtenerlas.

$$\sum M_A^{(S3)} = 0 \quad M + V23 \cdot 9m - H23 \cdot 4m = 0$$

$$\sum M_C^{(S2)} = 0 \quad -Hb \cdot 1m - V23 \cdot 6m - H23 \cdot 2m = 0$$

Problema de fuerzas distribuidas

- Realizar el análisis cinemático de la estructura.
- Obtener las reacciones de vínculo externo.
- Obtener las reacciones de vínculo interno y hacer el despiece de la estructura.



Como no abrimos antes, tenemos que abrir la estructura en alguna vinculación y poner en evidencia las reacciones de vínculo interno.

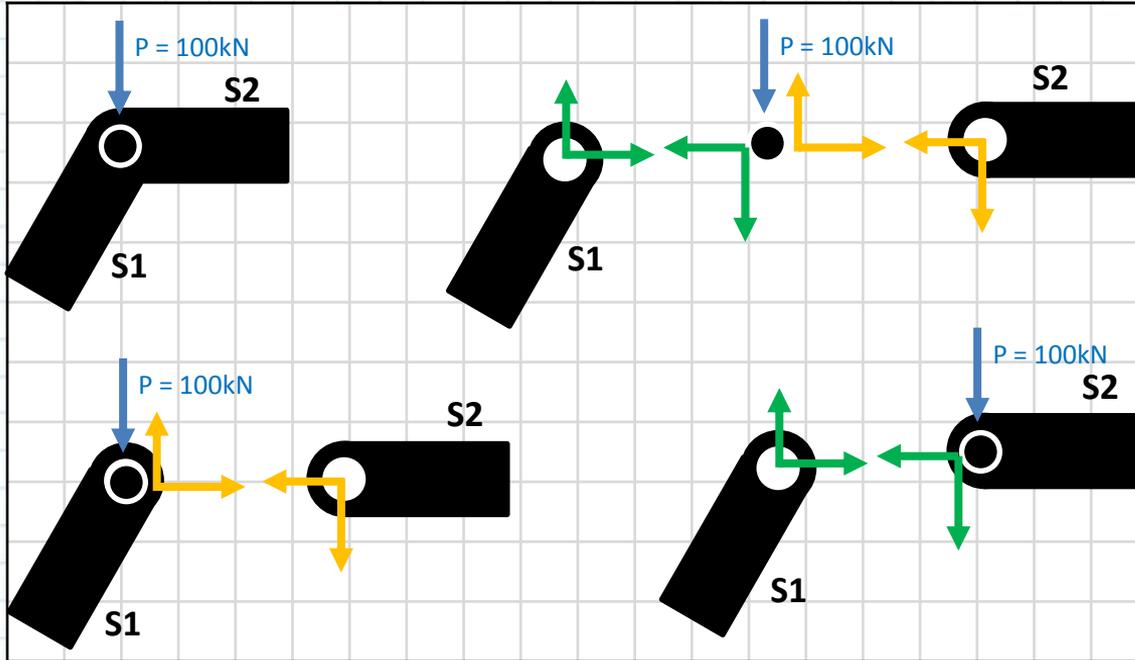
Planteamos ecuaciones de equilibrio relativo para obtenerlas.

$$\sum M_A^{(S3)} = 0 \quad M + V_{23} \cdot 9m - H_{23} \cdot 4m = 0$$

$$\sum M_C^{(S2)} = 0 \quad -H_b \cdot 1m - V_{23} \cdot 6m - H_{23} \cdot 2m = 0$$

Problema de fuerzas distribuidas

- A) Realizar el análisis cinemático de la estructura.
- B) Obtener las reacciones de vínculo externo.
- C) **Obtener las reacciones de vínculo interno y hacer el despiece de la estructura.**



Como no abrimos antes, tenemos que abrir la estructura en alguna vinculación y poner en evidencia las reacciones de vínculo interno.

Planteamos ecuaciones de equilibrio relativo para obtenerlas.

¿Qué es lo que pasa si tenemos una carga aplicada en una articulación?

¿Por donde cortamos?

En este ejercicio vamos a separar la chapa S1.

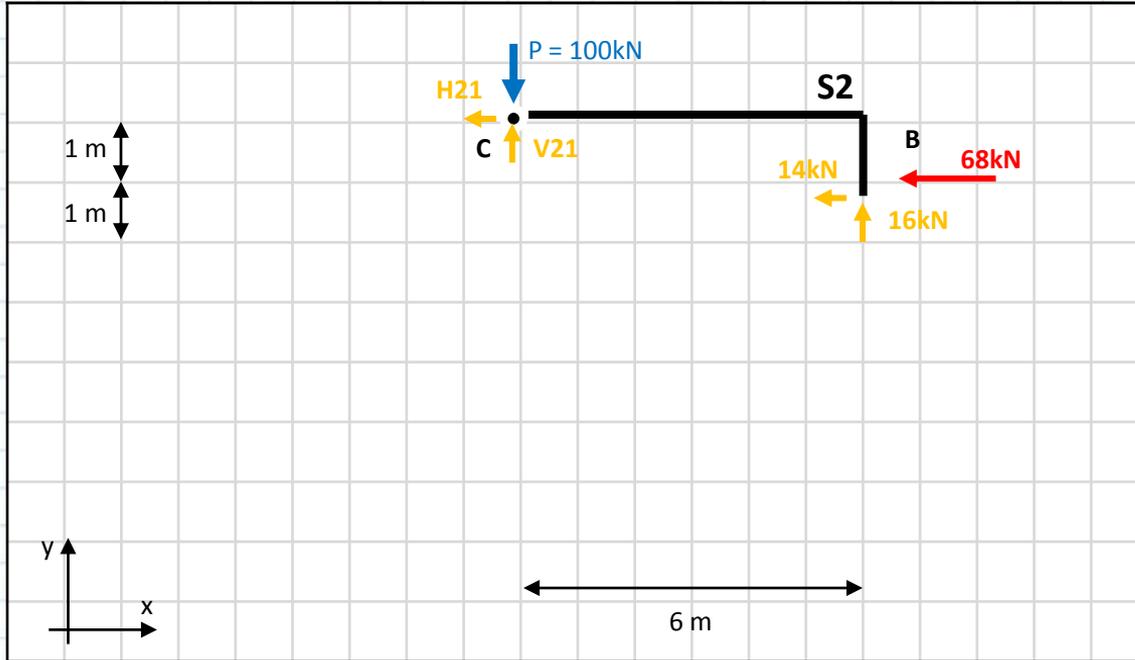
Problema de fuerzas distribuidas

- Realizar el análisis cinemático de la estructura.
- Obtener las reacciones de vínculo externo.
- Obtener las reacciones de vínculo interno y hacer el despiece de la estructura.**

TEMA

TP3

CUERPOS
VINCLADOS



Como no abrimos antes, tenemos que abrir la estructura en alguna vinculación y poner en evidencia las reacciones de vínculo interno.

Planteamos ecuaciones de equilibrio relativo para obtenerlas.

¿Qué es lo que pasa si tenemos una carga aplicada en una articulación?

¿Por donde cortamos?

En este ejercicio vamos a separar la chapa S_1 .

