Estática y Resistencia de Materiales

Sistemas de Fuerzas concentradas

INTRODUCCION

Estática

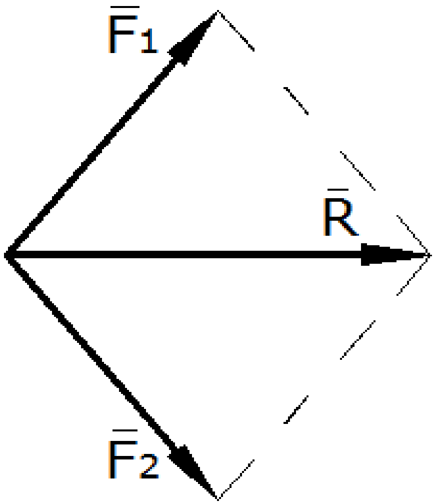
Es la parte de la física que trata las condiciones que debe cumplir un conjunto de fuerzas aplicadas sobre un cuerpo, para que el mismo permanezca en reposo. La estática postula al cuerpo como rígido.

Hipótesis de Rigidez

Un cuerpo es rígido cuando la distancia entre dos puntos cualesquiera del mismo permanece constante, bajo la acción de un conjunto de fuerzas.

Los cuerpos reales son deformables

PRINCIPIOS DE LA ESTATICA



•**Regla del paralelogramo**: El efecto de 2 fuerzas, F1 y F2, aplicadas en un mismo punto de un cuerpo rígido, es equivalente al de una única fuerza llamada Resultante (aplicada en el mismo punto), y cuya intensidad y dirección quedan definidas por la diagonal del paralelogramo que tiene por lados los vectores representativos de las fuerzas componentes.

•**Dos fuerzas se equilibran:** cuando son iguales, contrarias y cuentan con la misma recta de acción; por lo tanto su resultante es cero. A este tipo de sistema se lo denomina sistema nulo.

•**Efectos de un sistema nulo**: Si a un cuerpo rígido se agrega o quita un sistema de fuerzas nulo, el estado del cuerpo no se modifica.

•**Transmisibilidad:** Si una fuerza actúa sobre un cuerpo rígido es posible desplazarla sobre su recta de acción sin que altere su efecto.

•**Principio de acción y reacción:** Toda acción implica una reacción de igual intensidad y sentido contrario.

FUERZAS y MOMENTOS

Si bien la definición de fuerza es toda causa capaz de modificar el estado de movimiento de un cuerpo, normalmente usaremos la denominación de SISTEMAS DE CARGAS para generalizar.

Coloquialmente las Fuerzas serán las que provoquen desplazamientos.

Coloquialmente los momentos serán los que provoquen rotaciones.

SISTEMA DE FUERZAS Y CLASIFICACION

Sistema de fuerzas: se denomina así cuando, sobre un cuerpo o estructura, actúa simultáneamente más de una fuerza .

MOMENTO DE UNA FUERZA RESPECTO A UN PUNTO

Desarrollo vectorial

$$\overline{M}^{o}_{P} = \bar{r} \wedge \overline{P} = (A - O) \wedge \overline{P}$$

$$\overline{M}^{o}_{P} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ x_A - x_0 & y_A - y_0 & z_A - z_0 \\ P_x & P_y & P_z \end{vmatrix}$$

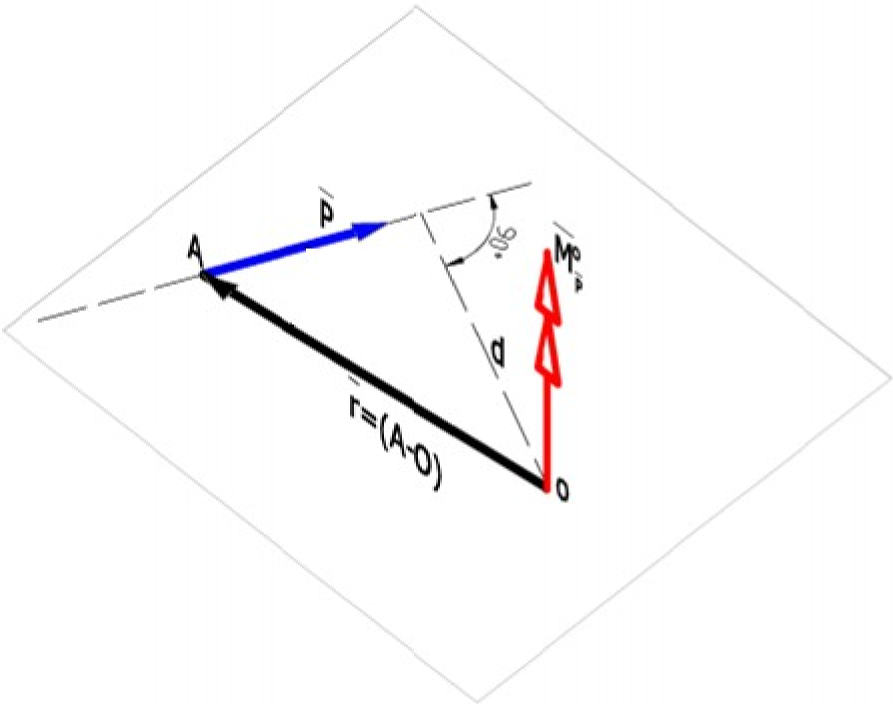
$$M^{O}_{P\,x} = P_z.(y_A - y_0) - P_y.(z_A - z_0)$$

$$M^{O}_{P\,y} = P_x.(z_A - z_0) - P_z.(x_A - x_0)$$

$$M^{O}_{P\,z} = P_y.(x_A - x_0) - P_x.(y_A - y_0)$$

$$M^{O}_{P} = \sqrt{{M^{O}_{P\,x}}^{2} + {M^{O}_{P\,y}}^{2} + {M^{O}_{P\,z}}^{2}}$$

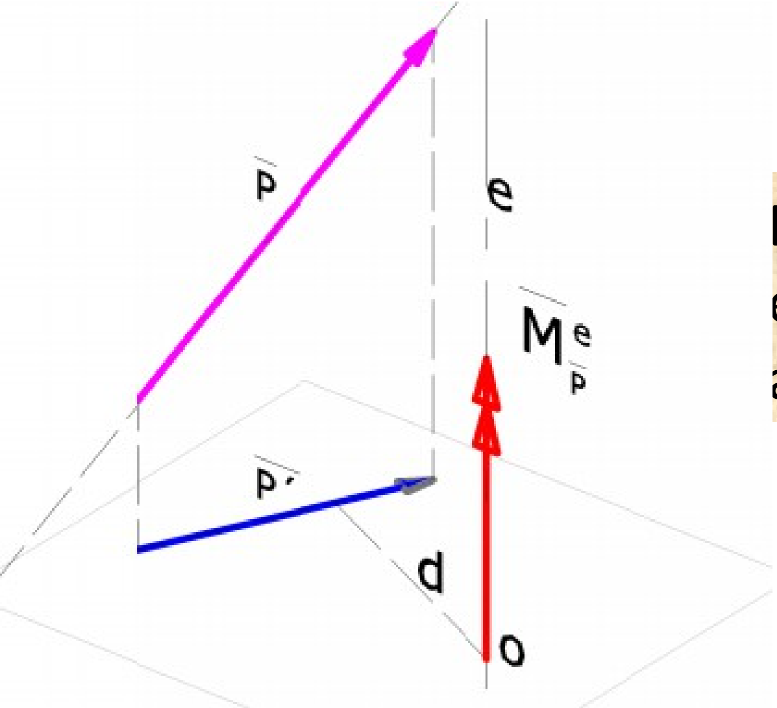
$$\cos\alpha = \frac{M^{O}_{P\,x}}{M^{O}_{P}} \qquad \cos\beta = \frac{M^{O}_{P\,y}}{M^{O}_{P}} \qquad \cos\gamma = \frac{M^{O}_{P\,z}}{M^{O}_{P}}$$



MOMENTO DE UNA FUERZA RESPECTO A UN EJE

Definición

Se define como momento de la fuerza $\overline{P}$ respecto del eje e, al momento de la proyección de $\overline{P}$ sobre un plano normal al eje, con respecto al punto en que el eje corta al plano de proyección.

