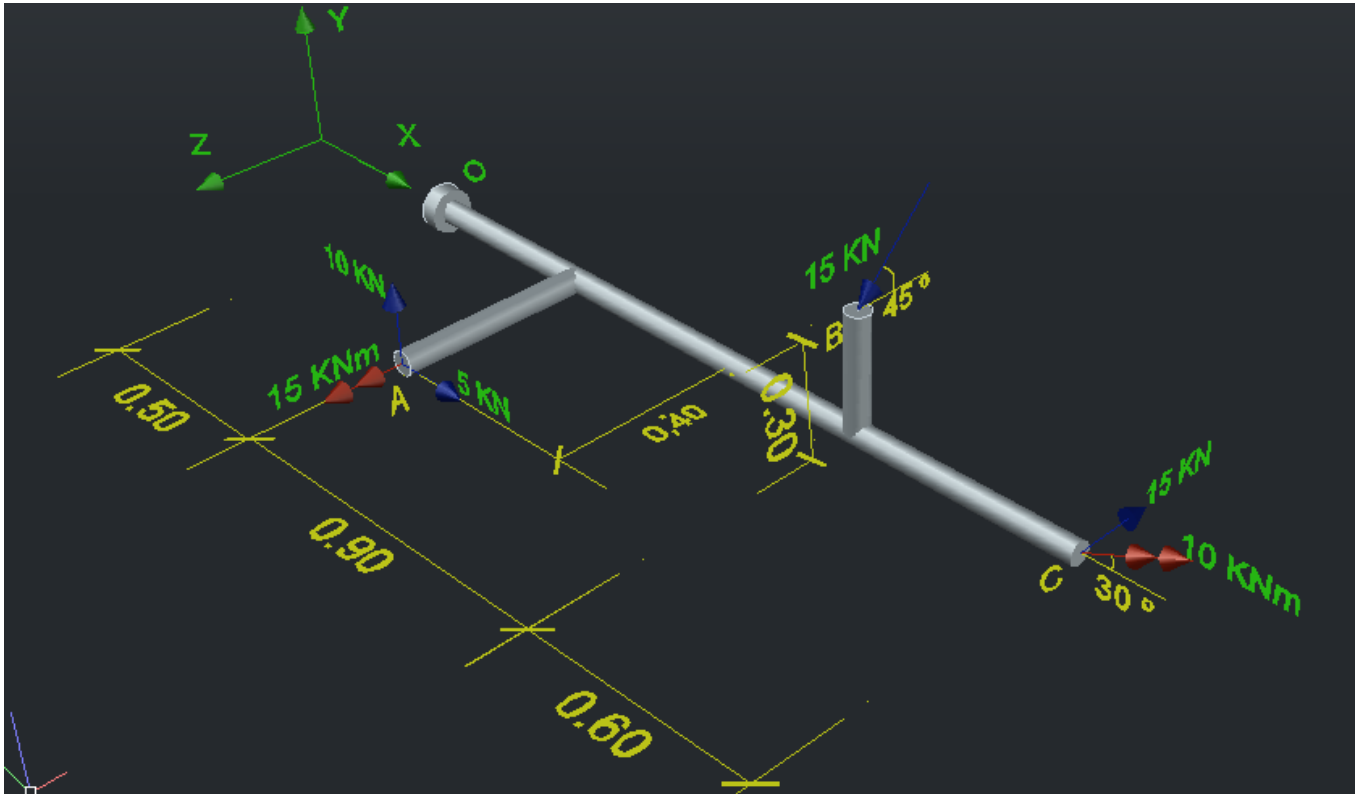


EJERCICIO DE SISTEMA DE FUERZAS EN EL ESPACIO

- Hallar la resultante del sistema de fuerzas y un sistema equivalente en O.
- Calcular invariante vectorial e invariante escalar.



NOTA: las distancias están en metros.

Comenzamos descomponiendo los vectores en sus proyecciones en los ejes cartesianos.