Planteamos ecuaciones de equilibrio absoluto

$$\sum F_x = 0 \quad -H_{21} - 14\text{kN} - 68\text{kN} = 0 \quad \sum F_y = 0 \quad 16\text{kN} + V_{21} - P = 0$$

$$\sum M_B = 0 \quad P \cdot 6\text{m} - V_{21} \cdot 6\text{m} + H_{21} \cdot 1\text{m} - 14\text{kN} \cdot 1\text{m} = 0\text{kN} \cdot \text{m}$$

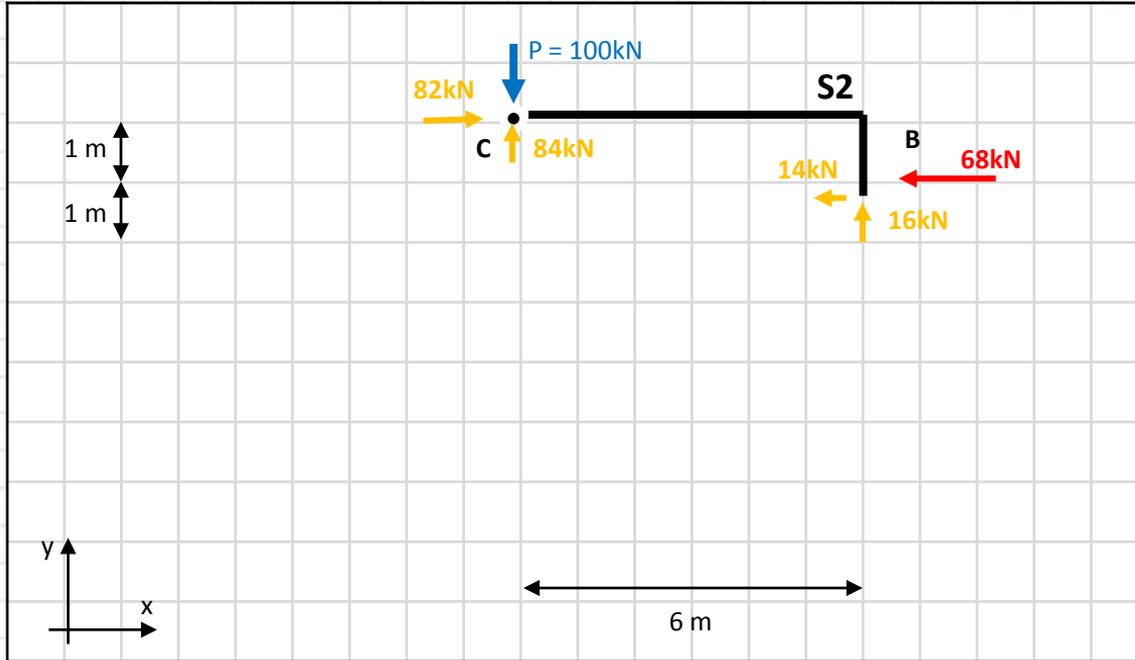
Problema de fuerzas distribuidas

- Realizar el análisis cinemático de la estructura.
- Obtener las reacciones de vínculo externo.
- Obtener las reacciones de vínculo interno y hacer el despiece de la estructura.**

TEMA

TP3

CUERPOS
VINCULADOS



Como no abrimos antes, tenemos que abrir la estructura en alguna vinculación y poner en evidencia las reacciones de vínculo interno.

Planteamos ecuaciones de equilibrio relativo para obtenerlas.

¿Qué es lo que pasa si tenemos una carga aplicada en una articulación?

¿Por donde cortamos?

En este ejercicio vamos a separar la chapa S1.

Planteamos ecuaciones de equilibrio absoluto

F.I.U.B.A.
DTO. ESTABILIDAD
84.02 /64.11
ESTABILIDAD 1

1 CUAT. 2020

CURSO 4
PARENTE

$$\sum F_x = 0 \quad -H_{21} - 14\text{kN} - 68\text{kN} = 0 \quad \sum F_y = 0 \quad 16\text{kN} + V_{21} - P = 0$$

$$\sum M_B = 0 \quad P \cdot 6\text{m} - V_{21} \cdot 6\text{m} + H_{21} \cdot 1\text{m} - 14\text{kN} \cdot 1\text{m} = 0\text{kN}\cdot\text{m}$$

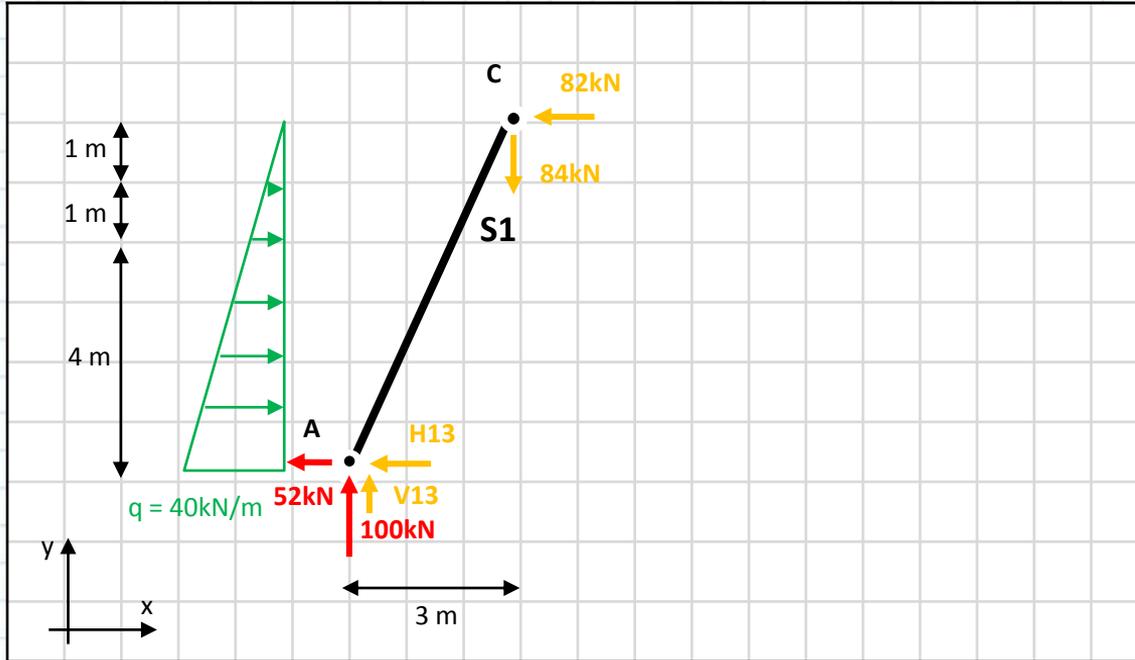
Problema de fuerzas distribuidas

- Realizar el análisis cinemático de la estructura.
- Obtener las reacciones de vínculo externo.
- Obtener las reacciones de vínculo interno y hacer el despiece de la estructura.

TEMA

TP3

CUERPOS
VINCLADOS



Separamos la chapa S1.

Esta chapa también tiene 2
fuerzas aplicadas en la
articulación A, por lo que
separamos la chapa S3.

Planteamos equilibrio absoluto en
la chapa S1

F.I.U.B.A.
D.T.O. ESTABILIDAD
84.02 / 64.11
ESTABILIDAD 1

1 CUAT. 2020

CURSO 4
PARENTE

$$\sum F_x = 0 \quad -H_{13} - 52\text{kN} + \frac{q \cdot 6\text{m}}{2} - 82\text{kN} = 0 \quad \sum F_y = 0 \quad V_{13} + 100\text{kN} - 84\text{kN} = 0$$

$$\sum M_C = 0 \quad \frac{q \cdot 6\text{m}}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot 6\text{m} - 52\text{kN} \cdot 6\text{m} - 100\text{kN} \cdot 3\text{m} - V_{13} \cdot 3\text{m} - H_{13} \cdot 6\text{m} = 0 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

