

Facultad de Ingeniería U.B.A – Departamento de Física

Mecanica II (62.07)

Vibraciones en estructuras:

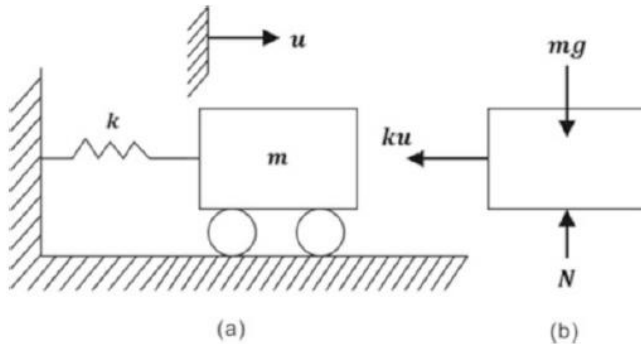
Rigidez y masa efectiva

Ing. Fernando Sánchez Sarmiento

Octubre 2020

Rigidez de un estructura

- Un grado de libertad sin amortiguamiento:



$$\sum F_x = -ku = ma_x = m\ddot{u} \quad -ku = m\ddot{u}$$

$$u = A \cos(\omega t) \quad \ddot{u} = -\omega^2 A \cos(\omega t)$$

$$-k(A \cos(\omega t)) = m(-\omega^2 A \cos(\omega t))$$

$$\omega^2 = \frac{k}{m}$$

Frecuencia angular $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$

Frecuencia

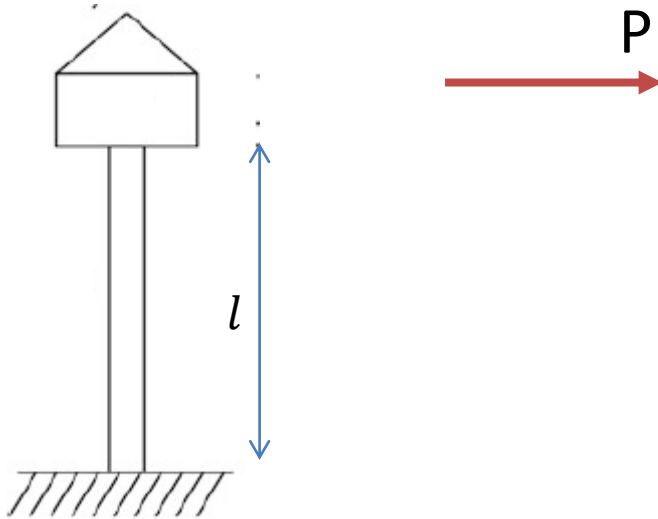
$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Periodo

$$P = \frac{\omega}{2\pi} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

Rigidez de un estructura

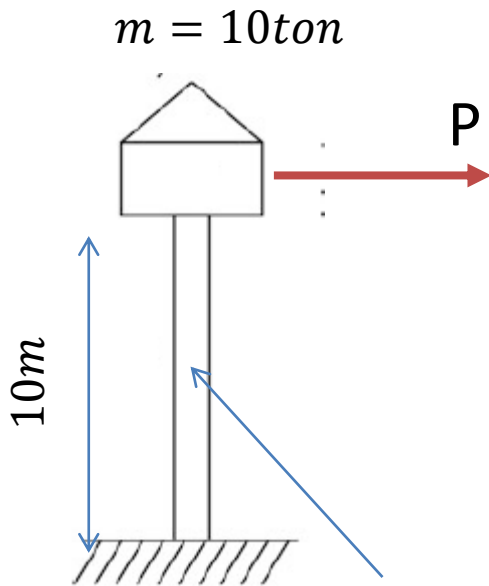
- La flecha de una estructura es: $f = \frac{Pl^3}{3EJ}$



- Qué relación hay entre la Fuerza P y el desplazamiento de ese punto?