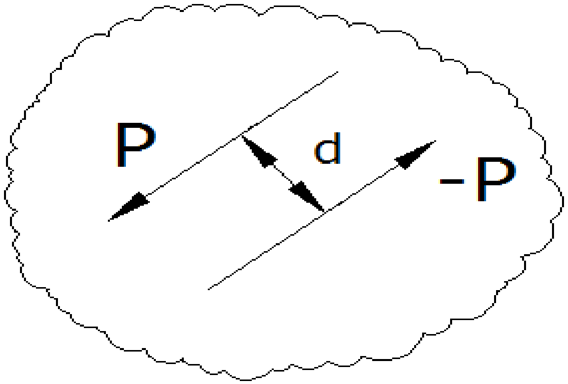


El momento de una fuerza respecto de un eje será nulo cuando el eje y la recta de acción de la fuerza sean coplanares.

PARES DE FUERZAS o CUPLAS

Al sistema constituido por dos fuerzas de igual intensidad, sentido contrario y rectas de acción paralelas, se lo denomina “CUPLA o par de fuerzas”.

La resultante de un par es nula.



El vector momento, representativo de una cupla, es un vector libre.

TRASLACIÓN DE UNA FUERZA

Toda traslación de una fuerza que signifique modificar su recta de acción original, trae aparejada la aparición de una "cupla de traslación".

Consideremos una fuerza P aplicada en un cuerpo rígido y apliquemos en un punto O dos fuerzas opuesta de igual intensidad y paralelas a P (ver figura 1), que por tratarse de un sistema nulo no produce ningún efecto adicional. Pero podemos ver que el sistema primitivo es equivalente a otro constituido por una fuerza P aplicada en O y un par de momento M = P.d

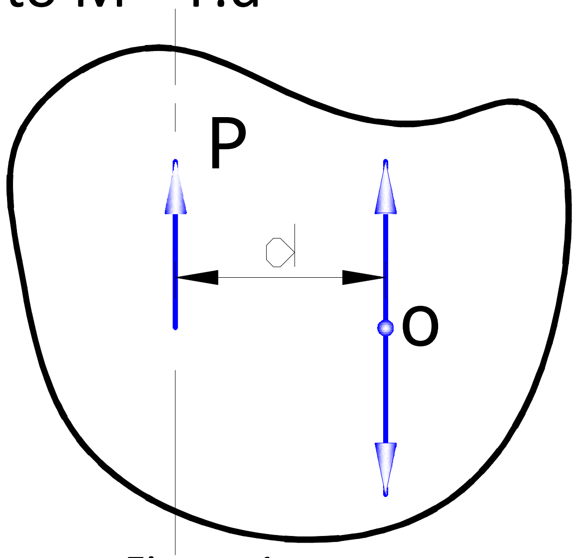


Figura 1

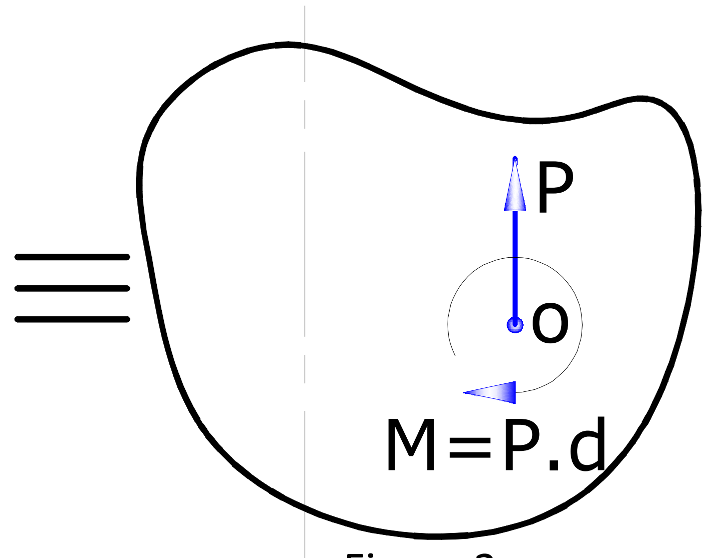
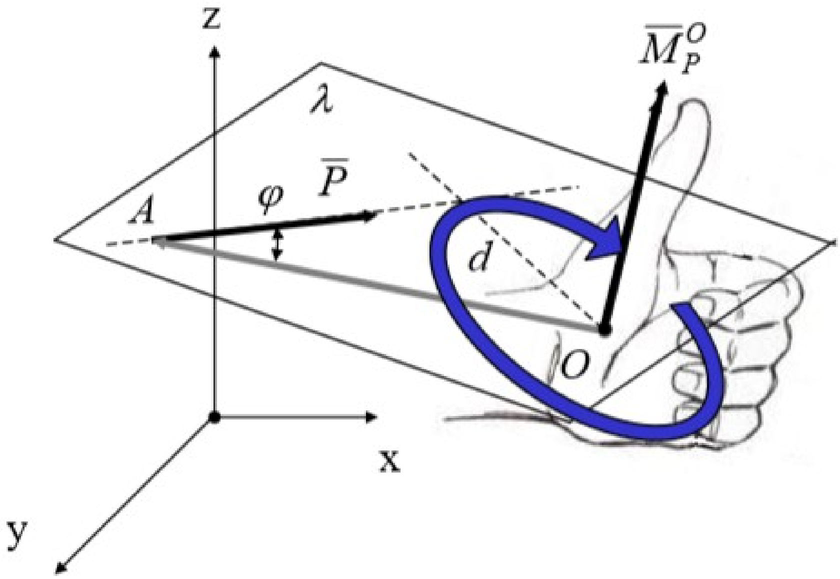
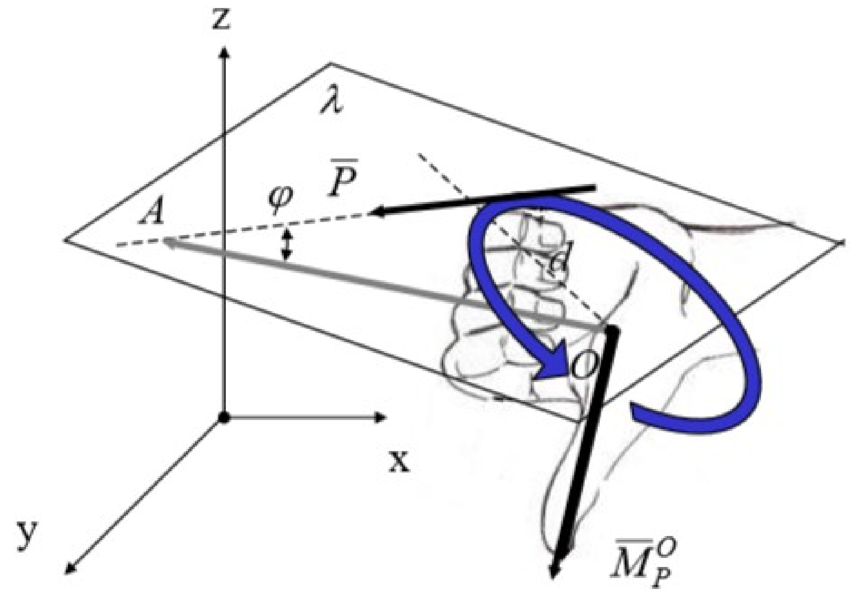


Figura 2

TERNA de REFERENCIA IZQUIERDA

Para encontrar el sentido del momento o cupla que provoca trasladar una fuerza hacia un punto (que no pertenece a su recta de acción), utilizamos la regla de la mano correspondiente a la terna utilizada (en este caso mano izquierda)





La fuerza gira en el plano que forma en conjunto con el vector posición $\overline{A\text{-}0}$ (en **GRIS** en los dibujos), alrededor del centro de reducción ("0" en el dibujo), generando el vector $\overline{MP}_0$ representativo de la cupla. Para usar la regla de la mano el sentido de giro se lleva con la dirección de los 4 dedos, y la dirección y sentido del pulgar me indica la posición y sentido del vector momento. El momento se calculará como $\overline{MP}_0 = \overline{(A\text{-}O)} \wedge \overline{P}$.