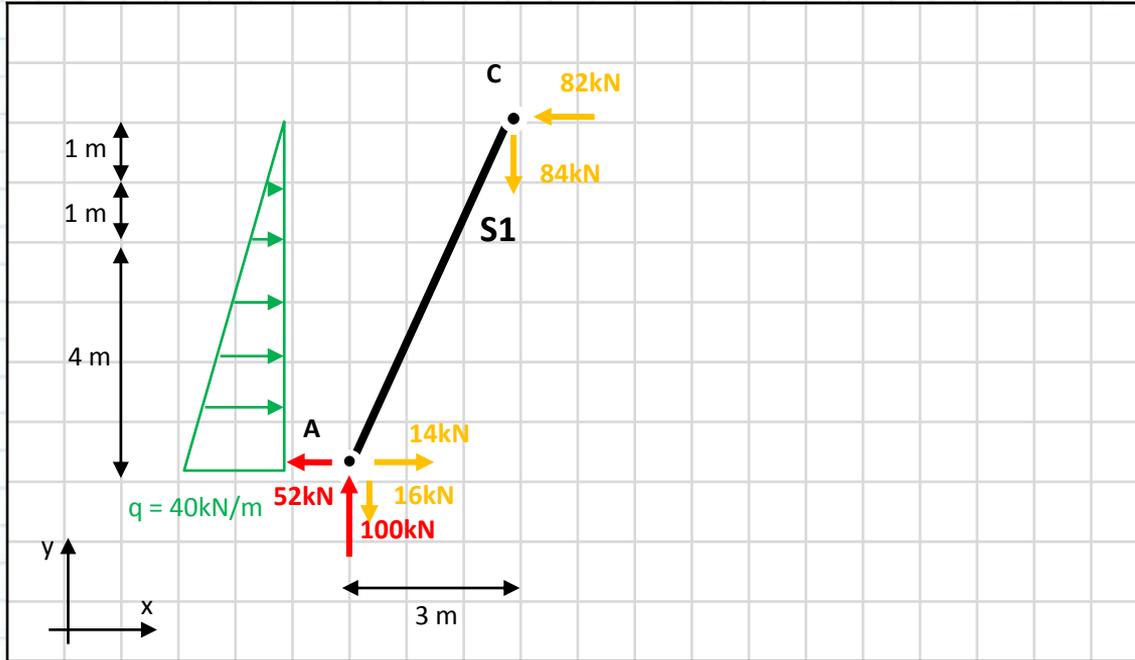
Problema de fuerzas distribuidas

- Realizar el análisis cinemático de la estructura.
- Obtener las reacciones de vínculo externo.
- Obtener las reacciones de vínculo interno y hacer el despiece de la estructura.

TEMA

TP3

CUERPOS
VINCLADOS



Separamos la chapa S1.
Esta chapa también tiene 2
fuerzas aplicadas en la
articulación A, por lo que
separamos la chapa S3.
Planteamos equilibrio absoluto en
la chapa S1

F.I.U.B.A.
D.T.O. ESTABILIDAD
84.02 / 64.11
ESTABILIDAD 1

1 CUAT. 2020

CURSO 4
PARENTE

$$\sum F_x = 0 \quad -H13 - 52\text{kN} + \frac{q \cdot 6\text{m}}{2} - 82\text{kN} = 0 \quad \sum F_y = 0 \quad V13 + 100\text{kN} - 84\text{kN} = 0$$

$$\sum M_C = 0 \quad \frac{q \cdot 6\text{m}}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot 6\text{m} - 52\text{kN} \cdot 6\text{m} - 100\text{kN} \cdot 3\text{m} - V13 \cdot 3\text{m} - H13 \cdot 6\text{m} = 0 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

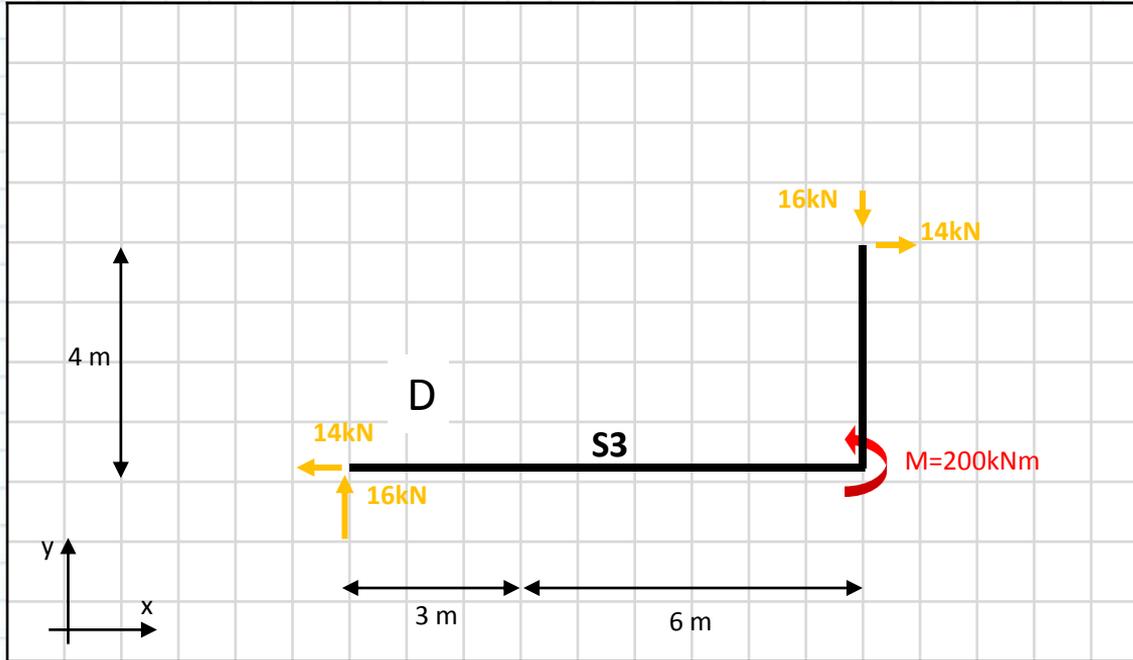
Problema de fuerzas distribuidas

- Realizar el análisis cinemático de la estructura.
- Obtener las reacciones de vínculo externo.
- Obtener las reacciones de vínculo interno y hacer el despiece de la estructura.**

TEMA

TP3

CUERPOS
VINCULADOS



Separamos la chapa S3 y verificamos.

F.I.U.B.A.
D.T.O. ESTABILIDAD
84.02 / 64.11
ESTABILIDAD 1

1 CUAT. 2020

CURSO 4
PARENTE

$$\sum F_x = 0 \quad 14\text{kN} - 14\text{kN} = 0\text{N} \quad \sum F_y = 0 \quad 16\text{kN} - 16\text{kN} = 0\text{N}$$

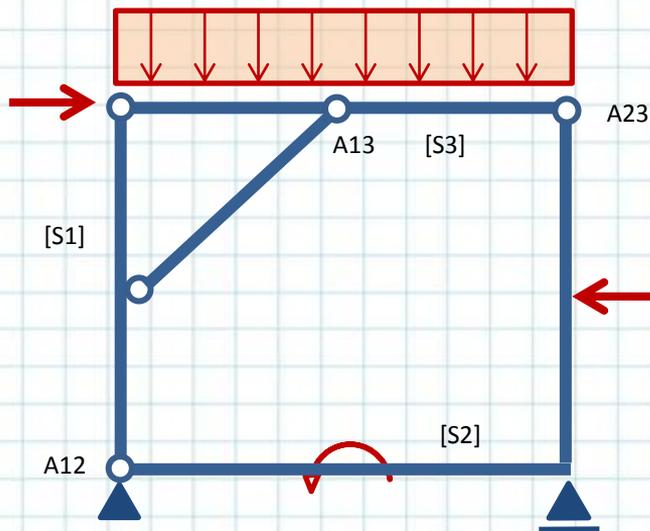
$$\sum M_D = 0 \quad -16\text{kN} \cdot 9\text{m} - 14\text{kN} \cdot 4\text{m} + M = 0\text{kN} \cdot \text{m}$$

¿Cuántas chapas tenemos?