Rigidez de un estructura

- La flecha de una estructura es:



$m = 10\text{ton}$

Cilíndrico
Dext=1m
Dint=0,9m
Hormigon $E=32\text{e}3$ MPa

$$f = \frac{Pl^3}{3EJ}$$

$$K.U = F$$

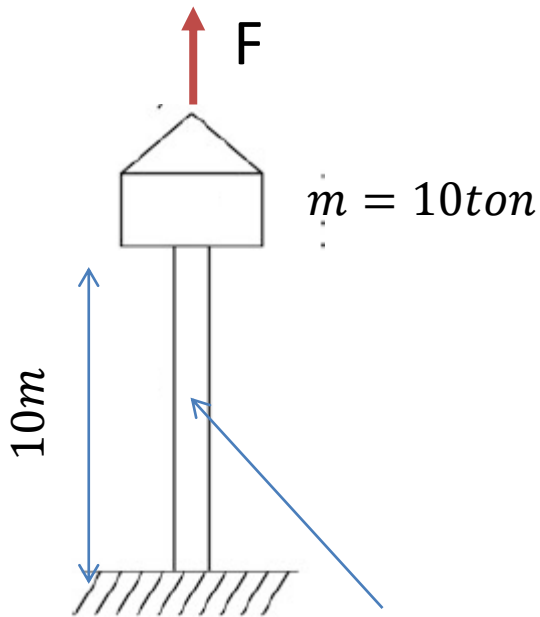
$$K = \frac{3EJ}{l^3} = 1620(\text{N/mm})$$

$$J = \frac{\pi}{4}(R_e^4 - R_i^4)$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{1620}{10}} = 12,73 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Rigidez de un estructura

- La flecha de una estructura es:



Cilíndrico
Dext=1m
Dint=0,9m
Hormigon E=32e3 MPa

$$\frac{F}{A} = \frac{uE}{l}$$

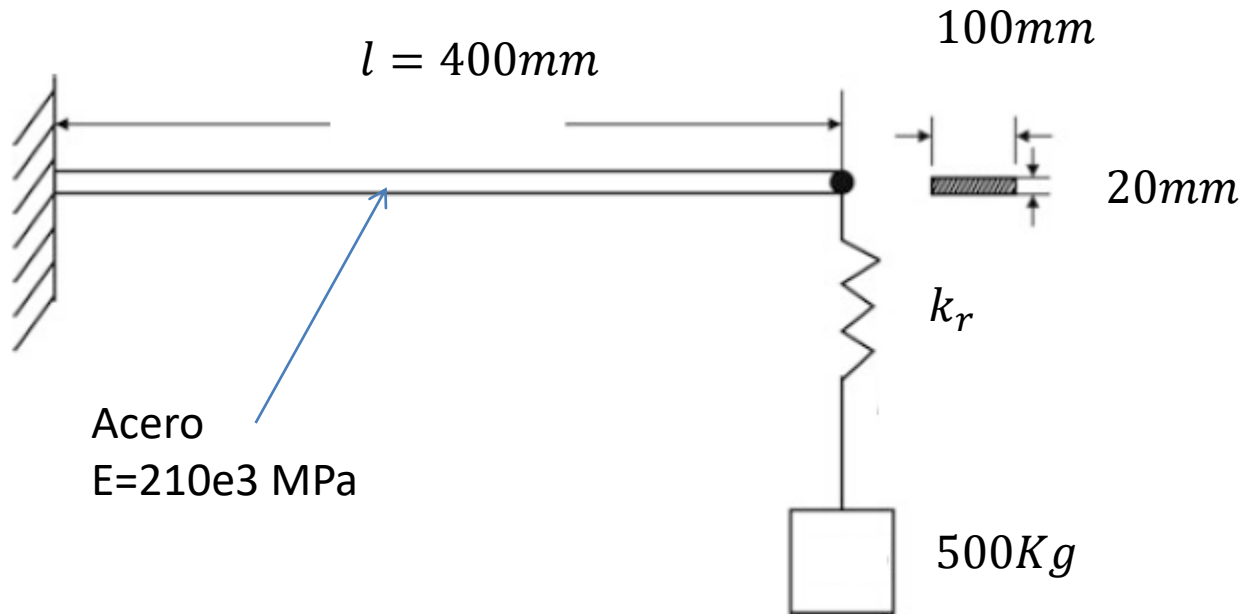
$$F = u \frac{AE}{l} \quad K \cdot u = F$$

$$K = \frac{AE}{l}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{4,78 \cdot 10^5}{10}} = 218,522 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Rigidez de un estructura

