

67.12 - Mecanismos B
87.12 - Mecanismos

Dimensionamiento de Engranajes
Parte II

Normas AGMA

Ing. Guillermo R. FACAL

Javier E. MAÑÉ

Marzo 2021

Norma ANSI AGMA 2101-D04 - Edición Métrica

Introducción

El presente apunte está basado en la Norma ANSI AGMA 2101-D04 - Edición Métrica : Fundamental Rating Factors and Calculation Methods for Involute Spur and Helical Gear Teeth (Factores y Métodos de Cálculo para Engranajes de Perfil de Evolvente de Dientes Rectos y Helicoidales). AGMA (American Gear Manufacturers Association) es la Asociación de Fabricantes de Engranajes de los Estados Unidos, y como tal, sus publicaciones son una importante referencia a la hora de diseñar transmisiones a engranajes.

A fines del siglo XIX Wilfred Lewis propone su análisis sobre el comportamiento del diente de un engranaje a la flexión, suponiéndolo como una viga empotrada y sometida solamente a la aplicación de una fuerza tangencial. En principio este análisis era puramente estático, aunque posteriormente Carl Barth y otros investigadores consideraron el aspecto dinámico y la importancia del fenómeno de fatiga. Más tarde Earle Buckingham realizó un nuevo análisis dinámico, con un importante aporte en el estudio del desgaste.

Actualmente para el dimensionamiento de los engranajes se adoptan sendos criterios de Flexión y de Durabilidad Superficial respectivamente. Los métodos de cálculo más utilizados son los propuestos por las normas AGMA e ISO.

En este apunte utilizaremos el procedimiento de cálculo desarrollado por AGMA, cuya última modificación data del año 2016.

En el cálculo por Flexión esta Norma propone una expresión basada en la fórmula de Lewis, y la modifica mediante la aplicación de factores de corrección que tienen en cuenta distintos aspectos. La expresión de Durabilidad Superficial considera la aparición de tensiones de contacto durante el engrane, las cuales provocan el desgaste por pitting o picado en los flancos de los dientes, al excederse los valores límite.

1 - Cálculo por el Criterio de Flexión

A partir de la fórmula de Lewis para la Flexión, AGMA propone la siguiente expresión para determinar la tensión máxima en la base del diente :

$$\sigma_F = F_t K_o K_v K_s \frac{1}{b m_t} \frac{K_H K_B}{Y_J}$$

σ_F [MPa] : Tensión a la Flexión Máxima en la Base del Diente.

F_t [N] : Fuerza Tangencial Transmitida.

K_o : Factor de Sobrecarga.

K_v : Factor Dinámico.

K_s : Factor de Tamaño.

K_H : Factor de Distribución de Carga.

K_B : Factor de Espesor de Llanta.

b [mm] : Ancho de Cara Neto o Espesor del Engranaje.

m_t [mm] : Módulo Circunferencial o Transversal.

Y_J : Factor Geométrico AGMA de Resistencia a la Flexión.

Esta tensión de tracción deberá compararse con la Tensión Admisible Corregida para Flexión, la cual podrá obtenerse a partir de la siguiente expresión :

$$S_{AF} = \frac{\sigma_{FP}}{S_F} \frac{Y_N}{Y_\theta Y_Z}$$

S_{AF} [MPa] : Tensión Admisible Corregida para Flexión.

σ_{FP} [MPa] : Tensión Admisible para Flexión.

Y_N : Factor de Tensión Cíclica para Flexión.

S_F : Factor de Seguridad para Flexión.

Y_θ : Factor de Temperatura.

Y_Z : Factor de Confiabilidad.

Para que los dientes del engranaje no fallen por este criterio, la Tensión a la Flexión en la Base del Diente no deberá superar a la Tensión Admisible Corregida para Flexión propuesta por AGMA.

$$\sigma_F \leq S_{AF}$$

A continuación se detallará la forma de determinar cada uno de los factores y magnitudes en general utilizadas en las expresiones ya vistas.

1.1 - Fuerza Tangencial Transmitida F_t

La Fuerza Tangencial Transmitida entre las ruedas de un par dentado puede calcularse a partir de la fórmula que determina la potencia transmitida.

$$N = M_t \omega = F_t R \frac{2 \pi n}{60} = F_t D \frac{\pi n}{60} \Rightarrow F_t = \frac{N}{R \omega} = \frac{60 N}{\pi n D}$$

N [W] : Potencia Transmitida por el Par Dentado.

M_t [Nm] : Momento Torsor sobre el Engranaje considerado.

ω [1/s] : Velocidad Angular del Engranaje considerado.

R [m] : Radio Primitivo del Engranaje considerado.

n [rpm] : Velocidad de Giro del Engranaje considerado.

D [m] : Diámetro Primitivo del Engranaje considerado.

1.2 - Factor de Sobrecarga K_o

Este factor tiene en cuenta la uniformidad de operación, tanto de la máquina motora como de la máquina conducida. Muchas máquinas motrices desarrollan cuplas momentáneas notoriamente mayores que las nominales, sobre todo durante el arranque; y de la misma manera las máquinas conducidas, es decir las que consumen la potencia mecánica, pueden requerir durante su funcionamiento potencias superiores al promedio.

Este grado de heterogeneidad en el funcionamiento de las máquinas se debe a momentos torsores acelerantes mayores al valor nominal, vibraciones del sistema, variaciones en la operación de las máquinas, y cambios en las condiciones de carga o en los requerimientos de potencia de la máquina conducida, entre otras cosas.

Por ejemplo si la máquina motora es un motor de combustión interna, este factor mide las variaciones del momento torsor debidas al encendido alternativo en los cilindros.

Para obtener el Factor de Sobrecarga puede utilizarse la siguiente tabla :

Máquina Motriz	Carácter de la Carga en la Máquina Conducida		
	Uniforme	Choque moderado	Choque pesado
Uniforme	1.00	1.25	1.75
Choque liviano	1.25	1.50	2.00
Choque mediano	1.50	1.75	2.25

Se presenta a continuación la característica de la cupla de las máquinas motrices más utilizadas :

- Uniforme : Motores eléctricos o turbinas de gas a velocidad constante.
- Choque liviano : Turbinas hidráulicas y motores de combustión interna policilíndricos.
- Choque mediano : Motores de combustión interna monocilíndricos.

De la misma manera se da una orientación sobre el grado de heterogeneidad de la carga de algunas máquinas conducidas :

- Uniforme : Generadores eléctricos, mezcladores de líquidos homogéneos, avances de máquinas herramientas, turbocompresores, cintas transportadoras, montacargas, etc.
- Choque moderado : Montacargas pesados, tambores de grúas, bombas de pistones múltiples, ventiladores de minas, maquinaria textil, mezcladoras de concreto, etc.
- Choque pesado : Prensas de embutir, punzonadoras, troqueladoras, laminadores, cizallas, palas mecánicas, molinos o trituradores de roca, bombas pesadas, etc.

1.3 - Factor Dinámico K_v

El Factor Dinámico considera el efecto de las sobrecargas de origen dinámico, debidas fundamentalmente a las imprecisiones en la fabricación, en el montaje y en el engrane o acoplamiento de las ruedas dentadas.

Cuando por errores en la fabricación o en el montaje de los engranajes los flancos de los dientes en contacto dejan de ser curvas conjugadas, aparecen fuerzas o sobrecargas que se suman a las fuerzas de transmisión. Incluso si el torque y la velocidad de entrada son constantes, estas fuerzas inducen vibraciones y aceleraciones relativas entre los engranajes.

Se tiene entonces un “error de transmisión”, definido como la desviación de la velocidad angular relativa entre las ruedas dentadas o de la relación de transmisión, las cuales deberían ser constantes en condiciones ideales.

Cuanto mayores son las velocidades de funcionamiento, más importantes son los efectos dinámicos debidos a los errores de fabricación.

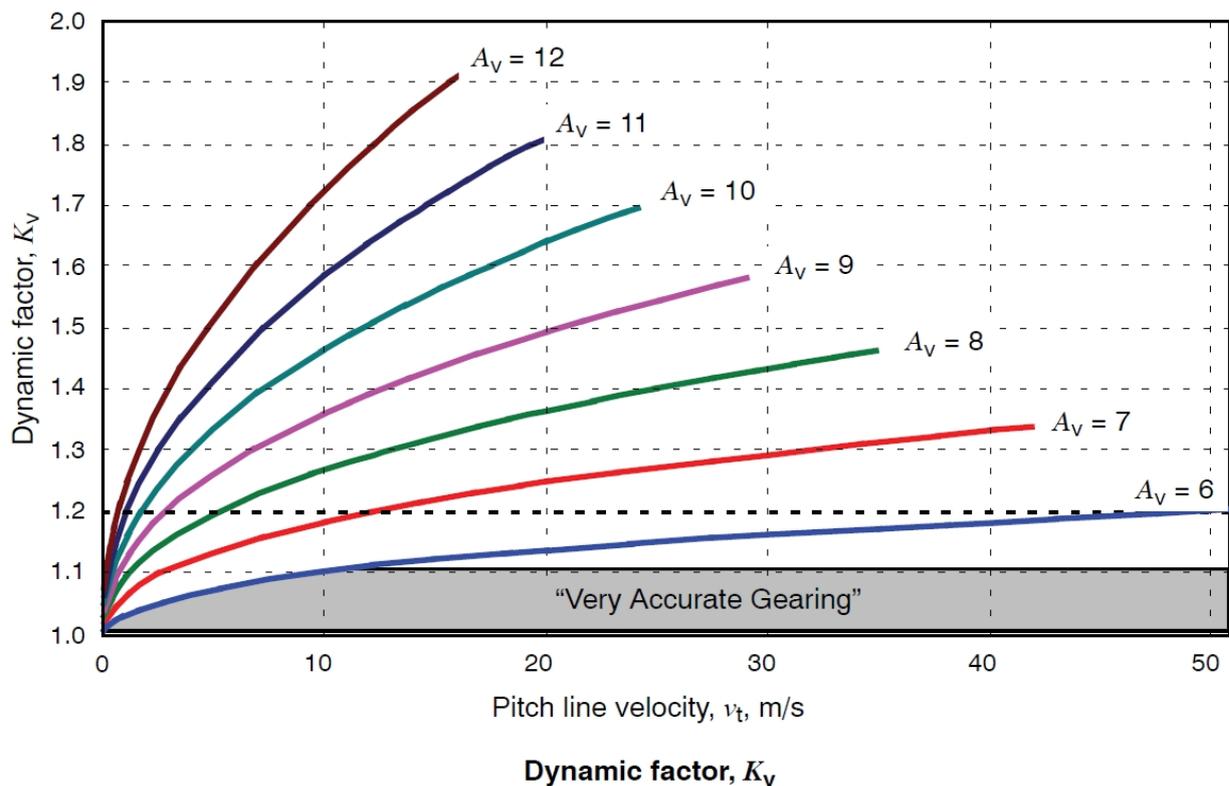
Entre otras cosas los errores de transmisión y las sobrecargas de origen dinámico pueden deberse a los siguientes factores :

- Imprecisiones en la geometría de los dientes, en su espaciamento o paso, y en el acabado superficial de los flancos.

- Vibraciones de los dientes durante su engrane o acoplamiento debidas a su rigidez.
- Magnitud de la velocidad tangencial a la altura de la circunferencia primitiva.
- Desequilibrio dinámico de los elementos rotatorios en general.
- Fricción, desgaste y deformación permanente de aquellas partes de los flancos que entran en contacto durante la transmisión de potencia.
- Desalineación del árbol sobre el cual va montado el o los engranajes, y deflexiones tanto lineal como angular del árbol en los puntos de montaje.

Cuando no se conocen con precisión las cargas dinámicas involucradas, deberá hacerse una estimación del valor del Factor Dinámico. Para ello AGMA define el “Nivel de Precisión de Transmisión” A_v , que representa el grado de calidad de fabricación del engranaje.

Se ingresa al siguiente gráfico, propuesto por AGMA, con la Velocidad Tangencial v_t a la altura de la circunferencia primitiva, y se determina el Factor Dinámico conociendo el Nivel de Precisión de Transmisión.



$$v_t = \omega R = \frac{2\pi R n}{60} = \frac{\pi D n}{60}$$

v_t [m/s] : Velocidad Tangencial a la altura de la Circunferencia Primitiva.

ω [1/s] : Velocidad Angular del Engranaje considerado.

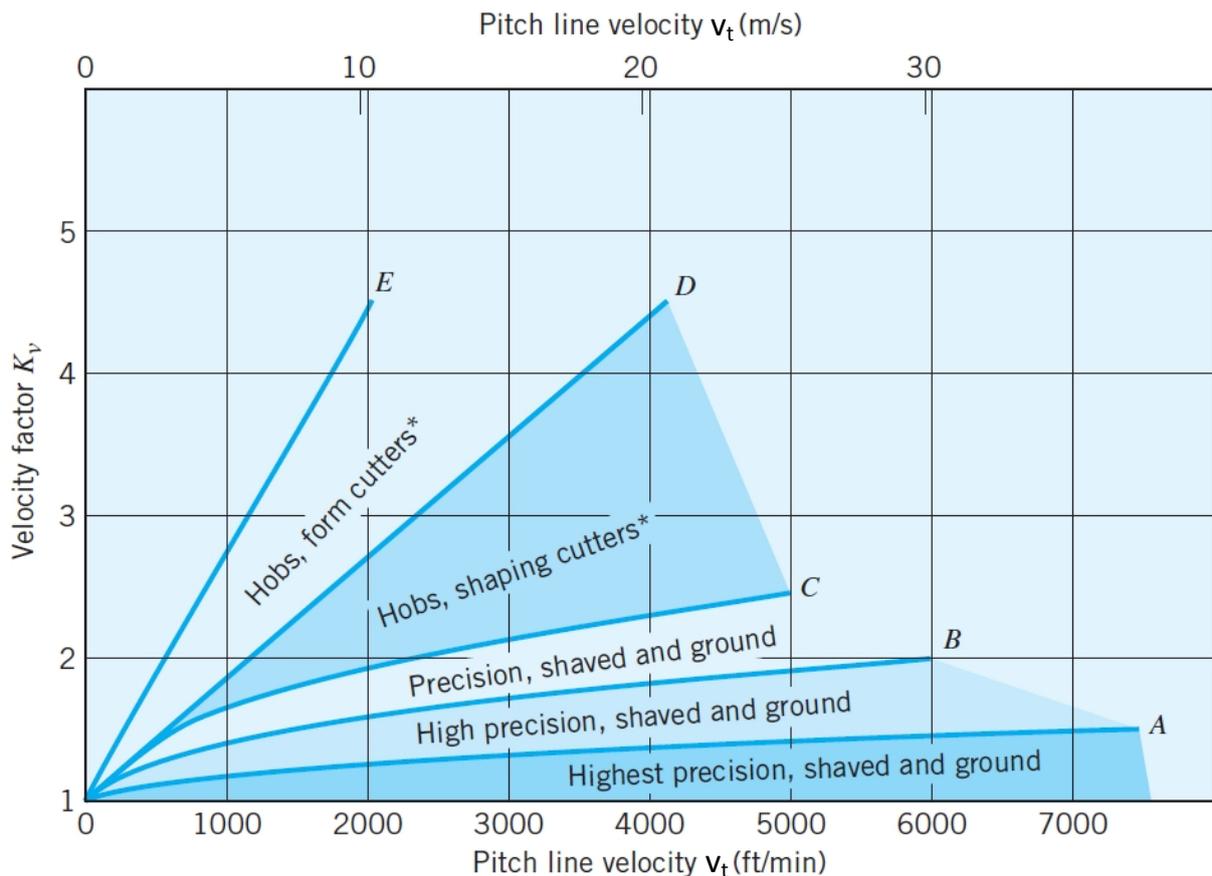
R [m] : Radio Primitivo del Engranaje considerado.

n [rpm] : Velocidad de Giro del Engranaje considerado.

D [m] : Diámetro Primitivo del Engranaje considerado.

Si bien la Norma AGMA propone ciertas expresiones para estimar el Nivel de Precisión de Transmisión, en ellas se utilizan ciertas cantidades que generalmente no se conocen con suficiente certeza. En ese caso puede recurrirse al trabajo de otros autores, como por ejemplo el siguiente gráfico extraído del libro “Fundamentals of Machine Component Design - Fifth Edition” de Robert C. Juvinall y Kurt M. Marshek.

Se observa en este gráfico una gran similitud respecto del propuesto por la Norma, con la diferencia de que ahora no es necesario determinar la magnitud de A_v sino conocer el método de fabricación del par dentado.

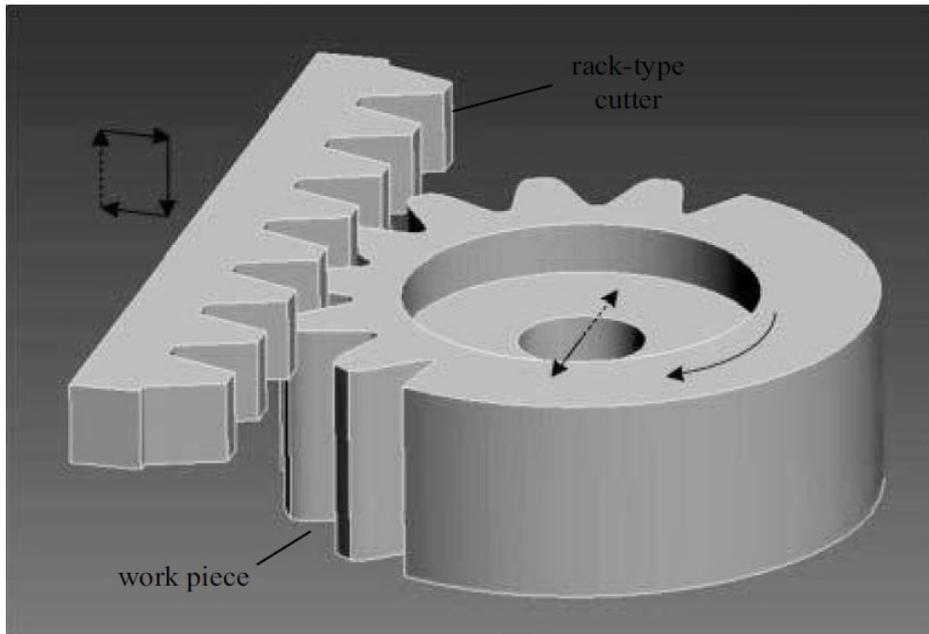


* Limited to about 350 Bhn

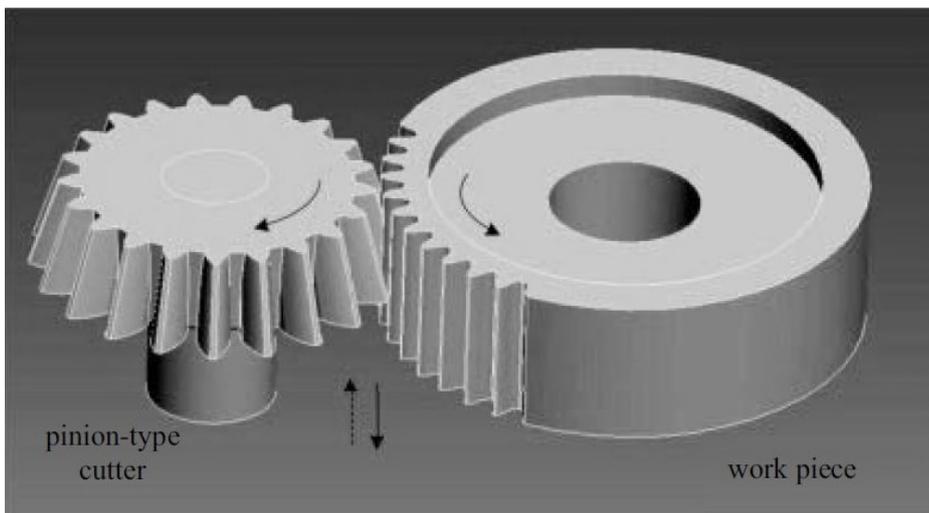
Aquí también se ingresa con la Velocidad Tangencial v_t a la altura de la circunferencia primitiva (Pitch Line Velocity), y se llega hasta la zona correspondiente al método de fabricación del engranaje analizado, determinando el Factor Dinámico con suficiente aproximación.

- Zona entre el eje de abscisas y la curva A : Engranajes de muy alta precisión rectificadas y lapidados.
- Zona entre las curvas A y B : Engranajes de alta precisión afeitados y rectificados.
- Zona entre las curvas B y C : Engranajes de precisión media afeitados y rectificados.
- Zona entre las curvas C y D : Engranajes obtenidos por fresa madre o creadora (Método Pfauter), piñón cortante (Método Fellows) o cremallera mortajadora (Método Maag).
- Zona entre las curvas D y E : Engranajes mecanizados con fresas de módulo.

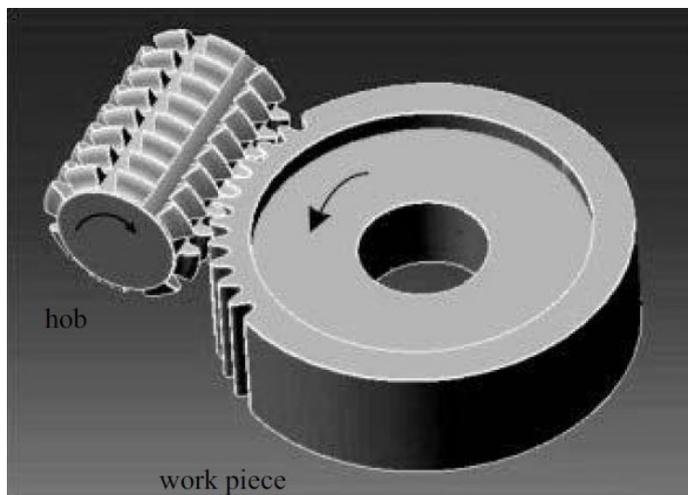
Las siguientes imágenes ilustran los métodos de fabricación y terminación más utilizados :



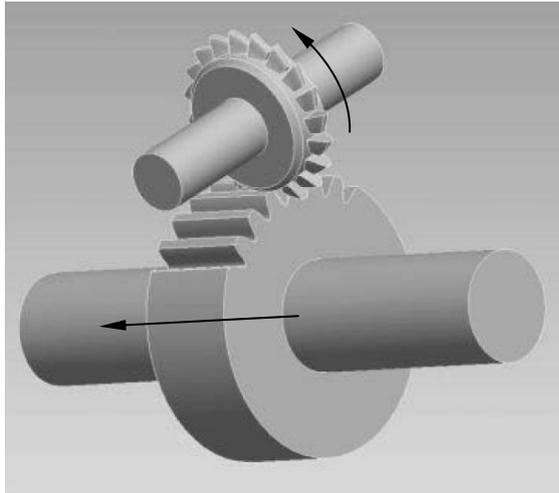
Cremallera Mortajadora (Método Maag).



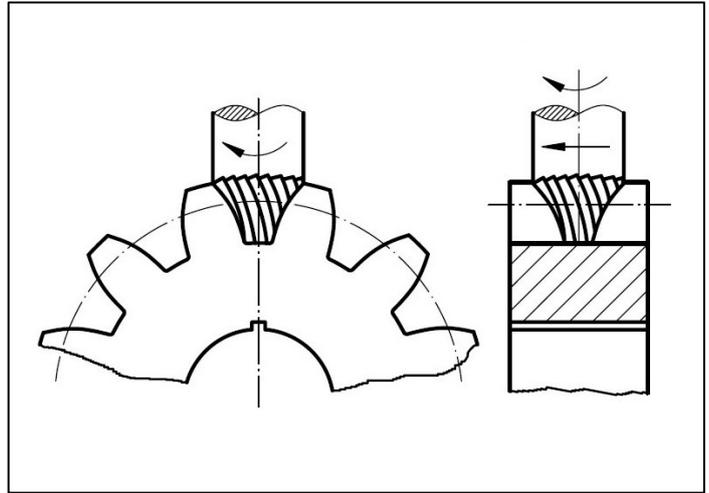
Piñón Cortante (Método Fellows).