TEMA

TP3

CUERPOS
VINCULADOS



Equilibrio general

$$\sum F_x = 0$$

$$\sum F_y = 0$$

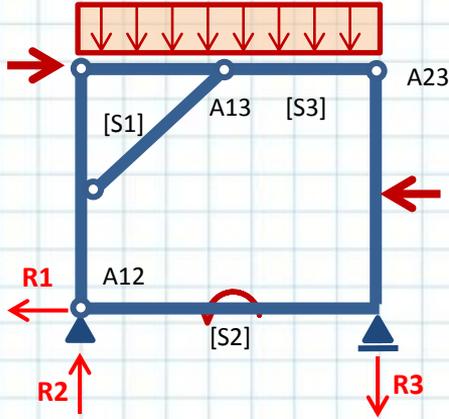
$$\sum M^A = 0$$

Saco R1, R2 y R3

TEMA

TP3

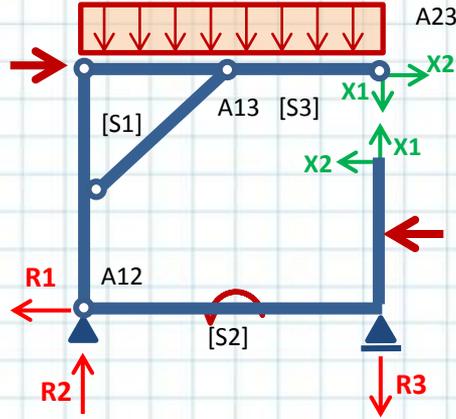
CUERPOS
VINCULADOS



Equilibrio general

$$\begin{aligned} \sum F_x &= 0 \\ \sum F_y &= 0 \\ \sum M^A &= 0 \end{aligned}$$

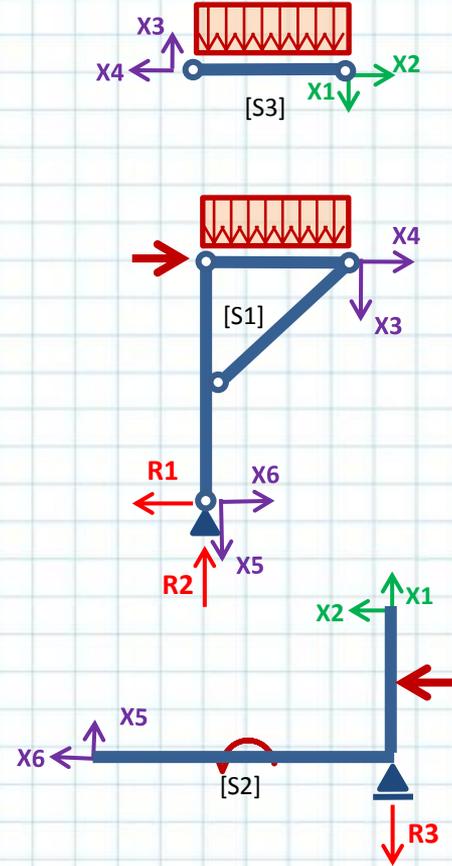
Saco R1, R2 y R3



Equilibrio Relativo

$$\begin{aligned} 1. \sum M_{[S2]}^{A12} &= 0 \vee \sum M_{[S1, S3]}^{A12} = 0 \\ 2. \sum M_{[S1, S2]}^{A13} &= 0 \vee \sum M_{[S3]}^{A13} = 0 \end{aligned}$$

Saco X1 y X2



DCL [S3]

Ec. Equilibrio
Sacamos CVI y chequeamos.

$$\begin{aligned} \sum F_x &= 0 \\ \sum F_y &= 0 \\ \sum M^A &= 0 \end{aligned}$$

DCL [S1]

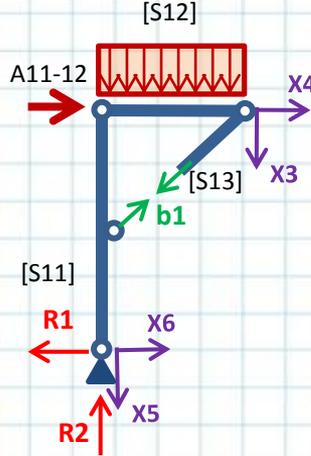
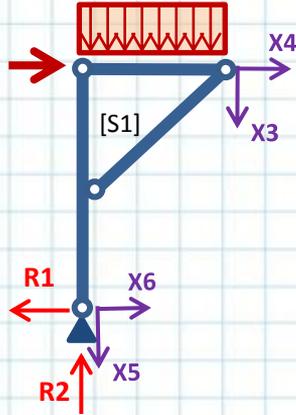
Ec. Equilibrio
Sacamos CVI y chequeamos.

$$\begin{aligned} \sum F_x &= 0 \\ \sum F_y &= 0 \\ \sum M^A &= 0 \end{aligned}$$

DCL [S2]

Ec. Equilibrio
Sacamos CVI y chequeamos.

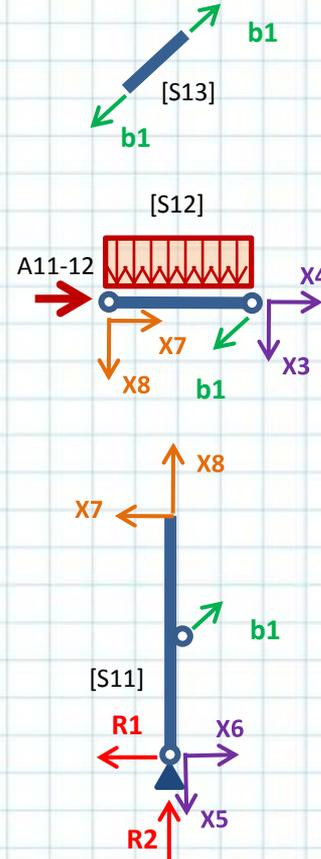
$$\begin{aligned} \sum F_x &= 0 \\ \sum F_y &= 0 \\ \sum M^A &= 0 \end{aligned}$$



Equilibrio Relativo

$$1. \sum M_{[S11]}^{A11-12} = 0 \vee \sum M_{[S12, S13]}^{A11-12} = 0$$

Saco b1



DCL [S13]

Es una biela sin carga en su eje, por lo tanto tiene solo carga axial.

DCL [S12]

Ec. Equilibrio
Sacamos CVI y chequeamos.

$$\sum F_x = 0$$

$$\sum F_y = 0$$

$$\sum M^A = 0$$

DCL [S11]

Ec. Equilibrio
Sacamos CVI y chequeamos.

$$\sum F_x = 0$$

$$\sum F_y = 0$$

$$\sum M^A = 0$$

Cadena cinemática cerrada de cuatro chapas

$n=4$, $GL = 4$, $RVE = 4 \Rightarrow$ Sistema isostático

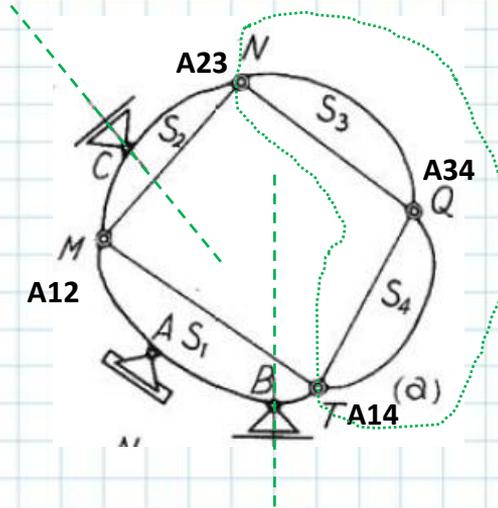
¿Vinculación aparente?

TEMA

TP3

Caso A)

CUERPOS
VINCULADOS



Recta de acción de móvil B no pasa por A entonces [S1] Fija
A12 y A14 PF

Recta de acción de móvil C no pasa por A12, [S2] Fija.
A23 PF

[S3] y [S4] forman un arco de tres articulaciones no alineadas. Fijas.
No hay vinculación aparente. Cinemáticamente estable

Cadena cinemática cerrada de cuatro chapas

$n=4, GL = 4, RVE = 4 \Rightarrow$ Sistema isostático

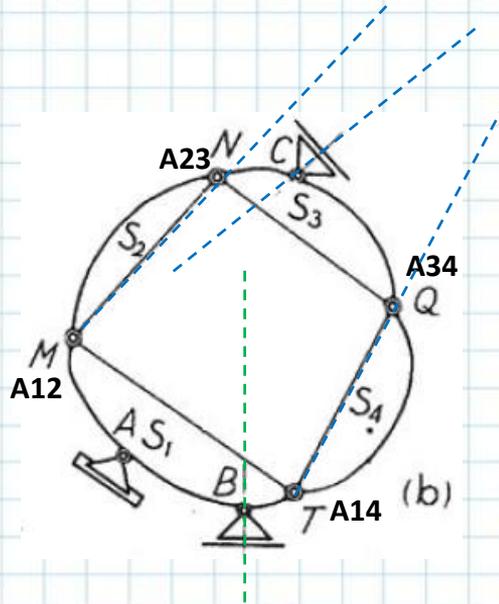
¿Vinculación aparente?

