

1. Dado el campo escalar :

$$f(x, y) = \begin{cases} x^2 + y^2 - 1 & \text{si } x^2 + y^2 < 3 \\ x^2 & \text{si } x^2 + y^2 \geq 3 \end{cases}$$

a) Analizar la continuidad de f en $\mathbb{R}^2$.

b) Describir en coordenadas polares el conjunto $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : f(x, y) \geq 0\}$.

2. Sean $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z = x^2 + y^2\}$, $C \subset S$ una curva cuya proyección sobre el plano ' xy ' es la recta de ecuación $y = 2x$.

a) Trazar un gráfico aproximado de S y C .

b) Hallar todos los puntos $P \in C$ para los cuales la recta tangente a C corta al eje z en el punto $(0, 0, -5)$.

3. Sea $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ diferenciable en $\mathbb{R}^3$ y $h(x, y) = f(x, x^2 - y, x^2 + y)$ un campo escalar en $\mathbb{R}^2$.

a) Analizar la diferenciabilidad de h en $\mathbb{R}^2$.

b) Sabiendo que $\nabla f(1, -1, 3) = (2, 0, 2)$ y que $f(1, -1, 3) = 10$, hallar la ecuación del plano tangente a la gráfica de h en el punto $(1, 2, h(1, 2))$.

4. Sabiendo que $(x_0, y_0, u_0, v_0) = (1, 0, -1, 2)$ es solución del sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned} ux + vy &= -1 \\ u^2xy + v^2 &= 4 \end{aligned}$$

a) Mostrar que u, v pueden ser definidas como funciones de x, y en un entorno de (x_0, y_0) .

b) Calcular $\frac{\partial u}{\partial x}$ en (x_0, y_0) .

5. Si $f(x, y) = x e^{2y}$ es una función definida en $\mathbb{R}^2$, hallar un valor aproximado de $0,998 e^{0,01}$ usando el polinomio de Taylor de segundo orden de f desarrollado en un punto adecuado.