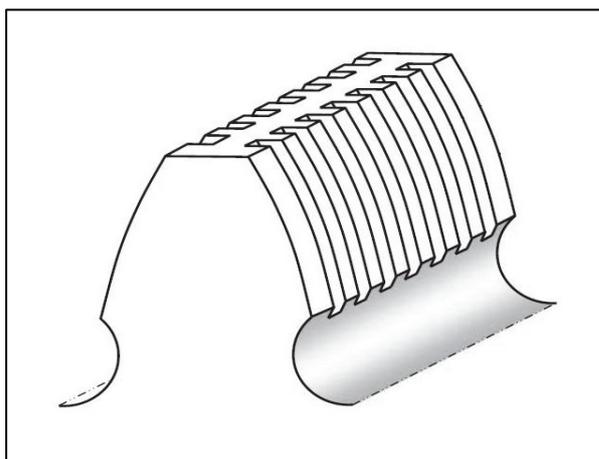
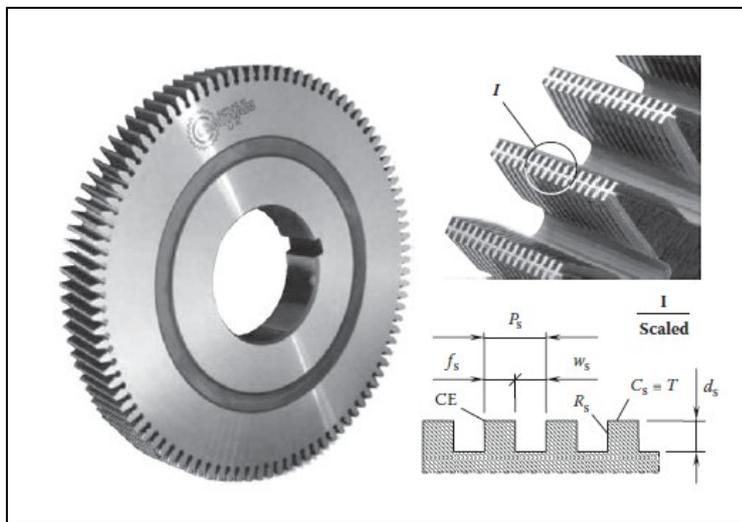
Fresa Madre o Creadora (Método Pfauter).



Tallado con Fresa de Disco.



Tallado con Fresa de Punta.



Herramienta para el Afeitado de los Dientes.



Rectificado con Muela Esmeril.

Otras expresiones que pueden ser de utilidad son las sugeridas en el libro "Diseño en Ingeniería Mecánica de Shigley - Novena Edición" de Richard G. Budynas y J. Keith Nisbett.

Método de Fabricación	Factor Dinámico $K_v - [v_t] = \text{m/s}$
Engranajes obtenidos por fundición.	$K_v = \frac{3.05 + v_t}{3.05}$
Perfil cortado o fresado (Fresa de módulo de disco o de punta).	$K_v = \frac{6.1 + v_t}{6.1}$
Perfil generado con fresa madre, piñón cortante, o cremallera cortante.	$K_v = \frac{3.56 + \sqrt{v_t}}{3.56}$
Perfil cepillado, afeitado o esmerilado.	$K_v = \sqrt{\frac{5.56 + \sqrt{v_t}}{5.56}}$

1.4 - Factor de Tamaño K_s

El Factor de Tamaño refleja la falta de uniformidad en las propiedades físicas del material, considerando el conocido efecto del tamaño absoluto en los fenómenos de fatiga.

Entre otras cosas depende de :

- Tamaño del diente.
- Diámetro del engranaje.
- Relación entre el tamaño del diente y el diámetro de la rueda dentada.
- Largo del diente o espesor del engranaje.
- Área de distribución de las fuerzas aplicadas.
- Relación entre la superficie y el tamaño del diente.
- Templabilidad y tratamiento térmico.

Cuando se haya previsto una adecuada selección del acero en relación al tamaño de la pieza y la profundidad alcanzada por el endurecimiento superficial sea la correcta, puede decirse que no hay un efecto perjudicial del tamaño, y entonces puede tomarse un valor unitario.

Si bien no se han establecido factores de tamaño normalizados para los casos en donde haya un efecto perjudicial del tamaño, AGMA recomienda utilizar en esos casos un factor mayor que la unidad.

Richard G. Budynas propone calcular K_s como el Factor Geométrico de Lewis incorporado al Factor de Tamaño de Marin para fatiga.

$$K_s = \frac{1}{k_b} = 1.192 \left(b m_t \sqrt{Y} \right)^{0.0535}$$

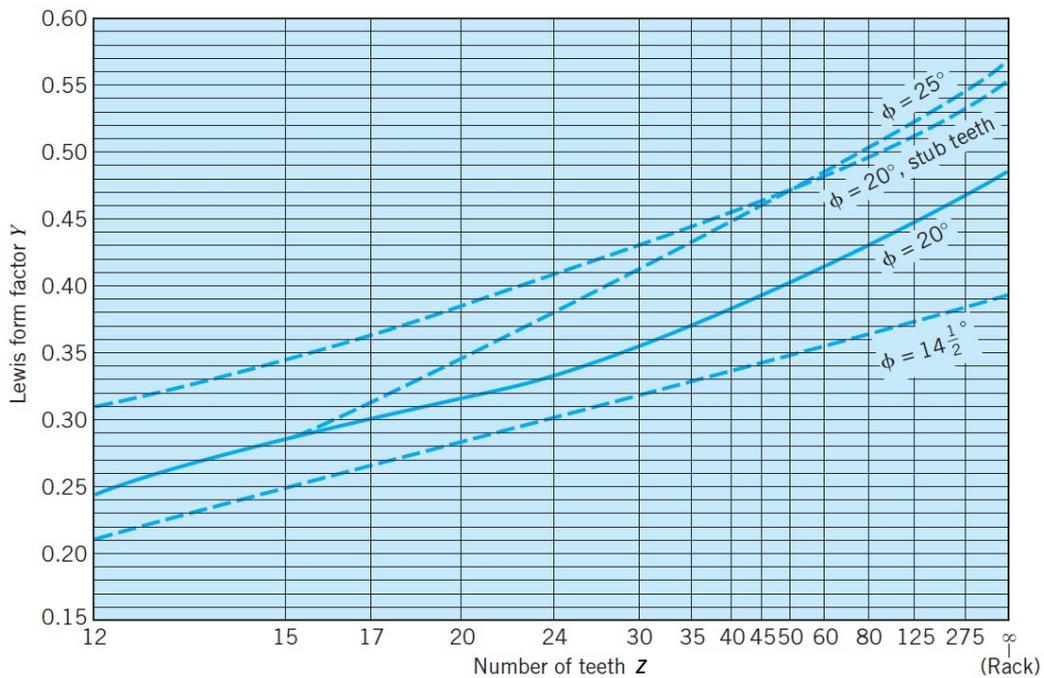
k_b : Factor de Tamaño de Marin para Fatiga.

b [mm] : Ancho de Cara o Espesor del Engranaje.

m_t [mm] : Módulo Circunferencial o Transversal.

Y : Factor de Forma de Lewis.

El Factor de Forma de Lewis, que depende básicamente del número de dientes del engranaje y de su ángulo de presión, puede obtenerse a partir de gráficos como el siguiente :



La siguiente tabla proporciona valores del Factor de Forma de Lewis para un ángulo de presión normal de 20° y dientes de altura completa.

Número de Dientes z	Factor de Forma de Lewis Y	Número de Dientes z	Factor de Forma de Lewis Y
12	0.245	28	0.353
13	0.261	30	0.359
14	0.277	34	0.371
15	0.290	38	0.384
16	0.296	43	0.397
17	0.303	50	0.409
18	0.309	60	0.422
19	0.314	75	0.435
20	0.322	100	0.447
21	0.328	150	0.460
22	0.331	300	0.472
24	0.337	400	0.480
26	0.346	Cremallera	0.485

En el caso de que la aplicación de la última expresión conduzca a un valor del Factor de Tamaño menor que 1, deberá adoptarse directamente un valor unitario.

Otros autores, como el reconocido Darle W. Dudley en su libro “Manual de Engranajes”, recomiendan determinar el Factor de Tamaño en base al módulo del engranaje.

Módulo del Engranaje - [m] = mm	Factor de Tamaño K_s
≤ 5	1.00
6	1.05
8	1.15
12	1.25
20	1.40

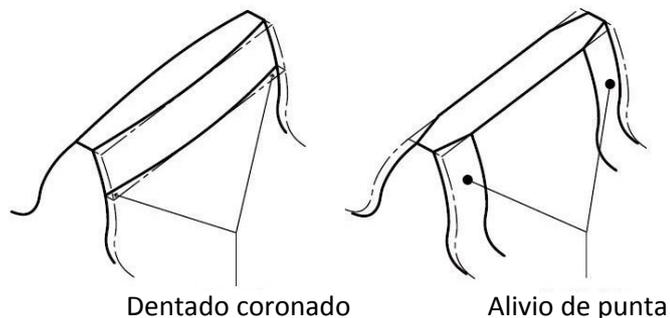
1.5 - Factor de Distribución de Carga K_H

El Factor de Distribución de Carga evalúa los efectos de la falta de uniformidad en la distribución de la carga a lo largo de la línea de contacto entre dos dientes.

La distribución no uniforme de las cargas puede deberse a los siguientes factores :

Errores de fabricación de los engranajes :

- Errores de perfil, de paso, de desalineación y de excentricidad de las ruedas dentadas.
- Coronación del dentado (tooth crowning) y alivio de punta (end relief).



Errores de montaje de los engranajes :

- Desalineación de los árboles de ambos engranajes debida a fallas en la precisión y rigidez de la carcasa o bastidor, y en la concentricidad de los cojinetes.

Deflexiones debidas a las cargas aplicadas :

- Deformaciones elásticas de los dientes del piñón y la corona.
- Deformaciones elásticas de los cubos o mazas del piñón y la corona.
- Deformaciones elásticas de los árboles, cojinetes y alojamientos en la transmisión de engranajes.
- Desplazamientos del piñón y la corona debidos al juego en los cojinetes.

Distorsiones debidas a efectos térmicos y fuerzas centrífugas :

- Dilataciones térmicas y distorsión de las ruedas dentadas debidas a gradientes de temperatura.

- Desalineación de los árboles debida a gradientes térmicos en la carcasa o bastidor.
- Aparición de fuerzas centrífugas a altas velocidades de rotación.

AGMA propone un cálculo de este factor en función del Factor de Distribución de Carga Transversal $K_{H\alpha}$ y del Factor de Distribución de Carga Frontal $K_{H\beta}$.

El Factor de Distribución de Carga Transversal se ve afectado principalmente por la exactitud de los perfiles de los dientes que engranan.

La Norma no establece un procedimiento para determinar el valor de este factor, y aconseja, salvo que se conozca su valor con exactitud, tomarlo igual a la unidad.

El Factor de Distribución de Carga Frontal se define como la relación entre la carga máxima y la carga promedio a lo largo del diente.

Su valor puede determinarse en forma empírica o analítica, y en ambos casos la Norma sugiere recomendaciones y establece procedimientos.

AGMA propone la siguiente expresión para su determinación analítica :

$$K_{H\beta} = 1.0 + K_{Hmc} (K_{Hpf} K_{Hpm} + K_{Hma} K_{He})$$

K_{Hmc} : Factor de corrección de paso.

K_{Hpf} : Factor de proporción del piñón.

K_{Hpm} : Modificador de proporción del piñón.

K_{Hma} : Factor de alineación de engrane.

K_{He} : Factor de corrección de alineación.

Para el cálculo de estos factores se utilizan expresiones, gráficos y tablas propuestos por la Norma, pero su determinación está fuera del alcance del presente trabajo.

En la mayoría de los casos puede realizarse una correcta estimación del Factor de Distribución de Carga siguiendo recomendaciones de otros autores, como por ejemplo la siguiente tabla propuesta en el libro ya citado de Robert C. Juvinall y Kurt M. Marshek.

Tipos de Fabricación, Montajes y Condiciones de Funcionamiento	Ancho de Cara del Engranaje - [b] = mm			
	Menor de 50	150	225	Mayor de 400
Fabricación y montajes de alta precisión, con deformaciones mínimas.	1.3	1.4	1.5	1.8
Fabricación y montajes de precisión media, con contacto en todo el ancho del diente.	1.6	1.7	1.8	2.2
Fabricación y montajes de una precisión tal que no llegue a establecerse contacto en todo el ancho del diente.	2.2			

Si bien esta tabla se recomienda para engranajes de dientes rectos, puede adaptarse a engranajes helicoidales restando 0.01 a sus valores.

1.6 - Factor de Espesor de Llanta K_B

Este factor evalúa los efectos del espesor de la llanta en el comportamiento del diente sometido a flexión.

Su determinación se basa en un estudio de fotoelasticidad realizado por Raymond J. Drago, el cual muestra que las tensiones debidas a flexión son sensibles a la relación entre el espesor de la llanta y la altura total del diente. Cuando la llanta posee un espesor pequeño con respecto a la altura del diente la falla por fatiga debida a flexión aparecerá en la llanta y no en la raíz del diente.

$$m_B = \frac{t_R}{h_t}$$

m_B : Relación de Apoyo.

t_R [mm] : Espesor de la Llanta.

h_t [mm] : Altura Total del Diente.

Para dientes de altura completa se cumplen las siguientes relaciones :

$$h_t = h_c + h_r = m + 1.25 m = 2.25 m$$

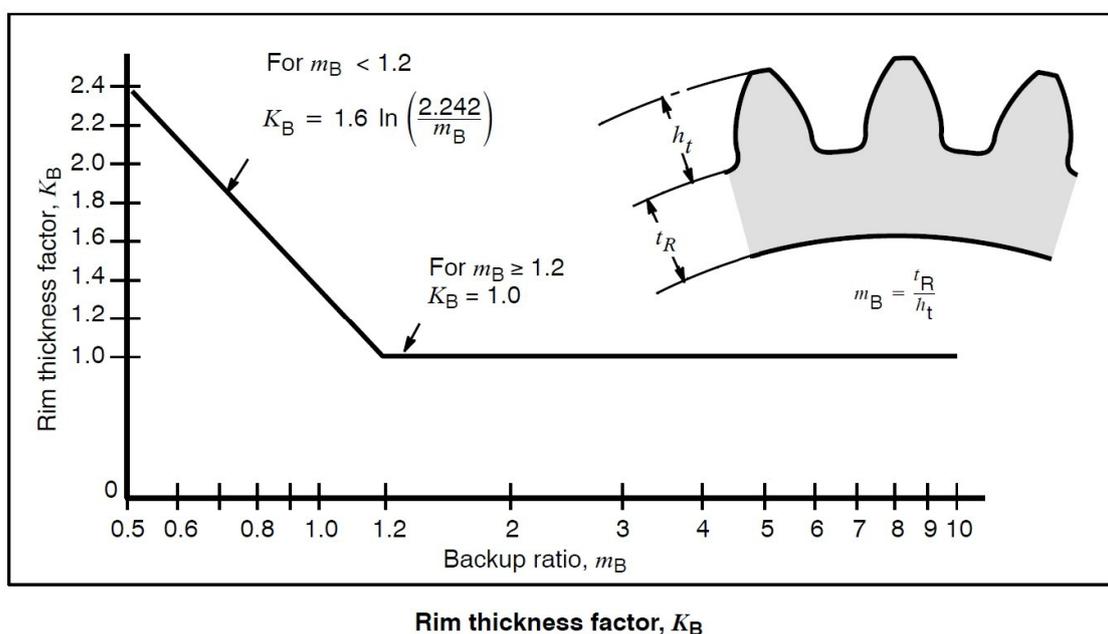
h_c [mm] : Altura de Cabeza del Diente o Addendum.

h_r [mm] : Altura de Raíz del Diente, Altura de Pie del Diente o Dedendum.

m [mm] : Módulo del Engranaje.

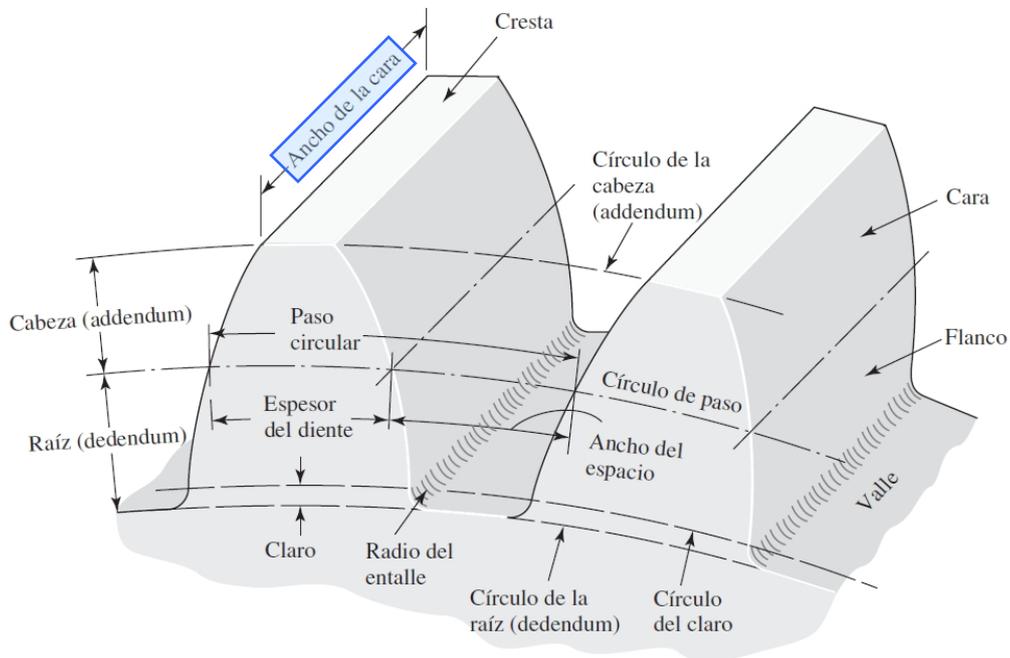
El Factor de Espesor de Llanta puede obtenerse mediante el siguiente gráfico, entrando por abscisas con la Relación de Apoyo, o bien utilizando las expresiones matemáticas asociadas a cada tramo de la curva.

La aplicación de este factor tiene sentido fundamentalmente para engranajes exteriores sin chaveteros ni muescas en su llanta. En este último caso la concentración de tensiones que se produce en los chaveteros y en las muescas suele ser lo suficientemente importante como para que la falla ocurra en dichos lugares.



1.7 - Ancho de Cara Neto o Espesor del Engranaje b

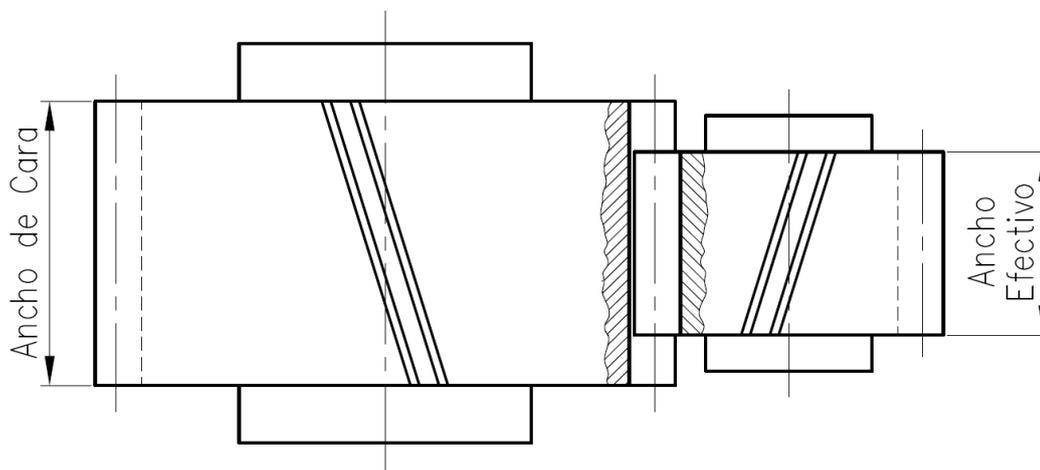
El siguiente esquema muestra claramente a qué se llama Ancho de Cara o Espesor del Engranaje. Generalmente se lo define como la longitud del diente proyectada sobre un plano axial, es decir sobre un plano que contiene al eje de rotación de la rueda dentada.



No debe confundirse este concepto con el Largo del Diente, el cual solamente coincide con el Ancho de Cara para un engranaje cilíndrico de dientes rectos. Cuando se analiza un engranaje cilíndrico de dientes helicoidales se observa que el Largo del Diente es en realidad mayor que el Ancho de Cara.

Por otro lado debe distinguirse entre el Ancho de Cara y el Ancho de Cara Neto, los cuales solamente coinciden para un par dentado en donde ambos engranajes tienen el mismo Ancho de Cara o Espesor.

El siguiente esquema de un par dentado helicoidal aclara esta diferencia, y muestra que el Ancho de Cara Neto o Ancho Efectivo, coincide con el Ancho de Cara del engranaje más angosto.



La Norma AGMA no incluye recomendaciones sobre qué valores deben adoptarse para el Ancho de Cara. En ocasiones esta longitud viene prácticamente impuesta por la definición del problema; otras veces el par dentado debe colocarse dentro de un espacio determinado y entonces se tiene un valor máximo que no puede superarse; cuando no se tienen restricciones de tamaño se tomará esta medida como variable de ajuste, y tratará de obtenerse un mando que cumpla con los requisitos de potencia y velocidad, y que al mismo tiempo sea lo más compacto posible.

Por ejemplo, el aumento del Ancho de Cara en un par de engranajes cilíndricos de dentado helicoidal conduce a un aumento del grado de recubrimiento, con lo cual puede transmitirse una potencia mayor, o transmitirse la misma potencia con un aumento en la vida útil del mando. Sin embargo, este aumento en el Ancho de Cara obligará a aumentar la precisión tanto de la fabricación como del montaje de los engranajes, para poder garantizar que la carga se transmita de manera uniforme a lo largo del diente, ya que si el contacto es localizado se perderán las ventajas logradas con el aumento en el grado de recubrimiento. En definitiva la elección del Ancho de Cara surge de una cuidadosa evaluación de los factores involucrados.

Los manuales de diseño mecánico suelen incluir recomendaciones en donde proponen un Ancho de Cara en función del módulo ($8 m < b < 16 m$) o del diámetro primitivo del engranaje, pero siempre son valores tentativos con los cuales se inicia el cálculo y luego se aplica un proceso iterativo tendiente a obtener el diseño óptimo.

1.8 - Módulo Circunferencial o Transversal m_t

El Módulo de un engranaje es un parámetro geométrico de suma importancia en este tipo de transmisiones. Para un engranaje cilíndrico de dientes rectos se define de la siguiente manera :

$$m = \frac{D}{z} = \frac{t}{\pi}$$

m [mm] : Módulo del Engranaje.

D [mm] : Diámetro Primitivo de la Rueda Dentada.

z : Número de Dientes del Engranaje.