NOTA: El vector posición siempre tiene su origen en el centro de reducción (punto "O")

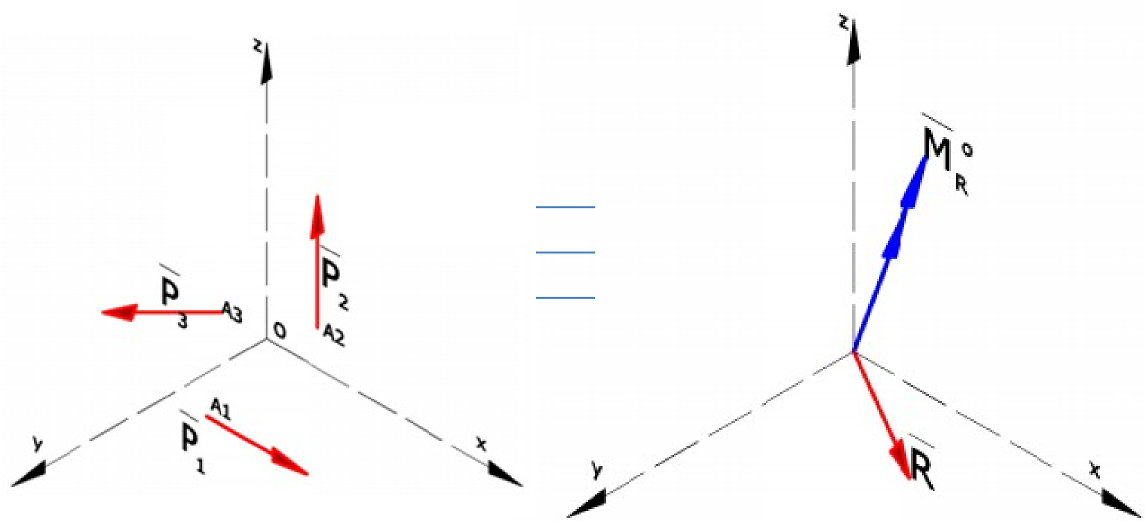
REDUCCIÓN DE UN SIST. DE FUERZAS A UN PUNTO

Dado un sistema de fuerzas Pi, reducir el sistema de fuerzas a un punto que llamamos centro de reducción, consiste en trasladar todas las fuerzas al punto, introduciendo los correspondientes pares de traslación. Luego se suman vectorialmente, por un lado las fuerzas y por el otro los pares de traslación, para así obtener el binomio de reducción.

Binomio de reducción

Resulta de la reducción del sistema de fuerzas al punto O, llamado centro de reducción.

Lo conforman:



$$\overline{R} = \sum_{i=1}^{n} \overline{P}_i$$ Resultante de reducción del sistema

$$\overline{M}^{o}_{R} = \sum_{i=1}^{n} (A_i - O) \wedge \overline{P}_i$$ Momento Resultante de reducción en O

INVARIANTES

INVARIANTE VECTORIAL

Si variamos el centro de reducción, la resultante de reducción no varía. Se constituye así el invariante vectorial del sistema:

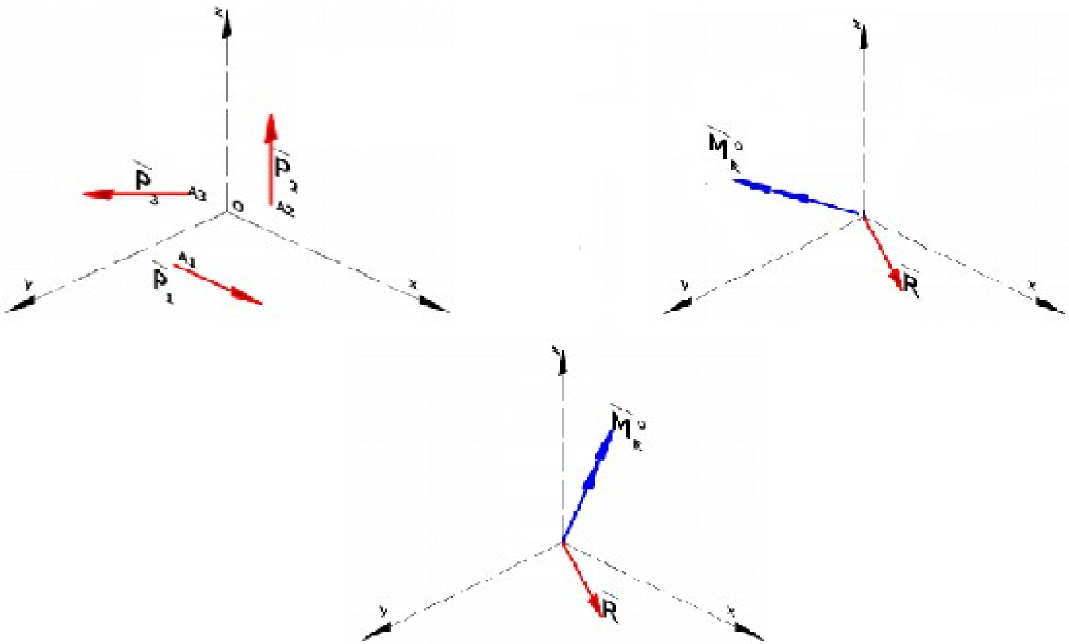
$$I_v = \overline{R}$$

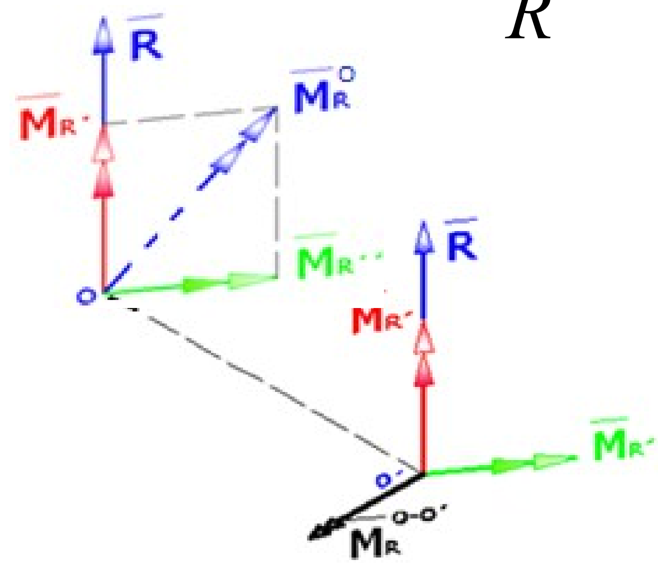
INVARIANTE ESCALAR

Al variar el centro de reducción, varía el vector Momento de reducción.

