

Indicar **claramente** apellido y número de padrón en cada hoja que entregue. Todas las respuestas deben estar **debidamente justificadas**. No se aceptarán cálculos dispersos, poco claros o sin comentarios. En la resolución de integrales, cada paso de integración debe resolverse indicando la primitiva y los límites correspondientes.

La evaluación se aprueba con un mínimo de tres (3) ítems bien resueltos

Apellido(s): Nombre(s):

Curso: Padrón: Código asignatura:

1. Dado $\vec{f} : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3 / \vec{f}(x, y, z) = (yz, xz, \varphi(y, z))$ con $\vec{f} \in C^1(\mathbb{R}^3)$, **calcule** la circulación de \vec{f} a lo largo de la curva borde de la superficie de ecuación $y = 4$ con $x + z \leq 2, z \geq 0, x \geq 0$. **Indique** gráficamente con qué orientación ha decidido realizar la circulación.

2. Sea $\vec{f}(x, y, z) = (xz, yz, z^2)$ definido en \mathbb{R}^3 , **calcule** el flujo de \vec{f} a través de la superficie Σ de ecuación $y^2 + z^2 = 9$ con $x + y \leq 3$ en el 1º octante. **Indique** gráficamente qué orientación adoptó para Σ .

3. La superficie de ecuación $z = x^2 + 6xy^2 - 6x + 10$ tiene tres puntos donde el plano tangente es paralelo al plano xy , **calcule** el área del triángulo que tiene a dichos puntos como vértices.

4. Dado $\vec{f} \in C^1(\mathbb{R}^2)$ tal que $\vec{f}(x, y) = (2y g(x), x g(x))$, **halle** una $g(x)$ tal que $g(1) = 3$ y que $\oint_{\partial D^+} \vec{f} \cdot d\vec{s} = 0$, siendo $D \subset \mathbb{R}^2$ definido por: $x^2 + 2x + y^2 \leq 4$.

5. Dada la familia de curvas planas de ecuación $x^2 + Cy = 0$, **halle** una ecuación para la curva de la familia ortogonal que pasa por el punto $(2, 2)$.

Indicar **claramente** apellido y número de padrón en cada hoja que entregue. Todas las respuestas deben estar **debidamente justificadas**. No se aceptarán cálculos dispersos, poco claros o sin comentarios. En la resolución de integrales, cada paso de integración debe resolverse indicando la primitiva y los límites correspondientes.

La evaluación se aprueba con un mínimo de tres (3) ítems bien resueltos

Apellido(s): Nombre(s):

Curso: Padrón: Código asignatura:

1. Dado $\vec{f} : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3 / \vec{f}(x, y, z) = (yz, xz, \varphi(x, z))$ con $\vec{f} \in C^1(\mathbb{R}^3)$, **calcule** la circulación de \vec{f} a lo largo de la curva borde de la superficie de ecuación $x = 4$ con $y + z \leq 2$, $z \geq 0$, $y \geq 0$. **Indique** gráficamente con qué orientación ha decidido realizar la circulación.
2. Sea $\vec{f}(x, y, z) = (xz, xy, z^2)$ definido en \mathbb{R}^3 , **calcule** el flujo de \vec{f} a través de la superficie Σ de ecuación $x^2 + z^2 = 9$ con $x + y \leq 3$ en el 1^o octante. **Indique** gráficamente qué orientación adoptó para Σ .
3. La superficie de ecuación $z = y^2 + 6yx^2 - 6y + 10$ tiene tres puntos donde el plano tangente es paralelo al plano xy , **calcule** el área del triángulo que tiene a dichos puntos como vértices.
4. Dado $\vec{f} \in C^1(\mathbb{R}^2)$ tal que $\vec{f}(x, y) = (2yg(x) + x, xg(x) + y^2)$, **halle** una $g(x)$ tal que $g(2) = 4$ y que $\oint_{\partial D^+} \vec{f} \cdot d\vec{s} = 0$, siendo $D \subset \mathbb{R}^2$ definido por: $y^2 + 2y + x^2 \leq 4$.
5. Dada la familia de curvas planas de ecuación $y + Cx^2 = 0$, **halle** una ecuación para la curva de la familia ortogonal que pasa por el punto $(2, 2)$.

Indicar **claramente** apellido y número de padrón en cada hoja que entregue. Todas las respuestas deben estar **debidamente justificadas**. No se aceptarán cálculos dispersos, poco claros o sin comentarios. En la resolución de integrales, cada paso de integración debe resolverse indicando la primitiva y los límites correspondientes.