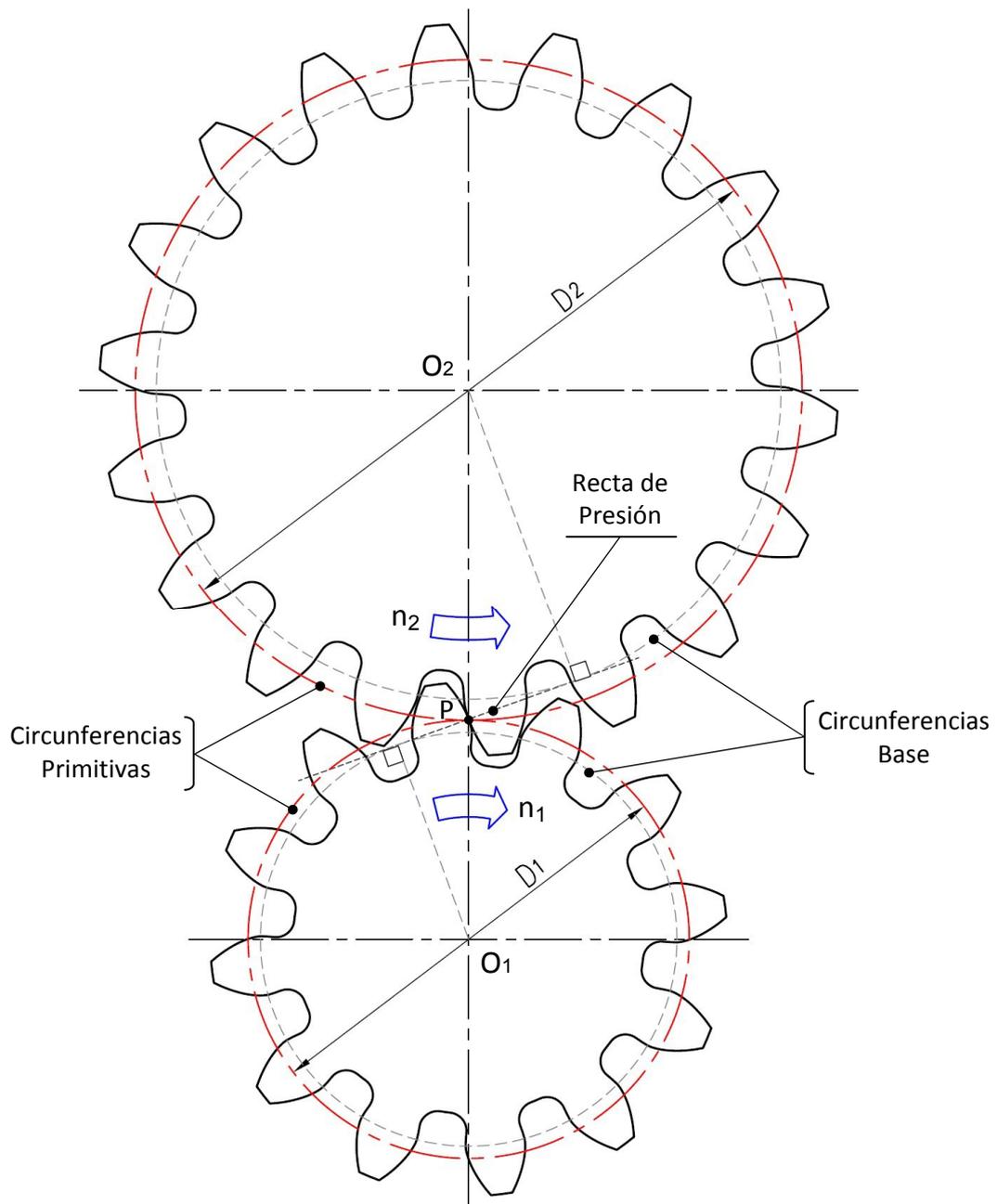
t [mm] : Paso de la Rueda Dentada.

La Norma sólo aborda el análisis de engranajes con dientes de perfil de evolvente, curva que también suele recibir el nombre de involuta. La evolvente se genera a partir de una recta que rueda sin resbalar sobre una circunferencia base.

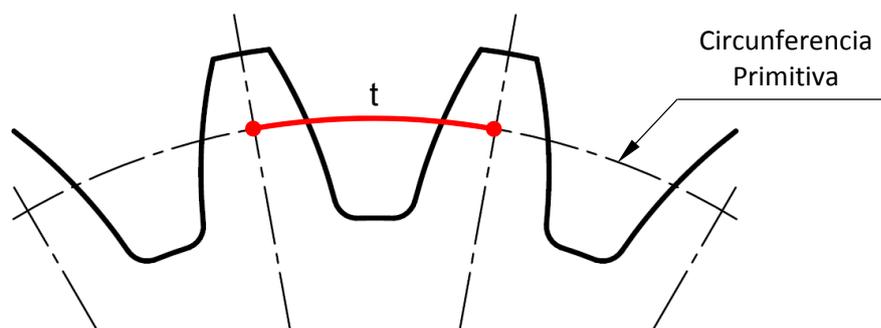
La Línea de Contacto, Línea de Acción o Recta de Presión, es la recta de acción de la fuerza de contacto entre dientes para cualquier momento del engrane. Esta recta, que es la tangente común a las circunferencias base de ambos engranajes, corta a la línea que une los centros de las ruedas dentadas en un punto P llamado Punto Primitivo.

La distancia entre el centro de un engranaje y el Punto Primitivo define al Radio Primitivo de ese engranaje, de tal manera que las Circunferencias Primitivas de dos engranajes en contacto terminan siendo circunferencias tangentes en el Punto Primitivo.

El siguiente esquema sirve para aclarar los conceptos recién presentados :



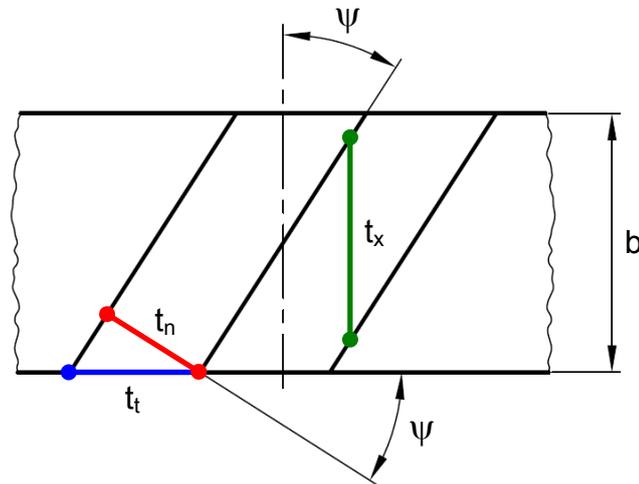
Tal como se muestra en el siguiente esquema, el Paso del engranaje se define como la longitud del arco de primitiva entre dos puntos homólogos de dientes consecutivos.



Por otro lado, cuando se tiene un engranaje cilíndrico de dientes helicoidales, el paso puede medirse no solamente en un plano normal al eje de rotación, tal como se hizo en el caso anterior,

sino también en un plano perpendicular a la dirección de los dientes, e incluso en un plano axial que contiene al eje de rotación.

Surgen entonces otras variantes del paso, que se muestran en el siguiente gráfico, en donde las rectas inclinadas corresponden a puntos homólogos de dientes consecutivos ubicados sobre la circunferencia primitiva. Es importante aclarar que el cilindro primitivo se ha rectificadado para que las hélices se transformen en rectas, y puedan indicarse claramente todas las variantes del paso.



t_n [mm] : Paso Normal del Engranaje.

t_t [mm] : Paso Circunferencial o Transversal del Engranaje.

t_x [mm] : Paso Axial del Engranaje.

ψ [°] : Ángulo de la Hélice de la Rueda Dentada Helicoidal.

A partir de estas variantes del paso pueden definirse entonces otras variantes del módulo.

$$\left. \begin{array}{l} m_n = \frac{D_n}{z} = \frac{t_n}{\pi} \\ \cos \psi = \frac{t_n}{t_t} \end{array} \right\} m_t = \frac{D}{z} = \frac{t_t}{\pi} = \frac{t_n}{\cos \psi} \frac{1}{\pi} = \frac{t_n}{\pi} \frac{1}{\cos \psi} \Rightarrow m_t = \frac{m_n}{\cos \psi}$$

m_n [mm] : Módulo Normal del Engranaje.

m_t [mm] : Módulo Circunferencial o Transversal del Engranaje.

D_n [mm] : Diámetro Primitivo Normal del Engranaje.

El valor del ángulo de la hélice suele elegirse de acuerdo a las velocidades involucradas. Si éstas son bajas las vibraciones no son tan importantes, y pueden adoptarse ángulos pequeños de entre 5° y 10° , asemejándose a los engranajes cilíndricos de dientes rectos ($\psi = 0^\circ$). Para velocidades medias se trabaja en un rango de entre 15° y 25° , y para altas velocidades, en donde las vibraciones pueden llegar a ser prohibitivas, se prefiere un ángulo de 30° o más.

Los valores normalizados del Módulo, o del Módulo Normal para un engranaje helicoidal, pueden seleccionarse de la siguiente tabla, perteneciente a la Norma DIN 780.

Serie de Módulos Normalizados - [m] = mm												
0.30	0.40	0.50	0.60	0.70	0.80	0.90	1.00	1.25	1.50	1.75	2.00	2.25
2.50	2.75	3.00	3.25	3.50	3.75	4.00	4.50	5.00	5.50	6.00	6.50	7.00
8	9	10	11	12	13	14	15	16	18	20	22	24
27	30	33	36	39	42	45	50	55	60	65	70	75

1.9 - Factor Geométrico AGMA de Resistencia a la Flexión Y_J

Este factor geométrico tiene en cuenta la forma del diente, la posición más desfavorable para la aplicación de la carga, la concentración de tensiones, y la distribución de la carga entre líneas oblicuas de contacto para dientes de engranajes helicoidales.

Además evalúa tanto la componente tangencial que genera flexión, como la componente radial que genera compresión.

Los procedimientos para su determinación figuran en la AGMA 908-B89 : Geometry Factors for Determining the Pitting Resistance and Bending Strength for Spur, Helical and Herringbone Gear Teeth - AGMA Information Sheet (Factores Geométricos para la Determinación de la Resistencia al Picado y de la Resistencia a la Flexión para Engranajes de Dientes Rectos, Helicoidales y Bihelicoidales - Hoja Informativa de AGMA).

Una de las formas de calcularlo es mediante la aplicación de la siguiente expresión :

$$Y_J = \frac{Y C_\psi}{K_f m_N}$$

Y_J : Factor Geométrico AGMA de Resistencia a la Flexión.

Y : Factor de Forma del Diente.

C_ψ : Factor de Superposición Helicoidal.

K_f : Factor de Corrección de Tensión.

m_N : Relación de Repartición de Carga.

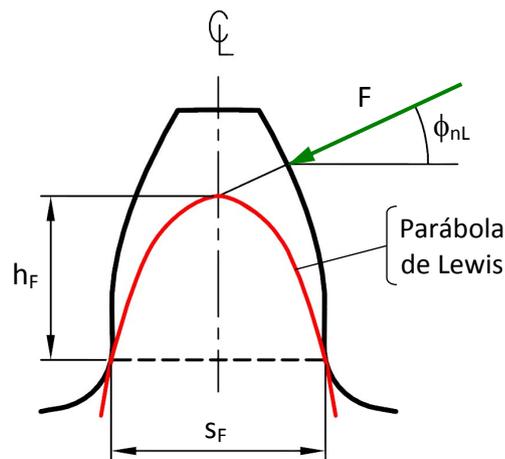
Si bien utiliza el mismo símbolo que el Factor de Forma de Lewis, el Factor de Forma del Diente no coincide con aquel, siendo mucho más compleja su determinación.

El Factor de Forma del Diente Y depende del Factor del Ángulo de la Hélice K_ψ , del Ángulo de Carga ϕ_{nL} , del Ángulo de Presión Normal Operativo ϕ_{nr} , de la Altura de la Parábola de Lewis o Sólido de Igual Resistencia h_F , del Espesor del Diente en la Sección Crítica s_F , y del Factor Helicoidal C_h .

A su vez, todos estos parámetros se calculan en función de otros, siendo bastante trabajoso el cálculo completo. Si bien no se va a presentar la totalidad de las expresiones, por estar fuera del alcance del presente trabajo, sí es importante destacar que en la determinación de algunos de estos parámetros se debe identificar la posición más desfavorable para la aplicación de la carga.

La primera alternativa se verifica cuando la carga se aplica en el punto más alto del diente (loaded at tip). Sin embargo, en ese momento podría haber otro diente de ese mismo engranaje que esté haciendo contacto con un diente del otro integrante del par dentado.

En ese caso, podría ya no ser ese punto el más desfavorable, sino que pasaría a serlo el punto más alto de contacto cuando en cada engranaje haya un solo diente haciendo contacto (loaded at highest point of single tooth contact : HPSTC).



El Factor de Superposición Helicoidal C_{ψ} puede considerarse igual a 1 para engranajes de dientes rectos y engranajes de dientes helicoidales convencionales. En el caso de engranajes de dientes helicoidales de baja relación de contacto axial (low axial contact ratio : LACR) la Norma provee una fórmula para su determinación.

El Factor de Corrección de Tensión K_f considera los efectos de la concentración de tensiones y de la ubicación de la carga. La expresión para su cálculo se basa en estudios fotoelásticos de las tensiones que aparecen en los acuerdos de los dientes, realizados por Thomas J. Dolan y Edward L. Broghamer en 1942.

Dicho factor depende del Espesor del Diente en la Sección Crítica s_F , del Radio Mínimo de Curvatura del Acuerdo en el Diente ρ_F , de la Altura de la Parábola de Lewis h_F , y de tres parámetros H, L y M, que a su vez dependen del Ángulo de Presión Normal ϕ_n .

La Relación de Repartición de Carga m_N se calcula mediante la siguiente expresión :

$$m_N = \frac{b}{L_{\text{mín}}}$$

m_N : Relación de Repartición de Carga.

b [mm] : Ancho de Cara Neto o Espesor del Engranaje.

$L_{\text{mín}}$ [mm] : Longitud Mínima de las Líneas de Contacto.

La Longitud Mínima de las Líneas de Contacto depende fundamentalmente de dos parámetros muy importantes en las transmisiones de engranajes :

- m_F : Relación de Contacto Axial.
- m_p : Relación de Contacto Transversal.

La Relación de Contacto Axial m_F considera los contactos simultáneos entre dientes para un plano que contiene al eje de rotación, y se obtiene a partir de la siguiente expresión :

$$m_F = \frac{b}{t_x}$$

b [mm] : Ancho de Cara Neto o Espesor del Engranaje.

t_x [mm] : Paso Axial del Engranaje.

$$t_x = \frac{t_n}{\text{sen } \psi} = \frac{\pi m_n}{\text{sen } \psi}$$

t_n [mm] : Paso Normal del Engranaje.

m_n [mm] : Módulo Normal del Engranaje.

ψ [°] : Ángulo de la Hélice de la Rueda Dentada Helicoidal.

La Relación de Contacto Transversal m_p , conocida también como Grado de Recubrimiento, representa el número promedio de pares de dientes en contacto.

$$m_p = \frac{|\widehat{A'B'}|}{t_t} = \frac{Z}{t_b} = \frac{|\overline{AB}|}{t_b}$$

$|\widehat{A'B'}|$ [mm] : Longitud del Arco de Engrane $\widehat{A'B'}$.

t_t [mm] : Paso Circunferencial o Transversal del Engranaje.

Z [mm] : Longitud Activa de la Línea de Contacto.

$|\overline{AB}|$ [mm] : Longitud del Segmento de Engrane \overline{AB} .

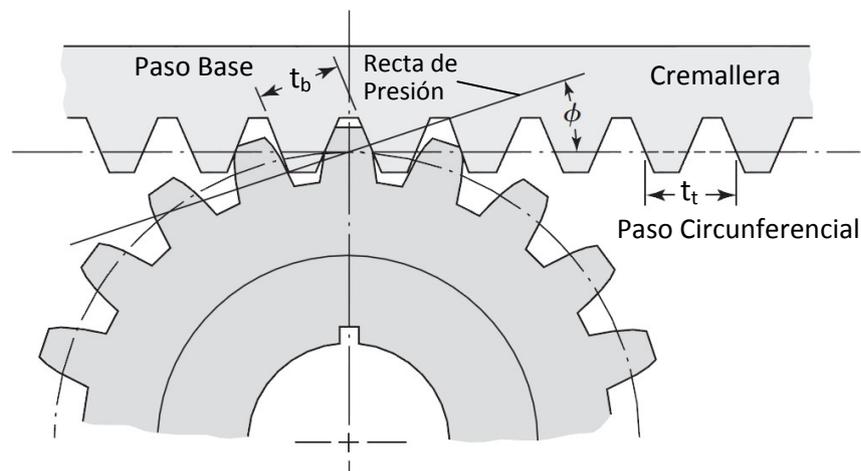
t_b [mm] : Paso Base del Engranaje.

Así como el Paso Circunferencial o Transversal del Engranaje es la longitud del arco de primitiva entre dos puntos homólogos de dientes consecutivos, el Paso Base del Engranaje mide la longitud de un arco de circunferencia base entre dos puntos homólogos de dientes consecutivos.

$$t_b = t_t \cos \phi$$

ϕ [°] : Ángulo de Presión Circunferencial o Transversal.

El siguiente esquema ilustra la relación entre el Paso Base y el Paso Circunferencial o Transversal.

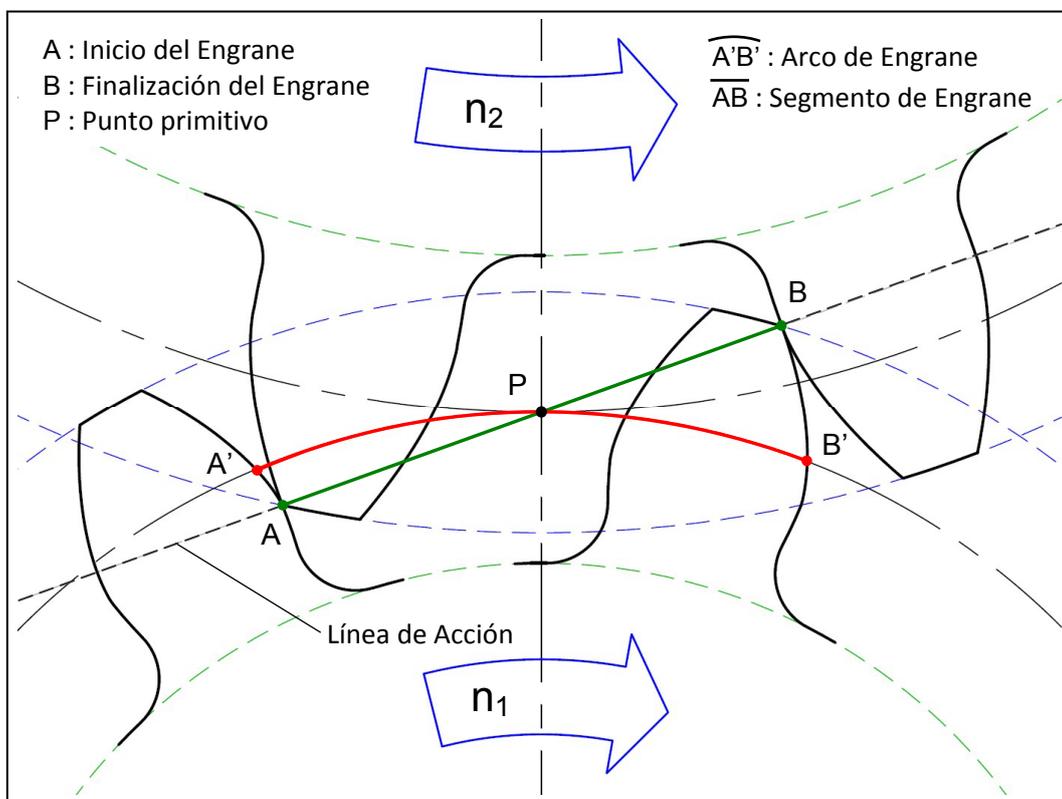


La Línea de Contacto, Línea de Acción o Recta de Presión, además de ser la recta tangente común a las circunferencias base de ambos engranajes, es la recta de acción de la fuerza de contacto entre dientes para cualquier momento del engrane.

La intersección de la Línea de Contacto con la circunferencia de cabeza del engranaje conducido determina el Inicio del Engrane o Contacto (Punto A), mientras que la intersección de esa misma recta con la circunferencia de cabeza del engranaje motor o conductor establece la Finalización del Engrane (Punto B).

La longitud del Segmento de Engrane \overline{AB} recibe el nombre de Longitud Activa de la Línea de Contacto Z , y puede calcularse en función de los Radios de Cabeza para el piñón R_{c1} y la corona R_{c2} , de los Radios Base para el piñón R_{b1} y la corona R_{b2} , de la Distancia entre Centros C , y del Ángulo de Presión Circunferencial ϕ .

El siguiente gráfico ayuda a la comprensión de los conceptos recién desarrollados.



Para el caso de engranajes de dientes rectos con una Relación de Contacto Transversal o Grado de Recubrimiento $m_p < 2$ se cumple que $L_{\min} = b$, razón por la cual : $m_N = 1$.

Para engranajes de dientes helicoidales convencionales deben considerarse dos casos :

I) $n_a \leq 1 - n_r$

II) $n_a > 1 - n_r$

n_a : Parte Decimal de m_F .

n_r : Parte Decimal de m_p .

Para cada uno de estos casos la Norma presenta expresiones en función de la Relación de Contacto Transversal m_p , del Ancho de Cara Neto b , del Paso Axial del Engranaje t_x , del Ángulo de

la Hélice Base ψ_b , y de las cantidades n_a y n_r . Si bien en ambos casos las fórmulas se encuentran fuera del alcance del presente trabajo, es importante tener claro los parámetros involucrados en las mismas.

Para el caso de engranajes de dientes helicoidales de baja relación de contacto axial (low axial contact ratio : LACR), es decir $m_F \leq 1$, la repartición de la carga queda definida por el Factor de Superposición Helicoidal C_{ψ} , y por eso la Norma aconseja tomar directamente : $m_N = 1$.

Tal como se ha visto, la determinación del Factor Geométrico AGMA de Resistencia a la Flexión Y_J por la vía de las expresiones matemáticas desemboca en un proceso complejo y laborioso, el cual no se abordó en detalle en su aspecto matemático, pero sí en su aspecto conceptual.

Siendo consciente de estas dificultades AGMA presenta una serie de 66 tablas que permiten calcular de manera aproximada el Factor Geométrico Y_J para ciertas combinaciones de los siguientes parámetros :

- Ángulo de Presión Normal ϕ_n : 14.5°, 20° y 25°.
- Ángulo de la Hélice ψ : 0° (dientes rectos), 10°, 15°, 20°, 25° y 30°.
- Radio en la Punta de la Herramienta : 0.157, 0.250, y 0.270.
- Factor de Profundidad de la Herramienta : 1.900, 2.157, 2.250 y 2.350.
- Factores de Corrección de los Engranajes : $x_1 = x_2 = 0$; $x_1 = -x_2 = 0.25$; $x_1 = -x_2 = 0.50$.
- Ubicación de la Carga : Carga en la punta del diente, y carga en el punto más alto de contacto cuando en cada engranaje hay un solo diente haciendo contacto (HPSTC).
- Números de Dientes del Piñón y de la Corona : 12, 14, 17, 21, 26, 35, 55 y 135.