Fuerza aplicada en B:

$$F_{BY} = -15KN \cdot \cos 45^\circ = -10,14KN$$

$$F_{BZ} = 15KN \cdot \sin 45^\circ = 10,14KN$$

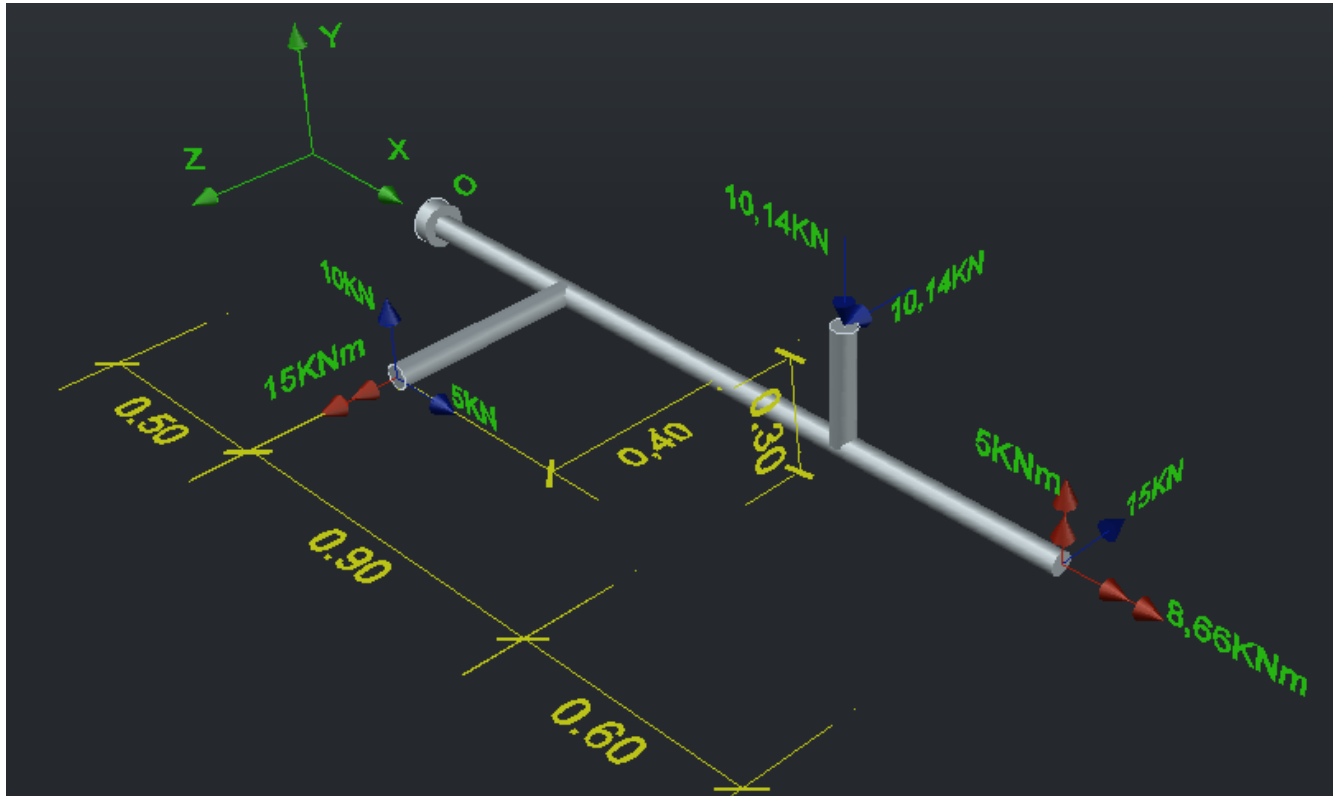
$$\vec{F}_B = (0; -10,14; 10,14)KNm$$

Momento aplicado en c:

$$M_{CX} = 10KNm \cdot \cos 30^\circ = 8,66KNm$$

$$M_{CY} = 10KN \cdot \sin 30^\circ = 5,00KNm$$

$$\vec{M}_C = (8,66; 5,00; 0)KNm$$



Sistema 1

Para encontrar un sistema equivalente en O se tiene que cumplir:

$$\sum(\vec{F})_1 = \sum(\vec{F})_2$$

La sumatoria de fuerzas del sistema uno y dos son iguales

$$\sum(\vec{M}_O)_1 = \sum(\vec{M}_O)_2$$

La suma de los momentos respecto a un punto arbitrario son iguales.