La evaluación se aprueba con un mínimo de tres (3) ítems bien resueltos

Apellido(s): Nombre(s):

Curso: Padrón: Código asignatura:

1. Sea π_0 el plano normal a la curva definida por la intersección de las superficies Σ_1 y Σ_2 en el punto $A = (2, 1, 1)$. **Calcule** el área del trozo de π_0 cuya proyección sobre el plano xz es el rectángulo $D = [1, 2] \times [2, 4]$, sabiendo que en un entorno de A las mencionadas superficies quedan definidas por las siguientes ecuaciones:

$$\Sigma_1 : x + z e^{yz-1} = 3 \quad \text{y} \quad \Sigma_2 : xy + \ln(xy - z) - 2yz = 0$$

2. Siendo $\vec{f}(x, y, z) = (x + \sin(y^2z), y + \cos(x^2 + z), 2z)$ para todo $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$, **calcule** el flujo de \vec{f} a través de la superficie frontera Σ del cuerpo definido por: $z \leq 5 - x^2, z \geq 1, |y| \leq 2$. **Indique** gráficamente la orientación que ha adoptado para Σ .

3. Dado $\vec{f}(x, y) = (2x, y - 1)$ definido en \mathbb{R}^2 , **calcule** la circulación de \vec{f} desde $(0, 2)$ hasta $(2, y_1)$ a lo largo de la curva integral de $y' + 2xy = 2x$.

4. Sea el cuerpo $H = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x^2 + z^2 - a \leq y \leq a - x^2 - z^2\}$ con $a > 0$ constante, **calcule** el valor de a para el cual el volumen de H es igual a 9π .

5. Dada la región $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / x^2 + y^2 \leq 4x - 3, y \geq 0\}$ y la función $f(x, y) = xy + h(y/x)$ con $h \in C^1(\mathbb{R})$, **calcule** $\iint_D \|\vec{X}\| f'(\vec{X}, \check{X}) dx dy$, donde $f'(\vec{X}, \check{X})$ con $\vec{X} = (x, y)$ es la derivada direccional de f en \vec{X} según \check{X} .

Indicar **claramente** apellido y número de padrón en cada hoja que entregue. Todas las respuestas deben estar **debidamente justificadas**. No se aceptarán cálculos dispersos, poco claros o sin comentarios. En la resolución de integrales, cada paso de integración debe resolverse indicando la primitiva y los límites correspondientes.

La evaluación se aprueba con un mínimo de tres (3) ítems bien resueltos

Apellido(s): Nombre(s):

Curso: Padrón: Código asignatura:

1. Sea π_0 el plano normal a la curva definida por la intersección de las superficies Σ_1 y Σ_2 en el punto $A = (1, 2, 1)$. **Calcule** el área del trozo de π_0 cuya proyección sobre el plano yz es el rectángulo $D = [1, 2] \times [2, 4]$, sabiendo que en un entorno de A las mencionadas superficies quedan definidas por las siguientes ecuaciones:

$$\Sigma_1 : y + z e^{xz-1} = 3 \quad \text{y} \quad \Sigma_2 : xy + \ln(xy - z) - 2xz = 0$$

2. Siendo $\vec{f}(x, y, z) = (x + \sin(z^2y), y + \cos(z^2 + x), 2z)$ para todo $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$, **calcule** el flujo de \vec{f} a través de la superficie frontera Σ del cuerpo definido por: $z \leq 5 - y^2$, $z \geq 1$, $|x| \leq 2$. **Indique** gráficamente la orientación que ha adoptado para Σ .

3. Dado $\vec{f}(x, y) = (x, 2y - 2)$ definido en \mathbb{R}^2 , **calcule** la circulación de \vec{f} desde $(0, 3)$ hasta $(2, y_1)$ a lo largo de la curva integral de $y' + 2xy = 2x$.

4. Sea el cuerpo $H = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / y^2 + z^2 - a \leq x \leq a - y^2 - z^2\}$ con $a > 0$ constante, **calcule** el valor de a para el cual el volumen de H es igual a 16π .

5. Dada la región $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / x^2 + y^2 \leq 4y - 3, x \geq 0\}$ y la función $f(x, y) = xy + h(x/y)$ con $h \in C^1(\mathbb{R})$, **calcule** $\iint_D \|\vec{X}\| f'(\vec{X}, \check{X}) dx dy$, donde $f'(\vec{X}, \check{X})$ con $\vec{X} = (x, y)$ es la derivada direccional de f en \vec{X} según \check{X} .