Factor geométrico Y_J para flexión de la AGMA, para 20°, y dientes de profundidad total con carga en la punta

Dientes en el engrane	Dientes en el piñón																
	12		14		17		21		26		35		55		135		
	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	
12	U	U															
14	U	U	U	U													
17	U	U	U	U	U	U											
21	U	U	U	U	U	U	0.24	0.24									
26	U	U	U	U	U	U	0.24	0.25	0.25	0.25							
35	U	U	U	U	U	U	0.24	0.26	0.25	0.26	0.26	0.26					
55	U	U	U	U	U	U	0.24	0.28	0.25	0.28	0.26	0.28	0.28	0.28			
135	U	U	U	U	U	U	0.24	0.29	0.25	0.29	0.26	0.29	0.28	0.29	0.29	0.29	

Factor geométrico Y_J para flexión de la AGMA, para 20°, y dientes de profundidad total con carga del HPSTC

Dientes en el engrane	Dientes en el piñón																
	12		14		17		21		26		35		55		135		
	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	
12	U	U															
14	U	U	U	U													
17	U	U	U	U	U	U											
21	U	U	U	U	U	U	0.33	0.33									
26	U	U	U	U	U	U	0.33	0.35	0.35	0.35							
35	U	U	U	U	U	U	0.34	0.37	0.36	0.38	0.39	0.39					
55	U	U	U	U	U	U	0.34	0.40	0.37	0.41	0.40	0.42	0.43	0.43			
135	U	U	U	U	U	U	0.35	0.43	0.38	0.44	0.41	0.45	0.45	0.47	0.49	0.49	

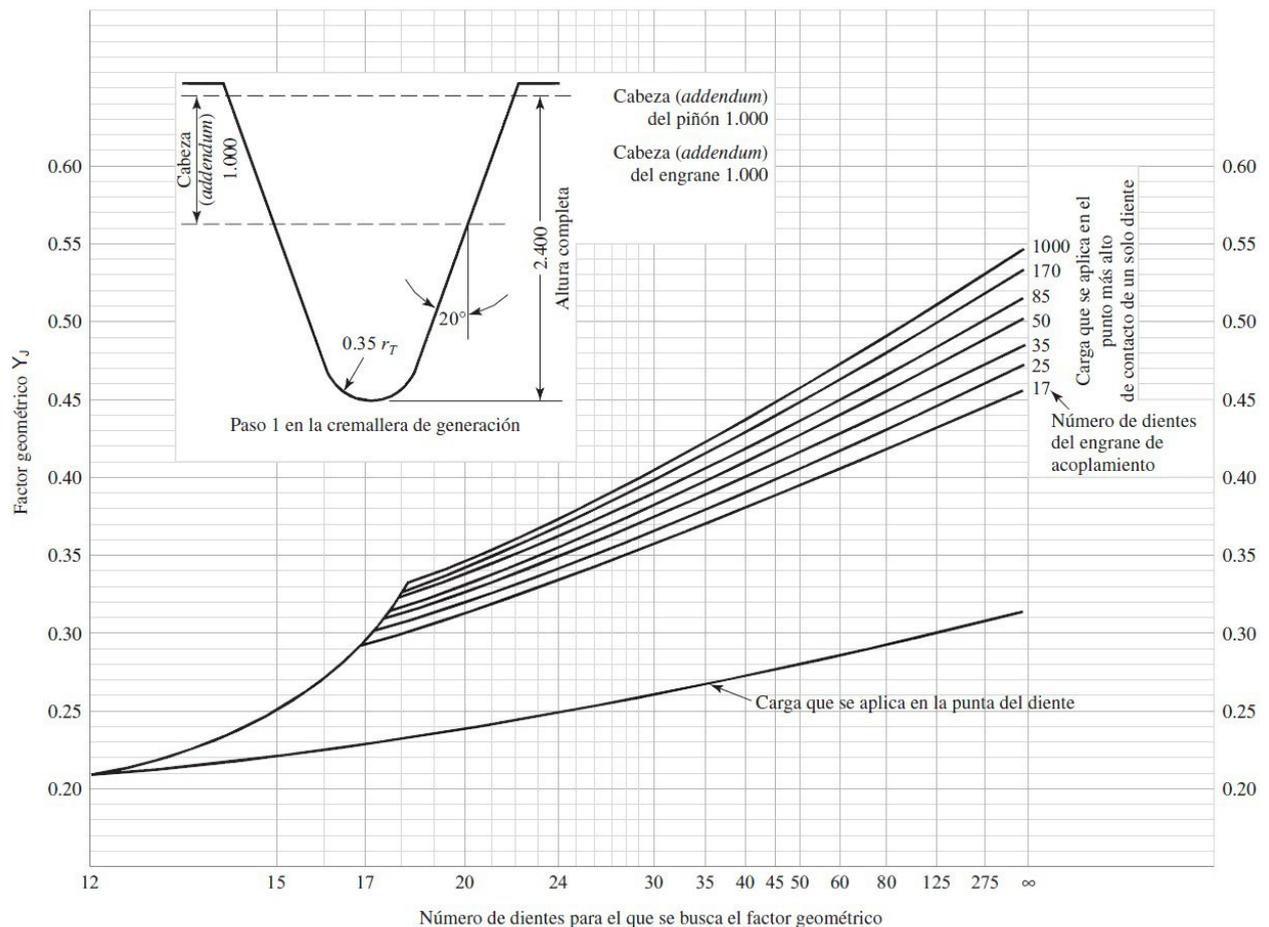
Las tablas de la página anterior corresponden a engranajes de dientes rectos, de ángulo de presión normal $\phi_n = 20^\circ$, y sin corrección, es decir $x_1 = x_2 = 0$. La primera de ellas considera a la carga aplicada en la punta del diente, mientras que la segunda ubica a la carga en el punto más alto de contacto cuando en cada engranaje hay un solo diente haciendo contacto (HPSTC).

Nótese que el factor correspondiente a la rueda más grande o corona (G) es mayor o igual al del engranaje menor o piñón (P). Esto se debe a que cuanto mayor es el número de dientes la evolvente se genera sobre una circunferencia base de mayor diámetro, y origina un diente de mayor base o raíz, y por ende más resistente a la flexión.

La "U" en las tablas indica que esa combinación de números de dientes de piñón y corona genera un socavado (undercutting) en la zona del pie de los dientes del piñón, debido al fenómeno de interferencia. De la misma manera, en otras tablas se observa una "T" que indica la aparición de dientes puntiagudos (low top land) para esa combinación de números de dientes. La Norma recomienda evitar ambos efectos.

Si bien la Norma actual ya no los incluye, en la práctica profesional suelen utilizarse unos gráficos propuestos en la Norma AGMA 218.01, los cuales se corresponden con los procedimientos y tablas de la AGMA 908-B89, siendo por eso apropiados para propósitos de diseño.

El siguiente gráfico sirve para determinar el Factor Geométrico Y_J en engranajes de dientes rectos con ángulo de presión de 20° , y sin corrección. Para engranajes de dientes helicoidales existen gráficos similares que se acompañan con esquemas correctores del número de dientes.



Factores geométricos Y_J de engranajes rectos. (Fuente: La gráfica es de AGMA 218.01, lo que es consistente con los datos tabulares provenientes del actual AGMA 908-B89. La gráfica es adecuada para propósitos de diseño.)

1.10 - Tensión Admisible para Flexión σ_{FP}

Las Tensiones Admisibles para Flexión de los materiales utilizados en la fabricación de engranajes dependen básicamente de la composición química, proceso de obtención, microestructura, tratamiento térmico, y tensiones residuales.

Dichos valores fueron obtenidos a partir de ensayos especiales de laboratorio y de la experiencia en la industria, y es por eso que sólo deben utilizarse para el diseño de engranajes.

Los datos en las siguientes tablas y gráficos corresponden a 10^7 ciclos de carga (vida infinita), cargas unidireccionales, y 99 % de confiabilidad.

Table 4 - Allowable bending stress number, σ_{FP} , for steel gears

Material designation	Heat treatment	Minimum surface hardness ¹⁾	Allowable bending stress number ²⁾ , σ_{FP} N/mm ²		
			Grade 1	Grade 2	Grade 3
Steel ³⁾	Through hardened	see figure 9	see figure 9	see figure 9	--
	Flame ⁴⁾ or induction hardened ⁴⁾ with type A pattern ⁵⁾	see table 8	310	380	--
	Flame ⁴⁾ or induction hardened ⁴⁾ with type B pattern ⁵⁾	see table 8	150	150	--
	Carburized & hardened ⁴⁾	see table 9	380	450 or 485 ⁶⁾	515
	Nitrided ⁴⁾ ⁷⁾ (through hardened steels)	83.5 HR15N	see figure 10	see figure 10	--
Nitralloy 135M, Nitralloy N, and 2.5% Chrome (no aluminum)	Nitrided ⁴⁾ ⁷⁾	87.5 HR15N	see figure 11	see figure 11	see figure 11

NOTES

- 1) Hardness to be equivalent to that at the root diameter in the center of the tooth space and face width.
- 2) See tables 7 through 10 for major metallurgical factors for each stress grade of steel gears.
- 3) The steel selected must be compatible with the heat treatment process selected and hardness required.
- 4) The allowable stress numbers indicated may be used with the case depths prescribed in 16.1.
- 5) See figure 12 for type A and type B hardness patterns.
- 6) If bainite and microcracks are limited to Grade 3 levels, 485 N/mm² may be used.
- 7) The overload capacity of nitrided gears is low. Since the shape of the effective S-N curve is flat, the sensitivity to shock should be investigated before proceeding with the design. [7]

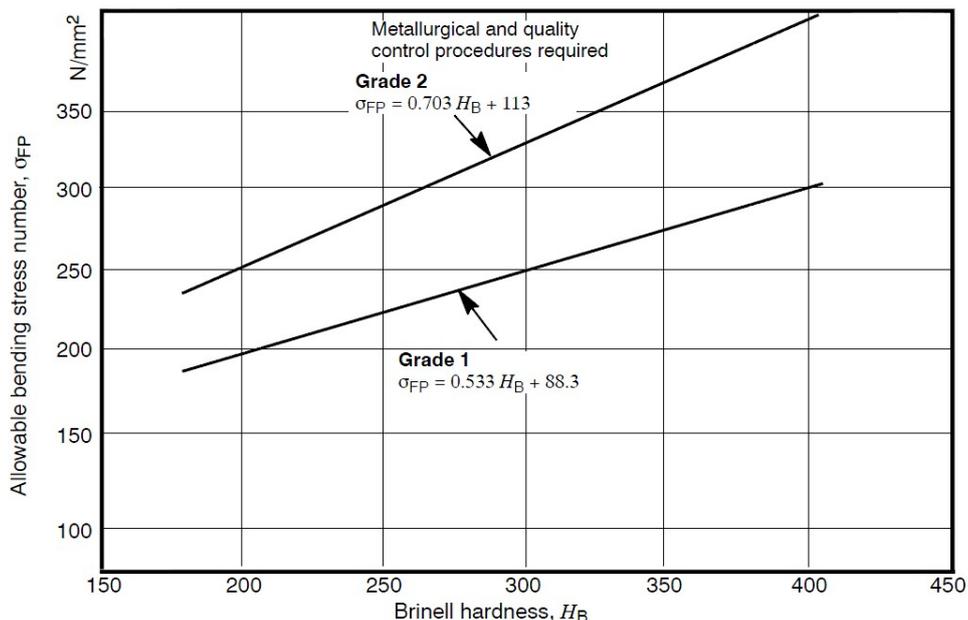


Figure 9 - Allowable bending stress number for through hardened steel gears, σ_{FP}

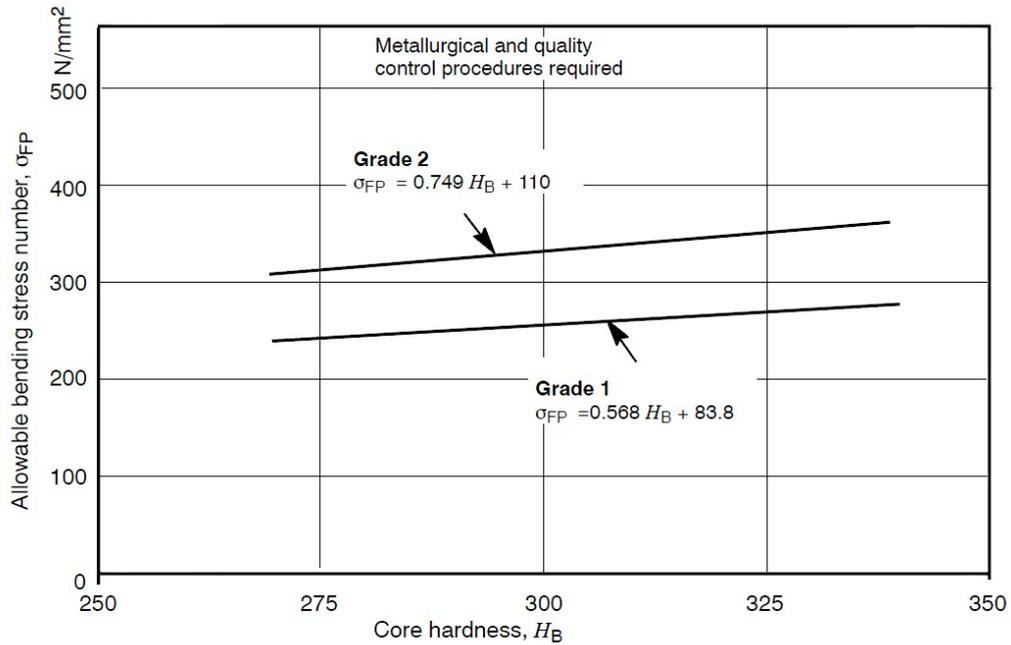


Figure 10 - Allowable bending stress numbers for nitrided through hardened steel gears (i.e., AISI 4140, AISI 4340), σ_{FP}

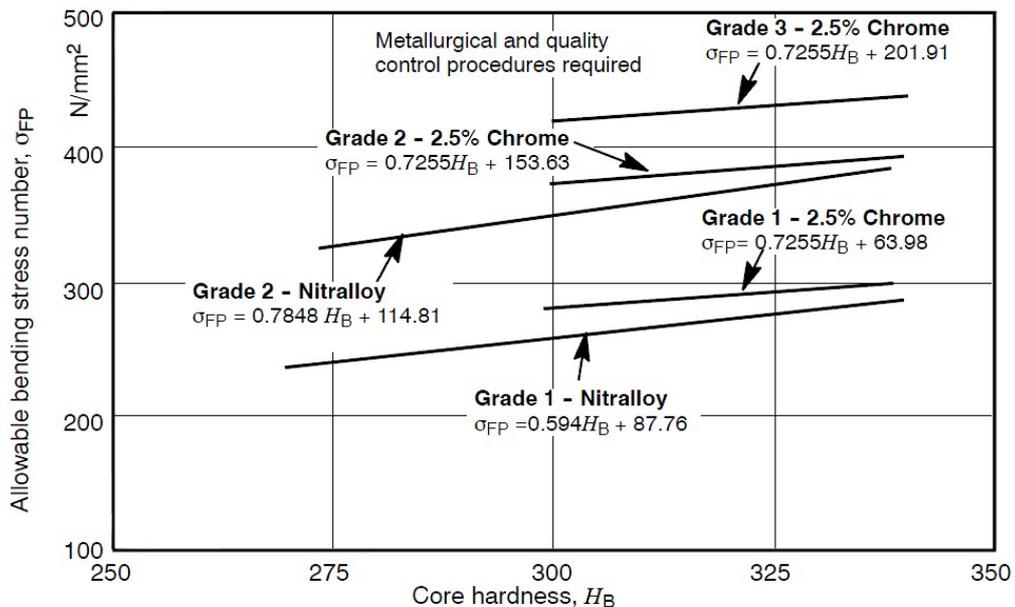


Figure 11 - Allowable bending stress numbers for nitriding steel gears, σ_{FP}

Las Tablas 7 a 10 a las que hace mención la Tabla 4, detallan las especificaciones metalúrgicas correspondientes a los Grados 1, 2 y 3. Son tablas muy completas y detalladas cuyo contenido escapa a los alcances del presente trabajo, y por eso no se incluyen.

Si bien el acero en sus múltiples variedades es el material más utilizado para la fabricación de engranajes, existen casos en los cuales los requerimientos pueden ser cubiertos por una fundición de hierro, gris laminar o nodular, o por bronce, sobre todo en transmisiones por tornillo sinfín y corona.

La siguiente tabla presenta los datos de resistencia para estos materiales.

Table 6 - Allowable bending stress number, σ_{FP} for iron and bronze gears

Material	Material designation ¹⁾	Heat treatment	Typical minimum surface hardness ²⁾	Allowable bending stress number ³⁾ σ_{FP} N/mm ²
ASTM A48 Gray cast iron	Class 20	As cast	--	34.5
	Class 30	As cast	174 HB	59
	Class 40	As cast	201 HB	90
ASTM A536 Ductile (nodular) iron	Grade 60-40-18	Annealed	140 HB	150 - 230
	Grade 80-55-06	Quenched & tempered	179 HB	150 - 230
	Grade 100-70-03	Quenched & tempered	229 HB	185 - 275
	Grade 120-90-02	Quenched & tempered	269 HB	215 - 305
Bronze		Sand cast	Minimum tensile strength 275 N/mm ²	39.5
	ASTM B-148 Alloy 954	Heat treated	Minimum tensile strength 620 N/mm ²	165

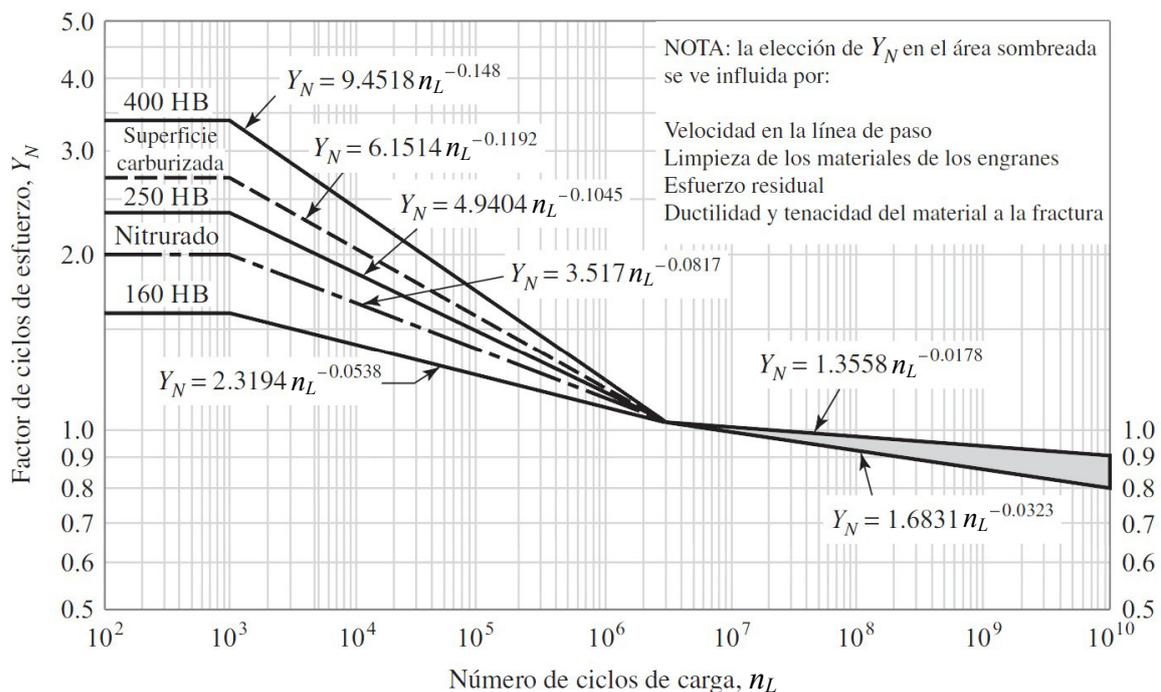
NOTES

- 1) See ANSI/AGMA 2004-B89, *Gear Materials and Heat Treatment Manual*.
- 2) Measured hardness to be equivalent to that which would be measured at the root diameter in the center of the tooth space and face width.
- 3) The lower values should be used for general design purposes. The upper values may be used when:
 - High quality material is used.
 - Section size and design allow maximum response to heat treatment.
 - Proper quality control is effected by adequate inspection.
 - Operating experience justifies their use.

1.11 - Factor de Tensión Cíclica para Flexión Y_N

La función de este factor es ajustar la Tensión Admisible para Flexión a la Cantidad de Ciclos de Carga n_L que deberá cumplir el engranaje durante su operación o vida útil. Este número de ciclos es el número de contactos bajo carga que tendrá el flanco de un diente durante su funcionamiento.

Los valores de Tensión Admisible para Flexión que figuran en las tablas o gráficos ya vistos corresponden a 10^7 ciclos de carga, es decir vida infinita, por lo tanto si se requiere que el engranaje cumpla con un número distinto de ciclos, deberá corregirse el dato obtenido.



La cantidad total de ciclos que deberá cumplir el engranaje durante su operación se calcula mediante la siguiente expresión :

$$n_L = 60 L n q$$

n_L : Cantidad de Ciclos de Carga.

L [h] : Vida Útil del Engranaje.

n [rpm] : Velocidad de Giro del Engranaje.

q : Número de Contactos que Experimenta el Flanco de un Diente por Revolución.

1.12 - Factor de Seguridad para Flexión S_F

El Factor de Seguridad para Flexión debería tener en cuenta aquellos aspectos no considerados por el resto de los factores utilizados, como por ejemplo riesgo de seguridad, riesgo económico, aspectos del diseño y aplicación, variaciones en el proceso de fabricación y en las características de los materiales utilizados, y tolerancias de fabricación, entre muchas otras cosas.

Es evidente que este factor tendrá una relación muy estrecha con la máquina en la cual serán montados los engranajes calculados. Además su valor podrá ir cambiando con los sucesivos diseños, a partir de los datos de desempeño de la máquina y específicamente de los engranajes, que se vayan recopilando a través del tiempo.

Por otro lado, la precisión y la certidumbre a la hora de determinar el resto de los factores involucrados en el cálculo de los engranajes juegan un papel fundamental a la hora de estimar el Factor de Seguridad para Flexión. Cuando se tenga poca información sobre materiales, procesos, y experiencia de desempeño, deberá elegirse un factor más alto, y luego ir ajustándolo a partir del desempeño observado en la práctica.

1.13 - Factor de Temperatura Y_θ

Cuando los engranajes trabajan a temperaturas bajas o moderadas, menores a 120 °C, el Factor de Temperatura deberá tomarse igual a la unidad : $Y_\theta = 1$.

Si las temperaturas superan este valor, entonces deberá tomarse un Factor de Temperatura mayor que 1, haciendo un cuidadoso análisis de cada caso particular.

Por otro lado deberá analizarse si es necesario utilizar un intercambiador de calor para disminuir la temperatura del aceite, y mantenerla dentro de los rangos de operación especificados por el fabricante del lubricante.

1.14 - Factor de Confiabilidad Y_z

El Factor de Confiabilidad considera el efecto de la distribución estadística normal de las fallas encontradas en los ensayos de materiales. Los valores de la Tensión Admisible para Flexión especificados anteriormente se basan en una probabilidad estadística de 1 falla en 100 muestras, es decir que corresponden a un 99 % de confiabilidad.

Los valores de este factor que aparecen en la siguiente tabla se han deducido a partir de datos suministrados por la Marina de los Estados Unidos sobre fallas de engranajes por flexión y picado.

Se podrán utilizar otros valores cuando se disponga de datos específicos sobre el caso que se analiza.

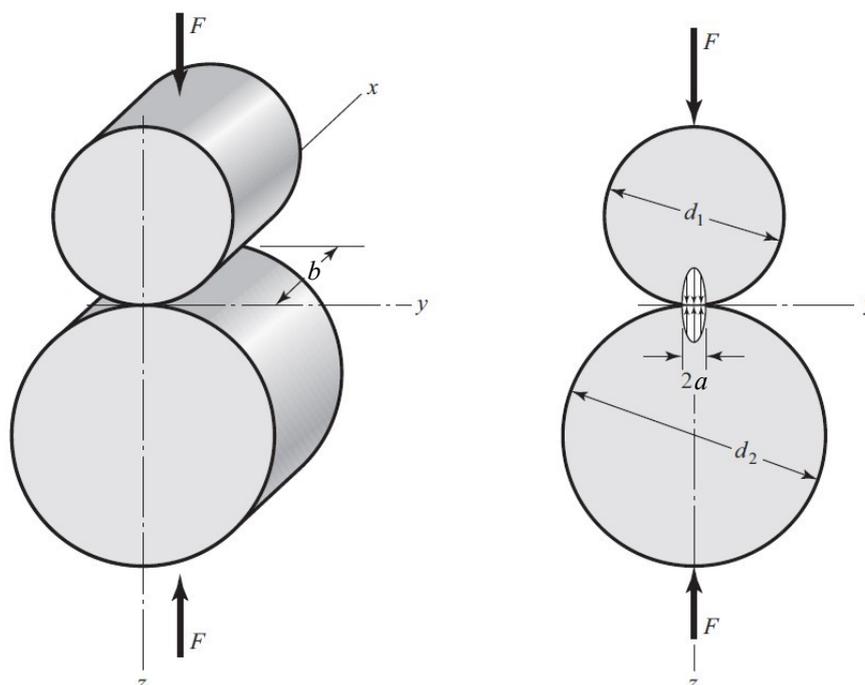
Requisitos de la Aplicación	Factor de Confiabilidad Y_z
Menos de una falla en 10000 Confiabilidad del 99.99 %	1.50
Menos de una falla en 1000 Confiabilidad del 99.9 %	1.25
Menos de una falla en 100 Confiabilidad del 99 %	1.00
Menos de una falla en 10 Confiabilidad del 90 %	0.85
Menos de una falla en 2 Confiabilidad del 50 %	0.70

2 - Cálculo por el Criterio de Durabilidad Superficial

Cuando dos cuerpos con superficies curvas se presionan entre sí, el contacto ideal, puntual o lineal, cambia a una superficie de contacto, y se desarrolla en ambos cuerpos un estado triaxial de tensiones. Esto sucede en el contacto de una rueda con el riel, entre una leva y su seguidor, entre los elementos rodantes de un cojinete de rodadura y las pistas, y más precisamente entre los flancos de dos dientes de engranajes durante el engrane. Las fallas usuales aparecen en las superficies de contacto, y se ven como picaduras, escamado, descascarillado o fisuras.