- Constantes en serie



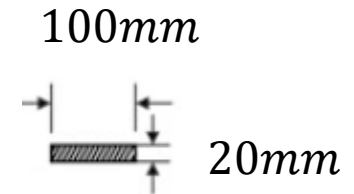
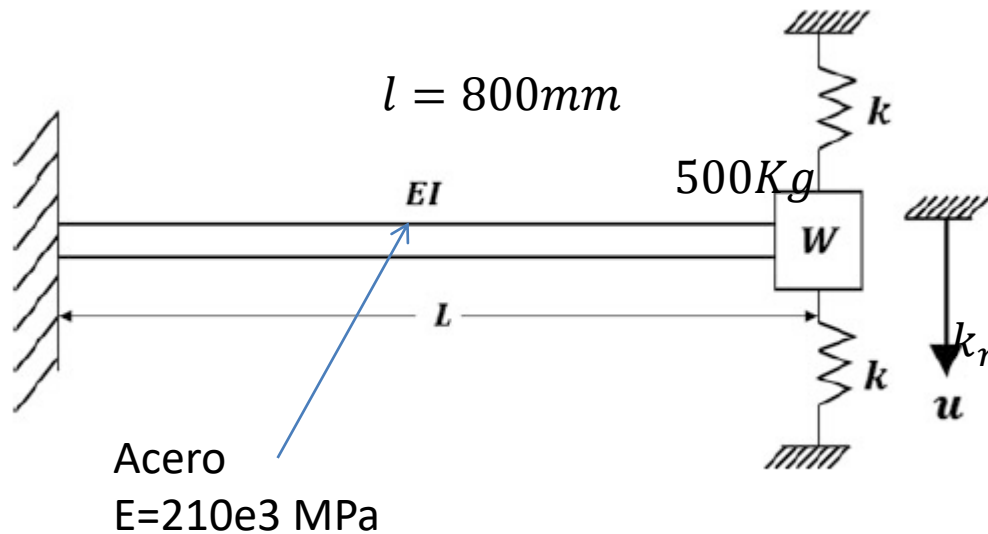
$$K = \frac{3EJ}{l^3}$$

$$k_s = (k_v^{-1} + k_r^{-1})^{-1}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k_s}{m}}$$

Rigidez de un estructura

- Constantes en paralelo



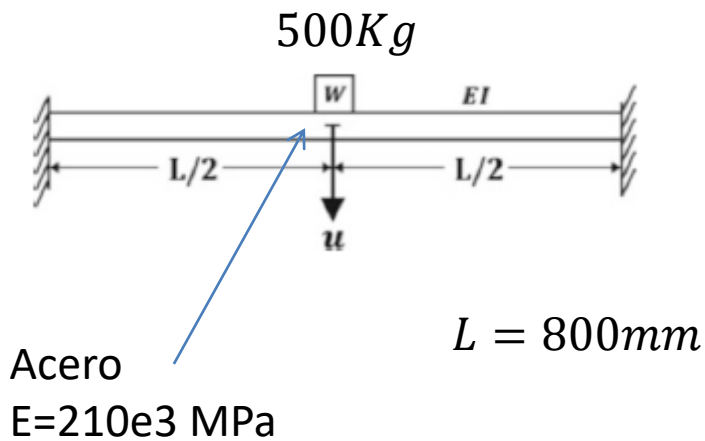
$$K_t = \frac{3EJ}{l^3}$$

$$k_s = K_t + 2K$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k_s}{m}}$$

Rigidez de un estructura

- Constantes en paralelo



$$f = \frac{Pl^3}{192EJ}$$

$$k = \frac{192EJ}{l^3}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k_s}{m}}$$

