

### Ejercicio 1 y 2

Se trata de demostrar si los sistemas cumplen las propiedades mencionadas. Por ejemplo, para demostrar la invarianza en el tiempo se debe demostrar que para toda señal  $x(t)$  se cumple que:

*Si  $x(t)$  produce una salida  $y(t)$ , entonces una señal  $x_2(t) = x(t - T)$  deberá producir una señal de salida  $y_2(t) = y(t - T)$ , es decir, la misma señal de salida pero retrasada en el tiempo  $T$  segundos.*

Si el sistema no cumple alguna de las propiedades bastara con mostrar un contraejemplo que permita visualizar el incumplimiento de la propiedad.

### Ejercicio 4

Primero deben graficar  $h[n]$  y  $x[n]$ . La primera tiene forma de triangulo, la segunda son deltas cada  $N$  puntos. Por ejemplo, para  $N = 6$ ,  $x[0] = x[6] = x[12] = x[-6] = x[-12] \dots = 1$ . Para el resto de los valores de  $n$ ,  $x[n] = 0$ .

Luego de entender eso, se escribe  $x[n]$  como sumatoria de deltas.

Como el sistema es LTI, la salida  $y[n]$  se puede calcular como la convolución entre la entrada y la respuesta al impulso:

$$y[n] = x[n] * h[n]$$

Utilizando la propiedad distributiva de la convolución y la propiedad de que  $x[n] * \delta[n - R] = x[n - R]$  (demostrar) se puede resolver el ejercicio gráficamente.

### Ejercicio 5

En este ejercicio la salida se obtiene resolviendo gráficamente la convolución ya que el sistema es LTI. Sugiero empezar graficando  $h(t)$  y  $x(t)$  con  $\alpha = 2$  por ejemplo. Luego resolver esa convolución gráficamente. Una vez hecho eso, se puede cambiar el valor de  $\alpha$  e ir viendo cómo cambia la salida.

### Ejercicio 6

Mas convoluciones para practicar. Arranquen siempre dibujando aproximadamente las señales y siempre intenten resolver las convoluciones en forma gráfica. Aplicar la ecuación

de convolución sin antes tener una idea visual de lo que está pasando suele conducir a errores.

### Ejercicio 7

Mas convoluciones

### Ejercicio 8

Mas convoluciones.

1. Recordar propiedad distributiva de la convolución y  $x(t) * \delta[t - R] = x[t - R]$
2. Se podría encontrar primero la respuesta ante la entrada  $u(t)$ . Dado que el sistema es LTI, cual sería la salida ante  $u(t-5)$ ?. Y ante  $u(t) - u(t-5)$ ?

### Ejercicio 9

A pensar!

### Ejercicio 10

Se pide la respuesta al impulso y nos dan el dato de la respuesta al escalón. Recordar que podemos escribir al impulso como:

$\delta[n] = u[n] - u[n-1]$  (demostrar gráficamente)

### Ejercicio 11

A pensar!

### Ejercicio 12

1. Si un sistema LTI es causal, que condición debe cumplir  $h[n]$ . Utilizar esa idea.
2. Se resuelve operando con la convolución.

### Ejercicio 13

Se pide la respuesta al impulso. Sugiero reemplazar  $x$  por delta y operar con la ecuación del sistema. Una propiedad que suele ayudar cuando hay multiplicaciones con la delta es la siguiente:

$$x(t) \cdot \delta(t - T) = x(T) \cdot \delta(t - T)$$

Es decir, reemplazamos la señal  $x(t)$  por una señal constante  $x(T)$  (demostrar aplicando la definición de la delta). Esto ayuda a resolver integrales que tienen deltas ya que las constantes salen fuera de la integral.

### Ejercicios 14, 15 y 16

Ya a esta altura deberían estar en condiciones de resolver estos ejercicios.

### Ejercicio 17

Nos piden la respuesta a la delta. La delta es distinta de cero solo para  $n = 0$ . Veamos que sucede en ese instante.

$$y[0] = \delta[1] + \delta[0] + \delta[-1] + \left(\frac{3}{4}\right) y[-1] = 1 + \left(\frac{3}{4}\right) y[-1]$$

En este punto la salida depende de la salida en el instante anterior. Para resolver esto utilizamos la condición inicial de reposo diciendo que  $y[-1] = 0$ . Entonces  $y[0] = 1$ . Una vez hecho esto podemos continuar obteniendo la salida para  $n=1, 2, 3, 4, \dots$  (para los valores de  $n$  negativos  $y[n] = 0$  porque el sistema estaba en reposo).

### Ejercicio 18

1. El primer item define condiciones iniciales de reposo. Este tipo de condiciones establecen que el sistema no produce una salida hasta el instante en que la entrada reacciona, lo que implica que el sistema será **causal**. Es una situación similar al ejercicio anterior
2. En este caso se definen condiciones finales de reposo. Esto, a diferencia del item anterior, determina que el sistema no produce salida una vez que la entrada **finaliza** y genera sistemas **anticausales**. Es un poco más complejo de pensar, pero matemáticamente se resuelve de la siguiente manera:

Lo primero que hacemos es reescribir el sistema en forma **anticausal**, es decir, que la salida dependa de valores posteriores en lugar de valores anteriores:

$$y[n] = 2(y[n+1] - x[n+1])$$

Para encontrar la respuesta a la delta tenemos que utilizar que la misma tiene valor en el instante 0. Esto, en función de la forma que está escrito el sistema, sucede para  $n = -1$ :

$$y[-1] = 2(y[0] - \delta[0]) = 2y[0] - 1$$

Aca, utilizando la idea de condiciones finales de reposo, decimos que  $y[0] = 0$ . Por lo tanto:

$$y[-1] = -1$$

Seguimos encontrando la salida para  $n = -2, -3, -4, \dots$  (para los positivos es cero por condiciones finales de reposo)