Si bien existen diferentes posibilidades en cuanto a la geometría de las superficies en contacto, aquí sólo se analizará el contacto cilíndrico, por ser el que mejor se corresponde con el caso de los flancos de dos dientes en contacto. Los resultados que se presentan fueron obtenidos por Heinrich R. Hertz, y por eso a las tensiones de contacto se las suele llamar "Tensiones de Hertz".

En la siguiente figura se ilustra el caso de dos cilindros de sección circular, de diámetros d_1 y d_2 , que se mantienen en contacto por la aplicación de dos fuerzas F uniformemente distribuidas en la longitud b de ambos cilindros.



La zona de contacto es un rectángulo angosto de ancho $2a$ y longitud b , y la distribución de la presión o tensión de contacto es elíptica a lo largo del ancho $2a$.

El semiancho a de la zona de contacto está dado por la siguiente expresión :

$$a = \sqrt{\frac{2F}{\pi b} \frac{\frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2}}{\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2}}}$$

a [mm] : Semiancho de la Zona de Contacto.

F [N] : Fuerza de Contacto.

b [mm] : Longitud de los Cilindros.

ν_1 : Coeficiente de Poisson del Material del Cilindro Menor.

ν_2 : Coeficiente de Poisson del Material del Cilindro Mayor.

E_1 [MPa] : Módulo de Elasticidad Longitudinal del Material del Cilindro Menor.

E_2 [MPa] : Módulo de Elasticidad Longitudinal del Material del Cilindro Mayor.

d_1 [mm] : Diámetro del Cilindro Menor.

d_2 [mm] : Diámetro del Cilindro Mayor.

La Presión Máxima o Tensión Máxima de Compresión σ_c en la zona de contacto está dada por la siguiente expresión :

$$\sigma_c = \frac{2F}{\pi a b}$$

σ_c [MPa] : Tensión de Compresión Máxima.

Además de esta tensión de compresión en la dirección del eje z , aparecen tensiones, también de compresión pero de menor magnitud, en las direcciones de los ejes x e y .

Estas tensiones principales de compresión son acompañadas, cuando se consideran otros planos, por tensiones de corte que toman valores importantes justo debajo de la superficie, siendo máximas a una profundidad de $0.786 a$. Las fisuras parecen crecer a partir de este estrato hasta que se expulsan pequeñas porciones del material, que dejan picaduras en la superficie. Si bien esta Tensión Máxima de Compresión no produce la falla de forma directa, sí representa un índice de su magnitud.

Si se expresan los diámetros de los cilindros en función de sus radios, y se elimina la raíz cuadrada elevando el semiancho a al cuadrado se obtiene :

$$d_1 = 2 r_1$$

$$d_2 = 2 r_2$$

$$a^2 = \frac{4F}{\pi b} \frac{\frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2}}{\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}}$$

r_1 [mm] : Radio del Cilindro Menor.

r_2 [mm] : Radio del Cilindro Mayor.

Earle Buckingham diseñó una máquina simple para probar un par de superficies en contacto por rodadura, en conexión con su investigación sobre el desgaste que experimentan los dientes de engranajes. Con ella realizó diversos ensayos para determinar la resistencia a la fatiga superficial de materiales en contacto por rodamiento, y relacionar sus resultados con las tensiones de contacto.

En estos ensayos la tensión máxima de contacto que provoca la falla en la superficie después de un número especificado de ciclos recibe el nombre de Resistencia a la Fatiga Superficial, Resistencia de Contacto, o Resistencia a la Fatiga Hertziana S_c . A diferencia de la fatiga por flexión rotativa, no se han encontrado valores de tensión por debajo de los cuales el material alcance una "vida infinita", razón por la que no se habla de "Límite" sino de "Resistencia" para un número determinado de ciclos.

Si bien estas fallas superficiales suelen caracterizarse como desgaste, ya que suceden después de un tiempo relativamente largo, las mismas no deben confundirse con otros modos de desgaste como la abrasión, el rayado, la erosión, el pulido, la adhesión y la transferencia de metal, las cuales pueden deberse a la presencia de partículas extrañas, lubricación deficiente, y microsoldaduras en frío, entre otras causas.

Al elevar al cuadrado la expresión de la tensión máxima de compresión, sustituir el a^2 de la última expresión, y reordenar factores se obtiene :

$$\frac{F}{b} \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) = \pi \sigma_c^2 \left(\frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \right)$$

Se agrupan a continuación las constantes elásticas de los materiales de ambos cilindros en una cantidad a la que se llamará Coeficiente de Elasticidad Z_E .

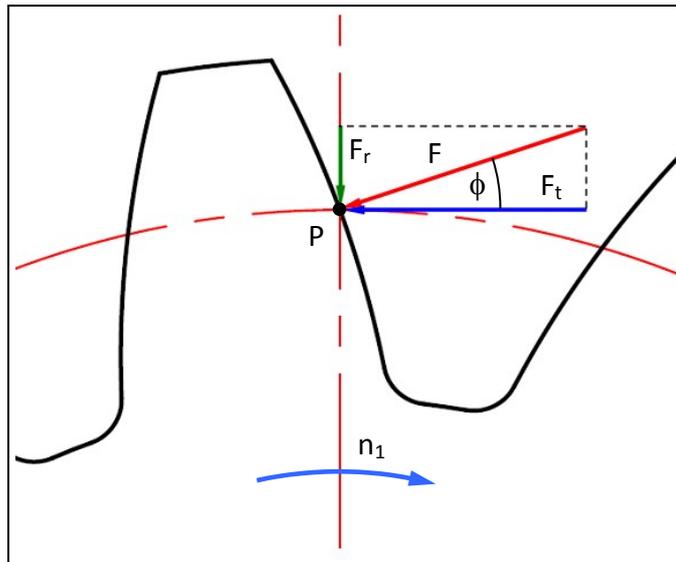
$$Z_E = \sqrt{\frac{1}{\pi \left(\frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \right)}}$$

Z_E [\sqrt{N}/mm] : Coeficiente de Elasticidad.

Considerando esta última definición en la penúltima igualdad, y reordenando se llega a la siguiente expresión :

$$\frac{F}{b} \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) = \frac{\sigma_c^2}{Z_E^2} \Rightarrow \sigma_c = Z_E \sqrt{\frac{F}{b} \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right)}$$

Para adaptar esta última ecuación al caso de engranajes cilíndricos de dientes rectos, se expresará a la Fuerza de Contacto F en función de la Fuerza Tangencial Transmitida F_t . El siguiente esquema aclara este punto analizando la fuerza que el engranaje conducido o rueda le aplica al engranaje motor o piñón.



$$\cos \phi = \frac{F_t}{F} \Rightarrow F = \frac{F_t}{\cos \phi}$$

F [N] : Fuerza de Contacto - Fuerza Total Transmitida.

F_t [N] : Fuerza Tangencial Transmitida.

F_r [N] : Fuerza Radial Transmitida.

ϕ [°] : Ángulo de Presión Circunferencial o Transversal.

Al adaptar el caso de dos cilindros en contacto al del engrane entre ruedas cilíndricas de dientes rectos, los radios de los cilindros r_1 y r_2 pasan a ser los valores instantáneos de los radios de curvatura para los flancos de los dientes del piñón y la corona respectivamente, en el punto de contacto.

Se sabe que en el punto primitivo P existe rodadura pura, mientras que en cualquier otro punto de contacto se verifica una combinación de rodadura y deslizamiento. En la última expresión en donde se evalúa la tensión de contacto no se considera acción de deslizamiento alguna. La experiencia nos muestra que la primera evidencia de desgaste por picadura se presenta cerca de la circunferencia primitiva. Particularmente los radios de curvatura de los perfiles de los dientes en el punto primitivo P se pueden calcular de la siguiente manera :

$$r_1 = \frac{D_1}{2} \text{ sen } \phi = R_1 \text{ sen } \phi$$

$$r_2 = \frac{D_2}{2} \text{ sen } \phi = R_2 \text{ sen } \phi$$

r_1 [mm] : Radio de Curvatura del Perfil de un Diente del Piñón en el Punto Primitivo.

r_2 [mm] : Radio de Curvatura del Perfil de un Diente de la Rueda en el Punto Primitivo.

D_1 [mm] : Diámetro Primitivo del Piñón.

D_2 [mm] : Diámetro Primitivo de la Rueda.

R_1 [mm] : Radio Primitivo del Piñón.

R_2 [mm] : Radio Primitivo de la Rueda.

Finalmente, agregando el Factor Dinámico K_v para considerar el efecto de las sobrecargas de origen dinámico, la expresión de la Tensión de Contacto Máxima toma la siguiente forma :

$$\sigma_c = Z_E \sqrt{\frac{K_v F_t}{b \cos \phi} \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right)}$$

K_v : Factor Dinámico.

Así como los trabajos de Wilfred Lewis, y los posteriores de Carl Barth, fueron tomados como punto de partida por AGMA para formular su Criterio de Flexión, las investigaciones de Earle Buckingham sirvieron de base para elaborar un Criterio de Durabilidad Superficial, después de que AGMA considerara otros efectos aplicando factores correctivos.

Finalmente AGMA propone la siguiente expresión para determinar la tensión de contacto en los flancos de los dientes a la altura de las circunferencias primitivas :

$$\sigma_H = Z_E \sqrt{F_t K_o K_v K_s \frac{K_H}{D_1 b} \frac{Z_R}{Z_1}}$$

σ_H [MPa] : Tensión de Contacto Máxima en el Punto Primitivo.

Z_E [\sqrt{N} /mm] : Coeficiente de Elasticidad.

F_t [N] : Fuerza Tangencial Transmitida.

K_o : Factor de Sobrecarga.

K_v : Factor Dinámico.

K_s : Factor de Tamaño.

K_H : Factor de Distribución de Carga.

Z_R : Factor de Condición Superficial para Durabilidad Superficial.

D_1 [mm] : Diámetro Primitivo del Piñón.

b [mm] : Ancho de Cara Neto o Espesor del Engranaje.

Z_1 : Factor Geométrico AGMA para Durabilidad Superficial.

Esta tensión de compresión deberá compararse con la Tensión Admisible Corregida para Durabilidad Superficial, la cual podrá obtenerse a partir de la siguiente expresión :

$$S_{AH} = \frac{\sigma_{HP}}{S_H} \frac{Z_N Z_W}{Y_\theta Y_Z}$$

S_{AH} [MPa] : Tensión Admisible Corregida para Durabilidad Superficial.

σ_{HP} [MPa] : Tensión Admisible para Durabilidad Superficial.

Z_N : Factor de Tensión Cíclica para Durabilidad Superficial.

Z_W : Factor de Relación de Durezas para Durabilidad Superficial.

S_H : Factor de Seguridad para Durabilidad Superficial.

Y_θ : Factor de Temperatura.

Y_Z : Factor de Confiabilidad.

Para que los dientes del engranaje no fallen por este criterio, la Tensión de Contacto en el Punto Primitivo no deberá superar a la Tensión Admisible Corregida para Durabilidad Superficial propuesta por AGMA.

$$\sigma_H \leq S_{AH}$$

A continuación se detallará la forma de determinar cada uno de los factores y magnitudes en general utilizadas en las expresiones ya vistas.

2.1 - Coeficiente de Elasticidad Z_E

Tal como se vio durante el análisis de las tensiones de contacto que aparecen entre dos cilindros presionados, este coeficiente agrupa las constantes elásticas de los materiales involucrados.

$$Z_E = \sqrt{\frac{1}{\pi \left(\frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \right)}}$$

Z_E [\sqrt{N}/mm] : Coeficiente de Elasticidad.

ν_1 : Coeficiente de Poisson del Material del Piñón.

ν_2 : Coeficiente de Poisson del Material de la Rueda.

E_1 [MPa] : Módulo de Elasticidad Longitudinal del Material del Piñón.

E_2 [MPa] : Módulo de Elasticidad Longitudinal del Material de la Rueda.

Si bien es un coeficiente fácilmente calculable cuando se tienen los datos precisos de los materiales involucrados, para agilizar los cálculos la Norma AGMA 2001-B88 proporciona la siguiente tabla orientativa, en donde se incluyen los materiales más comúnmente utilizados.

Coeficiente elástico Z_E de la AGMA en unidades de [MPa] ^{0.5 †}							
Material del piñón	E MPa	Material del engrane					
		Acero	Hierro maleable	Hierro nodular	Hierro fundido	Bronce al aluminio	Bronce al estaño
Acero	2E5	191	181	179	174	162	158
Hierro maleable	1.7E5	181	174	172	168	158	154
Hierro nodular	1.7E5	179	172	170	166	156	152
Hierro fundido	1.5E5	174	168	166	163	154	149
Bronce al aluminio	1.2E5	162	158	156	154	145	141
Bronce al estaño	1.1E5	158	154	152	149	141	137

† Los valores de E en esta tabla son aproximados; se utilizó $\nu = 0.3$ como una aproximación de la razón de Poisson para todos los materiales.

Cuando se tengan datos más precisos sobre las constantes elásticas E y ν , deberán utilizarse en la última expresión para obtener el coeficiente de manera analítica.

2.2 - Fuerza Tangencial Transmitida F_t

Desarrollado en el punto **1.1** (Pág. 2).

2.3 - Factor de Sobrecarga K_o

Desarrollado en el punto **1.2** (Págs. 2 y 3).

2.4 - Factor Dinámico K_v

Desarrollado en el punto **1.3** (Págs. 3 a 8).

2.5 - Factor de Tamaño K_s

Desarrollado en el punto **1.4** (Págs. 8 a 10).

2.6 - Factor de Distribución de Carga K_H

Desarrollado en el punto **1.5** (Págs. 10 y 11).

2.7 - Factor de Condición Superficial para Durabilidad Superficial Z_R

Tal como su nombre lo indica este factor está relacionado con el acabado y la dureza superficiales en los flancos de los dientes. Básicamente depende de :

- Método de Fabricación y Terminación : Fundición, forjado, mecanizado (Cremallera mortajadora, piñón cortante, fresa madre o creadora, fresa de módulo de disco o de punta), afeitado, y rectificado o esmerilado.
- Tensiones residuales provenientes del método de fabricación o del tratamiento térmico.
- Endurecimiento por trabajo mecánico (Efectos de plasticidad).

Si la terminación superficial alcanzada es la requerida por la función que debe cumplir el engranaje, este coeficiente debe ser tomado igual a la unidad.

Para aquellos casos en los que existe un efecto perjudicial del acabado superficial debería tomarse un valor mayor que la unidad, sin embargo la Norma aún no proporciona fórmulas, tablas o procedimientos para establecer dicho valor.

2.8 - Diámetro Primitivo del Piñón D_1

Tal como se explicara en el punto 1.8 (Pág. 14) del presente trabajo, la Línea de Acción o Recta de Presión, que es la tangente común a las circunferencias base de ambos engranajes, corta a la línea que une los centros de las ruedas dentadas en un punto llamado Punto Primitivo.

La distancia entre el centro de un engranaje y el Punto Primitivo define al Radio Primitivo de ese engranaje, de tal manera que las Circunferencias Primitivas de dos engranajes en contacto terminan siendo circunferencias tangentes en el Punto Primitivo (Ver esquema superior de la Pág. 15).

Las relaciones entre los Diámetros Primitivos, los Radios Primitivos y la Distancia entre Centros de los engranajes involucrados se muestran en estas sencillas expresiones :

$$D_1 = 2R_1$$

$$D_2 = 2R_2$$

$$C = R_1 + R_2 = \frac{D_1 + D_2}{2}$$

D_1 [mm] : Diámetro Primitivo del Piñón.

D_2 [mm] : Diámetro Primitivo de la Rueda.

R_1 [mm] : Radio Primitivo del Piñón.

R_2 [mm] : Radio Primitivo de la Rueda.

C [mm] : Distancia entre Centros de Engranajes.

Para un engranaje cilíndrico de dientes rectos, si se expresa el Diámetro Primitivo en función del módulo, del número de dientes, y del paso se obtienen las siguientes igualdades :

$$D = m z = \frac{t}{\pi} z$$

D [mm] : Diámetro Primitivo de la Rueda Dentada.

m [mm] : Módulo del Engranaje.

z : Número de Dientes de la Rueda Dentada.

t [mm] : Paso del Engranaje.

Para el caso de engranajes cilíndricos de dientes helicoidales habrá que diferenciar entre el módulo normal y el módulo circunferencial, siendo el primero el que define el par dentado.

$$D = \frac{m_n z}{\cos \psi} = m_t z$$

m_n [mm] : Módulo Normal del Engranaje.

m_t [mm] : Módulo Circunferencial o Transversal del Engranaje.

ψ [°] : Ángulo de la Hélice de la Rueda Dentada Helicoidal.

Cuando el ángulo de la hélice es igual a cero se tiene un engranaje cilíndrico de dientes rectos, los módulos normal y circunferencial se transforman simplemente en el módulo, y se llega a las expresiones anteriores.

Es importante destacar que el Diámetro Primitivo que debe reemplazarse en la expresión de la Tensión de Contacto Máxima es siempre el del Piñón, independientemente de la rueda dentada que se esté analizando. En principio, y de acuerdo a los trabajos de Heinrich R. Hertz, la Tensión de Contacto Máxima que se alcanza en los flancos de los dientes de ambas ruedas es la misma.

Sin embargo, cuando AGMA considera los efectos del tamaño absoluto en los fenómenos de fatiga, e introduce el Factor de Tamaño K_s , podrían llegarse a resultados ligeramente distintos, resultando la Tensión de Contacto Máxima que aparece en la Rueda o Corona levemente superior a la del Piñón.

2.9 - Ancho de Cara Neto o Espesor del Engranaje b

Desarrollado en el punto 1.7 (Págs. 13 y 14).

2.10 - Factor Geométrico AGMA para Durabilidad Superficial Z_I

Este factor geométrico depende fundamentalmente de los radios de curvatura del perfil de los dientes en el punto de contacto, y del reparto de carga entre dientes de un mismo engranaje.

Los procedimientos para su determinación figuran en la AGMA 908-B89 : Geometry Factors for Determining the Pitting Resistance and Bending Strength for Spur, Helical and Herringbone Gear Teeth - AGMA Information Sheet (Factores Geométricos para la Determinación de la Resistencia al Picado y de la Resistencia a la Flexión para Engranajes de Dientes Rectos, Helicoidales y Bihelicoidales - Hoja Informativa de AGMA).

Al evaluar la Tensión de Contacto Máxima para un par de cilindros presionados, y luego adaptar la ecuación al caso del engrane entre ruedas cilíndricas de dientes rectos, se llegó a la siguiente expresión :

$$\sigma_c = Z_E \sqrt{\frac{K_v F_t}{b \cos \phi} \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right)}$$

En donde los radios de curvatura de los perfiles de los dientes en el punto primitivo podían calcularse de la siguiente manera :

$$r_1 = R_1 \operatorname{sen} \phi = \frac{D_1}{2} \operatorname{sen} \phi$$

$$r_2 = R_2 \operatorname{sen} \phi = \frac{D_2}{2} \operatorname{sen} \phi$$

El factor entre paréntesis del radicando puede expresarse en función de los diámetros primitivos y del ángulo de presión circunferencial.

$$\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} = \frac{2}{D_1 \operatorname{sen} \phi} + \frac{2}{D_2 \operatorname{sen} \phi} = \frac{2}{\operatorname{sen} \phi} \left(\frac{1}{D_1} + \frac{1}{D_2} \right) = \frac{2}{\operatorname{sen} \phi} \left(\frac{D_2 + D_1}{D_1 D_2} \right) = \frac{2}{D_1 \operatorname{sen} \phi} \left(\frac{D_2 + D_1}{D_2} \right)$$

Si se define la Relación de Engrane m_G como se muestra a continuación, puede reescribirse la última igualdad de la siguiente manera :

$$m_G = \frac{D_2}{D_1}$$

$$\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} = \frac{2}{D_1 \operatorname{sen} \phi} \left(\frac{\frac{D_2 + D_1}{D_1}}{\frac{D_2}{D_1}} \right) = \frac{2}{D_1 \operatorname{sen} \phi} \left(\frac{m_G + 1}{m_G} \right)$$

m_G : Relación de Engrane.

Si se reemplaza la suma de los recíprocos de los radios de curvatura en la primera expresión se obtiene :

$$\sigma_c = Z_E \sqrt{\frac{K_v F_t}{b \cos \phi} \frac{2}{D_1 \sin \phi} \left(\frac{m_G + 1}{m_G} \right)} = Z_E \sqrt{\frac{K_v F_t}{D_1 b} \frac{1}{\frac{\cos \phi \sin \phi}{2} \left(\frac{m_G}{m_G + 1} \right)}}$$

El denominador del segundo factor dentro del radicando se define como el Factor Geométrico AGMA para Durabilidad Superficial Z_I para el caso de engranajes cilíndricos de dientes rectos. Para extender esta definición al caso de engranajes cilíndricos de dientes helicoidales deberá agregarse la Relación de Repartición de Carga m_N , quedando este factor definido de la siguiente manera :

$$Z_I = \frac{\cos \phi \sin \phi}{2 m_N} \left(\frac{m_G}{m_G + 1} \right)$$

Z_I : Factor Geométrico AGMA para Durabilidad Superficial.

ϕ [°] : Ángulo de Presión Circunferencial o Transversal.

m_N : Relación de Repartición de Carga

Tal como se vio anteriormente, el agregado de otros factores que tienen en cuenta aspectos no considerados en los trabajos originales de Heinrich R. Hertz, desembocó en la fórmula de AGMA para el cálculo de la Tensión de Contacto Máxima en el Punto Primitivo.

$$\sigma_c = Z_E \sqrt{\frac{K_v F_t}{D_1 b Z_I}} \rightarrow \sigma_H = Z_E \sqrt{F_t K_o K_v K_s \frac{K_H Z_R}{D_1 b Z_I}}$$

Con respecto a la determinación de la Relación de Repartición de Carga m_N , valen las mismas consideraciones que se hicieran cuando se analizó el cálculo del Factor Geométrico AGMA de Resistencia a la Flexión Y_J (Págs. 17 a 21).

Precisamente, y tal como sucedía en aquel caso, las dificultades que pueden aparecer al calcular algunos valores, hizo que AGMA elaborara una serie de tablas que permiten calcular de manera aproximada el Factor Geométrico Z_I para ciertas combinaciones de los siguientes parámetros :

- Ángulo de Presión Normal ϕ_n : 14.5°, 20° y 25°.
- Ángulo de la Hélice ψ : 0° (dientes rectos), 10°, 15°, 20°, 25° y 30°.
- Radio en la Punta de la Herramienta : 0.157, 0.250, y 0.270.
- Factor de Profundidad de la Herramienta : 1.900, 2.157, 2.250 y 2.350.
- Factores de Corrección de los Engranajes : $x_1 = x_2 = 0$; $x_1 = -x_2 = 0.25$; $x_1 = -x_2 = 0.50$.
- Ubicación de la Carga : Carga en la punta del diente, y carga en el punto más alto de contacto cuando en cada engranaje hay un solo diente haciendo contacto (HPSTC).
- Números de Dientes del Piñón y de la Corona : 12, 14, 17, 21, 26, 35, 55 y 135.

