MEJORA DEL FACTOR DE POTENCIA DE LOS REGULADORES DE CORRIENTE ALTERNA MEDIANTE CONTROL DISTRIBUIDO DE FASE ASIMÉTRICO Y MULTIPLEXADO

Hernán E. Tacca

Laboratorio de Control de Accionamientos, Tracción y Potencia (LABCATYP)

Departamento de Electrónica - Facultad de Ingeniería - Universidad de Buenos Aires

RESUMEN

Se presenta un método de control de la potencia de salida que mejora notablemente el factor de potencia visto desde la red. Para su aplicación se requiere poder subdividir la carga en varias secciones que serán utilizadas secuencialmente controladas en fase.

En el caso de redes trifásicas, se puede lograr mejoras en el factor de potencia introduciendo asimetrías de fase en el disparo de los tiristores, generándose una componente continua en la carga que no aparece en la entrada de la red. La subdivisión de la carga disminuye proporcionalmente la magnitud de las corrientes conmutadas reduciendo en consecuencia, la posibilidad de originar interferencias electromagnéticas.

La técnica propuesta también aporta beneficios en flexibilidad de control y confiabilidad.

Palabras clave :

control de calefactores, corrección de factores de potencia, reguladores de corriente alterna.

INTRODUCCIÓN

El control por fase de cargas resistivas [1-3] (por lo general calefactores) tiene la desventaja de producir un muy bajo factor de potencia en la entrada, debido a la introducción de elevadas potencias reactivas en la red, amén de potencia de deformación debida a la generación de armónicos.

Por otra parte, las conmutaciones en cada ciclo de red son fuente de perturbaciones muy difíciles de suprimir.

El uso de filtros de entrada no se muestra eficaz cuando la magnitud de las corrientes de carga a conmutar es muy elevada, siendo preferible recurrir al empleo de inductores en serie con la carga para evitar flancos en las conmutaciones de la corriente. Lamentablemente, esto torna inductiva la carga, incrementando aún más la potencia reactiva y reduciendo todavía más, el factor de potencia. Además, los inductores agregados deberán soportar las corrientes máximas de carga, por lo que resultarán voluminosos y pesados, perdiéndose así, parcialmente, una de las ventajas sobresalientes del control por fase respecto del uso de reguladores magnéticos o electromecánicos, que es un tamaño y peso reducidos.

Una solución posible para el problema de las perturbaciones generadas, es utilizar control por ciclos enteros [2], pues de esta manera, las conmutaciones pueden sincronizarse en los cruces por cero de la tensión [5] y siendo la carga resistiva, esto implica una conmutación en los ceros de corriente.

Desgraciadamente, para pequeñas fracciones de la potencia nominal, el control por ciclos enteros tiene un factor de potencia tan malo como el control por fase pues lo que no se inyecta en la red como potencia reactiva, se introduce como potencia de deformación debida a la generación de subarmónicos. La polución de la red por subarmónicos es mucho más perjudicial que la causada por los poliarmónicos característicos del control por fase, pues su supresión mediante filtros no es factible. Esto hace que cuando las potencias a controlar sean elevadas, el control por ciclos enteros no sea recomendable, siendo de primordial interés para las compañías de distribución el desalentar su empleo, penalizando la potencia deformante generada por subarmónicos [1, 5-7].

Cuando la carga puede subdividirse, existe la posibilidad de mejorar los factores de

potencia, imbricando los ciclos de trabajo de los diversos reguladores fraccionarios asociados [2]. Aún cuando esto mejora notablemente la situación, sigue generándose polución subarmónica.

Si la carga puede subdividirse, puede mejorarse el factor de potencia asociando múltiples reguladores fraccionarios controlados por fase [4], de forma tal que solamente uno de ellos se encuentre controlado en fase y el resto esté permanentemente conectado o totalmente desconectado. Esto, a la vez que mejora el factor de potencia, reduce la magnitud de la corriente conmutada en directa proporción al número de divisiones en que se repartió la carga. En consecuencia, la tarea de filtrado de las interferencias se facilita, requiriéndose inductores proporcionalmente menores. Además, el control por fase no genera subarmónicos, siendo en consecuencia factible realizar algún filtrado sobre las corrientes de entrada.

