PROPORCIÓN ÓPTIMA DE TERCERA ARMÓNICA

(H. Tacca, 2018)

En una carga balanceada sin neutro, conectada a un sistema trifásico simétrico, no pueden existir componentes armónicas de orden 3 (o múltiplos de 3) en las corrientes de línea. Por lo tanto, puede introducirse una cierta proporción de tercera armónica en las tensiones de fase, pues este contenido armónico no aparecerá en las tensiones de línea (y por ende, tampoco en las corrientes de línea).

Así, la expresión de la tensión de fase será (ver Fig.1):

$$v_{(\theta)} = V_{1_m}\, sen\theta + V_{3_m}\, sen3\theta \qquad (1)$$

Definiendo:

$$k = {V_{3_m}}/{V_{1_m}}$$

la expresión anterior queda:

$$v_{(\theta)} = V_{1_m}(\, sen\theta + k\, sen3\theta) \qquad (2)$$

La expresión anterior tendrá un máximo para $\theta = \theta_m$ tal que ${dv_{(\theta)}}/{dt} = 0$, de donde se deduce:

$$-\, cos\theta_m = 3\, k\, cos3\theta_m \qquad (3)$$

Normalizando a 1 la tensión máxima del bus de CC, se concluye que el modulador PWM solamente puede producir tensiones de cresta iguales a 1. O sea que para $\theta = \theta_m$ deberá ser: $v_{(\theta_m)} = 1$, o sea, sustituyendo en la ec. 3 queda:

$$1 = V_{1_m}(\, sen\theta_m + k\, sen3\theta_m) \qquad (4)$$

Desarrollando la ec. 3 se obtiene:

$$-\, cos\theta_m = 3\, k\, cos\theta_m(cos^2\theta_m - sen^2\theta_m - 2sen^2\theta_m)$$

de donde se despeja:

$$sen\, \theta_m = \frac{1}{2}\sqrt{1 + \frac{1}{3\,k}} \qquad (5)$$

Por otra parte, de la ec. 4 se tiene:

$$1/V_{1_m} = sen\theta_m[1 + k(3cos^2\theta_m - sen^2\theta_m)] = sen\theta_m[1 + k(3 - 3sen^2\theta_m - sen^2\theta_m)]$$

$$= sen\theta_m[1 + k(3 - 4sen^2\theta_m)] \qquad (6)$$

Sustituyendo la ec. 5 en la ec. 6 se despeja:

$$V_{1_m} = 1\Big/\left[k\, \left(1 + \frac{1}{3\,k}\right)^{3/2}\right] \qquad (7)$$

Para hallar el máximo de V_{1_m} en función de k , se busca el mínimo de $1/V_{1_m}$ haciendo:

$$\partial\left(1/V_{1_m}\right)\Big/\partial k = \frac{\partial}{\partial k}\left[k\, \left(1 + \frac{1}{3\,k}\right)^{3/2}\right] = 0$$

De donde se obtiene:

$$\left(1+\frac{1}{3\,k}\right)^{3/2}=\frac{1}{2\,k}\left(1+\frac{1}{3\,k}\right)^{1/2}=\left[\frac{1}{4\,k^2}\left(1+\frac{1}{3\,k}\right)\right]^{1/2}$$, de donde se despeja:

$$\left(1+\frac{1}{3\,k}\right)^{2}=\frac{1}{4\,k^2}$$

Extrayendo la raíz cuadrada en ambos miembros: $1+\frac{1}{3\,k}=\frac{1}{2\,k}\Rightarrow k={}^{1}\!/_{6}$.

Es fácil verificar que con $k={}^{1}\!/_{6}$ la ec. 7 tiene un máximo.

En consecuencia, la función de la forma de onda que contiene una componente armónica de orden 3 deberá ser:

$$v_{(\theta)}=V_{1_m}\left(sen\theta+\frac{1}{6}\,sen3\theta\right) \qquad (8)$$

y de la ec. 7 se obtiene: $V_{1_m}=1{,}1547$.

Por lo tanto, si la tensión de la red cae un 15% , el agregar tercera armónica permitirá compensar esa baja de tensión y seguir aplicando tensión nominal al motor.

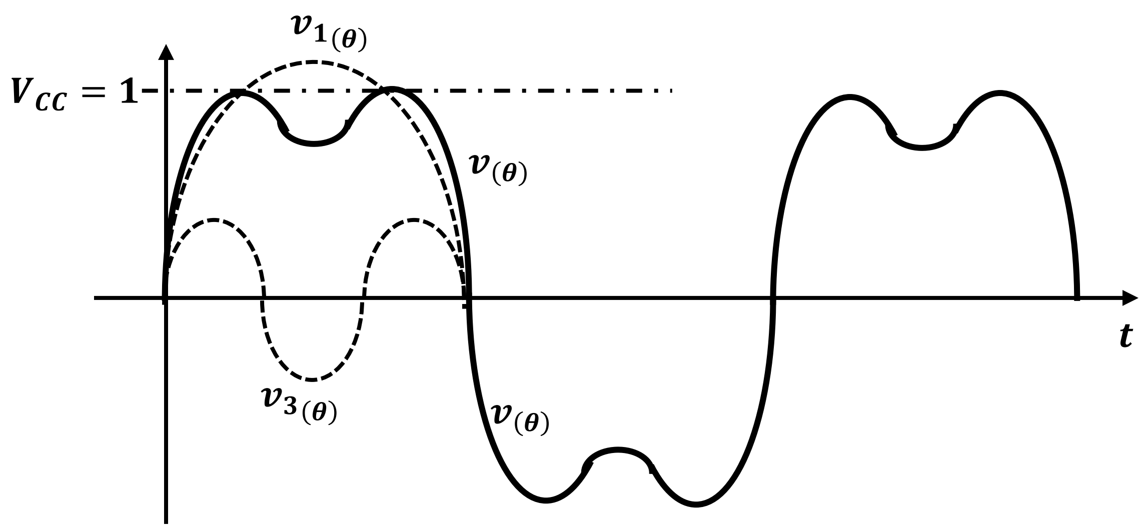

Fig. 1: Forma de onda de la moduladora conteniendo tercera armónica