

Nombre y Apellido:

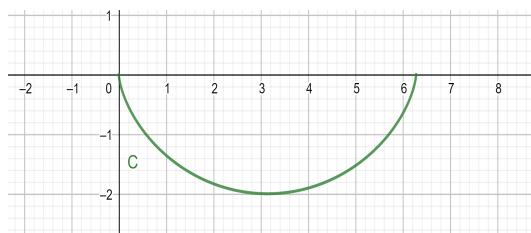
Número de Padrón:

Todas las respuestas deben estar debidamente justificadas. No se aceptarán cálculos dispersos, poco claros o sin comentarios. En la resolución de integrales, cada paso de integración debe resolverse indicando la primitiva y los límites correspondientes.

La evaluación se aprueba con 3 (tres) ejercicios bien resueltos.

Tema 1

- **Ejercicio 1.** El borde de la región D está compuesto por el arco de curva C de ecuación vectorial $\vec{X} = (t - \sin(t), \cos(t) - 1)$, $0 \leq t \leq 2\pi$, cuyo gráfico es



y el segmento que une $(0, 0)$ con $(2\pi, 0)$. Halle $\iint_D y \, dx dy$.

Pista: Calcule la circulación de un campo adecuado.

- **Ejercicio 2.** Sea Σ la porción de la superficie cilíndrica de ecuación $x^2 + y^2 = 9$ que se encuentra en el primer octante y satisface las condiciones $y - x \geq 0$ y $z - y \leq 0$.

Calcule el flujo del campo $\vec{f}(x, y, z) = (3 - 2y, 2x, z^2 + y^3)$ a través de Σ orientada de modo tal que el versor normal tenga segunda componente positiva.

- **Ejercicio 3.** Sea $\vec{f}(x, y) = (yx + g(y)x, g(y)x^2)$, con $g \in \mathcal{C}^1(\mathbb{R})$, un campo de gradientes en \mathbb{R}^2 tal que $\vec{f}(1, 0) = (1, 1)$. Halle g y todas las funciones potenciales de \vec{f} .
- **Ejercicio 4.** Calcule la circulación de

$$\vec{f}(x, y, z) = (y^2 + 2y, 2xy + e^{\cos(y)}, e^{z^2})$$

a lo largo de la curva C definida por las ecuaciones

$$x^2 + x + y^2 + z = 0 \quad \wedge \quad x + 2y + z = 0,$$

orientada de modo tal que en el punto $(0, 0, 0)$ el versor tangente a C tenga primera componente positiva.

- **Ejercicio 5.** Sea D el cuerpo sólido que ocupa la región definida por las condiciones

$$7x^2 + y^2 \leq z \leq 8 - x^2 - y^2 \quad \wedge \quad x \geq 0.$$

Calcule la masa de D suponiendo que la densidad de masa es proporcional a la distancia del punto al plano yz .