Por otra parte, otra mejora adicional sobre el factor de potencia se produce cuando se asocian en triángulo tres reguladores monofásicos asimétricamente controlados en fase [3-4], pues circulan por las fases de la carga componentes continuas (de desbalance) y componentes armónicas de orden 3 o sus múltiplos, que no pueden circular por las líneas de alimentación. En consecuencia, estas componentes contribuyen a la potencia activa desarrollada en la carga sin contribuir a la potencia aparente tomada de la red, lo cual obviamente incrementa el factor de potencia.

Ambas técnicas combinadas permiten obtener altos factores de potencia en una amplia gama de potencias de salida, siendo posible distribuir tanto los elementos calefactores como los dispositivos controladores, que podrían comunicarse entre si (para ejecutar coordinadamente la acción de control) mediante un bus de control [4] [10-11].

Primero se explicará el principio del control de fase multiplexado con un regulador monofásico.

I. CONTROL DE FASE MULTIPLEXADO CON UN REGULADOR MONOFÁSICO (o trifásico con carga en estrella con centro conectado a neutro).

A. Regulador monofásico con carga única.

En la fig. 1 se muestra el regulador de C.A. más elemental. Para este circuito [1]:

$$I_{ef} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \sqrt{A_{x(\alpha)}}$$
(1.a)

donde: $A_{x(\alpha)} = \left(1 - \frac{\alpha}{\pi}\right) + \frac{1}{2\pi} sen 2\alpha$ (1.b) y $I_m = V_m/R$ (1.c)

 $(V_m = \sqrt{2} V_{ef}$ es el valor de pico de la tensión de fase). Con ello, la potencia activa es: $P = I_{ef}^2 R = I_m^2 R A_{x(q)}/2$ (2)

y la máxima potencia de salida disponible resulta :
$$P_M = I_m^2 R/2$$
 (3)

Definiendo el coeficiente de potencia relativa como: $\delta_P = 1 - (P/P_M)$ (4)

luego, sustituyendo 2 y 3 en la definición 4 , resulta : $\delta_P = 1 - A_{x(\alpha)}$ (5)

y con las ecs. 1 y 2 se obtiene el factor de potencia : $FP = \frac{P}{S} = \sqrt{A_{x(\alpha)}} = \sqrt{1 - \delta_P}$ (6)

Nótese que cuando se desea $P \ll P_{M}$ resulta $FP \ll 1$. Por ello, sería mejor subdividir la resistencia de carga en otras de potencia menor conectadas en forma secuencial y progresiva para no introducir demasiada distorsión armónica.

B. Regulador monofásico con carga múltiple.

En la fig. 2 se divide la carga en potencias fraccionarias de la nominal máxima, cada una con su propia llave de alterna (triac o par antiparalelo de tiristores). A su vez, cada regulador fraccionario así formado, puede variar la potencia de su respectiva carga desde cero al 100 %

(10)

de su fracción de potencia, pero como actúan secuencialmente , solamente un único regulador puede estar entregando un valor de potencia intermedio entre cero y el 100 % de su carga fraccionaria. Los restantes reguladores están ya sea desconectados o bien conectados al 100 % de su carga (a plena onda).

Asumiendo que de *m* reguladores fraccionarios sólo *n* están conectados al 100 % y que el n + 1 está regulando con un ángulo de disparo α , la corriente eficaz de entrada total resulta :

$$I_{ef}^{2} = \frac{1}{\pi} \left\{ \int_{0}^{\alpha} \left(nI_{m} \operatorname{sen} \theta \right)^{2} d\theta + \int_{\alpha}^{\pi} \left(nI_{m} \operatorname{sen} \theta + I_{m} \operatorname{sen} \theta \right)^{2} d\theta \right\} = \frac{I_{m}^{2}}{2} \left[n^{2} + (2n+1)A_{x(\alpha)} \right]$$
(7)

La potencia aparente resulta :
$$S = V_{ef} I_{ef} = \frac{I_m^2 R}{2} \sqrt{n^2 + (2n+1)A_{x(\alpha)}}$$
 (8)

La potencia activa es:
$$P = \frac{n}{m} P_M + \Delta P$$
 (9)

siendo la potencia máxima: $P_{M} = m I_{m}^{2} R/2$

y la potencia fraccionaria:
$$\Delta P = \frac{R}{\pi} \int_{\alpha}^{\pi} (I_m sen \theta)^2 d\theta = \frac{I_m^2 R}{2} A_{x(\alpha)}$$
(11)