TEMA

TP3

Caso B)

CUERPOS
VINCULADOS



Recta de acción de móvil B no pasa por A entonces [S1] Fija
A12 y A14 PF

[S2] y [S4] actúan como bielas y le dan una condición de vínculo a [S3] cada una.
Como las 3 condiciones de vínculo de [S3] no concurren a un punto esta fija.

A23y A34 PF

[S2] y [S4] Tienen 2 PF, estan Fijas.

No hay vinculación aparente. Cinemáticamente estable

Cadena cinemática cerrada de cuatro chapas

$n=4$, $GL = 4$, $RVE = 4 \Rightarrow$ Sistema isostático

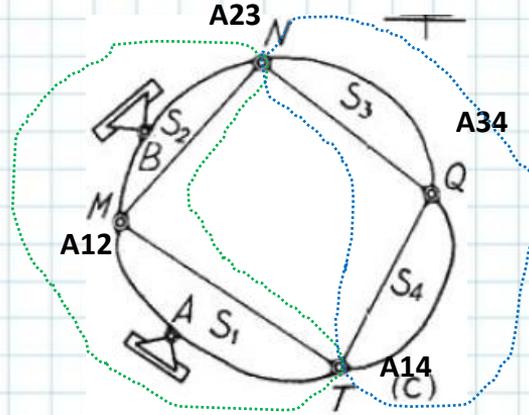
¿Vinculación aparente?

TEMA

TP3

Caso C)

CUERPOS
VINCULADOS



[S1] y [S2] forman un arco de tres articulaciones no alineadas. Fijas.

A23 y A14 PF

[S3] y [S4] forman un arco de tres articulaciones no alineadas. Fijas

No hay vinculación aparente. Cinemáticamente estable

Cadena cinemática cerrada de cuatro chapas

$n=4, GL = 4, RVE = 4 \Rightarrow$ Sistema isostático

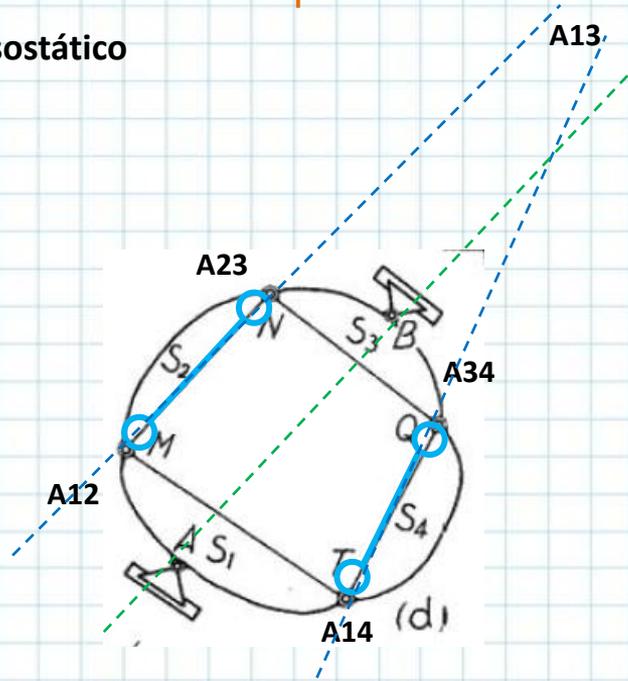
¿Vinculación aparente?

TEMA

TP3

Caso D)

CUERPOS
VINCULADOS



[S2] y [S4] Actúan como bielas.

[S1] y [S3] forman un arco de tres articulaciones no alineadas. Fijas.

[S2] y [S4] Tienen 2 PF, están Fijas.

No hay vinculación aparente. Cinemáticamente estable

Cadena cinemática cerrada de cuatro chapas

$n=4, GL = 4, RVE = 4 \Rightarrow$ Sistema isostático

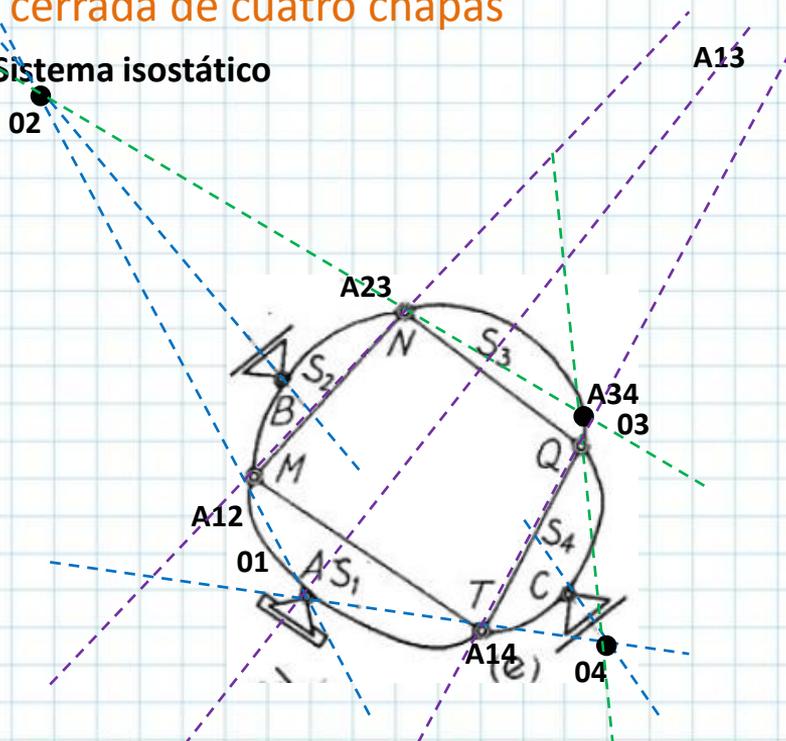
¿Vinculación aparente?

TEMA

TP3

Caso E)

CUERPOS
VINCULADOS



Busco polos 02,04 y 03. Condiciones de [S1] sobre [S3] uno el punto 01 con A13
[S3] Tres condiciones no concurrentes, Fija.

A23 y A34 PF

[S2] y [S4] Tienen 2 PF, están Fijas.

A12 y A14 PF

[S1] Tienen 3 PF, está Fija.