ECUACIONES:

Calculamos la resultante de fuerzas del sistema 1

$$\vec{R} = \sum \vec{F}_{s1}$$

$$\sum F_x = 5kN$$

$$\sum F_y = 10kN - 10,14kN = -0,14kN$$

$$\sum F_z = 10,14kN - 15kN = -4,86kN$$

$$\vec{R}_{s1} = (5 ; -0,14 ; -4,86)kN$$

Calculamos el momento resultante respecto de O:

$M_{RO,S1}$: momento respecto de O, debido al sistema de fuerzas 1

$$\vec{M}_{R0, S1} = \sum \vec{M}_O$$

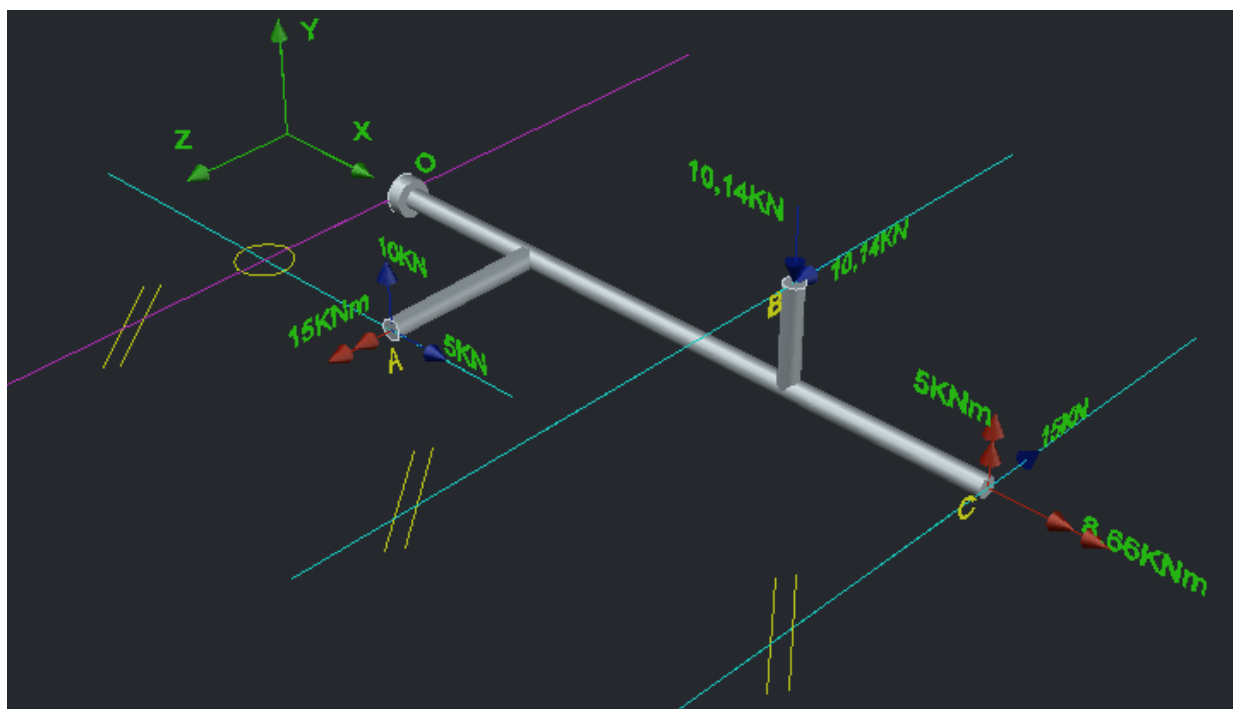
Calculamos cada componente de este vector tomando momentos respecto de ejes pasantes por O, paralelos respectivamente a los de referencia. Para determinar el sentido de los momentos utilizaremos regla de la mano derecha.

Comenzamos haciendo un análisis detallado de la componente Y, entonces vamos a calcular el momento producido por cada fuerza respecto del eje color violeta (paralelo al eje y pasante por O) y los momentos aplicados paralelos a esa dirección.

