Ejercicio 4

Dado el sistema de la figura, se pide:

a) Reducir el sistema al punto A y determinar los invariantes.

b) Equilibrar el sistema con 6 fuerzas cuyas direcciones sean a, b, c, d, e y f.

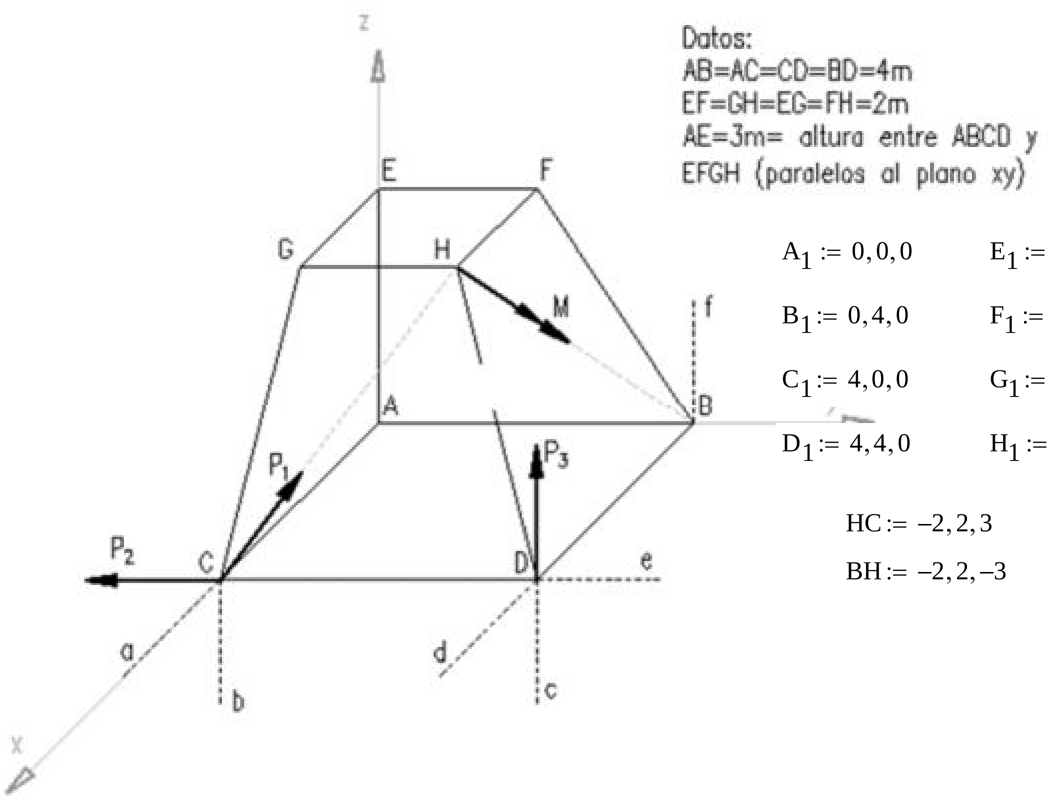
Datos: $P1 = 30\ kN$, $P2 = 60\ kN$, $P3 = 20\ kN$, $M = 40\ kNm$.

$P_1 := 30kN$

$P_2 := 60kN$

$P_3 := 20kN$

$M := 40kN\cdot m$



$A_1 := 0,0,0$ $\quad$ $E_1 := 0,0,3$

$B_1 := 0,4,0$ $\quad$ $F_1 := 0,2,3$

$C_1 := 4,0,0$ $\quad$ $G_1 := 2,0,3$

$D_1 := 4,4,0$ $\quad$ $H_1 := 2,2,3$

$HC := -2,2,3$

$BH := -2,2,-3$

Se descomponen las fuerzas:

$$P_{1x} := \frac{-2}{\sqrt{(-2)^2 + 2^2 + 3^2}}\cdot P_1 \qquad P_{1y} := \frac{2}{\sqrt{(-2)^2 + 2^2 + 3^2}}\cdot P_1 \qquad P_{1z} := \frac{3}{\sqrt{(-2)^2 + 2^2 + 3^2}}\cdot P_1$$