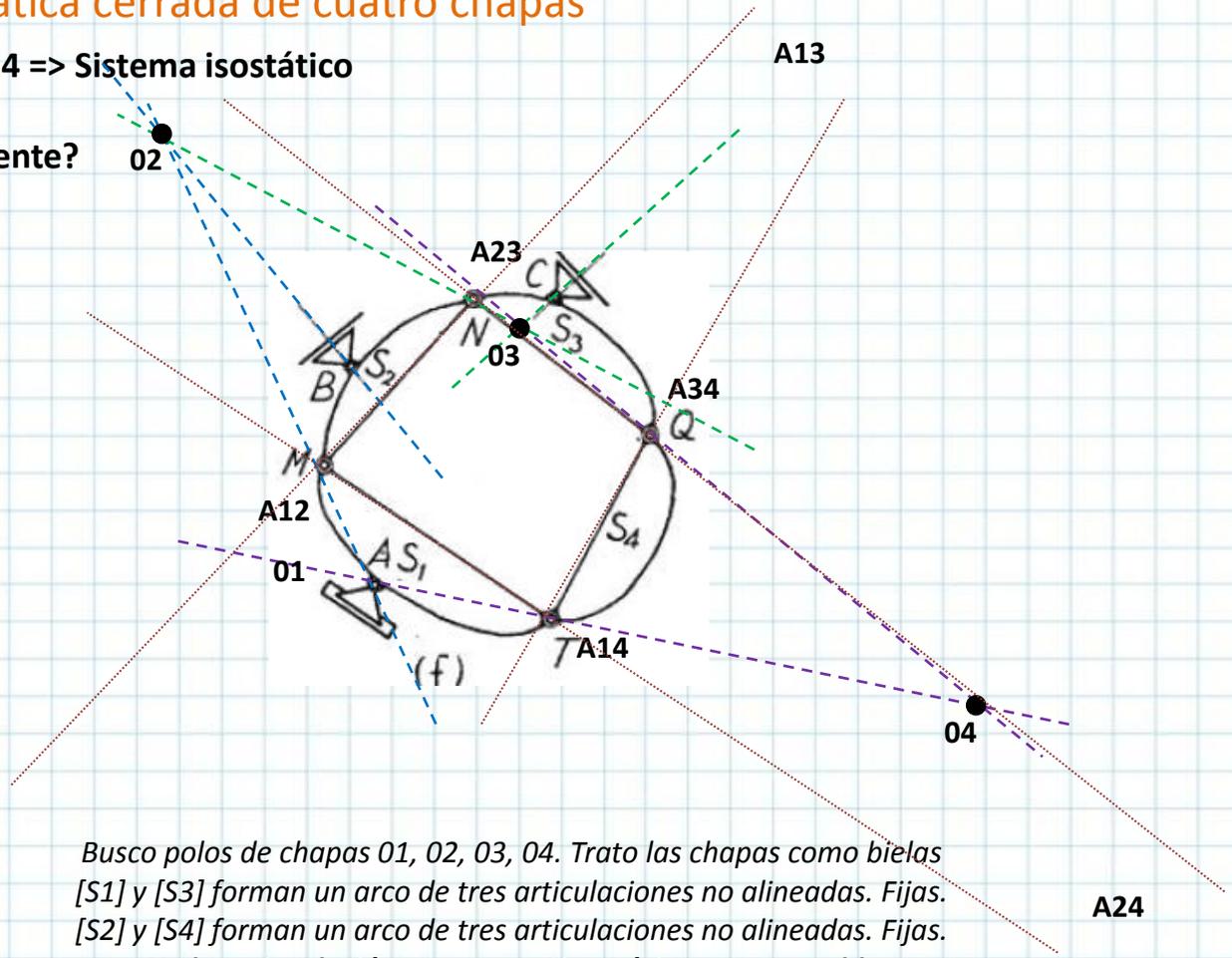
No hay vinculación aparente. Cinemáticamente estable

Cadena cinemática cerrada de cuatro chapas

$n=4, GL = 4, RVE = 4 \Rightarrow$ Sistema isostático

¿Vinculación aparente?

Caso F)



Busco polos de chapas 01, 02, 03, 04. Trato las chapas como bielas [S1] y [S3] forman un arco de tres articulaciones no alineadas. Fijas. [S2] y [S4] forman un arco de tres articulaciones no alineadas. Fijas. No hay vinculación aparente. Cinemáticamente estable

Cadena cinemática cerrada de cuatro chapas

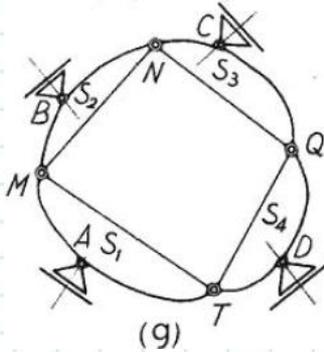
$n=4$, $GL = 4$, $RVE = 4 \Rightarrow$ Sistema isostático

¿Vinculación aparente?

TEMA

TP3

Caso G)



4 CASO 1-1-1-1

Verificada la condición de rigidez, este caso requiere de plantear el sistema de ecuaciones aportada por la Estática para garantizar el equilibrio de los cuerpos. Un sistema linealmente dependiente significará que existe vinculación aparente. Un sistema linealmente independiente, implicará una estructura correctamente sustentada e isoestática. No es posible mediante un análisis gráfico, como el elaborado en los casos anteriores, verificar previamente la isoestaticidad de un estructura con un vínculo de primera especie en cada chapa.

¿Hay más casos?

Si, varios más.

Hay casos donde las condiciones están aplicadas sobre las articulaciones.

Pensar en puntos fijos, chapas como bielas y las condiciones que se imponen entre chapas.

Cadena cinemática cerrada de cuatro chapas

Dada la estructura se pide:

- a) Análisis cinemático.
- b) Reacciones vinculo externo
- c) Diagrama de cuerpo libre de todas las chapas.

TEMA

TP3

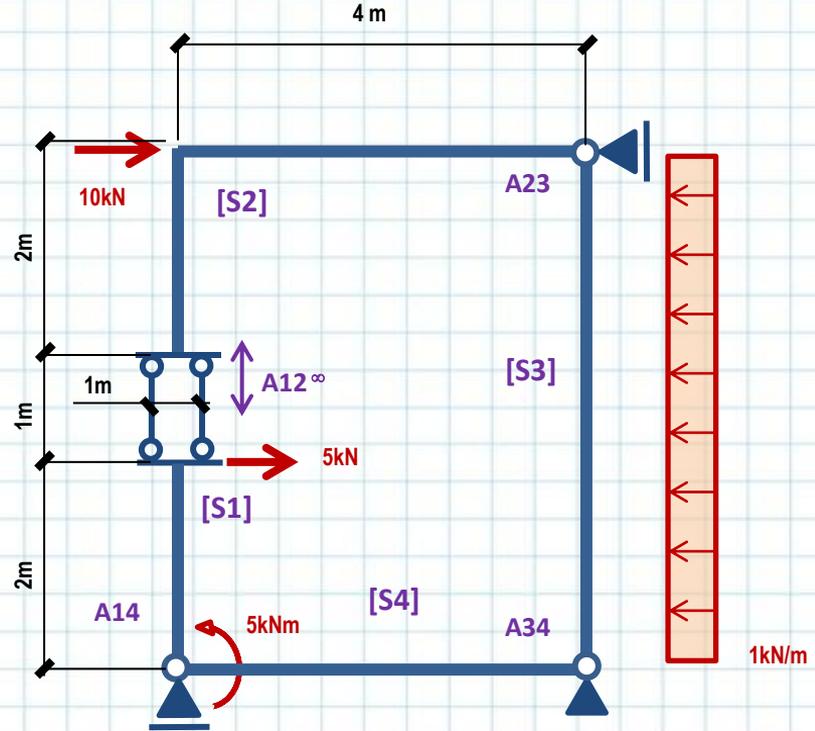
CUERPOS
VINCULADOS

F.I.U.B.A.
DTO. ESTABILIDAD
84.02 /64.11
ESTABILIDAD 1

1 CUAT. 2020

CURSO 4
PARENTE

a) $n=4$, $GL = 4$, $RVE = 4 \Rightarrow$ Sistema isostático.