Pero no varía la proyección del vector Momento sobre la dirección de la resultante de reducción. A esta proyección se la denomina invariante escalar.

$$I_e = \frac{\overline{M}^{o}_{R} \times \overline{R}}{R}$$





CASOS PARTICULARES DEL BINOMIO DE REDUCCION

Si consideramos como el caso mas general a: $\overline{R} \neq 0; \overline{M}_R^o \neq 0; I_e \neq 0$, a continuación podemos plantear los siguientes casos particulares:

1) $\overline{R} = 0$ $\overline{M}_R^o = 0$

Sistema en equilibrio (equivalente a un sistema nulo)

2) $\overline{R} = 0$ $\overline{M}_R^o \neq 0$

El sistema es equivalente a una cupla

3) $\overline{R} \neq 0$ $\overline{M}_R^o = 0$

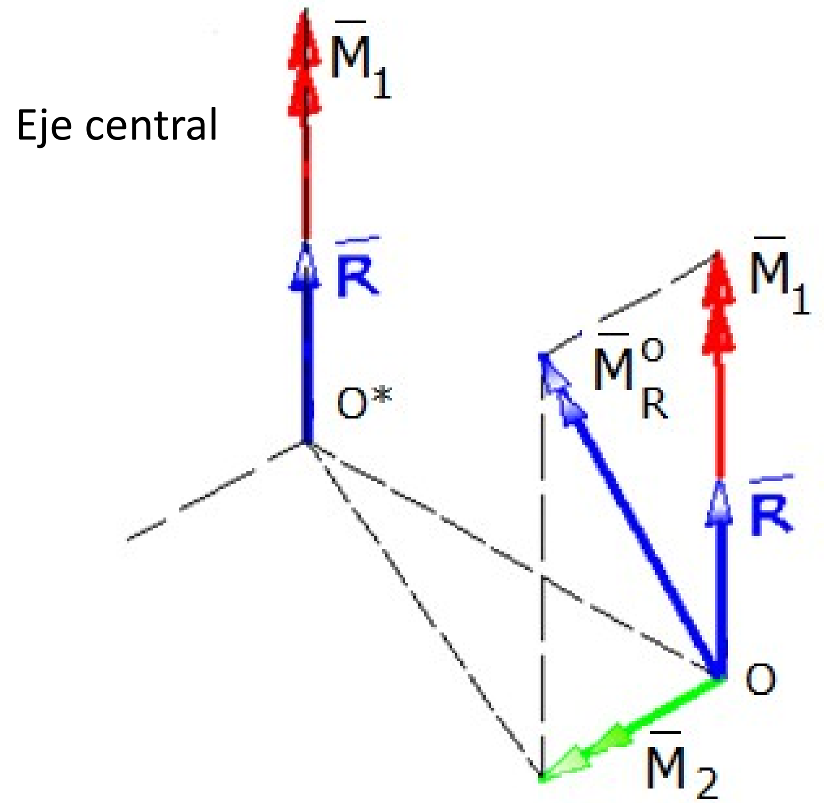
El sistema es equivalente a una única fuerza, la resultante.

4) $\overline{R} \neq 0$ $\overline{M}_R^o \neq 0$ $I_e = 0$

Es posible reducir el sistema a una única fuerza, que es la resultante.

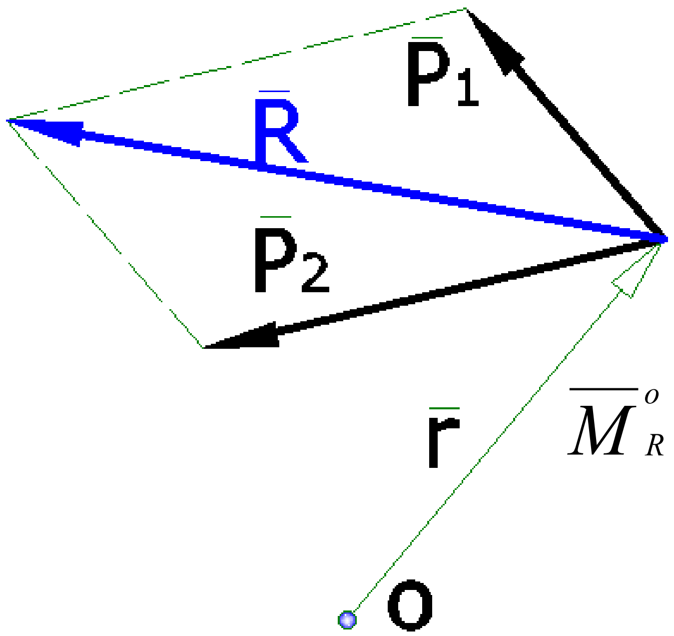
EJE CENTRAL

Son los infinitos puntos que, tomados como centro de reducción, dan origen a un vector momento de dirección paralela a la resultante de fuerzas.



TEOREMA DE VARIGNON

El momento de la resultante de varias fuerzas concurrentes, con respecto a un punto, es igual a la suma de los momentos de las distintas fuerzas con respecto al mismo punto.



$$\overline{M}^{o}_{R} = \bar{r} \wedge \overline{P}_1 + \bar{r} \wedge \overline{P}_2 = \bar{r} \wedge (\overline{P}_1 + \overline{P}_2) = \bar{r} \wedge \overline{R}$$

SISTEMAS DE FUERZAS NO CONCURRENTES EN EL ESPACIO (S.F.N.C.E)

Se los suele denominar también sistemas "gausos“, nombre que proviene del término francés “gauche” con que se denominan las superficies no desarrollables.

Tratándose de sistemas no concurrentes en el espacio, no cabe hablar de una resultante única capaz de reemplazar al sistema, ya que en este caso el invariante escalar es distinto de cero.

El efecto del sistema sobre la estructura o cuerpo en estudio es la roto-traslación.

EQUIVALENCIA DE S.F.N.C.E

Dados dos sistemas de fuerzas, el I (constituido por Pi fuerzas) y el II (constituido por Pj fuerzas), son equivalentes cuando tienen el mismo efecto sobre el cambio del estado de movimiento sobre el cuerpo en que actúan.

Condiciones vectoriales de equivalencia

$$\overline{R}_I = \overline{R}_{II} \qquad \overline{M}^{o}_{R_I} = \overline{M}^{o}_{R_{II}}$$

Condiciones escalares de equivalencia

$$\sum_{i=1}^{n} P_{ix} = \sum_{j=1}^{m} P_{jx} \qquad \sum_{i=1}^{n} M^{O}_{ix} = \sum_{j=1}^{m} M^{O}_{jx}$$

$$\sum_{i=1}^{n} P_{iy} = \sum_{j=1}^{m} P_{jy} \qquad \sum_{i=1}^{n} M^{O}_{iy} = \sum_{j=1}^{m} M^{O}_{jy}$$

$$\sum_{i=1}^{n} P_{iz} = \sum_{j=1}^{m} P_{jz} \qquad \sum_{i=1}^{n} M^{O}_{iz} = \sum_{j=1}^{m} M^{O}_{jz}$$

EQUILIBRIO DE S.F.N.C.E

Un sistema de fuerzas es nulo o está *en equilibrio*, cuando no produce cambio en el estado de movimiento del cuerpo sobre el que actúa.

Condiciones vectoriales de equilibrio $\overline{R} = 0$ $\overline{M}_R^o = 0$

Condiciones escalares de equilibrio

$$\sum_{i=1}^{n} P_{ix} = 0 \qquad \sum_{i=1}^{n} M_{ix}^{O} = 0$$

$$\sum_{i=1}^{n} P_{iy} = 0 \qquad \sum_{i=1}^{n} M_{iy}^{O} = 0$$

$$\sum_{i=1}^{n} P_{iz} = 0 \qquad \sum_{i=1}^{n} M_{iz}^{O} = 0$$

Condiciones que deben cumplir los ejes

a) No deben ser paralelos
b) No deben ser coplanares
c) Si dos de los ejes son coplanares, el 3° no debe ser paralelo al plano determinado por aquellos

OTRAS FORMAS DE ENCONTRAR LAS ECUACIONES ESCALARES

Mediante 6 ecuaciones de momento

$$\sum_{i=1}^{n} M_{X_i} = 0 \ddots \sum_{i=1}^{n} M_{Y_i} = 0 \ddots \sum_{i=1}^{n} M_{Z_i} = 0 \ddots \sum_{i=1}^{n} M_{X'_i} = 0 \ddots \sum_{i=1}^{n} M_{Y'_i} = 0 \ddots \sum_{i=1}^{n} M_{Z'_i} = 0$$