$P_{1x} = -14.552\ kN$ $\quad$ $P_{1y} = 14.552\ kN$ $\quad$ $P_{1z} = 21.828\ kN$

$P_{2x} := 0kN\cdot m$ $\quad$ $P_{2y} := -P_2$ $\quad$ $P_{2z} := 0kN\cdot m$

$P_{3x} := 0kN \cdot m$ $\quad P_{3y} := 0kN \cdot m$ $\quad P_{3z} := P_3$

$$M_x := \frac{-2}{\sqrt{(-2)^2 + 2^2 + (-3)^2}} \cdot M \qquad M_y := \frac{2}{\sqrt{(-2)^2 + 2^2 + (-3)^2}} \cdot M \qquad M_z := \frac{-3}{\sqrt{(-2)^2 + 2^2 + (-3)^2}} \cdot M$$

$M_x = -19.403\,kN \cdot m$ $\quad M_y = 19.403\,kN \cdot m$ $\quad M_z = -29.104\,kN \cdot m$

Se obtiene la resultante:

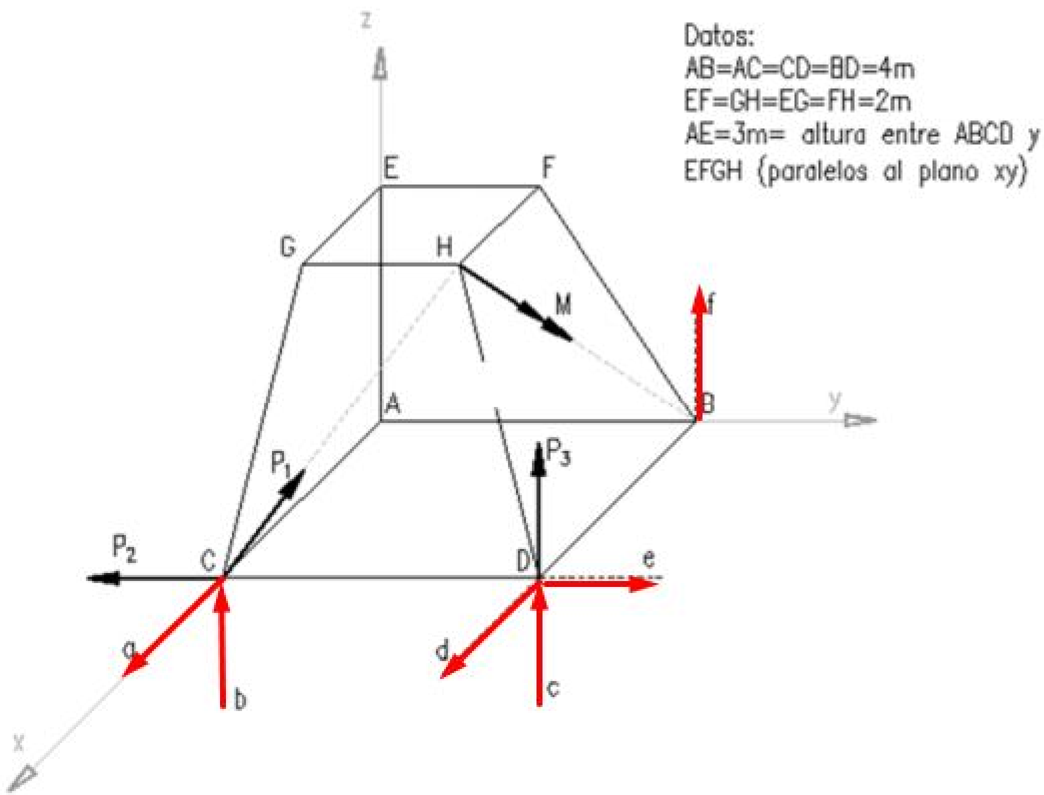
$R_x := P_{1x} + P_{2x} + P_{3x}$ $\quad R_y := P_{1y} + P_{2y} + P_{3y}$ $\quad R_z := P_{1z} + P_{2z} + P_{3z}$