Indicar **claramente** apellido y número de padrón en cada hoja que entregue. Todas las respuestas deben estar **debidamente justificadas**. No se aceptarán cálculos dispersos, poco claros o sin comentarios. En la resolución de integrales, cada paso de integración debe resolverse indicando la primitiva y los límites correspondientes.

La evaluación se aprueba con un mínimo de tres (3) ítems bien resueltos

Apellido(s): Nombre(s):

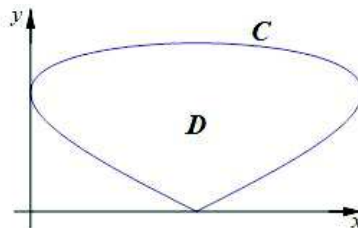
Curso: Padrón: Código asignatura:

1. Sea H la chapa plana limitada por las curvas de nivel 4 de los campos escalares:

$$f(x, y) = x^2 + y \quad \text{y} \quad g(x, y) = x^2 + 2y$$

Calcule la masa de H si su densidad superficial en cada punto es proporcional a la distancia desde el punto al eje y .

2. Sea D la región del plano xy que se representa en el gráfico, **calcule** el área de D sabiendo que su curva frontera C admite la ecuación vectorial $\vec{X} = (1 - \sin(2t), \sin(t))$ con $0 \leq t \leq \pi$.



3. Dada la superficie Σ de ecuación $x + z = 3$ con $z \geq y, x \geq 0, y \geq 0$, y el campo vectorial $\vec{f} \in C^1(\mathbb{R}^3)$ tal que $\vec{f}(x, y, z) = (g(x, z), x^2, 2yz)$, **calcule** la circulación de \vec{f} a lo largo de la curva borde de Σ . **Indique** gráficamente la orientación que ha elegido para recorrer la curva.
4. El campo vectorial $\vec{f} : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3 / \vec{f}(x, y, z) = (2x, 8y, -1)$ admite función potencial ϕ tal que $\phi(0, 0, 1) = 2$. **Calcule** el volumen del cuerpo limitado por la superficie cuyos puntos tienen potencial igual a 3 y el plano de ecuación $z = 4$.
5. Dado $\vec{f}(x, y, z) = (xg(x), z^2 - 2xy, xy)$, **halle** $g(x)$ tal que $g(1) = 3$ y el flujo de \vec{f} a través de la superficie frontera del cuerpo definido por $(x - 2)^2 + y^2 + z^2 \leq 1$ resulte numéricamente igual al volumen del cuerpo. Suponga $\vec{f} \in C^1$ en todo punto (x, y, z) con $x > 0$ e **indique** gráficamente cómo orientó la superficie.

Indicar **claramente** apellido y número de padrón en cada hoja que entregue. Todas las respuestas deben estar **debidamente justificadas**. No se aceptarán cálculos dispersos, poco claros o sin comentarios. En la resolución de integrales, cada paso de integración debe resolverse indicando la primitiva y los límites correspondientes.

La evaluación se aprueba con un mínimo de tres (3) ítems bien resueltos

Apellido(s): Nombre(s):

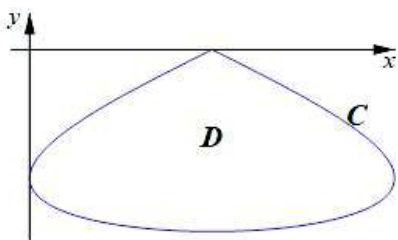
Curso: Padrón: Código asignatura:

1. Sea H la chapa plana limitada por las curvas de nivel 4 de los campos escalares:

$$f(x, y) = x + y^2 \quad \text{y} \quad g(x, y) = 2x + y^2$$

Calcule la masa de H si su densidad superficial en cada punto es proporcional a la distancia desde el punto al eje x .

2. Sea D la región del plano xy que se representa en el gráfico, **calcule** el área de D sabiendo que su curva frontera C admite la ecuación vectorial $\vec{X} = (1 + \text{sen}(2t), -\text{sen}(t))$ con $0 \leq t \leq \pi$.



3. Dada la superficie Σ de ecuación $y + z = 3$ con $z \geq x, x \geq 0, y \geq 0$, y el campo vectorial $\vec{f} \in C^1(\mathbb{R}^3)$ tal que $\vec{f}(x, y, z) = (y^2, g(y, z), 2xz)$, **calcule** la circulación de \vec{f} a lo largo de la curva borde de Σ . **Indique** gráficamente la orientación que ha elegido para recorrer la curva.
4. El campo vectorial $\vec{f} : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3 / \vec{f}(x, y, z) = (8x, 2y, -1)$ admite función potencial ϕ tal que $\phi(0, 0, 1) = 2$. **Calcule** el volumen del cuerpo limitado por la superficie cuyos puntos tienen potencial igual a 3 y el plano de ecuación $z = 4$.
5. Dado $\vec{f}(x, y, z) = (xg(x) + z^2, x^2 - 2xy, xy)$, **halle** $g(x)$ tal que $g(1) = 4$ y el flujo de \vec{f} a través de la superficie frontera del cuerpo definido por $(x - 3)^2 + y^2 + z^2 \leq 1$ resulte numéricamente igual al volumen del cuerpo. Suponga $\vec{f} \in C^1$ en todo punto (x, y, z) con $x > 0$ e **indique** gráficamente cómo orientó la superficie.