Cadena cinemática cerrada de cuatro chapas

Dada la estructura se pide:

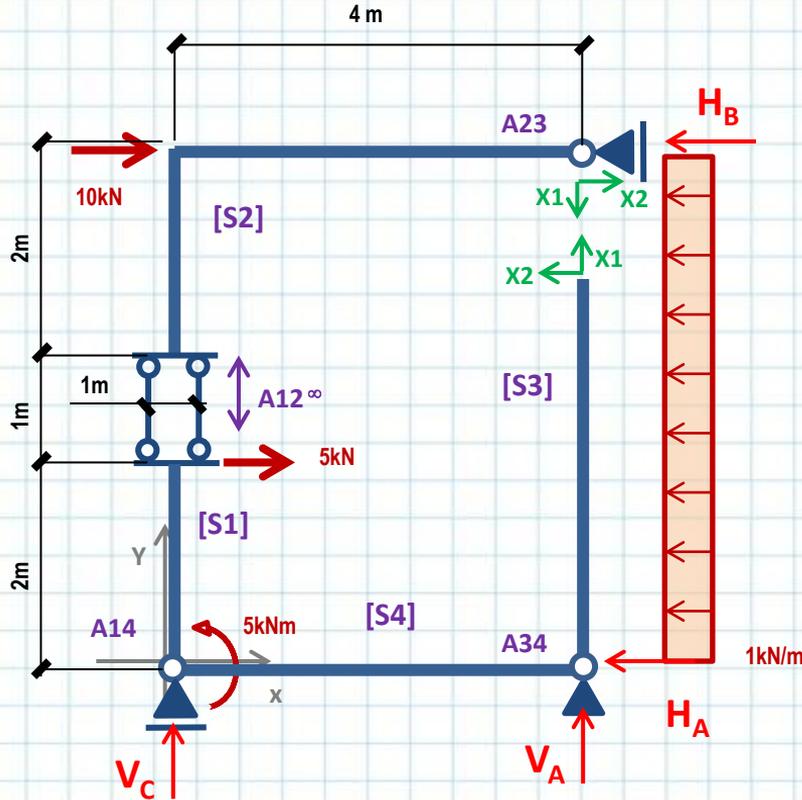
- Análisis cinemático.
- Reacciones vínculo externo
- Diagrama de cuerpo libre de todas las chapas.

b) Evidencio RVE, abro en un articulación y evidencio RVI. Planteo ecuaciones.

TEMA

TP3

CUERPOS
VINCULADOS



$$\Sigma F_x = 0$$

$$10\text{kN} + 5\text{kN} - 1 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \cdot 5\text{m} - H_A - H_B = 0$$

$$\Sigma F_y = 0$$

$$V_c + V_A = 0$$

$$\Sigma M_{\text{gral}} = 0$$

$$5\text{kN} \cdot \text{m} - 2\text{m} \cdot 5\text{kN} - 5\text{m} \cdot 10\text{kN} + 2.5\text{m} \cdot 1 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \cdot 5\text{m} + 5\text{m} \cdot H_B + 4\text{m} \cdot V_A = 0$$

$$\Sigma M_{A34_{S3}} = 0$$

$$2.5\text{m} \cdot 1 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \cdot 5\text{m} + 5\text{m} \cdot X_2 = 0$$

$$\Sigma M_{A14_{S3+S4}} = 0$$

$$5\text{kN} \cdot \text{m} + 2.5\text{m} \cdot 1 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \cdot 5\text{m} + 4\text{m} \cdot V_A + 4\text{m} \cdot X_1 + 5\text{m} \cdot X_2 = 0$$

$$\Sigma F_{hA12_{S2}} = 0$$

$$10\text{kN} - H_B + X_2 = 0$$

Cadena cinemática cerrada de cuatro chapas

Dada la estructura se pide:

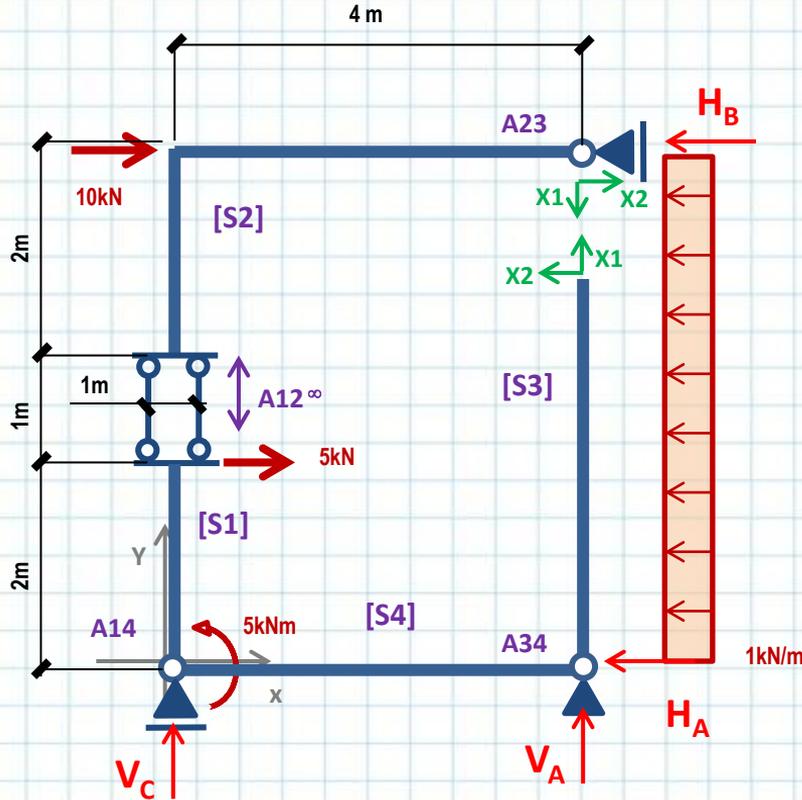
- Análisis cinemático.
- Reacciones vínculo externo
- Diagrama de cuerpo libre de todas las chapas.

b) Evidencio RVE, abro en un articulación y evidencio RVI. Planteo ecuaciones.

TEMA

TP3

CUERPOS
VINCULADOS



$$H_A + H_B = 10\text{kN}$$

$$V_C + V_A = 0$$

$$5\text{m} \cdot H_B + 4\text{m} \cdot V_A = 42.5\text{kN} \cdot \text{m}$$

$$5\text{m} \cdot X_2 = -12.5\text{kN} \cdot \text{m}$$

$$4\text{m} \cdot V_A + 4\text{m} \cdot X_1 + 5\text{m} \cdot X_2 = -17.5\text{kN} \cdot \text{m}$$

$$-H_B + X_2 = -10\text{kN}$$

$$\text{Sol} := \text{MA}^{-1} \cdot \text{VC}$$

$$\text{Sol}^T = \begin{pmatrix} 2.5 & 7.5 & 1.25 & -1.25 & -2.5 & -2.5 \end{pmatrix}$$

$$\text{VC} := \begin{pmatrix} 10 \\ 0 \\ 42.5 \\ -12.5 \\ -17.5 \\ -10 \end{pmatrix}$$

$$\text{MA} := \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 4 & 0 & 4 & 5 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$|\text{MA}| = -80$$

Inversible, SCD.

No hay V.A.

Cadena cinemática cerrada de cuatro chapas

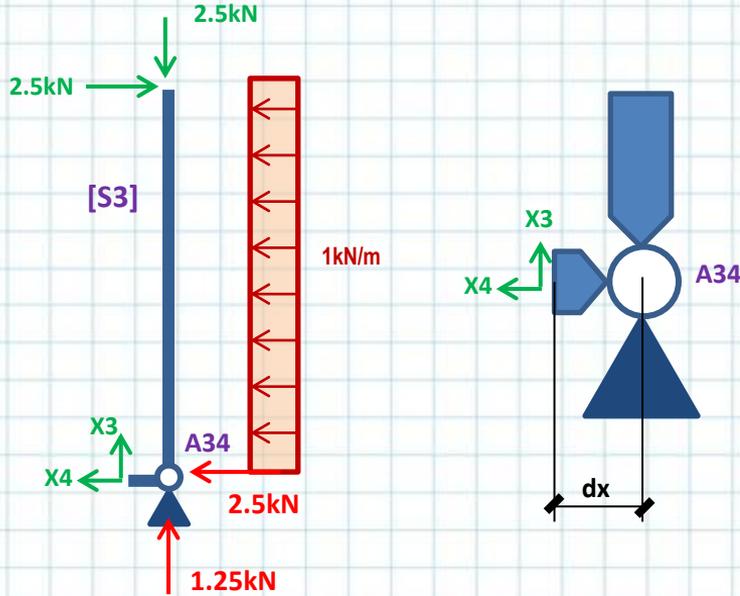
Dada la estructura se pide:

- Análisis cinemático.
- Reacciones vinculo externo
- Diagrama de cuerpo libre de todas las chapas.**