Utilizando las ecuaciones 9, 10, 11 y la definición 4:

$$\delta_P = 1 - (P/P_M) = 1 - \left[(n + A_{x(\alpha)}) / m \right]$$
(12)

De las ecuaciones 8, 9, 10 y 11, el factor de potencia resulta :

$$FP = P/S = \left(n + A_{x(\alpha)}\right) / \sqrt{n^2 + (2n+1)A_{x(\alpha)}}$$
(13)

Sustituyendo la 12 en la 13, se tiene :

$$FP]_{n}^{m} = [m(1-\delta_{p})]/\sqrt{n^{2} + (2n+1)[m(1-\delta_{p}) - n]}$$
(14)

Siendo $A_{x(\alpha)} \leq 1$ de la ec. 13 se concluye que para $m \to \infty$ resulta $FP_n^m \to 1$ siempre que sea $n \gg 1$. En la fig. 3 se muestran los factores de potencia en función de δ_P para diversas subdivisiones de la carga nominal.

II. CONTROL DE FASE MULTIPLEXADO CON UN REGULADOR TRIFÁSICO SIN NEUTRO

La fig. 4 muestra el circuito asumiendo carga en estrella, pero si la carga estuviese en triángulo las conclusiones no cambiarían. Se ha demostrado en trabajos previos [4] que la ley del factor de potencia en función del coeficiente de potencia relativa no depende de que haya conexión de neutro (si bien el espectro del contenido armónico varía).

Por lo tanto, en este caso la ec. 14 continúa siendo aplicable (y también la fig. 3).

III. REGULADOR TRIFÁSICO EN TRIÁNGULO CON CONTROL DE FASE SIMÉTRICO

En la fig. 5 se muestra el regulador trifásico en triángulo [2][3], formado por la asociación en triángulo de tres reguladores monofásicos que operan con tensiones de línea.

Siendo la tensión eficaz de línea $U = \sqrt{3} V_{ef}$ la tensión eficaz en cada resistencia es:

$$U_R = U_N \sqrt{\left(1 - \frac{\alpha}{\pi}\right) + \frac{1}{2\pi} \operatorname{sen} 2\alpha}$$
(15)

La potencia activa total sobre la carga es $P = 3 U_R^2 / R$ y la potencia máxima disponible, $P_M = 3 U^2 / R$. Por lo tanto, sustituyendo en la definición 4 se obtiene:

$$\delta_P = 1 - \frac{P}{P_M} = 1 - \left[\left(1 - \frac{\alpha}{\pi} \right) + \frac{1}{2\pi} \operatorname{sen} 2\alpha \right] = 1 - A_{x(\alpha)}$$
(16)

Existen tres regímenes de operación. En el primero, para $0 \le \alpha \le \pi/3$, la corriente eficaz de

línea resulta :
$$I_L = \sqrt{3} \frac{U}{R} \sqrt{1 - \frac{4\alpha}{3\pi} + \frac{2}{3\pi} \sec 2\alpha}$$
(17).

En el 2do. régimen ($\pi/3 \le \alpha \le 2\pi/3$): $I_L = \sqrt{3} \frac{U}{R} \sqrt{\frac{8}{9} - \frac{\alpha}{\pi} + \frac{\sqrt{3}}{6\pi}} \left[1 + 2 \operatorname{sen} \left(2\alpha + \frac{\pi}{6} \right) \right]$ (18)

y en el 3er. régimen , para $2\pi/3 \le \alpha \le \pi$: $I_L = \sqrt{3} \frac{U}{R} \sqrt{\frac{2}{3} - \frac{2\alpha}{3\pi} + \frac{1}{3\pi} \sec 2\alpha}$ (19).

Con lo cual, el factor de potencia resulta :

$$FP = A_{x(\alpha)} / \sqrt{1 - \frac{4\alpha}{3\pi} + \frac{2}{3\pi}} \operatorname{sen} 2\alpha \qquad (\text{para } 0 \le \alpha \le \pi/3)$$

$$FP = A_{x(\alpha)} \left/ \sqrt{\frac{8}{9} - \frac{\alpha}{\pi} + \frac{\sqrt{3}}{6\pi} \left[1 + 2 \operatorname{sen} \left(2\alpha + \frac{\pi}{6} \right) \right]} \quad (\text{para } \pi/3 \le \alpha \le 2\pi/3 \text{ }) \tag{20.b}$$

$$FP = A_{x(\alpha)} \left/ \sqrt{\frac{2}{2} - \frac{2\alpha}{2} + \frac{1}{2} \operatorname{sen} 2\alpha} \quad (\text{para } 2\pi/3 \le \alpha \le \pi \text{ }) \tag{20.c}$$

$$FP = A_{x(\alpha)} / \sqrt{\frac{2}{3} - \frac{2\alpha}{3\pi} + \frac{1}{3\pi}} sen2\alpha \qquad (\text{para } 2\pi/3 \le \alpha \le \pi) \qquad (20.0)$$

expresiones con las que puede graficarse *FP* en función de δ_P .