Mediante 5 ecuaciones de momento y 1 de proyección

$$\sum_{i=1}^{n} M_{X_i} = 0 \ddots \sum_{i=1}^{n} M_{Y_i} = 0 \ddots \sum_{i=1}^{n} M_{Z_i} = 0 \ddots \sum_{i=1}^{n} M_{X'_i} = 0 \ddots \sum_{i=1}^{n} M_{Y'_i} = 0 \ddots \sum_{i=1}^{n} P_{Z'_i} = 0$$

Mediante 4 ecuaciones de momento y 2 de proyección

$$\sum_{i=1}^{n} M_{X_i} = 0 \ddots \sum_{i=1}^{n} M_{Y_i} = 0 \ddots \sum_{i=1}^{n} M_{Z_i} = 0 \ddots \sum_{i=1}^{n} M_{X'_i} = 0 \ddots \sum_{i=1}^{n} P_{Y'_i} = 0 \ddots \sum_{i=1}^{n} P_{Z'_i} = 0$$

En todos los casos los ejes deben se tomados cuidadosamente para detectar todas las cargas

Ejemplo

a) Reducir el sistema al origen de coordenadas
b) Calcular el momento del sistema respecto al eje x
c) Determinar el invariante vectorial y el escalar

Fuerzas en kN, distancias en m, por lo tanto los momentos serán en kNm

$$\overline{P}_1 = i + j + k$$

$$A_1 = (0 \quad 0 \quad 1)$$

$$\overline{P}_2 = -2i - j + 2k$$

$$A_2 = (0 \quad 2 \quad 0)$$

a) Reducir el sistema al origen de coordenadas

$$\overline{R} = -i + 3k$$

$$\overline{M}^o_R = \sum_{i=1}^{n} \overline{M}^o_{P_i} \qquad \overline{M}^o_R = \sum (A_i - O) \wedge \overline{P}_i$$

$$\overline{M}^o_{P_1} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = -i + j \qquad \overline{M}^o_{P_2} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 0 & 2 & 0 \\ -2 & -1 & 2 \end{vmatrix} = 4i + 4k \qquad \overline{M}^o_R = 3i + j + 4k$$

b) Calcular el momento del sistema respecto al eje x

$$M^X_R = \breve{i} \times \overline{M}^o_R = (1 \quad 0 \quad 0) \times (3 \quad 1 \quad 4) = 3$$

Ejemplo

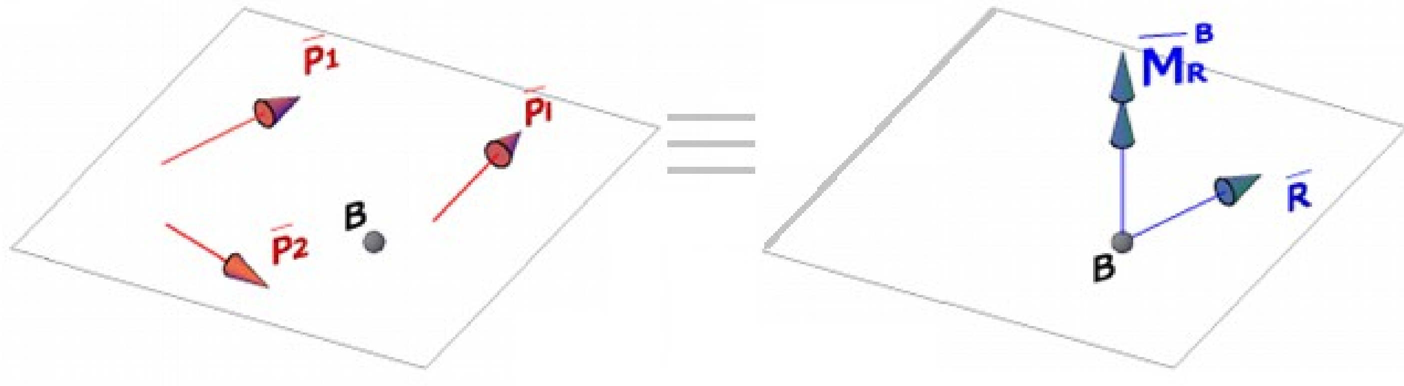
c) Determinar el invariante vectorial y el escalar

$$Iv = \overline{R} = -i + 3k$$

$$I_e = \frac{\overline{M}^o_R \times \overline{R}}{R} = 2,846$$

SISTEMA PLANO DE FUERZAS NO CONCURRENTES

Todas las rectas de acción están contenidas en el mismo plano. Tomando como punto de reducción un punto B se determina la resultante de traslación y el momento resultante del sistema respecto del punto B, los cuales se encuentran a 90° (por cuanto el Ie=0)



Si $\overline{R} \neq 0$ y $\overline{M}_R^o \neq 0$ y como Ie = 0, el sistema admite resultante.

Si $\overline{R} = 0$ y $\overline{M}_R^o \neq 0$ el sistema se reduce a una cupla.

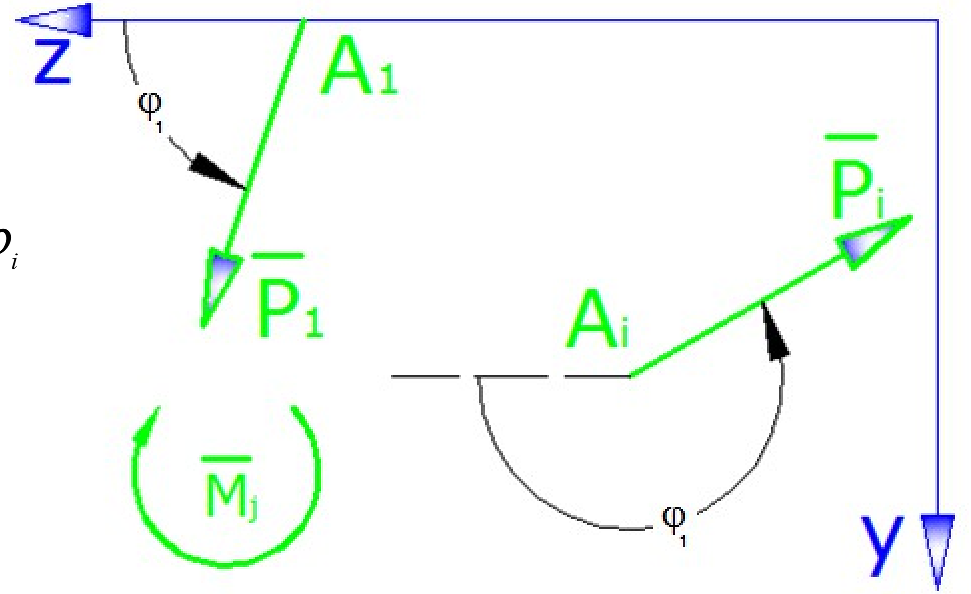
Si $\overline{R} \neq 0$ y $\overline{M}_R^{o*} = 0$ O* pertenece a la recta de acción de la resultante.

Si $\overline{R} = 0$ y $\overline{M}_R^o = 0$ Equilibrio

El eje central coincide con la recta de acción de la resultante

SISTEMA PLANO DE FUERZAS NO CONCURRENTES

Reducción al origen coordenado



$$\overline{R} = \sum_{i=1}^{n} \overline{P}_i$$

$$R_x = 0 \qquad R_y = \sum_{i=1}^{n} P_i sen\varphi_i \qquad R_z = \sum_{i=1}^{n} P_i \cos\varphi_i$$

φ_i : Argumento

$$\overline{M}_R^O = \sum_{i=1}^{n} (A_i - O) \wedge \overline{P}_i + \sum_{j=1}^{m} \overline{M}_j$$

$$\sum_{i=1}^{n} (A_i - O) \wedge \overline{P}_i = \sum_{i=1}^{n} \begin{vmatrix} \breve{i} & \breve{j} & \breve{k} \\ 0 & y_{Ai} - y_O & z_{Ai} - z_O \\ 0 & P_i sen\varphi_i & P_i \cos\varphi_i \end{vmatrix} = \sum_{i=1}^{n} [(y_{Ai} - y_O) P_i \cos\varphi_i - (z_{Ai} - z_O) P_i sen\varphi_i] \breve{i}$$

$$M_x = \sum_{i=1}^{n} [(y_{Ai} - y_O) P_i \cos\varphi_i - (z_{Ai} - z_O) P_i sen\varphi_i] + \sum_{j=1}^{m} M_j \qquad M_y = 0 \qquad M_z = 0$$

EQUIVALENCIA DE S.P.F.N.C.