$R_x = -14.552\,kN$ $\quad R_y = -45.448\,kN$ $\quad R_z = 41.828\,kN$

$M_{Rx} := M_x + |P_{3z}| \cdot 4m$ $\quad M_{Ry} := M_y - |P_{1z}| \cdot 4m - |P_{3z}| \cdot 4m$ $\quad M_{Rz} := M_z + |P_{1y}| \cdot 4m - |P_{2y}| \cdot 4m$

$M_{Rx} = 60.597\,kN \cdot m$ $\quad M_{Ry} = -147.91\,kN \cdot m$ $\quad M_{Rz} = -210.896\,kN \cdot m$

Se equilibra el sistema:



1. Se toma momento respecto del eje e:

$$M_e = M_y + P_f \cdot 4m = 0$$

$$P_f := \frac{-M_y}{4m} \qquad P_f = -4.851\,kN$$

2. Se toma momento respecto del eje a:

$$M_a = M_x + |P_{3z}| \cdot 4m + P_f \cdot 4m + P_c \cdot 4m = 0$$

$$P_c := \frac{-M_x - |P_{3z}| \cdot 4m - P_f \cdot 4m}{4m} \qquad P_c = -10.299\,kN$$

3. Se toma momento respecto del eje y:

$$M_{eje.y} = M_y - |P_{1z}| \cdot 4m - |P_{3z}| \cdot 4m - P_b \cdot 4m - P_c \cdot 4m = 0$$

$$P_b := \frac{M_y - |P_{1z}| \cdot 4m - |P_{3z}| \cdot 4m - P_c \cdot 4m}{4m} \qquad P_b = -26.679\,kN$$

4. Se toma momento respecto del eje b:

$$M_b = M_z - P_d \cdot 4m = 0$$

$$P_d := \frac{M_z}{4m} \qquad P_d = -7.276\,kN$$

5. Se toma momento respecto del eje c:

$$M_c = M_z + P_a \cdot 4m - |P_{1x}| \cdot 4m = 0$$

$$P_a := \frac{-M_z + |P_{1x}| \cdot 4m}{4m} \qquad P_a = 21.828\,kN$$

6. Se toma momento respecto del eje z:

$$M_{eje.z} = M_z + |P_{1y}| \cdot 4m - |P_{2y}| \cdot 4m - P_d \cdot 4m + P_e \cdot 4m$$

$$P_e := \frac{-M_z - |P_{1y}| \cdot 4m + |P_{2y}| \cdot 4m + P_d \cdot 4m}{4m} \qquad P_e = 45.448\,kN$$

Verifico mi resultado:

Fuerzas en x:

$R_x + P_a + P_d = 0\,kN$ -Verifica-

Fuerzas en y:

$R_y + P_e = 0\,kN$ -Verifica-

Fuerzas en z:

$R_z + P_b + P_c + P_f = 0\,kN$ -Verifica-

Momento en x respecto de A:

$M_{Rx} + P_c \cdot 4m + P_f \cdot 4m = -3.638 \times 10^{-15}\,kN \cdot m$

(Acá es un error de aproximación del programa. Ver que es un valor muy pequeño)

$M_{Rx} + P_c \cdot 4m + P_f \cdot 4m = 0$ -Verifica-

Momento en y respecto de A:

$M_{Ry} - P_b \cdot 4m - P_c \cdot 4m = 0\,kN \cdot m$ -Verifica-

Momento en z respecto de A:

$$M_{Rz} - P_d \cdot 4m + P_e \cdot 4m = 0\ kN \cdot m$$ -Verifica-