El factor de potencia de la asociación en triángulo de reguladores es superior al de los reguladores en estrella, pues en la carga existen componentes armónicas de orden 3 (y sus múltiplos) generando potencia activa, incrementando P con respecto a S (dado que tales armónicas no pueden existir en las corrientes de línea).

Similarmente, un control asimétrico que introduzca en la carga una componente continua que no circule por la entrada mejorará aún más el factor de potencia.

IV. REGULADOR TRIFÁSICO EN TRIÁNGULO CON CONTROL DE FASE ASIMÉTRICO

A. Operación con carga única

El circuito es el mismo de la fig. 5 y en la fig. 6 se muestra el modo de control de fase asimétrico. Allí se ve que el valor medio de continua en la carga es distinto de cero (salvo a plena potencia). Existen dos modos bien diferenciados de funcionamiento, según que la corriente en fases de la carga sea continua o alterna.

Para describir el funcionamiento pueden definirse dos ángulos característicos, el de control ψ y el de disparo (o de fase) α (fig. 6). El ángulo de control (comprendido entre 0 y 2π) se toma desde el origen hasta el momento en que comienza la conducción. A su vez, α (comprendido entre 0 y π) es el ángulo de disparo del semiciclo controlado en fase.

Si $\psi < \pi$ la corriente será alterna y el modo de operación se denominará modo regulador, por el contrario si $\psi \ge \pi$ la corriente en fases de la carga será continua y el modo de operación se denominará modo rectificador. Para el funcionamiento en modo regulador ($\psi < \pi$) existen dos regímenes de operación según cual sea el valor de α .

Definiendo $I_{\Delta_m} = U_m/R = \sqrt{2} U/R$ la corriente eficaz de línea resulta,

a) Regulador 1er régimen (
$$0 \le \alpha \le 2\pi/3$$
): $I_L = \frac{I_{\Delta_m}}{\sqrt{2}} \sqrt{3 - \frac{2\alpha}{\pi} + \frac{1}{\pi} \sec 2\alpha}$ (21)

b) Regulador 2° régimen (
$$2\pi/3 \le \alpha \le \pi$$
): $I_L = \frac{I_{\Delta_m}}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{8}{3} - \frac{3\alpha}{2\pi} - \frac{\sqrt{3}}{4\pi}} \left[1 - 2 \operatorname{sen} \left(2\alpha - \frac{\pi}{6} \right) \right]$ (22).

Si $\psi \ge \pi$ se entra en el modo rectificador, para el que también hay dos regímenes,

c) Rectificador 1er régimen (
$$0 \le \alpha \le \pi/3$$
): $I_L = \frac{I_{\Delta_m}}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{7}{3} - \frac{3\alpha}{\pi} - \frac{\sqrt{3}}{2\pi}} \left[1 - 2 \operatorname{sen} \left(2\alpha - \frac{\pi}{6} \right) \right]$ (23)

d) Rectificador 2° régimen ($\pi/3 \le \alpha \le \pi$): $I_L = \frac{I_{\Delta_m}}{\sqrt{2}} \sqrt{\left(1 - \frac{\alpha}{\pi}\right) + \frac{1}{2\pi} \sec 2\alpha}$ (24).

B. Operación con carga múltiple

El circuito se da en la fig. 7. Allí sólo el regulador fraccionario n+1 está siendo controlado asimétricamente. Hay n reguladores fraccionarios funcionando a plena conducción y m - (n+1) reguladores fraccionarios desconectados.

El coeficiente de potencia relativa en el modo rectificador resulta:

$$\delta_{P_R} = 1 - (P/P_M) = 1 - (n/m) - [A_{x(\alpha)}/2m]$$
(25)

y en el modo regulador se tiene: $\delta_{P_G} = 1 - (P/P_M) = \delta_{P_R} - (1/2m)$ (26)

es decir, que el coeficiente en el modo regulador puede expresarse fácilmente en función del correspondiente al modo rectificador.