Condiciones vectoriales de equivalencia

$$\overline{R}_I = \overline{R}_{II} \qquad \overline{M}^{o}_{R_I} = \overline{M}^{o}_{R_{II}}$$

Condiciones escalares de equivalencia

$$\sum_{i=1}^{n} P_{iz} = \sum_{j=1}^{m} P_{jz}$$

$$\sum_{i=1}^{n} P_{iy} = \sum_{j=1}^{m} P_{jy}$$

$$\sum_{i=1}^{n} M^{O}_{i} = \sum_{j=1}^{m} M^{O}_{j}$$

EQUILIBRIO DE S.P.F.N.C

Condiciones vectoriales de equilibrio

$$\overline{R} = 0 \qquad \overline{M}_R^{o} = 0$$

Condiciones escalares de equilibrio

$$\sum_{i=1}^{n} P_{iz} = 0 \qquad \sum_{i=1}^{n} P_{iy} = 0 \qquad \sum_{i=1}^{n} M_{ix} = \sum_{i=1}^{n} M_{i}^{O} = 0$$

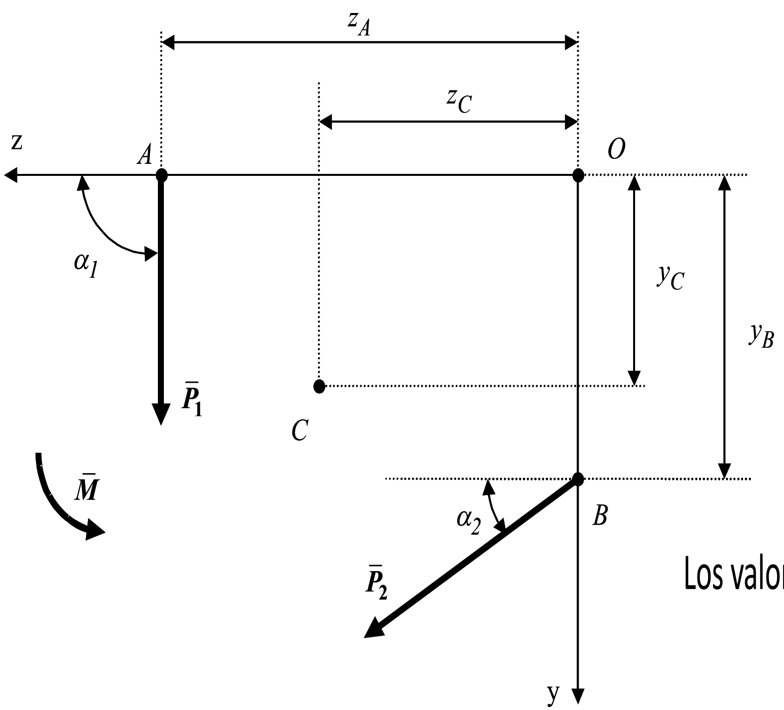
Para que sea est. determinado solo se pueden presentar 3 incógnitas

OTRAS FORMAS DE ENCONTRAR LAS ECUACIONES ESCALARES

Mediante 3 ecuaciones de momento respecto a 3 puntos

Mediante 1 de proyección y 2 de momento

Ejercicio ejemplo Sistema plano de fuerzas



P1	P2	M	α1	α2	y A	z A	y B	z B	y C	z C
kN	kN	kN m	°	°	m	m	m	m	m	m
20	40	30	90	20	0	4	4	0	2	2

Los valores indicados en la tabla corresponden al módulo de las magnitudes correspondientes

Se solicita:

Hallar el binomio de reducción en el punto *O*

Determinar la resultante del sistema (módulo, dirección, sentido y un punto de aplicación)

Equilibrarlo con una cupla y dos fuerzas, cuyas rectas de acción sean, respectivamente, el eje z y una paralela al eje y que pase por el punto *C*.

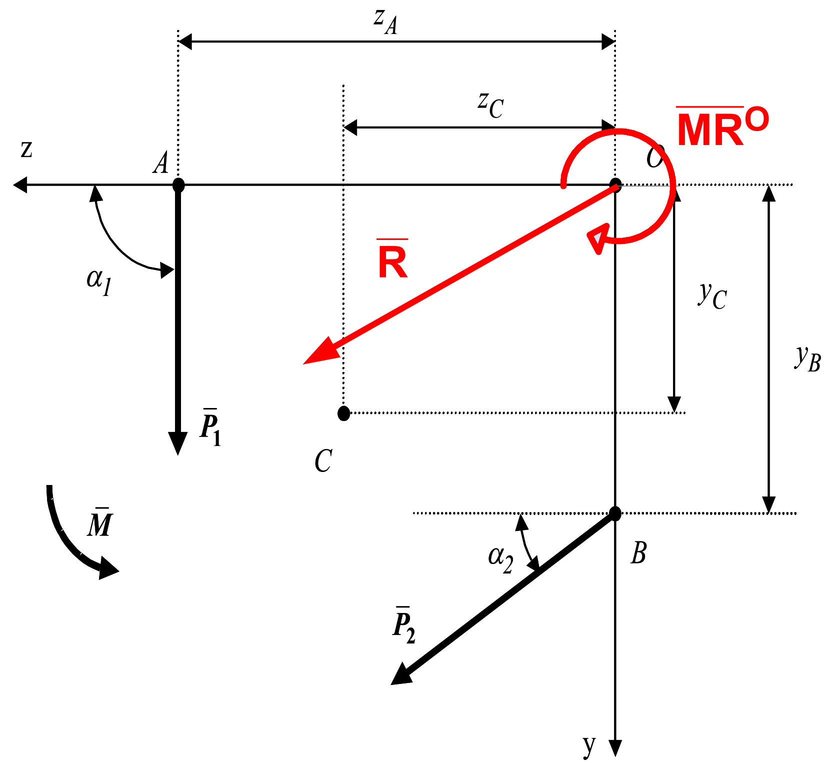
Equilibrarlo con dos fuerzas, una cuya recta de acción pase por el punto *C* y otra cuya recta de acción sea el eje *y*.

Binomio de reducción al punto “0” (origen de coordenadas)

$$R_y = P_1 \cdot \sin(\alpha_1) + P_2 \cdot \sin(\alpha_2)$$
$$R_z = P_1 \cdot \cos(\alpha_1) + P_2 \cdot \cos(\alpha_2)$$

$$M_{Rx}^{O} = -P_1 \cdot \sin(\alpha_1) \cdot z_A + P_2 \cdot \cos(\alpha_2) \cdot y_B - M$$