La primera de las tablas de la siguiente página corresponde a engranajes de dientes rectos, ángulo de presión normal $\phi_n = 20^\circ$, sin corrección, es decir $x_1 = x_2 = 0$, y con carga aplicada en la punta. La segunda tabla se aplica a engranajes de dientes helicoidales con ángulo de la hélice $\psi = 30^\circ$, ángulo de presión normal $\phi_n = 20^\circ$, sin corrección, es decir $x_1 = x_2 = 0$, y con carga aplicada en la punta.

Factor Geométrico AGMA $Z_I : \phi_n = 20^\circ, \psi = 0^\circ$, dientes sin corrección y carga en la punta								
Nº de Dientes de la Rueda	Nº de Dientes del Piñón							
	12	14	17	21	26	35	55	135
12	U							
14	U	U						
17	U	U	U					
21	U	U	U	0.078				
26	U	U	U	0.084	0.079			
35	U	U	U	0.091	0.088	0.080		
55	U	U	U	0.102	0.101	0.095	0.080	
135	U	U	U	0.118	0.121	0.120	0.112	0.080

Factor Geométrico AGMA $Z_I : \phi_n = 20^\circ, \psi = 30^\circ$, dientes sin corrección y carga en la punta								
Nº de Dientes de la Rueda	Nº de Dientes del Piñón							
	12	14	17	21	26	35	55	135
12	U							
14	U	0.125						
17	U	0.139	0.128					
21	U	0.154	0.144	0.132				
26	U	0.169	0.159	0.148	0.135			
35	U	0.189	0.180	0.170	0.158	0.139		
55	U	0.215	0.208	0.200	0.190	0.174	0.145	
135	U	0.250	0.248	0.245	0.240	0.231	0.210	0.151

La “U” en las tablas indica que esa combinación de números de dientes de piñón y corona genera un socavado (undercutting) en la zona del pie de los dientes del piñón, debido al fenómeno de interferencia. De la misma manera, en otras tablas se observa una “T” que indica la aparición de dientes puntiagudos (low top land) para esa combinación de números de dientes. La Norma recomienda evitar ambos efectos.

2.11 - Tensión Admisible para Durabilidad Superficial σ_{HP}

Las Tensiones Admisibles para Durabilidad Superficial de los materiales utilizados en la fabricación de engranajes dependen básicamente de la composición química, proceso de obtención, microestructura, tratamiento térmico, y tensiones residuales.

Dichos valores fueron obtenidos a partir de ensayos especiales de laboratorio y de la experiencia en la industria, y es por eso que sólo deben utilizarse para el diseño de engranajes.

Los datos en las siguientes tablas y gráficos corresponden a 10^7 ciclos de carga (vida infinita), cargas unidireccionales, y 99 % de confiabilidad.

Table 3 - Allowable contact stress number, σ_{HP} , for steel gears

Material designation	Heat treatment	Minimum surface hardness ¹⁾	Allowable contact stress number ²⁾ , σ_{HP} N/mm ²		
			Grade 1	Grade 2	Grade 3
Steel ³⁾	Through hardened ⁴⁾	see figure 8	see figure 8	see figure 8	--
	Flame ⁵⁾ or induction hardened ⁵⁾	50 HRC	1170	1310	--
		54 HRC	1205	1345	--
	Carburized & hardened ⁵⁾	see table 9	1240	1550	1895
	Nitrided ⁵⁾ (through hardened steels)	83.5 HR15N	1035	1125	1205
84.5 HR15N		1070	1160	1240	
2.5% Chrome (no aluminum)	Nitrided ⁵⁾	87.5 HR15N	1070	1185	1305
Nitralloy 135M	Nitrided ⁵⁾	90.0 HR15N	1170	1260	1345
Nitralloy N	Nitrided ⁵⁾	90.0 HR15N	1185	1300	1415
2.5% Chrome (no aluminum)	Nitrided ⁵⁾	90.0 HR15N	1215	1350	1490

NOTES

- 1) Hardness to be equivalent to that at the start of active profile in the center of the face width.
- 2) See tables 7 through 10 for major metallurgical factors for each stress grade of steel gears.
- 3) The steel selected must be compatible with the heat treatment process selected and hardness required.
- 4) These materials must be annealed or normalized as a minimum.
- 5) The allowable stress numbers indicated may be used with the case depths prescribed in 16.1.

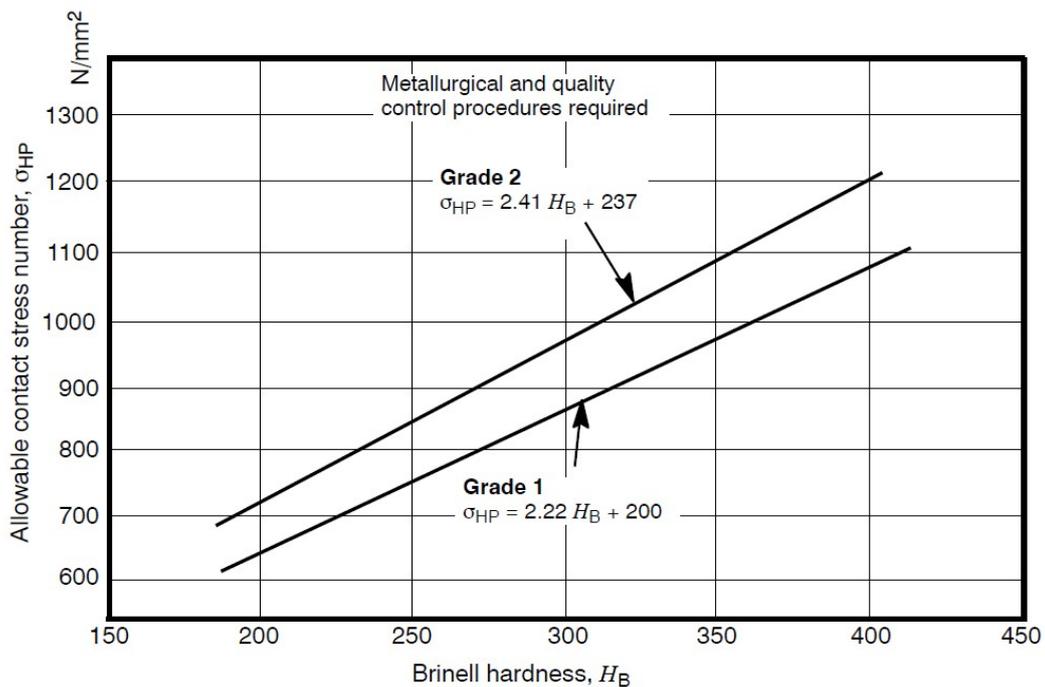


Figure 8 - Allowable contact stress number for through hardened steel gears, σ_{HP}

Las Tablas 7 a 10 a las que hace mención la Tabla 3, detallan las especificaciones metalúrgicas correspondientes a los Grados 1, 2 y 3. Son tablas muy completas y detalladas cuyo contenido escapa a los alcances del presente trabajo, y por eso no se incluyen.

Si bien el acero en sus múltiples variedades es el material más utilizado para la fabricación de engranajes, en ocasiones los requerimientos podrán ser cubiertos por una fundición de hierro, gris laminar o nodular, o por bronce, sobre todo en transmisiones por tornillo sinfín y corona.

La siguiente tabla presenta los datos de resistencia para estos materiales.

Table 5 - Allowable contact stress number, σ_{HP} , for iron and bronze gears

Material	Material designation ¹⁾	Heat treatment	Typical minimum surface hardness ²⁾	Allowable contact stress number ³⁾ σ_{HP} N/mm ²
ASTM A48 Gray cast iron	Class 20	As cast	--	345 - 415
	Class 30	As cast	174 HB	450 - 520
	Class 40	As cast	201 HB	520 - 585
ASTM A536 Ductile (nodular) iron	Grade 60-40-18	Annealed	140 HB	530 - 635
	Grade 80-55-06	Quenched & tempered	179 HB	530 - 635
	Grade 100-70-03	Quenched & tempered	229 HB	635 - 770
	Grade 120-90-02	Quenched & tempered	269 HB	710 - 870
Bronze		Sand cast	Minimum tensile strength 275 N/mm ²	205
	ASTM B-148 Alloy 954	Heat treated	Minimum tensile strength 620 N/mm ²	450

NOTES

1) See ANSI/AGMA 2004-B89, *Gear Materials and Heat Treatment Manual*.

2) Hardness to be equivalent to that at the start of active profile in the center of the face width.

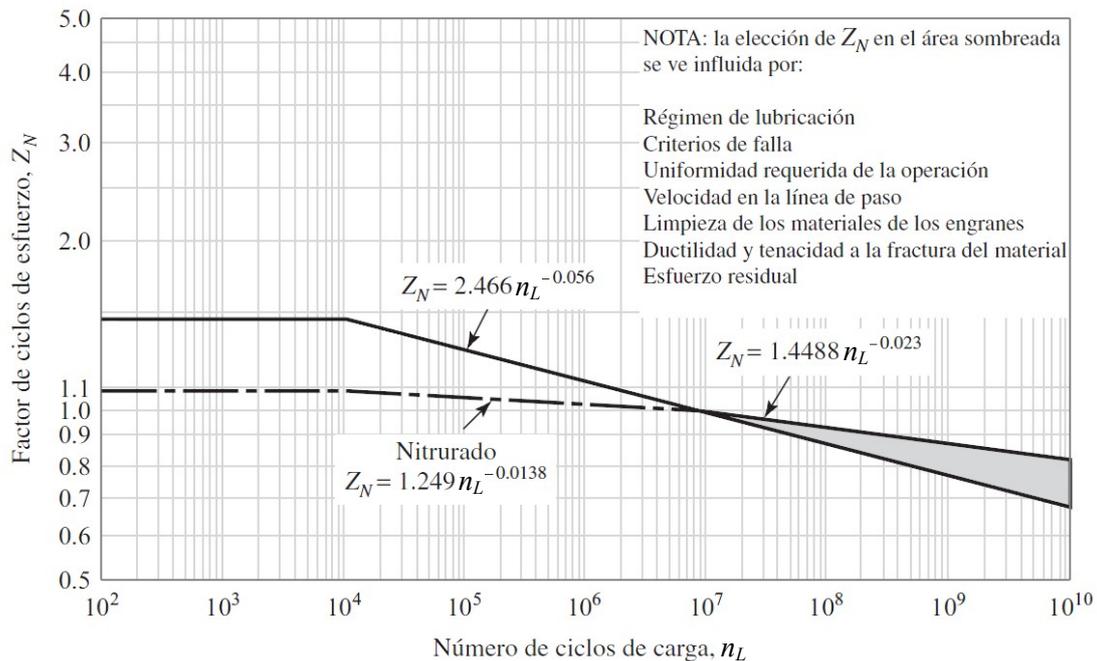
3) The lower values should be used for general design purposes. The upper values may be used when:

- High quality material is used.
- Section size and design allow maximum response to heat treatment.
- Proper quality control is effected by adequate inspection.
- Operating experience justifies their use.

2.12 - Factor de Tensión Cíclica para Durabilidad Superficial Z_N

La función de este factor es ajustar la Tensión Admisible para Durabilidad Superficial a la Cantidad de Ciclos de Carga n_L que deberá cumplir el engranaje durante su operación o vida útil. Este número de ciclos es el número de contactos bajo carga que tendrá el flanco de un diente durante su funcionamiento.

Los valores de Tensión Admisible para Durabilidad Superficial que figuran en las tablas o gráficos ya vistos corresponden a 10^7 ciclos de carga, es decir vida infinita, por lo tanto si se requiere que el engranaje cumpla con un número distinto de ciclos, deberá corregirse el dato obtenido.



La cantidad total de ciclos que deberá cumplir el engranaje durante su operación se calcula mediante la siguiente expresión :

$$n_L = 60 L n q$$

n_L : Cantidad de Ciclos de Carga.

L [h] : Vida Útil del Engranaje.

n [rpm] : Velocidad de Giro del Engranaje.

q : Número de Contactos que Experimenta el Flanco de un Diente por Revolución.

2.13 - Factor de Relación de Durezas para Durabilidad Superficial Z_W

Tal como su nombre lo indica este factor depende básicamente de la Dureza Relativa entre el piñón y la rueda, aunque también es función de la Relación de Engrane m_G , y eventualmente de la terminación superficial del piñón.

Al tener el piñón un número menor de dientes que la corona, sus dientes se someten a más ciclos de trabajo, razón por la cual se trata de que el material correspondiente al primero sea más resistente y tenga una mayor dureza, para compensar las resistencias de ambos engranajes.

Este factor se encuentra en el numerador de la Tensión Admisible Corregida para Durabilidad Superficial, y es mayor o igual que 1, razón por la cual incrementa la resistencia aparente de la rueda. Es importante destacar que sólo se utilizará en la expresión correspondiente a la corona, y no se aplicará a la resistencia del piñón ($Z_W = 1$).

La Norma propone dos fórmulas para su determinación según las características del endurecimiento obtenido en ambos engranajes.

Cuando tanto el piñón como la corona se templean y endurecen en su totalidad, se utiliza la siguiente expresión :

$$Z_W = 1 + A (m_G - 1)$$

Z_W : Factor de Relación de Durezas para Durabilidad Superficial.

A : Factor Auxiliar.

m_G : Relación de Engrane.

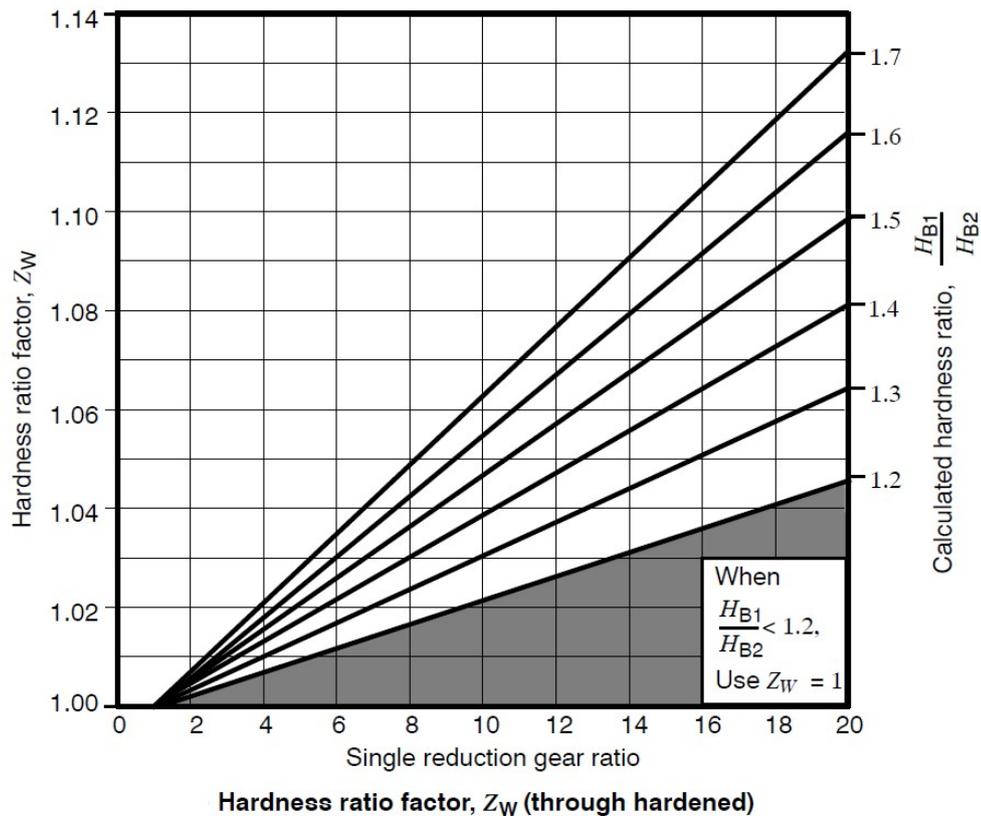
El Factor Auxiliar A se obtiene a partir de la relación entre las durezas del piñón y de la rueda, distinguiéndose tres casos :

- Si $\frac{HB_1}{HB_2} < 1.2$ entonces $A = 0$
- Si $1.2 \leq \frac{HB_1}{HB_2} \leq 1.7$ entonces $A = 0.00898 \frac{HB_1}{HB_2} - 0.00829$
- Si $\frac{HB_1}{HB_2} > 1.7$ entonces $A = 0.00698$

HB_1 : Dureza Brinell del Piñón.

HB_2 : Dureza Brinell de la Corona.

El Factor de Relación de Durezas puede calcularse también utilizando el siguiente gráfico proporcionado por AGMA.



Cuando se tiene un piñón endurecido superficialmente, con una dureza superior a 48 HRC, que entra en contacto con una rueda dentada endurecida totalmente (180 HB a 400 HB), el Factor de Relación de Durezas para Durabilidad Superficial se obtiene a partir de la siguiente expresión :

$$Z_W = 1 + B (450 - HB_2)$$

B : Factor Auxiliar.

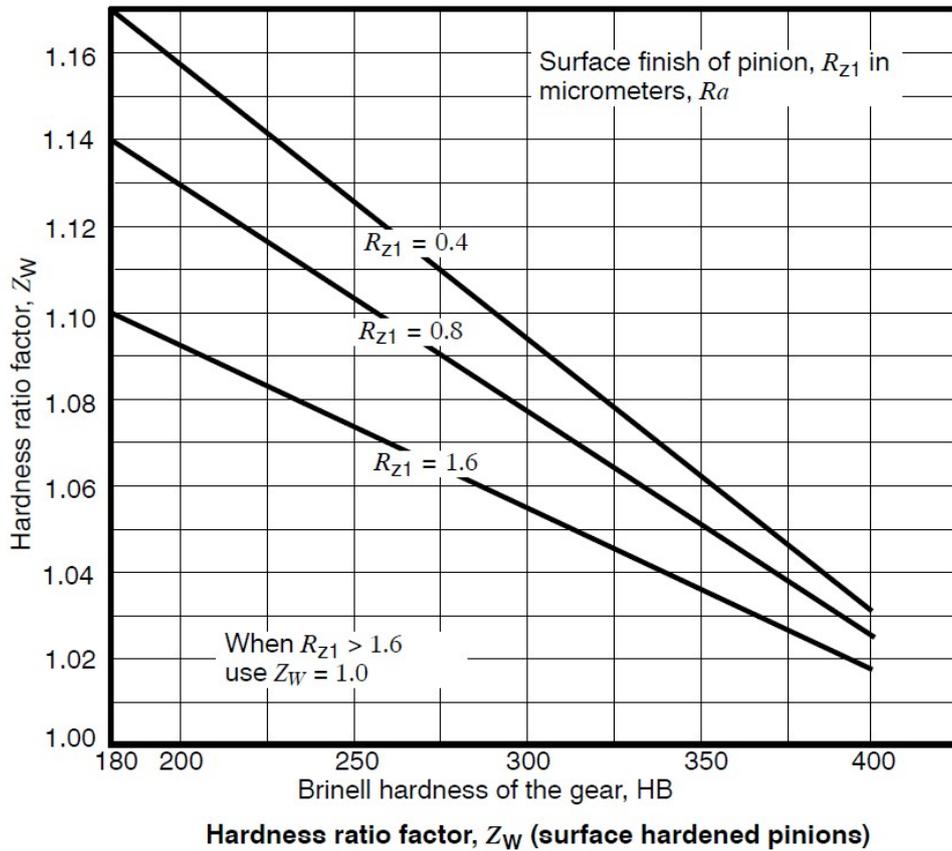
A su vez el Factor Auxiliar B se calcula en función de la rugosidad superficial en los dientes del piñón.

$$B = 0.00075 e^{-0.448 R_{z1}}$$

e : Base de los Logaritmos Naturales o Neperianos (e = 2.7182818...)

R_{z1} [μm] : Rugosidad Superficial Ra para el Piñón.

En este caso la presente Norma también facilita un gráfico para calcular este factor sin utilizar la expresión anterior.



2.14 - Factor de Seguridad para Durabilidad Superficial S_H

El Factor de Seguridad para Durabilidad Superficial debería tener en cuenta aquellos aspectos no considerados por el resto de los factores utilizados, como por ejemplo riesgo de seguridad, riesgo económico, aspectos del diseño y aplicación, variaciones en el proceso de fabricación y en las características de los materiales utilizados, y tolerancias de fabricación, entre muchas otras cosas.

Es evidente que este factor tendrá una relación muy estrecha con la máquina en la cual serán montados los engranajes calculados. Además su valor podrá ir cambiando con los sucesivos diseños, a partir de los datos de desempeño de la máquina y específicamente de los engranajes, que se vayan recopilando a través del tiempo.

Por otro lado, la precisión y la certidumbre a la hora de determinar el resto de los factores involucrados en el cálculo de los engranajes juegan un papel fundamental a la hora de estimar el Factor de Seguridad para Durabilidad Superficial. Cuando se tenga poca información sobre materiales, procesos, y experiencia de desempeño, deberá elegirse un factor más alto, y luego ir ajustándolo a partir del desempeño observado en la práctica.

2.15 - Factor de Temperatura Y_θ

Desarrollado en el punto 1.13 (Pág. 26).

2.16 - Factor de Confiabilidad Y_z

Desarrollado en el punto 1.14 (Págs. 26 y 27).

3 - Deterioro y Modos de Falla en Engranajes

En esta sección se presenta un panorama general sobre las fallas más comunes que se observan en los engranajes, más precisamente en los dientes, y los alcances de la Norma AGMA 2101-D04 respecto de las mismas.

Un engranaje, o un elemento de máquina en general, falla cuando no puede cumplir la función o desempeñar el trabajo para el cual fue diseñado. Es importante recordar y destacar que no siempre se llega a una falla por la fractura o rotura del elemento analizado. Justamente en el caso de los engranajes, la gran mayoría de los modos de falla no van acompañados de la rotura de alguno de sus dientes, sino de un deterioro particular o general que atenta contra la transmisión de potencia.

La falla de un diente de un engranaje puede deberse a diversas causas o factores : El engranaje puede estar correctamente diseñado y funcionar de manera adecuada, pero aun así puede sufrir un desgaste normal con el paso del tiempo; o puede experimentar diversos tipos de falla por un cálculo erróneo de su geometría, elección incorrecta del material, problemas con el tratamiento térmico, defectos en el montaje, lubricación insuficiente, ambiente corrosivo, funcionamiento inadecuado debido a sobrecargas, vibraciones o impactos, etc.

El conocimiento de las fallas en los engranajes, la identificación de sus causas, y las maneras de evitarlas, son esenciales para realizar un diseño adecuado de los engranajes.

Las fallas se clasifican básicamente en dos grandes grupos : *Volumétricas* y *Superficiales*.

Las Fallas *Volumétricas* se caracterizan por la fractura o rotura del diente, comúnmente en la raíz del mismo, aunque también puede producirse en otros puntos; son provocadas por esfuerzos de flexión, y pueden terminar en roturas repentinas o catastróficas. Las Fallas *Volumétricas* son contempladas por el Criterio de Flexión.

Las Fallas *Superficiales* son muy variadas, y afectan el normal funcionamiento y rendimiento de la transmisión, al producirse alteraciones perjudiciales en la superficie de los flancos. Son fallas que suelen aparecer a largo plazo y, a diferencia de las *Volumétricas*, no están asociadas con roturas catastróficas, sino que hay un deterioro gradual en la capacidad de transmisión. Ciertas Fallas *Superficiales* son contempladas por el Criterio de Durabilidad Superficial.