Utilizando la función de correlación se obtienen las corrientes eficaces de línea (ver Apéndice) y luego los factores de potencia para cada modo y régimen de operación.

a) Regulador ($\psi < \pi$) 1er régimen ($0 \le \alpha \le 2\pi/3$):

$$FP = \left[\left(n + \frac{1}{2} \right) + \frac{1}{2} A_{x(\alpha)} \right] / \sqrt{n(n+1) + \frac{1}{3} + \left(n + \frac{2}{3} \right)} A_{x(\alpha)}$$
(27)

b) Regulador ($\psi < \pi$) 2° régimen ($2\pi/3 \le \alpha \le \pi$):

$$FP = \left[\left(n + \frac{1}{2} \right) + \frac{1}{2} A_{x(\alpha)} \right] / \sqrt{n(n+1) + \frac{7}{18} + \left(n + \frac{1}{2} \right)} A_{x(\alpha)} - B_{x(\alpha)}$$
(28)

c) Rectificador ($\psi \ge \pi$) 1er régimen ($0 \le \alpha \le \pi/3$):

$$FP = \left[\left(n + \frac{1}{2} \right) + \frac{1}{2} A_{x(\alpha)} \right] / \sqrt{n^2 - \frac{1}{9} + \left(n + \frac{1}{2} \right) A_{x(\alpha)} - B_{x(\alpha)}}$$
(29)

d) Rectificador ($\psi \ge \pi$) 2° régimen ($\pi/3 \le \alpha \le \pi$):

$$FP = \left[\left(n + \frac{1}{2} \right) + \frac{1}{2} A_{x(\alpha)} \right] / \sqrt{n^2 + \left(n + \frac{1}{3} \right)} A_{x(\alpha)}$$
(30)

Utilizando las ecs. 28 a 30, junto con las expresiones 25 o 26 (según corresponda) puede graficarse *FP* en función del coeficiente de potencia relativa (δ_P).

En la fig. 8 se muestran los factores de potencia de los reguladores conectados en triángulo asimétricamente controlados con diversas subdivisiones de carga, comparados con el regulador trifásico en triángulo con carga única y control simétrico (ΔS), y con el regulador trifásico con carga única en estrella (λS) con control simétrico (reproducción de la curva previamente dada en la fig. 3).

V. COMPARACIÓN CON EL CONTROL MULTIPLEXADO DE RECTIFICADORES

Si la carga admite componente continua, puede pensarse en utilizar rectificadores trifásicos en puentes de potencia fraccionaria, realizando el control en forma secuencial multiplexada como la descripta para el caso de los reguladores. Si se deseara alimentar las cargas con corriente continua desprovista de pulsaciones, puede asociarse rectificadores trifásicos semicontrolados (mixtos) colocando un único inductor de alisado (choke) en el retorno del rectificador con diodos (fig. 9).

De acuerdo con trabajos previos [4] para carga única los factores de potencia son,

1. Con inductor de alisado:
$$FP = \frac{3}{\pi} \sqrt{1 - \delta_P} = 0.955 \sqrt{1 - \delta_P}$$
 para $0 \le \alpha \le \pi/3$

$$FP = \frac{1}{\pi} \sqrt{6\left(1 - \delta_P\right)} / \left[1 - \frac{1}{\pi} \arccos\left(2\sqrt{1 - \delta_P} - 1\right)\right] \qquad \text{para} \quad \pi/3 \le \alpha \le 5\pi/6$$

Nótese que para $\pi/3 \le \alpha \le 5\pi/6$ resulta $FP \le \frac{3}{\pi} \sqrt{1 - \delta_P}$, con lo cual la primera de las expresiones precedentes representa una cota de máxima (mejor caso).

2. Sin inductancia de alisado: $FP = 0.956 \sqrt{1 - \delta_P}$, expresión prácticamente igual a la adoptada como cota de máxima.

Dado que con carga única los factores de potencia son algo peores que los correspondientes a reguladores trifásicos en estrella (ec. 6), también lo serán en control multiplexado y la diferencia sería aún más significativa si la comparación se hubiese hecho con reguladores en triángulo.