Indicar **claramente** apellido y número de padrón en cada hoja que entregue. Todas las respuestas deben estar **debidamente justificadas**. No se aceptarán cálculos dispersos, poco claros o sin comentarios. En la resolución de integrales, cada paso de integración debe resolverse indicando la primitiva y los límites correspondientes.

La evaluación se aprueba con un mínimo de tres (3) ítems bien resueltos

Apellido(s): Nombre(s):

Curso: Padrón: Código asignatura:

1. **Calcule** la longitud de la curva definida por la intersección de las superficies de ecuaciones:

$$x^2 + 2y^2 = 8 \quad \text{y} \quad z = y + 2 \quad \text{con} \quad x \geq 0.$$

2. Dado $f \in C^1(\mathbb{R}^3)$ tal que $f(x, y, z) = \varphi(x - y, y - x) + z^3$, **calcule** el flujo de ∇f a través de la superficie de ecuación $x + y + z = 1$ con $x^2 + z^2 \leq 4$, orientada hacia z^+ .

3. Siendo $D_{xy} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / x \leq y \leq x + 2, x + y \leq 4, y \geq 0\}$, **calcule** $\iint_{D_{xy}} 2(y - x) dx dy$ aplicando el cambio de variables definido por $(x, y) = (v - u, v)$.

4. El campo vectorial $\vec{f} = (P, Q) \in C^1$ en $\mathbb{R}^2 - \{(0, 0)\}$ tiene matriz jacobiana:

$$D\vec{f}(x, y) = \begin{pmatrix} P'_x(x, y) & 2 + \varphi(x, y) \\ 4 + \varphi(x, y) & Q'_y(x, y) \end{pmatrix}.$$

Sabiendo que para C_1 de ecuación $x^2 + y^2 = 1$ resulta $\oint_{C_1^+} \vec{f} \cdot d\vec{s} = 3$, **calcule** $\oint_{C_2^+} \vec{f} \cdot d\vec{s}$ siendo C_2 la frontera del rectángulo $[-2, 2] \times [-3, 3]$.

5. **Calcule** el volumen del cuerpo definido por: $2y \leq z \leq 4 + 2y - x^2 - y^2$.

Indicar **claramente** apellido y número de padrón en cada hoja que entregue. Todas las respuestas deben estar **debidamente justificadas**. No se aceptarán cálculos dispersos, poco claros o sin comentarios. En la resolución de integrales, cada paso de integración debe resolverse indicando la primitiva y los límites correspondientes.

La evaluación se aprueba con un mínimo de tres (3) ítems bien resueltos

Apellido(s): Nombre(s):

Curso: Padrón: Código asignatura:

1. **Calcule** la longitud de la curva definida por la intersección de las superficies de ecuaciones:

$$2x^2 + y^2 = 8 \quad \text{y} \quad z = x + 2 \quad \text{con} \quad x \geq 0.$$

2. Dado $f \in C^1(\mathbb{R}^3)$ tal que $f(x, y, z) = \varphi(y - x, x - y) + z^3$, **calcule** el flujo de ∇f a través de la superficie de ecuación $x + y + z = 2$ con $x^2 + z^2 \leq 9$, orientada hacia z^+ .

3. Siendo $D_{xy} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / x - 2 \leq y \leq x, x + y \geq -4, y \leq 0\}$, **calcule** $\iint_{D_{xy}} 2(y - x) dx dy$ aplicando el cambio de variables definido por $(x, y) = (v - u, v)$.

4. El campo vectorial $\vec{f} = (P, Q) \in C^1$ en $\mathbb{R}^2 - \{(0, 0)\}$ tiene matriz jacobiana:

$$D\vec{f}(x, y) = \begin{pmatrix} P'_x(x, y) & 3 + \varphi(x, y) \\ 5 + \varphi(x, y) & Q'_y(x, y) \end{pmatrix}.$$

Sabiendo que para C_1 de ecuación $x^2 + y^2 = 4$ resulta $\oint_{C_1^+} \vec{f} \cdot d\vec{s} = 6$, **calcule** $\oint_{C_2^+} \vec{f} \cdot d\vec{s}$ siendo C_2 la frontera del rectángulo $[-3, 3] \times [-4, 4]$.