- Dentro de las Fallas *Volumétricas* la más común o frecuente es la *Fractura por Fatiga a la Flexión*. El origen de la falla o grieta se ubica en la superficie del pie o raíz del diente, del lado cargado, y se debe a la existencia de una sollicitación variable, combinada con el conocido efecto de concentración de tensiones. La pequeña grieta inicial tiene muchas dificultades para atravesar la frontera del grano, sin embargo, ante la repetición de las cargas, el mecanismo se transfiere al grano adyacente y la grieta continúa avanzando hacia el lado no cargado, hasta que la sección remanente en la base del diente no es capaz de soportar las tensiones normales debidas a la flexión, y se produce la rotura total del diente.

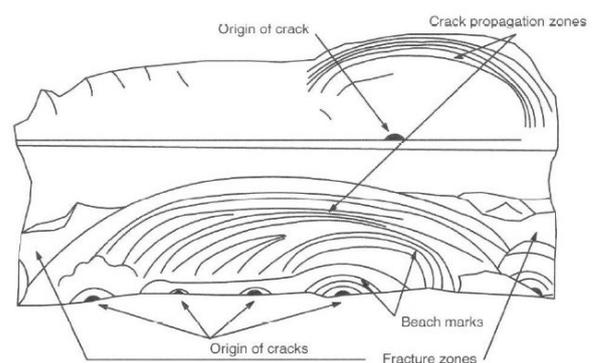
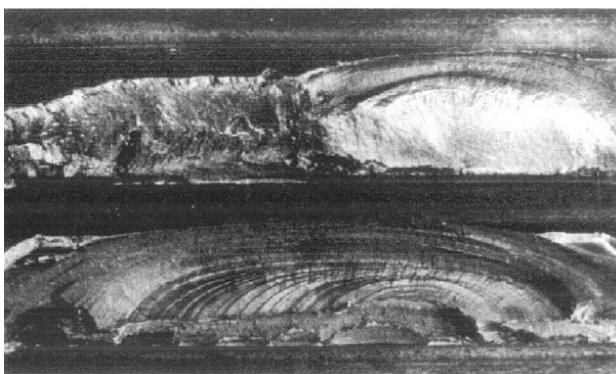
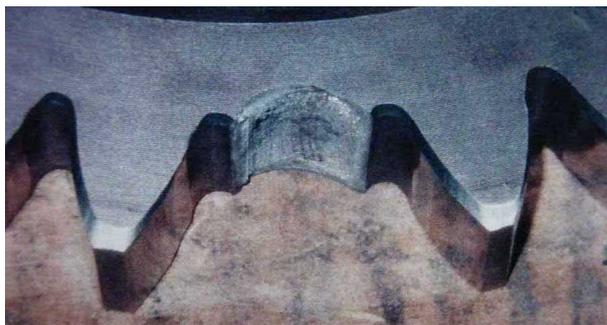
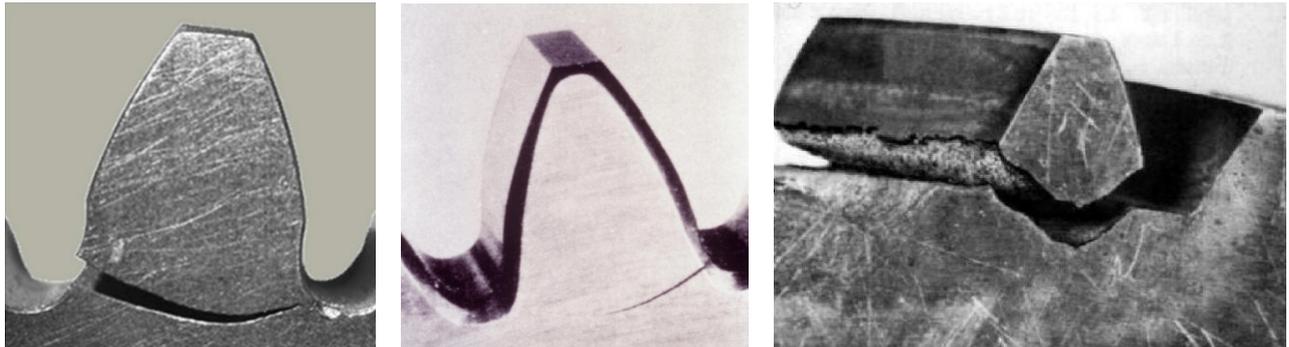
El desarrollo de una grieta o fisura se divide en tres fases fundamentales : La primera es el proceso de iniciación, formado por la nucleación en granos próximos a la superficie o en puntos que presenten algún tipo de irregularidad como inclusiones o discontinuidades superficiales, y la formación de una grieta corta con una longitud de unos pocos granos. La segunda fase es la propagación de la grieta en dirección normal al plano principal de tensiones, de tal manera que la microestructura del material no afecta tanto a su crecimiento, como sí lo hace al inicio. La tercera fase es simplemente la fractura o rotura del material.

Esta falla tiene como variantes a la fatiga por flexión a bajo número de ciclos, y la fatiga por flexión a alto número de ciclos. En este último caso (por encima de los 10 000 ciclos), la mayor

parte de la vida del material corresponde al proceso de iniciación. Por el contrario, para la fatiga a bajo número de ciclos (por debajo de los 10 000), la mayor parte de la vida del material transcurre durante el proceso de crecimiento o propagación.

Por lo general la fractura es cóncava sobre el cuerpo de la rueda dentada, y esa concavidad se acentúa para el caso de cargas bidireccionales.

Las siguientes imágenes muestran casos de *Fractura por Fatiga*, con grietas o fisuras parciales o totales, en forma de U, cóncavas sobre el cuerpo de la rueda dentada. En un par de imágenes se alcanza a observar una zona más pulida, con líneas de playa, en el comienzo de la grieta, y una más rugosa y granular debida a la rotura frágil.



- Otra falla muy común dentro de las *Volumétricas* es la *Fractura por Sobrecarga a la Flexión*. Al igual que en la variante anterior esta falla causa la interrupción de la transmisión, y muy frecuentemente el deterioro de otras piezas, al penetrar en éstas fragmentos del diente o dientes rotos.

La rotura del diente puede producirse por grandes sobrecargas estáticas o de impacto, sobrecargas reiteradas de valor medio que provocan la fatiga de bajo número de ciclos, o sobrecargas periódicas menores que provocan la fatiga de alto número de ciclos. A su vez, estas

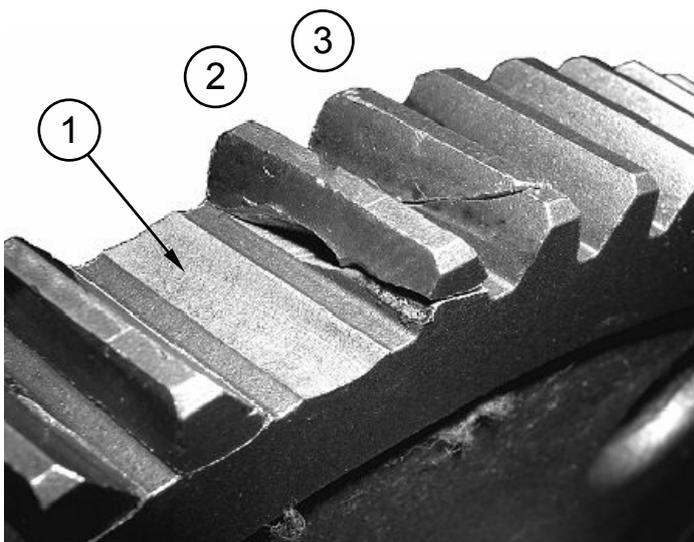
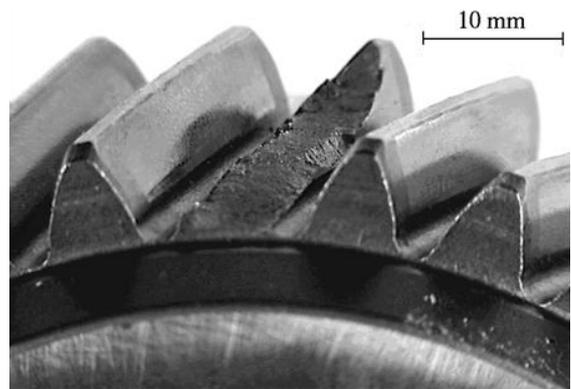
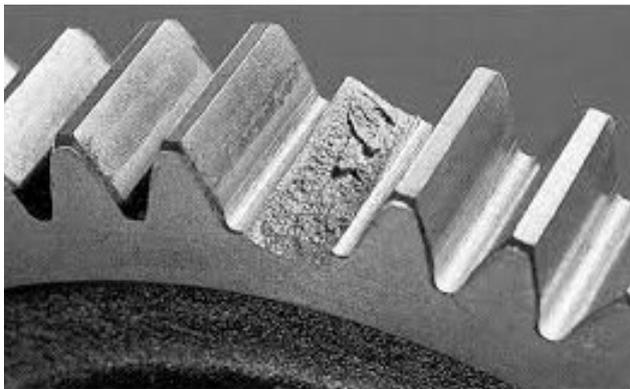
sobrecargas pueden deberse a un aumento de la carga transmitida, cargas bruscas o de impacto en la transmisión (prensas, martillos mecánicos, o máquinas de característica similar), cupla de arranque excesiva, cuerpos extraños en el engrane, bloqueo de la máquina operadora, falla del sistema de seguridad contra sobrecarga, etc.

Cuando la rotura se produce por sobrecarga, la fractura es más plana o convexa sobre el cuerpo de la rueda dentada, y suele producirse de manera violenta en el pie del diente o en otros puntos a mayor altura.

La falla puede presentarse de las siguientes maneras :

- Rotura del diente por fractura frágil.
- Rotura del diente por fractura dúctil.
- Rotura del diente por fractura mixta.
- Rotura del diente por deformaciones plásticas.

Las siguientes imágenes muestran casos de *Fractura por Sobrecarga*, con superficies muy rugosas y granulares, inicios de la grieta en el pie del diente o en otros puntos, y fractura de forma generalmente irregular.

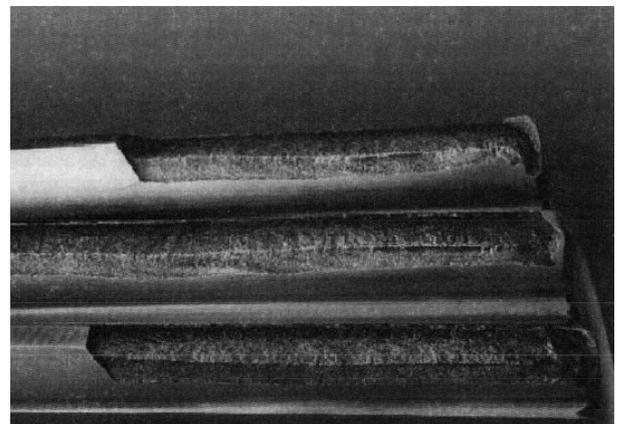
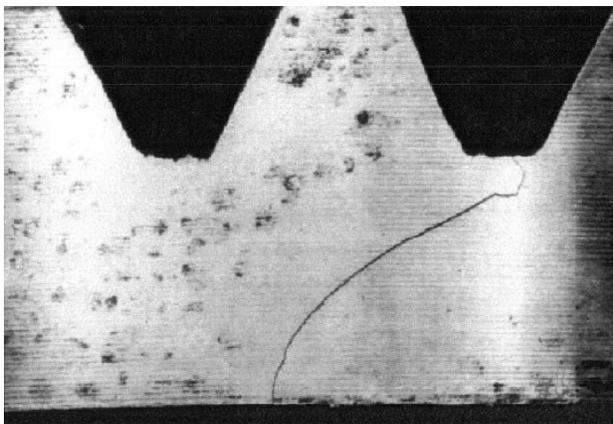
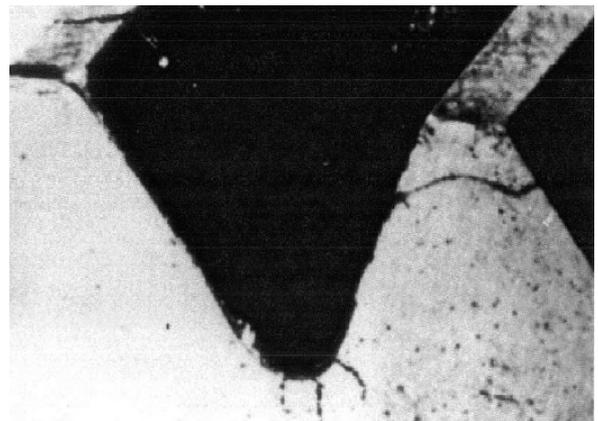
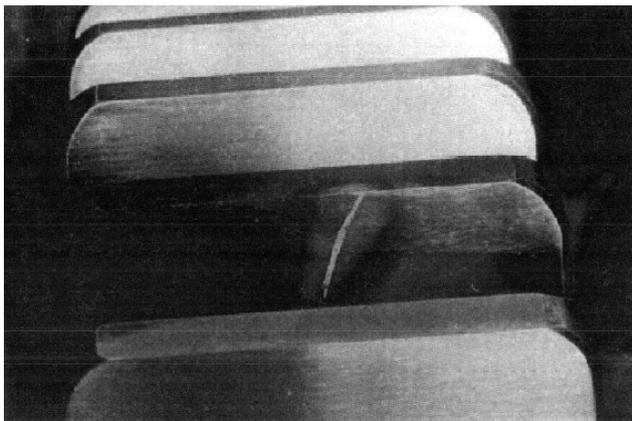


- ① Fractura por Fatiga a la Flexión
- ② } Fracturas por Sobrecarga
- ③ }

Está claro que la Norma AGMA, con su Criterio de Flexión, contempla fundamentalmente la *Fractura por Fatiga a la Flexión*, aunque la aplicación del Factor de Sobrecarga K_o , de alguna manera puede considerar las sobrecargas previstas en la *Fractura por Sobrecarga a la Flexión*.

- La última variante de las Fallas *Volumétricas* es la *Falla por Agrietamiento*, que consiste en la formación de grietas en los flancos de los dientes, cerca de la circunferencia exterior o cabeza del diente, que pueden ocasionar desmoronamientos localizados. Pueden deberse a variaciones bruscas de temperatura, defectos de lubricación, dureza excesiva del material, tensiones residuales de un tratamiento térmico, microcalentamientos durante el rectificado, gran diferencia de durezas entre la capa superficial carburizada y el núcleo, etc.

Las siguientes imágenes ilustran diferentes orígenes para las *Fallas por Agrietamiento*, y en particular la última muestra el caso ya citado en donde al templar una capa superficial cementada, la diferencia abrupta de durezas favorece la formación de una grieta y la separación limpia de la capa endurecida.



- Si bien se hará una breve descripción de las variantes más comunes de Fallas *Superficiales*, se presentará en primer lugar al *Picado* por ser la única cubierta por la Norma AGMA en su Criterio de Durabilidad Superficial. El *Picado*, *Picadura* o *Pitting*, suele recibir el nombre de *Macropitting*, para diferenciarlo del *Micropitting*, y constituye un caso importante de Fatiga Superficial.

Cuando dos dientes de engranajes entran en contacto para transmitir potencia, la fuerza de contacto genera en la superficie de los flancos un estado de tensiones triple o espacial, en donde las tensiones principales de compresión son acompañadas, cuando se consideran otros planos, por tensiones de corte que toman valores importantes justo debajo de la superficie. Las fisuras o grietas que aparecen después de un cierto número de ciclos de trabajo, crecen a partir de este estrato hasta que se expulsan pequeñas porciones del material, en forma aproximada de cono, que dejan hoyos, cavidades alveolares o picaduras en la superficie.

Las irregularidades superficiales generadas en los flancos de los dientes por la aparición de estas picaduras, aumentan las fuerzas de rozamiento y el calentamiento generado, al mismo tiempo que aumentan las vibraciones y el nivel de ruido.

Tal como se dijo, la experiencia nos muestra que la primera evidencia de desgaste por *Picadura* se presenta cerca de la circunferencia primitiva, en donde el deslizamiento es mínimo y la rodadura prácticamente pura. El *Picado* puede ser inicial (limitado) o progresivo.

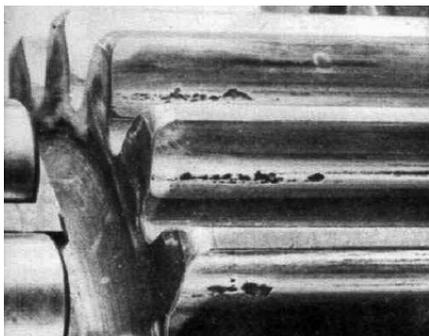
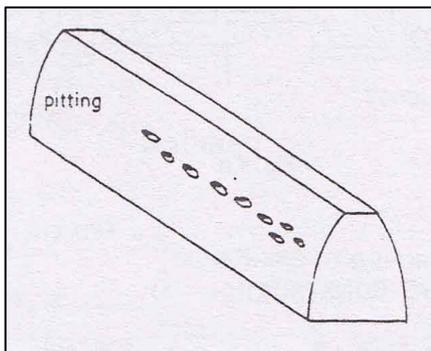
La *Picadura* inicial o limitada no se distribuye a lo largo del diente, sino que se limita a una zona específica del mismo, debido a sobrecargas temporales y localizadas, y se caracteriza por el pequeño tamaño de las oquedades (0.4 mm a 0.8 mm). Sobre todo cuando la dureza superficial no es muy alta ($HB < 350$), las cavidades formadas desaparecen poco a poco por laminado, tornándose la carga más uniforme, con lo cual el *Picado* puede cesar, y prácticamente no influye sobre la transmisión de potencia. Cuando la dureza superficial supera los 350 HB la *Picadura* inicial suele transformarse en progresiva.

La aparición de la *Picadura* progresiva se da con mayores niveles de tensión superficial, se extiende a lo largo del diente, y las cavidades tienen mayor tamaño, alcanzando un diámetro de entre 2 y 5 mm. Dichas oquedades no desaparecen por laminado, y la tensión aumenta en aquellas partes sin cavidades, con lo cual el defecto se generaliza a un área cada vez mayor.

Cuando las fisuras o cavidades próximas, que aún no han expulsado material, se funden o combinan, terminan desprendiéndose hojuelas o escamas, y se tiene una *Picadura* por descamado o descascarado, o spalling. Aparecen entonces grandes hoyos en la superficie, pero poco profundos, que se extienden a toda la zona de contacto.

De la misma manera, y como continuación de la *Picadura* progresiva, las cavidades cercanas pueden fundirse formando cráteres irregulares que cubren un área significativa de la superficie del diente activo, y se tiene una *Picadura* por descostrado.

Las siguientes imágenes ilustran las diferentes variedades del *Picado*, y su zona de influencia.



- Wear, macropitting and spalling, concentrated on the left side of the tooth
 - Bearing position misalignment (housing)
 - Tooth lead error (pinion and gear)
 - Gear runout to shaft's bearing journals
 - Shaft bending and torsional deflection

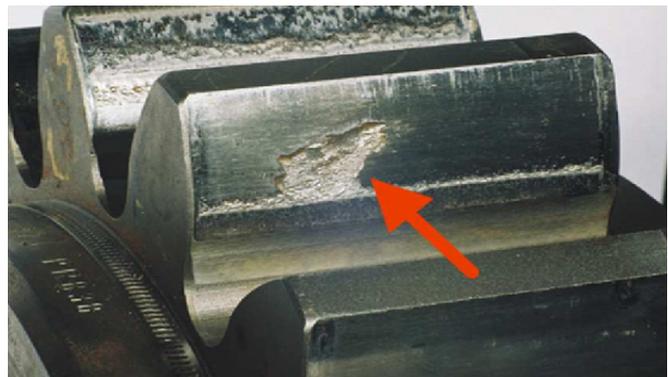
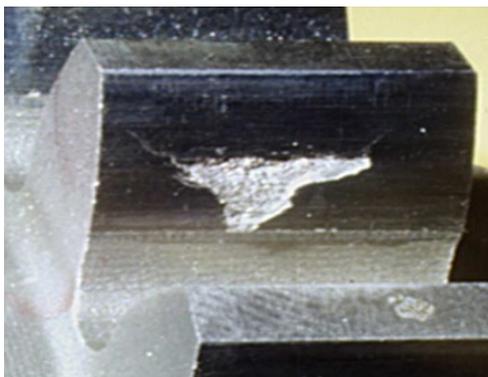


Wear shifted to the left side of the tooth width

Macropitting concentrated at pitchline

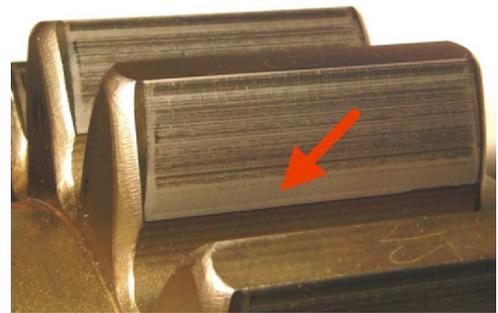


Pitting at the pitchline propagates into the addendum – spalling



- El *Micropicado*, *Micropicadura* o *Micropitting* es, como su nombre lo indica, un picado con cavidades de tamaño muy pequeño, que el ojo humano no es capaz de individualizar, y por eso se presenta como un esmerilado o mancha gris de poca profundidad. La superficie adquiere un acabado como el de un metal grabado al ácido.

La presente Norma AGMA no contempla esta falla superficial, la cual se ilustra en las siguientes imágenes.



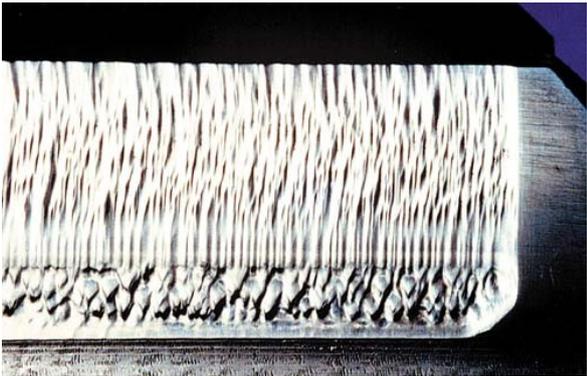
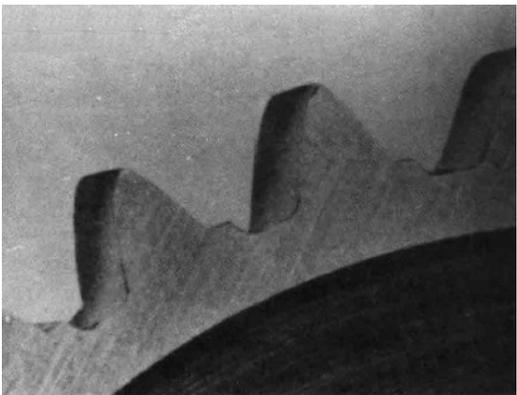
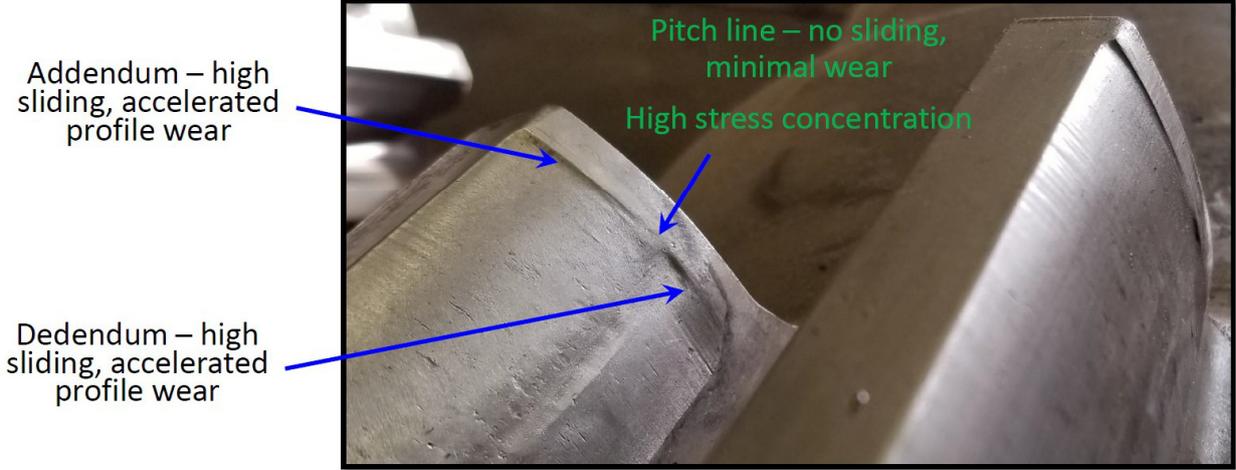
Tanto el *Picado* como el *Micropicado*, y aún cuando se desconozca la relación exacta, deben su origen a la existencia de las Tensiones de Contacto entre los flancos, las cuales se tornan más importantes a la altura de la primitiva, cuando el deslizamiento es nulo y se tiene rodadura pura. Por el contrario, a medida que nos alejamos de la circunferencia primitiva y nos acercamos al pie o a la cabeza del diente, se verifica el máximo deslizamiento específico, ya que la diferencia entre las componentes tangenciales de la velocidad es máxima, y por lo tanto se experimenta el máximo *Desgaste* de las superficies, en cualquiera de sus formas. Es importante destacar que las Tensiones de Contacto juegan también un papel importante en el *Desgaste*, ya que las fuerzas de contacto dan origen a las fuerzas de fricción.