VI. APLICACIONES EN CONTROL DE CALEFACTORES

Con el fin de que en promedio cada carga resistiva disipe la misma potencia se van rotando los ángulos de disparo. Cada controlador envía en serie sus ángulos a su vecino. En el esquema más simple, un controlador maestro envía periódicamente los ángulos de fase que acaba de utilizar al regulador esclavo adyacente y éste a su vez a su vecino. El controlador maestro se ocupa de ir rotando sucesivamente los ángulos que envía.

También se puede conectar los controladores en anillo. Así, cuando el controlador k recibe los ángulos de disparo desde el controlador k-1, envía los suyos al controlador k+1, de modo que cada controlador opere sucesivamente con todos los ángulos de disparo disponibles. En este caso, es fácil detectar la salida de servicio del controlador de un regulador y en caso de falla del maestro, otro controlador del anillo puede asumir la función.

Adoptando buses de campo [10] para enviar todos los ángulos de disparo a todos los controladores y/o supervisores que lo requieran se logra una forma general de realización adaptable a múltiples estrategias de control (incluyendo los esquemas previos). Además, el bus de control puede servir para transmitir datos de sensores de temperatura y mensajes de alarma (falta de tensión de suministro, cargas abiertas, cortocircuito, dispositivos de potencia abiertos o en cortocircuito, fallas en ventiladores o turbinas, etc).

Las permutaciones de ángulos de disparo deben realizarse con un cierto retardo, cambiando la configuración de disparo de a una por vez, para reducir la magnitud de las conmutaciones de corriente. Además, debe asegurarse un solapamiento de las conmutaciones de ángulos de disparo entre reguladores sucesivos evitando tiempos muertos de conducción seguidos de reconexiones abruptas que producirían fenómenos transitorios en la línea.

VII. APLICACIONES EN LUMINOTECNIA

En este caso no pueden permutarse periódicamente los ángulos de disparo pero cuando se deba regular la luz de lámparas incandescentes puede subdividirse la carga utilizando artefactos de dos o tres lámparas. Controlando el encendido progresivo de las lámparas, las curvas de factor de potencia (fig. 3) serían la 2 o la 3, notablemente mejores que la 1 (que correspondería a un "dimmer" clásico).

Para lámparas halógenas de baja tensión alimentadas con transformadores reductores convencionales, éstos pueden conectarse a un regulador en triángulo con disparo simétrico (para impedir la circulación de continua por el primario). Así, el factor de potencia estará dado por la curva 2 de la fig. 8 en lugar de la 1. Aquí también el uso de artefactos con múltiples lámparas conectadas en forma progresiva permitiría una ulterior mejora del factor de potencia con curvas aún mejores que las de la fig. 3. Estas curvas pueden trazarse aplicando el método aquí propuesto utilizando la función de correlación (ver apéndice).

Adicionalmente, la conexión progresiva de carga logra que las temperaturas de los

filamentos sean las nominales en todas las lámparas salvo la única bajo control de fase. Por lo tanto, la eficiencia global es mayor y la iluminación resultante es menos amarillenta.

CONCLUSIONES

Se mejora notablemente el factor de potencia, reduciendo al mismo tiempo la magnitud de las corrientes conmutadas, lo que disminuye la generación de interferencias electromagnéticas. Esto también facilita el filtrado, reduciendo el peso y volumen de los inductores necesarios.

La conmutación de solamente una fracción de la corriente nominal reduce los problemas de interferencia electromagnética tradicionalmente ligados al control por fase de cargas resistivas.

El método de control propuesto se adapta muy bien al uso de buses de campo, presentando una natural redundancia de elementos de control y de actuadores, que aumenta la confiabilidad del sistema.

El método de cálculo basado en la función de correlación puede extenderse a otros tipos de reguladores, por ejemplo a los de control de potencia por ciclos enteros, verificándose mejoras similares en los factores de potencia.

