

Nombre y Apellido:

Número de Padrón:

Todas las respuestas deben estar debidamente justificadas. No se aceptarán cálculos dispersos, poco claros o sin comentarios. En la resolución de integrales, cada paso de integración debe resolverse indicando la primitiva y los límites correspondientes.

La evaluación se aprueba con 3 (tres) ejercicios bien resueltos.

Tema 1

- **Ejercicio 1.** Sea D la región compacta de \mathbb{R}^2 limitada por el arco de curva de ecuación vectorial

$$\vec{X} = (\cos^3(t), \sin^2(t)), \quad 0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}$$

y los segmentos de extremos $(0, 0)$, $(0, 1)$ y $(0, 0)$, $(1, 0)$.

Calcule $\iint_D x \, dx \, dy$ mediante la circulación a lo largo de ∂D de un campo \vec{f} adecuado.

- **Ejercicio 2.** Sea C la curva cerrada dada por las ecuaciones

$$x^2 + y^2 - 2x - 4y - z = 0 \quad \wedge \quad 2x + 4y + z = 4.$$

Calcule la circulación del campo

$$\vec{f}(x, y, z) = (y + \varphi(x + 3y), z + \varphi(x + 3y), x + \varphi(x + 3y))$$

a lo largo de C recorrida de modo tal que el vector tangente a C en $P = (2, 0, 0)$ tenga segunda componente positiva. Suponga que $\varphi : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tiene derivada continua.

- **Ejercicio 3.** Sea D el cuerpo en \mathbb{R}^3 limitado superiormente por el plano de ecuación $z - y = 2$ e inferiormente por la superficie de ecuación $z = \sqrt{x^2 + 2y^2}$.

Calcule el flujo del campo $\vec{f}(x, y, z) = (y^2 - xz, z^2 - 3yz, x^2 - z^2)$ a través de ∂D orientada de modo que las normales apunten hacia al interior de D .

- **Ejercicio 4.** Sea C la curva ortogonal a la familia de curvas $xy = k$, $k \in \mathbb{R}$, que pasa por el punto $(1, 0)$, y sea D la región acotada de \mathbb{R}^2 limitada por la curva C y la recta $x = \sqrt{2}$.

Calcule la masa de la placa que ocupa la región D cuya densidad de masa en cada punto es proporcional a la distancia del punto al eje y .

- **Ejercicio 5.** Sea Γ el arco de la curva de ecuación $\vec{X} = (t \cos(\pi t), t \sin(\pi t), t)$, $t \in \mathbb{R}$, contenido en la bola de radio $\sqrt{2}$ centrada en el origen.

Calcule la circulación del campo $\vec{f}(x, y, z) = (ye^{xy} + yz + 1, xe^{xy} + xz, xy)$ a lo largo de Γ orientada según la parametrización dada.