Ry	Rz	MROx
33,7	37,6	40,4

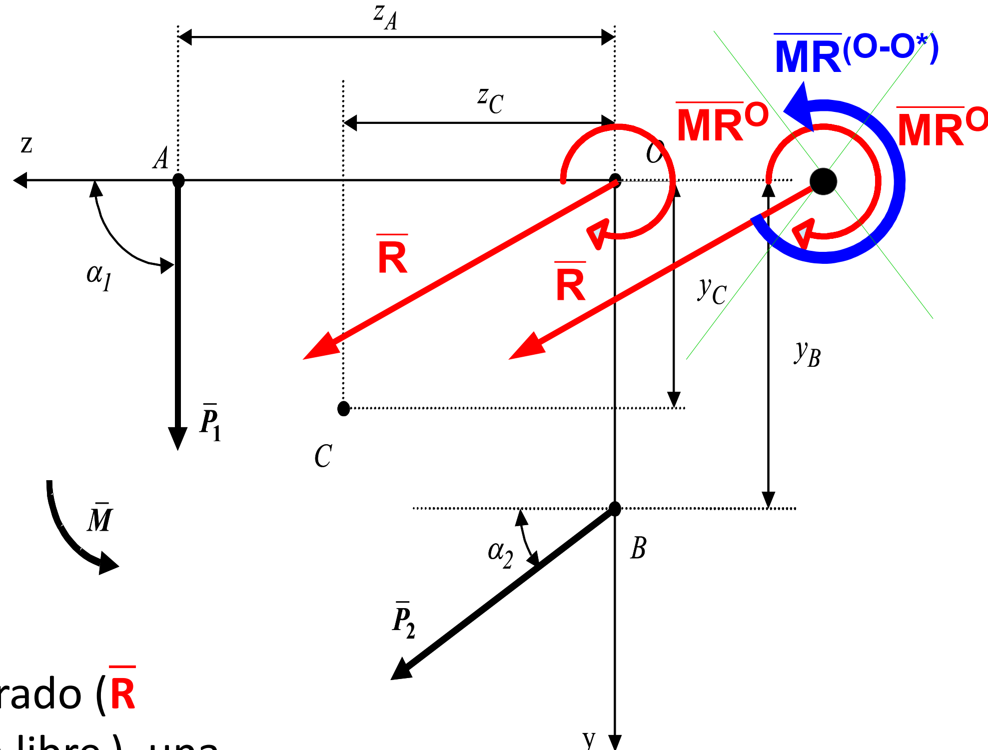


Resultante:

Vector $R = R_y \cdot j + R_z \cdot k$

Módulo $R = \sqrt{R_y^{\,2} + R_z^{\,2}}$

Punto de aplicación *O** de la resultante:



Si redujéramos el sistema (pero partiendo, no del sistema original sino de un sistema equivalente: ahora usando el binomio de reducción $\overline{\mathbf{R}}$ y $\overline{\mathbf{MR}}^{\mathbf{0}}$) a un punto "O*" - de coordenadas desconocidas - de la recta de acción de la resultante...

Obtendríamos, además del binomio encontrado ($\overline{\mathbf{R}}$ como invariante vectorial y $\overline{\mathbf{MR}}^{\mathbf{0}}$ como cupla libre), una cupla al reducir $\overline{\mathbf{R}}$ hacia "O*" ($\overline{\mathbf{MR}}^{(O-O*)}$), que tiene igual dirección y módulo que $\overline{\mathbf{MR}}^{\mathbf{0}}$ pero sentido contrario.

Por lo tanto, se anulan mutuamente, quedando sólo $\overline{\mathbf{R}}$ equivalente al sistema original...

<u>El sistema de fuerzas provoca sólo traslaciones en el cuerpo o estructura en estudio, pudiendo ser reducido a una Resultante única</u>

Para hallar un punto de aplicación O^* de la resultante (con coordenadas y_{O^*} y z_{O^*}), debe plantearse:

1°) Encontrar la cupla de traslación de $\overline{\mathbf{R}}$ calculando: $\overline{\mathbf{MR}}^{(O\text{-}O^*)} = (O\text{-}O^*) \wedge \overline{\mathbf{R}}$ ⇨ $\begin{vmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ 0 & -y_{O^*} & -z_{O^*} \\ 0 & Ry & Rz \end{vmatrix}$

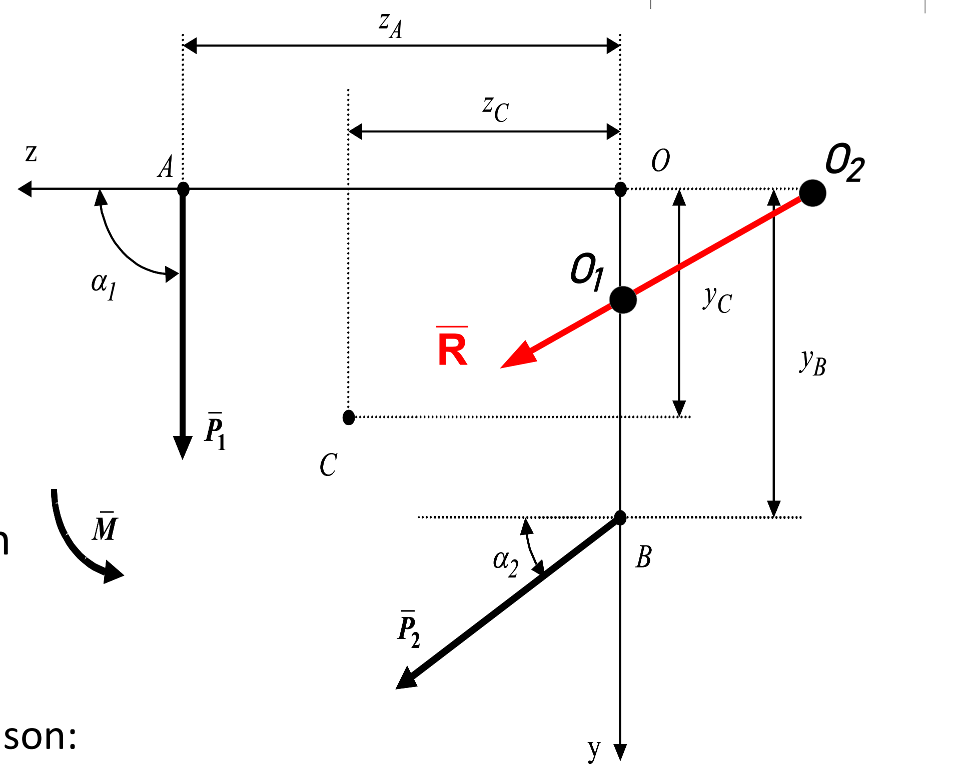
2°) Sumar vectorialmente $\overline{\mathbf{MR}}^{(O\text{-}O^*)} + \overline{\mathbf{MR}}^{0} = 0$

por lo que escalarmente planteamos:

$$R_y \cdot z_{O^*} - R_z \cdot y_{O^*} + M_{R\,x}^{O} = 0$$

Por lo que, evidentemente, existen infinitos puntos de aplicación de la resultante, formando una recta:

$$z_{O^*} = \frac{R_z}{R_y} \cdot y_{O^*} - \frac{M_{R\,x}^{O}}{R_y} \quad \text{ó} \quad y_{O^*} = \frac{R_y}{R_z} \cdot z_{O^*} + \frac{M_{R\,x}^{O}}{R_z}$$



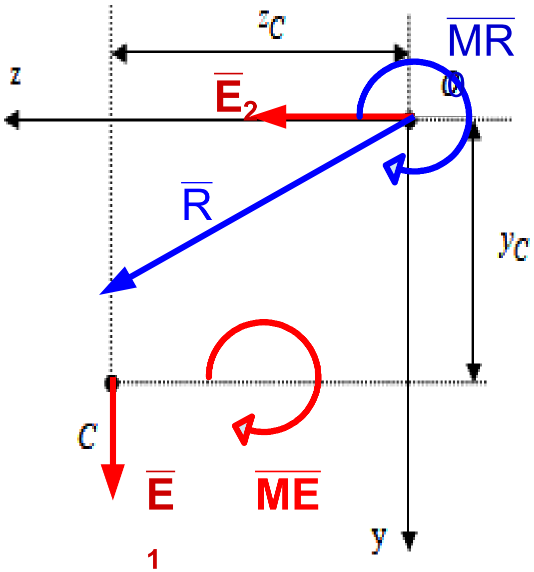
Los puntos de intersección de esta recta con los ejes coordenados $\bar{y}$ y $\bar{z}$ son O_1 y O_2

$$z_{O_2} = -\frac{M_{R\,x}^{O}}{R_y} \quad \text{y} \quad y_{O1} = \frac{M_{R\,x}^{O}}{R_z}$$

Cuyos valores son:

Ry	Rz	R	zO1	yO1	zO2	yO2
33,7	37,6	50,5	0	1,07	-1,19	0

Equilibrar el sistema con una cupla y dos fuerzas, cuyas rectas de acción sean, respectivamente, el eje z y una paralela al eje y que pase por el punto *C*



Como el binomio de reducción **(AZUL)** en “0” es equivalente al sistema original, trabajaremos con $\overline{R}$ y $\overline{MR}_0$ y lo equilibramos con el conjunto de fuerzas en **ROJO**

Las magnitudes estáticas equilibrantes y sus respectivos puntos de aplicación serán:

$$\bar{E}_1 = E_{1y} \cdot j$$

$$\bar{E}_2 = E_{2z} \cdot k$$

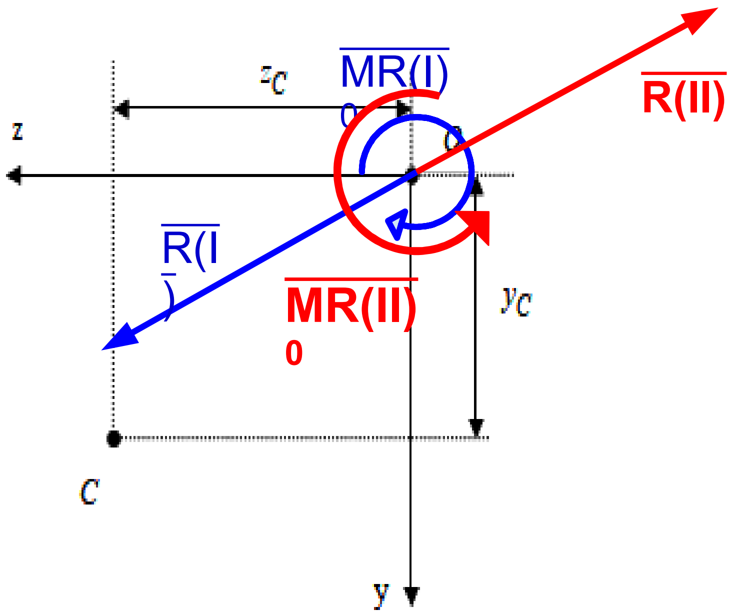
$$\bar{M}_E = M_E \cdot i$$

$$C(y_C \quad z_C)$$

$$O(0 \quad 0)$$

<u>NOTA</u>: Las direcciones son dato, pero los sentidos y múdulos de las fuerzas y momento “E” son incógnitas. Lo recomendable es asignar sentidos positivos (en este caso de acuerdo a la terna izquierda usada) a todas las incógnitas. Los módulos se calcularán a continuación planteando el “EQUILIBRIO” de ambos sistemas. El **AZUL** y el **ROJO**

Plantear el equilibrio de ambos sistemas significa plantear la nulidad del conjunto de todas las fuerzas puestas en juego (o sea: ambos binomios de reducción).



Vectorialmente:

$$\overline{R(I)} + \overline{R(II)} = 0$$

$$\overline{MR(I)}_0 + \overline{MR(II)}_0 = 0$$

Escalarmente:

(1) $$R_y + E_{1y} = 0$$

(2) $$R_z + E_{2z} = 0$$

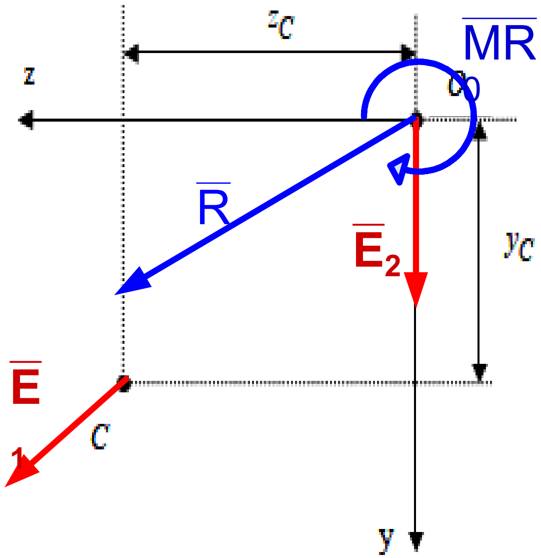
(3) $$M^O_{R\,x} + M_E - E_{1y} \cdot z_C = 0$$

Sistema de 3 ecuaciones con 3 incógnitas cuya resolución es:

E1y	*E2z*	*ME*
-33,7	-37,6	-107,7

NOTA: Los signos “-” significan que los sentidos arbitrariamente elegidos para las incógnitas son contrarios a los reales.

Equilibrar el sistema con dos fuerzas, una cuya recta de acción pase por el punto *C* y otra cuya recta de acción sea el eje y



Como el binomio de reducción **(AZUL)** en "0" es equivalente al sistema original, trabajaremos con $\overline{R}$ y $\overline{MR}_0$ y lo equilibramos con el conjunto de fuerzas en **ROJO**

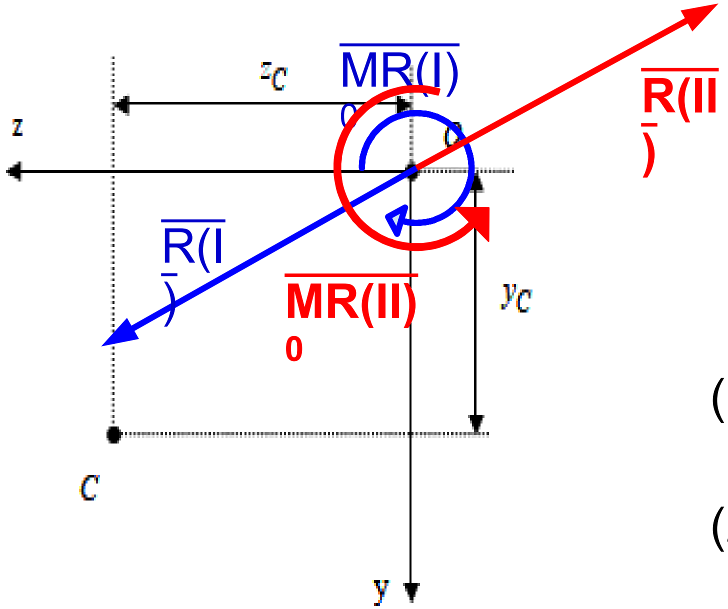
Las magnitudes estáticas equilibrantes y sus respectivos puntos de aplicación serán:

$$\overline{E}_1 = E_{1y} \cdot j + E_{1z} \cdot k \qquad C(y_C \quad z_C)$$

$$\overline{E}_2 = E_{2y} \cdot j \qquad O(0 \quad 0)$$

<u>NOTA</u>: Las direcciones son dato, pero los sentidos y múdulos de las fuerzas son incógnitas. Lo recomendable es asignar sentidos positivos (en este caso de acuerdo a la terna izquierda usada) a todas las incógnitas. Los módulos se calcularán a continuación planteando el "EQUILIBRIO" de ambos sistemas. El **AZUL** y el **ROJO**

Plantear el equilibrio de ambos sistemas significa plantear la nulidad del conjunto de todas las fuerzas puestas en juego (o sea: ambos binomios de reducción).



Vectorialmente:

$$\overline{R(I)} + \overline{R(II)} = 0$$

$$\overline{MR(I)}_0 + \overline{MR(II)}_0 = 0$$

Escalarmente:

(1) $$R_y + E_{1y} + E_{2y} = 0$$

(2) $$R_z + E_{1z} = 0$$

(3) $$M^O_{R\,x} + E_{2y} \cdot z_C + R_y \cdot z_C - R_z \cdot y_C = 0$$

Sistema de 3 ecuaciones con 3 incógnitas cuya resolución es:

E1y	***E1z***	***E2y***
-17,4	-37,6	-16,3

<u>*NOTA*</u>: Los signos “-” significan que los sentidos arbitrariamente elegidos para las incógnitas son contrarios a los reales.