APÉNDICE : Cálculo del valor eficaz de las corrientes de línea

La corriente eficaz total de línea deberá satisfacer :

$$I_{L}^{2} = \frac{1}{2\pi} \int_{0}^{2\pi} (i_{n} + i_{n+1})^{2} d\theta = I_{n_{ef}}^{2} + I_{n+1_{ef}}^{2} + 2 \langle i_{n} * i_{n+1} \rangle$$
(A.1)

donde la función de correlación entre las corrientes es :

$$\langle i_n * i_{n+1} \rangle = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} i_n \cdot i_{n+1} \, d\theta$$
 (A.2)

La corriente i_n , tomada por el conjunto formado por los *n* reguladores que operan a plena onda, es senoidal y está dada por :

$$i_{n(\theta)} = \sqrt{3} n I_{\Delta_m} \operatorname{sen}\left(\theta - \frac{\pi}{6}\right)$$
 (A.3) y por lo tanto : $I_{n_{ef}} = \sqrt{\frac{3}{2}} n I_{\Delta_m}$ (A.4)

Sustituyendo A.3 en la A.2 resulta : $\langle i \rangle$

$$i_n * i_{n+1} \rangle = \frac{\sqrt{3}}{2} n I_{\Delta_m} A_1$$
 (A.5)

donde $A_1 = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} i_{n+1(\theta)} \operatorname{sen}\left(\theta - \frac{\pi}{6}\right) d\theta$ es el coeficiente del desarrollo en serie de Fourier

correspondiente al desarrollo en senos respecto de la tensión de fase correspondiente a la respectiva línea (fase R en la fig. 6). Sustituyendo A.4 en la A.5 se tiene :

$$\langle i_n * i_{n+1} \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} I_{n_{ef}} A_1$$
 con lo que la ec. A.1 queda: $I_L^2 = I_{n_{ef}}^2 + I_{n+1_{ef}}^2 + \sqrt{2} I_{n_{ef}} A_1$ (A.6)

Esta expresión general es la ecuación fundamental que permite calcular el valor eficaz de la corriente de línea según el modo y régimen de funcionamiento. Los valores de $I_{n+1_{ef}}$ y de A_1 dependen del modo y régimen de operación. Los valores de $I_{n+1_{ef}}$ pueden obtenerse con las ecuaciones 21 a 24 y los valores de A_1 son :

a) Regulador ($\psi < \pi$) 1er régimen ($0 \le \alpha \le 2\pi/3$)

$$A_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} I_{\Delta_m} \left[\left(2 - \frac{\alpha}{\pi} \right) + \frac{1}{2\pi} \operatorname{sen} 2\alpha \right]$$
(A.7)

b) Regulador ($\psi < \pi$) 2° régimen ($2\pi/3 \le \alpha \le \pi$)

Se obtiene para A_1 la misma expresión que para el primer régimen precedente.

c) Rectificador ($\psi \ge \pi$) 1er régimen ($0 \le \alpha \le \pi/3$)

$$A_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} I_{\Delta_m} \left[\left(1 - \frac{\alpha}{\pi} \right) + \frac{1}{2\pi} \operatorname{sen} 2\alpha \right]$$
(A.8)

d) Rectificador ($\psi \ge \pi$) 2° régimen ($\pi/3 \le \alpha \le \pi$).

Se obtiene para A_1 la misma expresión que para el primer régimen del modo rectificador precedente. En base a la ecuación fundamental A.6, mediante las expresiones 21 - 24 se obtienen los valores siguientes (dependiendo del modo y régimen):

a) Regulador ($\psi < \pi$) 1er régimen ($0 \le \alpha \le 2\pi/3$)

$$I_{L} = \sqrt{\frac{3}{2}} I_{\Delta_{m}} \sqrt{n(n+1) + \frac{1}{3} + \left(n + \frac{2}{3}\right) A_{x(\alpha)}}$$
(A.9)

donde $A_{x(\alpha)}$ está definida por la expresión 1.b.

b) Regulador ($\psi < \pi$) 2° régimen ($2\pi/3 \le \alpha \le \pi$)

$$I_{L} = \sqrt{\frac{3}{2}} I_{\Delta_{m}} \sqrt{n(n+1) + \frac{7}{18} + \left(n + \frac{1}{2}\right) A_{x(\alpha)} - B_{x(\alpha)}}$$
(A.10)

donde :

$$B_{x(\alpha)} = \frac{1}{4\pi\sqrt{3}} (1 + \cos 2\alpha) \tag{A.11}$$

c) Rectificador ($\psi \ge \pi$) 1er régimen ($0 \le \alpha \le \pi/3$)

$$I_{L} = \sqrt{\frac{3}{2}} I_{\Delta_{m}} \sqrt{n^{2} - \frac{1}{9} + \left(n + \frac{1}{2}\right) A_{x(\alpha)} - B_{x(\alpha)}}$$
(A.12)

d) Rectificador ($\psi \ge \pi$) 2° régimen ($\pi/3 \le \alpha \le \pi$)

$$I_{L} = \sqrt{\frac{3}{2}} I_{\Delta_{m}} \sqrt{n^{2} + \left(n + \frac{1}{3}\right) A_{x(\alpha)}}$$
(A.13)