5. **Calcule** el volumen del cuerpo definido por: $2x \leq z \leq 4 + 2x - x^2 - y^2$.

Indicar **claramente** apellido y número de padrón en cada hoja que entregue. Todas las respuestas deben estar **debidamente justificadas**. No se aceptarán cálculos dispersos, poco claros o sin comentarios. En la resolución de integrales, cada paso de integración debe resolverse indicando la primitiva y los límites correspondientes.

La evaluación se aprueba con un mínimo de tres (3) ítems bien resueltos

Apellido(s): Nombre(s):

Curso: Padrón: Código asignatura:

- Sea $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R} / f(x, y, z) = xy + xz + yz$, y la curva Γ definida por $\Gamma : \begin{cases} x^2 + z^2 = 2x \\ y = 2x \end{cases}$.
Calcule la circulación de ∇f a lo largo de Γ en sus puntos con coordenada $z \geq 0$. **Indique** claramente qué puntos son los que ha elegido como *inicial* y *final* del recorrido.
- En el espacio xyz la superficie Σ tiene ecuación vectorial $(x, y, z) = (u+v, u-v, u^2+2v)$ con $(u, v) \in \mathbb{R}^2$. **Calcule** el área del trozo de Σ cuyos puntos cumplen con: $x+y \leq 2, y \leq x, y \geq 0$.
- Dado el campo vectorial $\vec{f}(x, y) = (x, 2y)$ definido en \mathbb{R}^2 , **halle** una ecuación para la línea de campo que pasa por el punto $(1, 2)$, **dibújela** e **indique** gráficamente su orientación en dicho punto.
- Calcule** el flujo de \vec{f} a través de la superficie Σ de ecuación $x^2 + y^2 + z^2 = 5$ con $z \geq 1$, sabiendo que $\vec{f}(x, y, z) = (g(y), g(x), 4z)$ con $\vec{f} \in C^1(\mathbb{R}^3)$. **Indique** gráficamente cómo ha decidido orientar a Σ .
- El cuerpo H definido por: $z \geq \sqrt{x^2 + y^2}, y \geq |x|, z \leq 4$ tiene densidad $\delta(x, y, z) = kz$ con $k > 0$. **Calcule** la masa de H .

Indicar **claramente** apellido y número de padrón en cada hoja que entregue. Todas las respuestas deben estar **debidamente justificadas**. No se aceptarán cálculos dispersos, poco claros o sin comentarios. En la resolución de integrales, cada paso de integración debe resolverse indicando la primitiva y los límites correspondientes.

La evaluación se aprueba con un mínimo de tres (3) ítems bien resueltos

Apellido(s): Nombre(s):

Curso: Padrón: Código asignatura:

1. Sea $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R} / f(x, y, z) = xy + xz + yz$, y la curva Γ definida por $\Gamma : \begin{cases} y^2 + z^2 = 2y \\ x = 2y \end{cases}$.

Calcule la circulación de ∇f a lo largo de Γ en sus puntos con coordenada $z \geq 0$. **Indique** claramente qué puntos son los que ha elegido como *inicial* y *final* del recorrido.

2. En el espacio xyz la superficie Σ tiene ecuación vectorial $(x, y, z) = (v - u, u + v, 2u + v^2)$ con $(u, v) \in \mathbb{R}^2$. **Calcule** el área del trozo de Σ cuyos puntos cumplen con: $x + y \leq 2, y \geq x, x \geq 0$.

3. Dado el campo vectorial $\vec{f}(x, y) = (2x, y)$ definido en \mathbb{R}^2 , **halle** una ecuación para la línea de campo que pasa por el punto $(2, 1)$, **dibújela** e **indique** gráficamente su orientación en dicho punto.

4. **Calcule** el flujo de \vec{f} a través de la superficie Σ de ecuación $x^2 + y^2 + z^2 = 8$ con $z \geq 2$, sabiendo que $\vec{f}(x, y, z) = (h(y), h(x), 4z)$ con $\vec{f} \in C^1(\mathbb{R}^3)$. **Indique** gráficamente cómo ha decidido orientar a Σ .

5. El cuerpo H definido por: $z \geq \sqrt{x^2 + y^2}, x \geq |y|, z \leq 3$ tiene densidad $\delta(x, y, z) = kz$ con $k > 0$. **Calcule** la masa de H .