$$M_{ZO, S1} = M_{Z,FA} + M_{Z,FB} + M_{Z,FC} + \sum M_z$$

Momento respecto del Eje paralelo a Z debido a fuerza aplicada en A

Sumatoria de momentos aplicados paralelos al eje Z

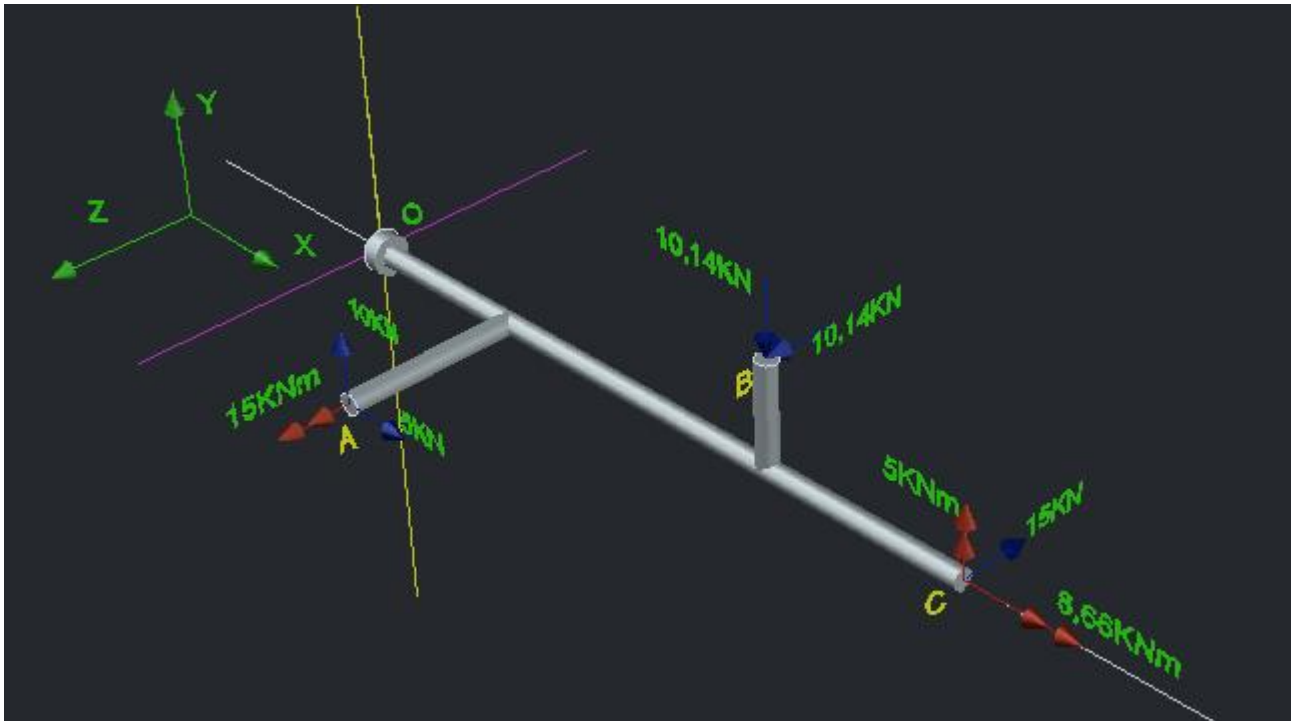


En el gráfico podemos observar que si extendemos la recta de acción de la fuerza aplicada en A de 5kN se interseca con el eje violeta, si hacemos lo mismo con la fuerza 10,14kN aplicada en B y la aplicada en C resulta que son paralelas al eje violeta, para estos dos casos resulta que el momento producido por dichas fuerzas es nulo.

$$\sum M_{ZO,S1} = M_{Z,FA} + M_{Z,FB} + M_{Z,FC} + \sum M_z$$

$$M_{ZO,S1} = +10\text{KN} \cdot 0,5\text{m} - 10,14\text{KN} \cdot 1,40\text{m} + 15\text{KNm} = 5,80\text{KNm}$$

Análogamente repetimos el procedimiento para los otros 2 ejes, así obtenemos el vector momento resultante reducido al punto O. Siendo el eje paralelo al Y el amarillo y el gris paralelo al eje x.