REFERENCIAS

- [1] B. M. Bird, K. G. Kind and D. A. G. Pedder, An Introduction to Power Electronics, U.K.: J. Wiley, 1993.
- [2] C. Rombaut and G. Séguier, *Les convertisseurs de l'électronique de puissance. Volume 2: La conversion alternatif-alternatif (2nd ed.)*, Paris Fr.: Techn. et Doc. Lavoisier, 1991, ch. 1 4.
- [3] C. Rombaut, "Étude des gradateurs triphasés et d'autres convertisseurs alternatif-alternatif fonctionnant en commutation naturelle", Thèse Doctorale (no. 460), Univ. des Sc. et Techn. de Lille, Francia, 1979.
- [4] H. E. Tacca, "Improving AC regulator input power factor by multiplexed asymmetrical phase-control", *EPE Journal (European Power Electronics Association)*, vol. 11, no. 2, Bélgica, mayo 2001, (ISSN 0939 8368).
- [5] M. Sauvanet, P. Rault and others, Triac Applications, France: Thomson Semiconductor, 1986.
- [6] D. A. Paice, Power Electronic Converter Harmonics, N. Y. : IEEE Press, 1996.
- [7] R. C. Dugan, M. F. McGranaghan and H. W. Beaty, *Electrical Power System Quality*, N. Y.: McGraw-Hill, 1996, ch. 2 & 5.
- [8] M. I. Zamora Belver and V. Macho Stadler, Estudio bibliográfico: Distorsión armónica producida por convertidores estáticos, Bilbao, España: Iberdrola, 1997.
- [9] Z. Mammeri and J.-P. Thomesse, *Réseaux locaux industriels*, Paris Fr.: Éd. Eyrolles, 1993.
- [10] J.-P. Thomesse, "Réseaux locaux industriels", en *Traité Mesures et Contrôle*, Paris, Francia: Les Techniques de l'Ingenieur, 1994, (Doc. # R7574/76).
- [11] J.-P. Thomesse, "The Fieldbuses", SICICA'97, 3rd IFAC Symposium on Intelligent Components and Instruments for Control Applications, Annecy, France, 1997, pp. 13 23.



Fig. 1 : Regulador de C.A. monofásico controlado en fase, (a) circuito, (b) formas de onda.



Fig. 2 : Regulador monofásico secuencialmente controlado con múltiple subdivisión de carga.



Fig. 3 : Factores de potencia de reguladores monofásicos o trifásicos en estrella con control de fase simétrico, (1) carga única (m = 1), (2) doble carga secuencialmente controlada en fase (m = 2), (3) triple carga secuencialmente controlada en fase (m = 3).





Fig. 4 : Regulador trifásico en estrella secuencialmente controlado en fase.

Fig. 5 : Regulador en triángulo (delta) controlado en fase.









Fig. 6 : Modos de operación de un regulador delta con control de fase asimétrico (corrientes de línea), (a) regulador 1er régimen $(0 \le \alpha \le 2\pi/3; \psi < \pi) \alpha = \pi/4$, (b) regulador 2do régimen $(2\pi/3 \le \alpha \le \pi; \psi < \pi) \alpha = 3\pi/4$, (c) rectificador 1er régimen $(0 \le \alpha \le \pi/3; \psi \ge \pi) \alpha = \pi/4$, (d) rectificador 2do régimen $(\pi/3 \le \alpha \le \pi; \psi \ge \pi) \alpha = 5\pi/12$.



Fig. 7 : Regulador en triángulo con carga múltiple secuencialmente controlada en fase.



Fig. 8 : Comparación entre factores de potencia de reguladores controlados en fase, (1) carga única en estrella (λ S), (2) regulador delta con carga única simétricamente controlada en fase (Δ S), (3) regulador delta con carga única (m = 1) con control de fase asimétrico (Δ A1), (4) regulador delta con doble carga (m = 2) secuencialmente controlado con fase asimétrica (Δ A2), (5) regulador delta con triple carga (m = 3) secuencialmente controlado con fase asimétrica (Δ A3).



Fig. 9 : Control multiplexado de rectificadores trifásicos semicontrolados.