

-
1. Sea $f(x, y) = \begin{cases} \sqrt{16 + 2x - x^2 - y^2} & \text{si } (x - 1)^2 + y^2 \leq 9 \\ 8 + x^2 & \text{si } (x - 1)^2 + y^2 > 9 \end{cases}$
- a) Analizar la continuidad de f en $(-2, 0)$.
- b) Hallar y graficar el conjunto de nivel 4 de f y describirlo en coordenadas polares.
2. Sean f un campo escalar diferenciable en $\mathbb{R}^2$ cuyo plano tangente en el punto $Q = (4, 2, 1)$ es paralelo al plano tangente a la superficie S parametrizada por $\vec{X}(u, v) = (u \sin(v), u + e^v, v)$, $(u, v) \in \mathbb{R}^2$ en el punto $P = (0, 3, 0)$. Si $\vec{v} = (\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}})$, hallar $\frac{\partial f}{\partial \vec{v}}(4, 2)$.
3. Hallar los extremos relativos de $f : D \rightarrow \mathbb{R}$ definida por:

$$f(x, y) = xy + \frac{1}{xy} + 2y^3 + 3y^2 - 12y + 5,$$

siendo $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : xy < 0\}$. En caso de utilizar el criterio de la matriz Hessiana para clasificar, explicar por qué es posible usarlo.

4. Sea el sistema de ecuaciones $(4x - y + z^2, x^2 + y + z) = (8, 4)$.
- a) Probar que en un entorno del punto $(x_0, y_0, z_0) = (2, 1, -1)$ el sistema define una curva regular, C , parametrizada por $\vec{\sigma}(x) = (x, y(x), z(x))$ con x perteneciente a algún entorno de x_0 .
- b) Hallar la ecuación del plano normal a la curva C , del ítem anterior, en el punto $(2, 1, -1)$.
5. Sean el campo escalar $g : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ diferenciable en $\mathbb{R}^2$ y $h : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, $h(x, y) = g(y + 1, 2x - e^y)$. Si el polinomio de Taylor de segundo orden de h en el punto $(1, 0)$ es:

$$p(x, y) = 4 - 2x + 3y + 5xy - y^2,$$

hallar $\nabla g(1, 1)$.