TEMA

TP3

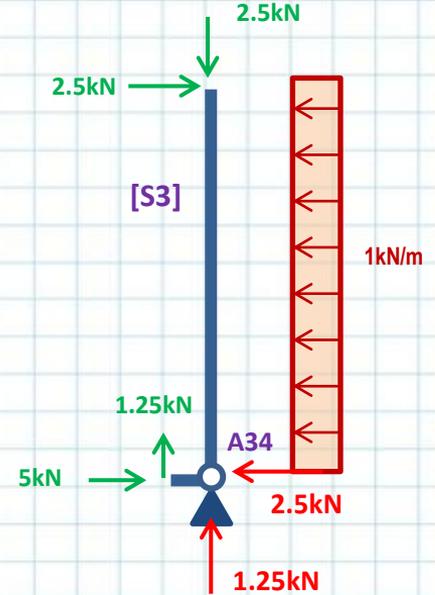
CUERPOS
VINCULADOS



DCL [S3]
Ec. Equilibrio
Sacamos CVI y
chequeamos.

$$\begin{aligned} \sum F_x &= 0 \\ \sum F_y &= 0 \\ \sum M^A &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} X_3 &= 1.25\text{kN} \\ X_4 &= -5\text{kN} \end{aligned}$$



Cadena cinemática cerrada de cuatro chapas

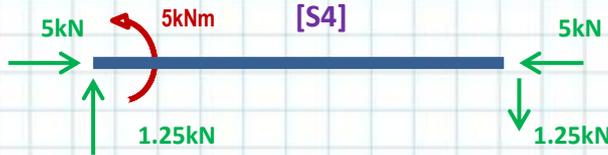
Dada la estructura se pide:

- Análisis cinemático.
- Reacciones vinculo externo
- Diagrama de cuerpo libre de todas las chapas.

TEMA

TP3

CUERPOS
VINCULADOS

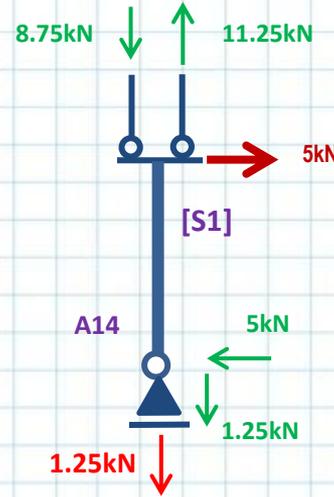
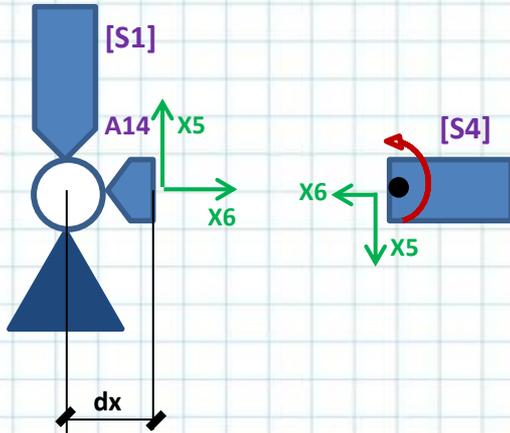


DCL [S3]
Ec. Equilibrio
Sacamos CVI y
chequeamos.

$$\sum F_x = 0$$

$$\sum F_y = 0$$

$$\sum M^A = 0$$

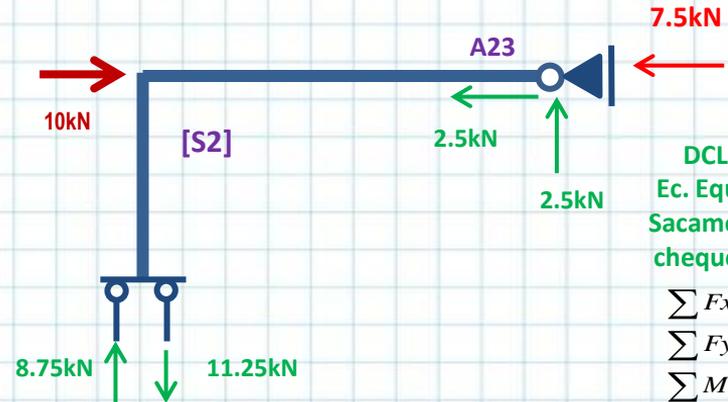


DCL [S1]
Ec. Equilibrio
Sacamos CVI y
chequeamos.

$$\sum F_x = 0$$

$$\sum F_y = 0$$

$$\sum M^A = 0$$



DCL [S2]
Ec. Equilibrio
Sacamos CVI y
chequeamos.

$$\sum F_x = 0$$

$$\sum F_y = 0$$

$$\sum M^A = 0$$

TRABAJO PRACTICO Nº3 PARTE 3

EJERCICIOS OBLIGATORIOS

Fecha de entrega: Jueves 28 de Mayo 2020.

TEMA

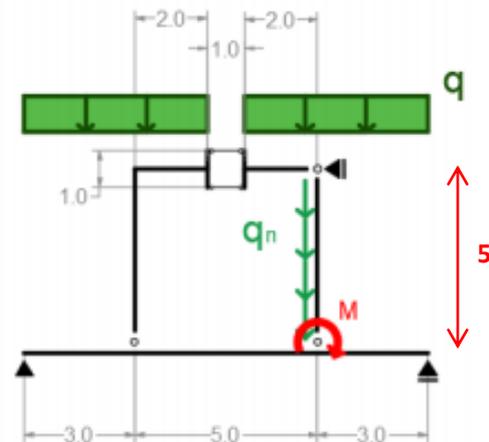
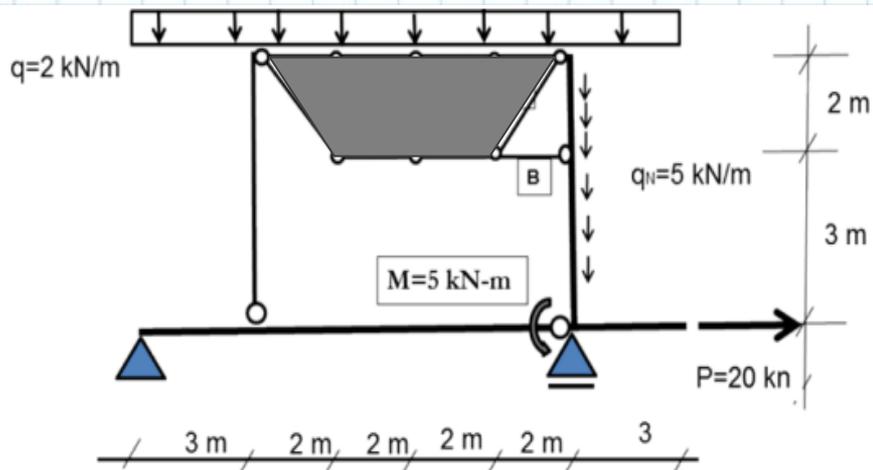
TP3

CUERPOS
VINCLADOS

Ejercicios:

- Análisis cinemático.
- Reacciones vinculo externo
- Diagrama de cuerpo libre de todas las chapas.

- Definir cuerpo rígido.
- ¿Qué es un diagrama de cuerpo libre?
- Definir vínculo. ¿Qué tipos conoce? Esquematarlos.
- Definir reacción de vínculo.
- Definir condición de vínculo.
- Si un vínculo impide el desplazamiento de un cuerpo rígido en una determinada dirección, ¿Cuál será la coordenada de la reacción de vínculo correspondiente?
- ¿Qué es una vinculación aparente? Ejemplificar.
- ¿Qué ecuaciones se utilizan en el cálculo de las reacciones de vínculo de una estructura plana de 2 o más chapas? Diferenciar cadena abierta y cerrada. Justificar.



Medidas en metros. $q = 1 \text{ kN/m}$, $q_n = 1 \text{ kN/m}$, $M = 10 \text{ kNm}$