- El *Desgaste Abrasivo*, que es una de las principales causas de la inutilización de los engranajes, no es uniforme a lo largo del perfil del diente, debido a que la velocidad de deslizamiento varía, aumentando desde la primitiva hacia el pie y la cabeza del diente, y a que también cambia la Tensión de Contacto.

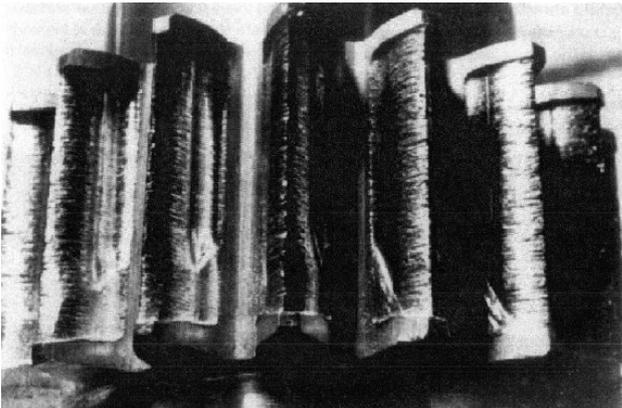
A medida que el *Desgaste Abrasivo* progresa, se modifican los radios de curvatura de los flancos, y el desgaste se hace más uniforme. Por otro lado, los dientes desgastados adquieren una forma particular aguzada o puntiaguda. Está claro que un espesor insuficiente de la película lubricante intensifica el desgaste.

En las siguientes imágenes es notorio el material faltante por abrasión, sobre todo porque el contacto no llega hasta los extremos del diente, y allí se observa su forma original. En la primera imagen puede verse claramente que el desgaste es mínimo a la altura de la primitiva, y va creciendo tanto hacia el pie como hacia la cabeza del diente, mientras que en otras puede deducirse si los engranajes giran en ambos sentidos o no, de acuerdo al desgaste observado.

- Addendum and dedendum wear



Excessive Abrasion Type Wear



- El *Desgaste Adhesivo* se produce en las superficies de deslizamiento, cuando la presión entre las asperezas o imperfecciones superficiales en contacto provoca deformaciones plásticas locales, y la adhesión por microsoldadura. En esta falla se transfiere material entre las superficies de los dientes debido a las microsoldaduras y lagrimeo.

Si bien no suele ser un proceso continuo, su repetición periódica conduce a la falla de la rueda dentada.

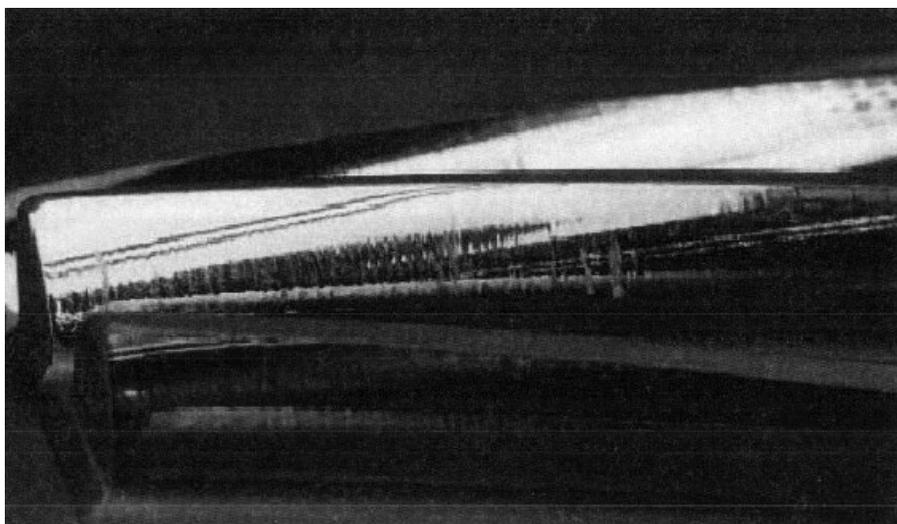
Dentro de este tipo de desgaste se consideran los grados leve y moderado. Cuando la adhesión es grave o severa se toma como otro modo de falla y pasa a denominarse *Gripado* o *Agarramiento*.

- El *Desgaste por Pulido* es un proceso muy lento, en el cual las pequeñas asperezas de las superficies en contacto son progresivamente eliminadas hasta desarrollar superficies lisas y brillantes.

Si los aditivos de extrema presión en el lubricante son químicamente demasiado reactivos, pueden también ser los causantes del pulido de las superficies de los flancos.

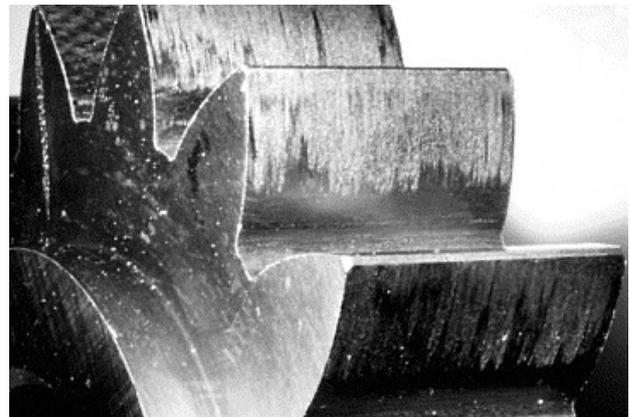
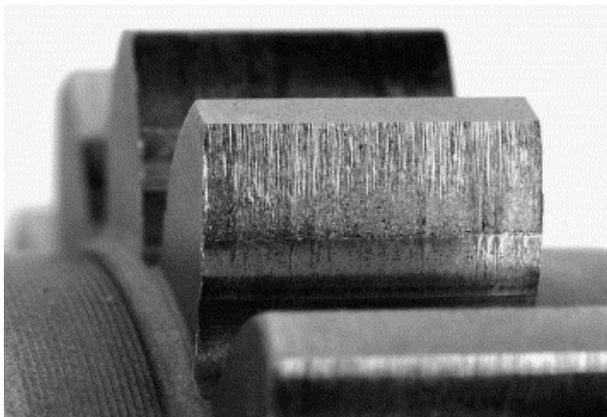
Aunque los engranajes pulidos puedan parecer buenos, el *Desgaste por Pulido* no es deseable, dado que generalmente se reduce la precisión del engranaje ya que la forma del diente se aleja del perfil ideal.

En las siguientes imágenes se observan algunos ejemplos de esta falla.



- El *Rayado Abrasivo o Scratching*, ocurre cuando el desgaste del diente se produce de manera rápida, habiendo una excesiva pérdida de material en los flancos del diente, debido a una inadecuada asociación de materiales, pulido insuficiente de los flancos o escasez de lubricación, apareciendo las clásicas rayas en dirección vertical. Estas rayas son relativamente finas y se distribuyen a lo largo del diente, formando grupos.

Se observa este fenómeno sobre todo en ruedas dentadas de módulo relativamente grande y escasa velocidad tangencial, y en el caso de existir impurezas minerales en el lubricante.



- El *Desgaste por Erosión* ocurre cuando se elimina material de la superficie del diente, debido al impacto de pequeñas partículas sólidas, apareciendo cráteres finos y longitudinales cerca de los extremos de los dientes. La causa principal de esta falla es el movimiento relativo entre las superficies de los dientes, y la existencia de partículas duras en el flujo de la película lubricante.

- El *Desgaste debido a Descargas Eléctricas* ocurre cuando no hay una buena aislación o la conexión a tierra es deficiente. En ese caso las descargas eléctricas pueden transmitirse a través del lubricante, y dañar la superficie de los engranajes causando un picado muy fino. Al utilizar un microscopio electrónico de barrido, se observan pequeños cráteres hemisféricos y esferas de metal fundido.

- El *Desgaste debido a la Cavitación* ocurre cuando burbujas de vapor de agua o de lubricante colapsan e implosionan, produciendo la deformación y el desprendimiento de fragmentos metálicos superficiales. Esta falla se manifiesta también como picaduras, como si se hubiesen hecho con arena a presión. Al utilizar un microscopio electrónico de barrido, se observan profundos cráteres, ásperos y limpios en forma de panal. Esta falla puede evitarse disminuyendo las velocidades y las vibraciones.

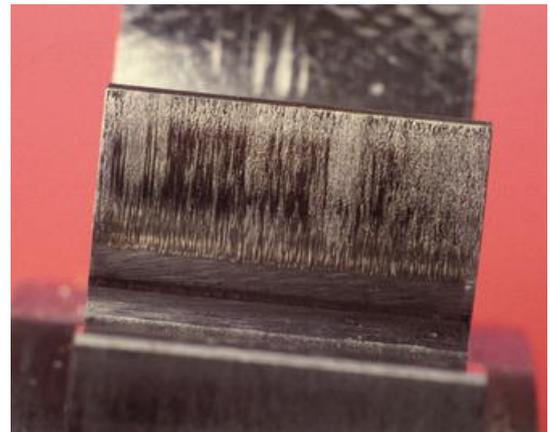
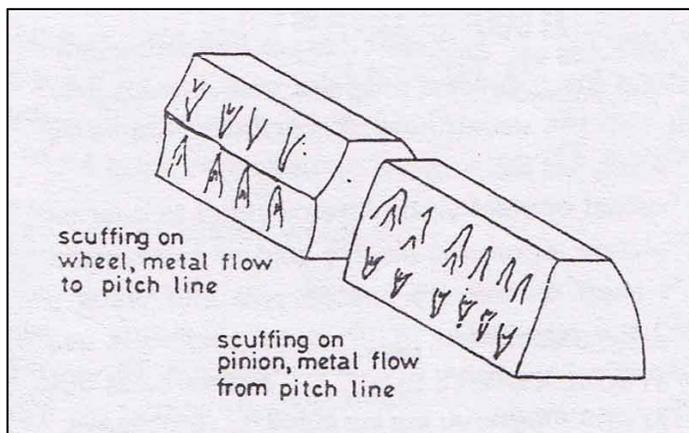
- El *Desgaste por Corrosión* se manifiesta cuando se produce una reacción química de oxidación entre el metal de los engranajes y su entorno. Se observan superficies manchadas y, cuando el material utilizado es acero, depósitos de óxido de color marrón rojizo. Debe recordarse que el óxido no constituye una capa extra sobre la superficie original del metal, y esto ocasiona un doble inconveniente : la superficie de los dientes se torna más rugosa, disminuyendo el rendimiento de la transmisión, y el desprendimiento de las capas superficiales de óxido disminuye la resistencia del diente ya que el óxido eliminado se lleva parte del metal original. Para que esta falla no se produzca deberá evitarse la contaminación del lubricante con agua o ácidos.

- El *Gripado* o *Agarramiento* es un daño severo y localizado, causado por la soldadura de la fase sólida entre superficies que se deslizan. Cuando los metales en contacto son metalúrgicamente compatibles y están muy limpios las fuerzas adhesivas son más altas y la fricción puede generar suficiente calor en un punto para soldar en frío las asperezas de la superficie. Al cesar estas soldaduras entre los flancos de los dientes, se produce la transferencia de metal de una superficie a otra. Esto puede ocurrir en cualquier contacto por deslizamiento o por rodadura, cuando la película del lubricante no tiene el espesor suficiente como para separar las superficies.

Bajo la acción de altas tensiones de contacto en las zonas en donde la película lubricante es insuficiente, las superficies conjugadas se adhieren tan fuertemente que se arrancan partículas de la superficie del diente más blando, y se sueldan en la superficie de los dientes de la otra rueda. Durante el movimiento relativo ulterior de los dientes, estas partículas dejan surcos sobre la superficie de la cual se han desprendido.

Algunos autores clasifican al Gripado según tres tipos de fallas : Scuffing (raspado), Scoring (rayado o estriado), y Tearing (rasgado o mordedura).

Tal como se observa en las siguientes imágenes, el sentido del deslizamiento relativo entre el pie del diente del piñón y la cabeza del diente de la rueda al principio del engrane, y entre la cabeza del diente del piñón y el pie del diente de la rueda al finalizar el contacto, da lugar a un patrón característico del metal transferido y adherido a los flancos, que permite identificar a qué engranaje pertenecen los dientes analizados.

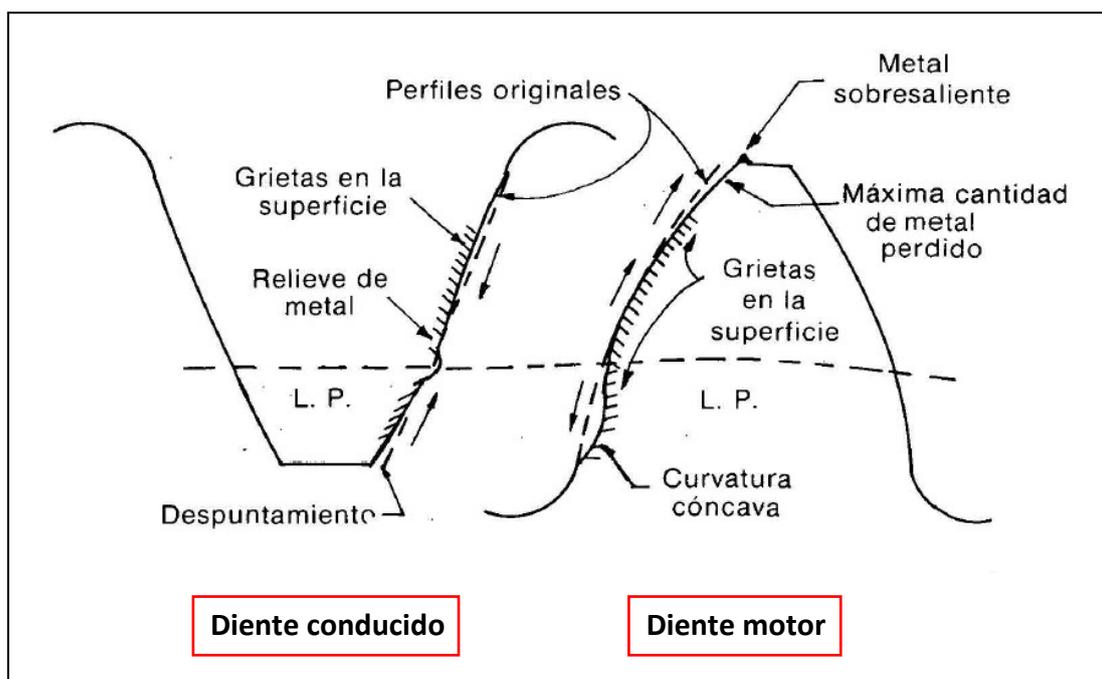
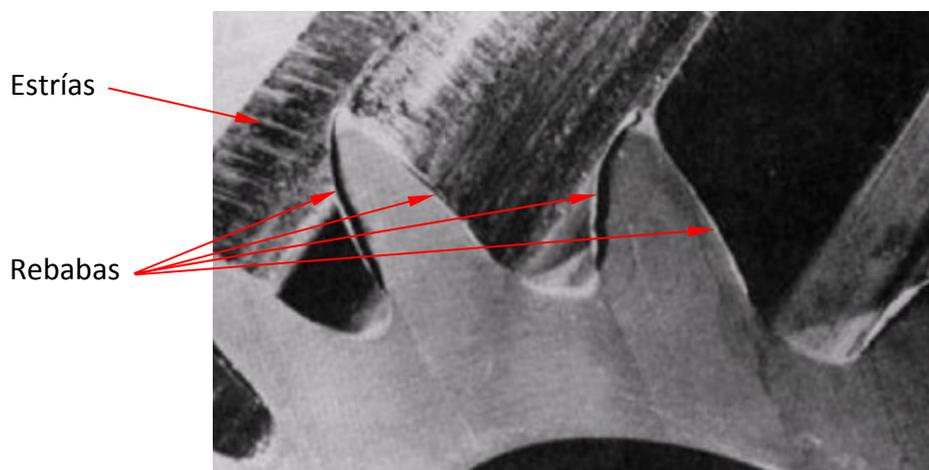


- Finalmente se tienen las Fallas Superficiales por *Deformaciones Plásticas*, que tienen lugar en los dientes muy cargados de ruedas dentadas de acero, bajo la acción de las fuerzas de rozamiento.

En estas fallas, la superficie de los flancos puede entrar en fluencia arrastrando material por la acción del deslizamiento, apareciendo estrías o rebabas en la cabeza del diente, y también en el resto del perfil. El metal de la capa superficial de los dientes de la rueda motora o conductora, se aleja de la circunferencia primitiva, y en los dientes de la rueda conducida se acercan a la línea primitiva. Como resultado de esto, sobre los dientes impulsores se forman surcos a lo largo de la primitiva, y en los dientes impulsados se forman crestas.

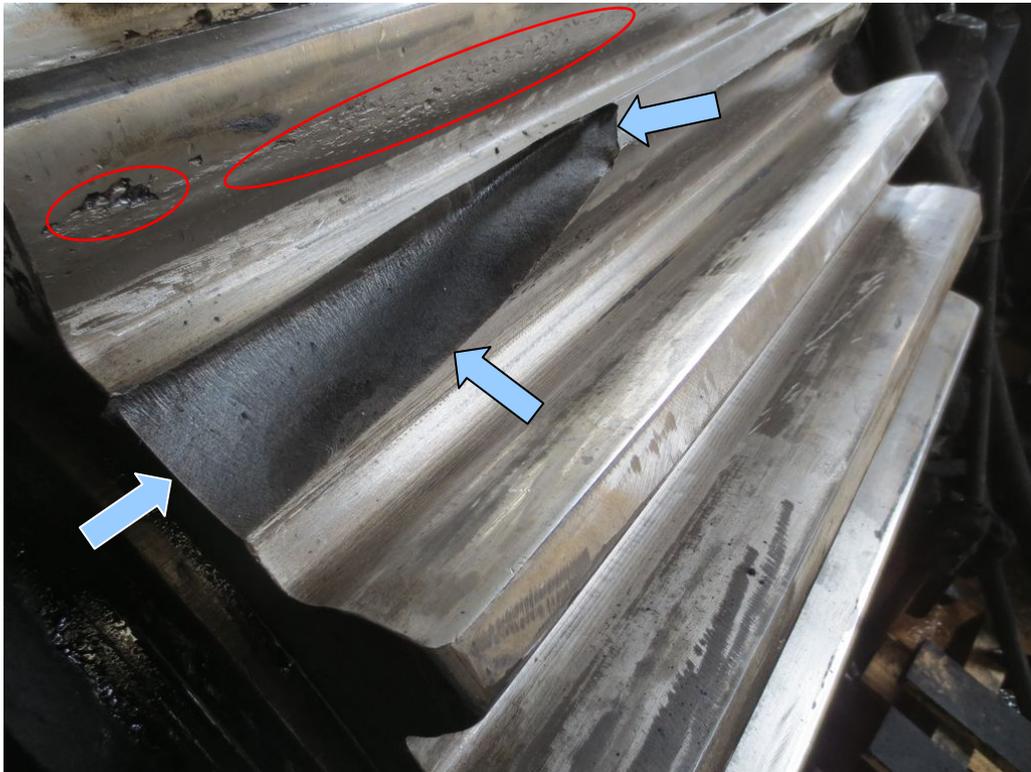
Las *Deformaciones Plásticas* aparecen con mayor intensidad en los engranajes de acero de dureza relativamente baja, sobre todo cuando la lubricación es insuficiente, y las velocidades son bajas.

Dentro de estas fallas suelen distinguirse el aplastamiento, el flujo en frío, y el flujo en caliente.



En general las fallas no se presentan por separado o de manera individual, sino que a menudo se combinan ciertos factores para que aparezcan dos o más fallas simultáneamente, y otras veces hay una “cadena” de fallas que conduce a la rotura o inutilización del engranaje.

Por ejemplo en la siguiente imagen se observa la fractura inclinada de un diente en el centro de la fotografía, mientras que en el diente que está a su izquierda se advierte un picado progresivo en la zona central, combinado con un picado por descascarado cerca de su extremo izquierdo.



Puede advertirse que varias definiciones o caracterizaciones de estas fallas son similares, y al observarse en la práctica puede llegar a ser difícil identificarlas o distinguir unas de otras. Por eso es importante tener una idea clara y conceptual sobre cada una de ellas, para iniciar el camino del diseño de las transmisiones por engranajes. Una teoría clara, unida a la práctica y a la experiencia, permitirá en el futuro identificar claramente las fallas que aparecen en una transmisión, y tomar las medidas adecuadas para evitarlas o por lo menos minimizarlas, para alcanzar de esa forma la vida útil para la cual fue diseñada la transmisión.

Bibliografía

- ANSI AGMA 2101-D04 - Metric Edition : Fundamental Rating Factors and Calculation Methods for Involute Spur and Helical Gear Teeth (Edición Métrica : Factores y Métodos de Cálculo para Engranajes de Perfil de Evolvente de Dientes Rectos y Helicoidales).
- AGMA 908-B89 : Geometry Factors for Determining the Pitting Resistance and Bending Strength for Spur, Helical and Herringbone Gear Teeth - AGMA Information Sheet (Factores Geométricos para la Determinación de la Resistencia al Picado y de la Resistencia a la Flexión para Engranajes de Dientes Rectos, Helicoidales y Bihelicoidales - Hoja Informativa de AGMA).
- ANSI AGMA 1010-F14 : Appearance of Gear Teeth - Terminology of Wear and Failure (Aspecto de los Dientes de Engranajes - Terminología de Desgaste y Falla).
- Shigley's Mechanical Engineering Design - Eleventh Edition - Richard G. Budynas, J. Keith Nisbett (Diseño en Ingeniería Mecánica de Shigley).
- Diseño de Máquinas - Un Enfoque Integrado - Cuarta Edición - Robert L. Norton.
- Fundamentals of Machine Component Design - Fifth Edition - Robert C. Juvinall, Kurt M. Marshek (Fundamentos de Diseño de Elementos de Máquinas).
- Diseño de Elementos de Máquinas - Cuarta Edición - Robert L. Mott.
- Fundamentals of Machine Elements - SI Version - Third Edition - Steven R. Schmid, Bernard J. Hamrock, Bo O. Jacobson (Fundamentos de Elementos de Máquinas).
- Diseño de Elementos de Máquinas - Virgil M. Faires.
- Mechanical Design of Machine Components - Second Edition - Ansel C. Ugural (Diseño Mecánico de Elementos de Máquinas).
- Mechanical Design - Second Edition - Peter R. N. Childs (Diseño Mecánico).
- Elementos de Máquinas - V. Dobrovolski, K. Zablonki, S. Mak, A. Radchik, L. Erlij.
- Mechanical Design Engineering Handbook - Peter R. N. Childs (Manual de Diseño Mecánico en Ingeniería).
- Manual de Engranajes - Diseño, Manufactura y Aplicación de Engranajes - Darle W. Dudley, Editor.
- Gears and Gear Drives - Damir Jelaska (Engranajes y Mandos de Engranajes).