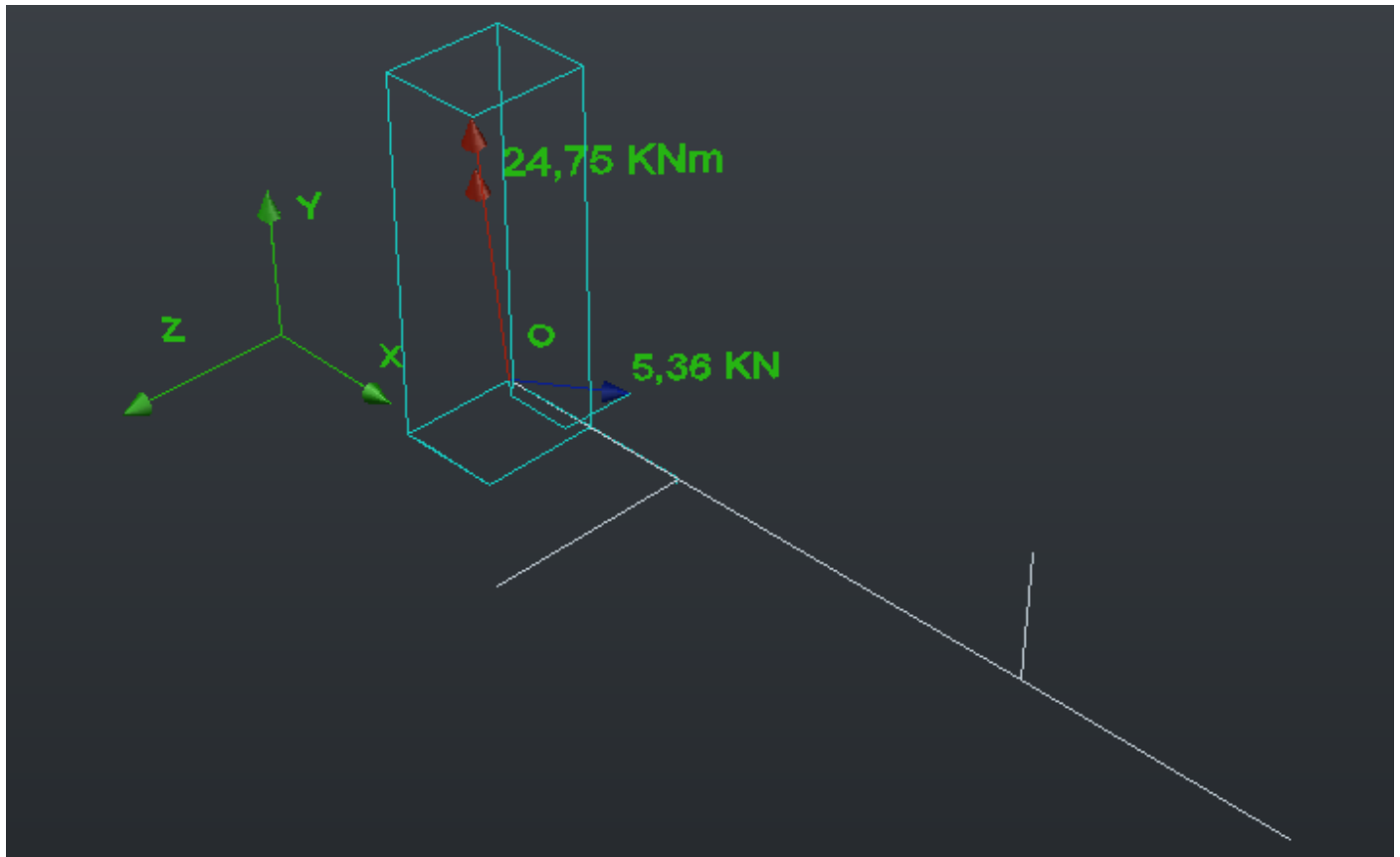
$$M_{XO,S1} = -10\text{KN} \cdot 0,40\text{m} + 10,14\text{KN} \cdot 0,30\text{m} + 8,66\text{KNm} = 7,70\text{KNm}$$

$$M_{YO,S1} = +5\text{KN} \cdot 0,40\text{m} - 10,14\text{KN} \cdot 1,40\text{m} + 15\text{KN} \cdot 2,00\text{m} + 5\text{KNm} = 22,80\text{KNm}$$

Una vez que tenemos las resultantes pasamos a plantear el sistema equivalente en O.

$$\vec{R}_{S2} = (5 ; -0,14 ; -4,86)\text{KN}$$

$$\vec{M}_{RO,S2} = (7,70 ; 22,80 ; 5,80)\text{KNm}$$



B)

La invariante vectorial es la Resultante de fuerzas. No cambia aunque cambio el punto de reducción.

$$\vec{R} = (5 ; -0,14 ; -4,86)KN$$

La invariante vectorial es la proyección de vector momento resultante sobre la dirección del vector resultante de fuerzas, no cambia aunque cambio el punto de reducción.

$$M_I = \frac{\vec{R}}{R} \cdot \vec{M}$$

$$M_I = \frac{(5 ; -0,14 ; -4,86)}{\sqrt{5^2 + 0,14^2 + 4,86^2}} \cdot \vec{M}$$

$$M_I = (0,71 ; -0,02 ; -0,70) \cdot (7,70 ; 22,80 ; 5,80)$$

$$M_I = 0,95KNm$$

Sistema de Fuerzas

