

# Análisis de Sensibilidad con GLPK



Modelos y Optimización I

Redacción Iván Terzano – Revisión Pablo Colombo

Facultad de Ingeniería de la Universidad de Buenos Aires

Versión 1.0 – Noviembre 2021

# Índice

Introducción.....	2
Problema Base.....	2
Modelo GLPK.....	2
Preguntas a responder.....	2
Cómo generar las salidas que necesitamos.....	3
Salidas.....	3
.sol.....	3
.sen.....	4
Respondiendo las preguntas.....	4
Estructura óptima (1 a 4).....	4
Archivo .sen.....	5
¿Qué pasa si aumento/disminuyo algún recurso?.....	5
¿Qué pasa si aumento/disminuyo el mínimo de producto B?.....	5
¿Qué pasa si aumento/disminuyo alguno de los valores de los productos en el funcional?.....	6
Anexo.....	7
Tabla de definiciones extraída de Wikibooks.....	7
Rows.....	7
Columns.....	7
Bibliografía.....	8

## Introducción

El objetivo de este apunte es entender las salidas que nos provee GLPK para poder efectuar, en cierto grado, un análisis de sensibilidad de la solución alcanzada. Se asume que quien está leyendo conoce cómo usar GLPK y obtener un resultado con el software<sup>1</sup>. También se asume que conoce los conceptos del análisis de sensibilidad.

Para ello usaremos una adaptación del problema que están en el apunte de la cátedra Lindo: Explicación del significado de los resultados[...] citado en la Bibliografía de este apunte.

## Problema Base

Una empresa fabrica y vende tres productos (A, B y C). Se dispone de 10kg diarios de materia prima y de 20hs máquina diaria. Debido a un contrato firmado con un cliente se deben producir, como mínimo, 3 unidades diarias del producto B. A continuación se muestran los requisitos y beneficios unitarios de cada producto

	A	B	C
Materia Prima (kg/día)	1	2	1
Hs Máquina (hs/día)	3	2	1
Beneficio Unitario (\$)	4	2	2

## Modelo GLPK

```
var PA >= 0;
var PB >= 0;
var PC >= 0;

maximize z: 4*PA + 2*PB + 2*PC;

s.t. MateriaPrima: PA + 2*PB + PC <= 10;
s.t. HsMaq: 3*PA + 2*PB + PC <= 20;
s.t. DemMin: PB >= 3;
```

## Preguntas a responder

1. ¿Cuánto vale PA, PB y PC?
2. ¿Cómo es el uso de recursos?
3. ¿Cuál es el Costo de Oportunidad de cada producto?
4. ¿Cuál es el Valor Marginal de cada recurso?
5. ¿Qué pasa si aumento/disminuyo algún recurso?

---

1 De lo contrario puede consultar los apuntes de la cátedra [Instructivo GLPK](#) y [Guía rápida de uso de GLPK](#)

6. ¿Qué pasa si aumento/disminuyo el mínimo de producto B?
7. ¿Qué pasa si aumento/disminuyo alguno de los valores de los productos en el funcional?

## Cómo generar las salidas que necesitamos

Para poder realizar un análisis de sensibilidad que no sea básico, necesitamos generar una nueva salida (no alcanza con el output que generamos normalmente). Para ello existe la opción `--ranges`

```
glpsol -m ejercicio.mod -o ejercicio.sol --ranges ejercicio.sen
```

## Salidas

### .sol

```

Problem:   ejercicio
Rows:     4
Columns:  3
Non-zeros: 10
Status:   OPTIMAL
Objective: z = 22 (MAXimum)

```

No.	Row name	St	Activity	Lower bound	Upper bound	Marginal
1	z	B	22			
2	MateriaPrima	NU	10		10	4
3	HsMaq	B	18		20	
4	DemMin	NL	3	3		-6

  

No.	Column name	St	Activity	Lower bound	Upper bound	Marginal
1	PA	B	4	0		
2	PB	B	3	0		
3	PC	NL	0	0		-2

```

Karush-Kuhn-Tucker optimality conditions:
KKT.PE: max.abs.err = 0.00e+00 on row 0
        max.rel.err = 0.00e+00 on row 0
        High quality
KKT.PB: max.abs.err = 0.00e+00 on row 0
        max.rel.err = 0.00e+00 on row 0
        High quality
KKT.DE: max.abs.err = 0.00e+00 on column 0
        max.rel.err = 0.00e+00 on column 0
        High quality
KKT.DB: max.abs.err = 0.00e+00 on row 0
        max.rel.err = 0.00e+00 on row 0
        High quality
End of output

```

# .sen

```
GLPK 5.0 - SENSITIVITY ANALYSIS REPORT Page 1
Problem: apunte anal_sen
Objective: z = 22 (MAXimum)

  No. Row name  St      Activity      Slack      Lower bound      Activity      Obj coef      Obj value at      Limiting
      Marginal  Upper bound     range      range      break point     variable
-----
  1 z          BS      22.00000    -22.00000    -Inf          10.00000      -1.00000      .                DemMin
      .                +Inf          22.00000      +Inf          +Inf
  2 MateriaPrima NU      10.00000      .            -Inf          6.00000      -4.00000      6.00000        PA
      4.00000          10.00000      10.66667      +Inf          24.66667      HsMaq
  3 HsMaq      BS      18.00000      2.00000      -Inf          10.00000     -1.00000      4.00000        PC
      .                20.00000      18.00000      +Inf          +Inf
  4 DemMin     NL      3.00000      .            3.00000      2.50000      -Inf          25.00000       HsMaq
      -6.00000          +Inf          5.00000      6.00000      10.00000      PA

GLPK 5.0 - SENSITIVITY ANALYSIS REPORT Page 2
Problem: apunte anal_sen
Objective: z = 22 (MAXimum)

  No. Column name St      Activity      Obj coef      Lower bound      Activity      Obj coef      Obj value at      Limiting
      Marginal  Upper bound     range      range      break point     variable
-----
  1 PA          BS      4.00000      4.00000      .            -Inf          2.00000      14.00000       PC
      .                +Inf          4.00000      +Inf          +Inf
  2 PB          BS      3.00000      2.00000      .            3.00000      -Inf          -Inf
      .                +Inf          5.00000      8.00000      40.00000      DemMin
  3 PC          NL      .            2.00000      .            -1.00000     -Inf          24.00000       HsMaq
      -2.00000          +Inf          4.00000      4.00000      14.00000      PA

End of report
```

## Respondiendo las preguntas

### Estructura óptima (1 a 4)

Para responder las primeras 4 preguntas nos alcanza con el archivo [.sol](#) (aunque también tenemos esta información en el archivo [.sen](#))

Para empezar GLPK separa el output en 2: *rows* y *columns*. En rows pone la información de las restricciones y en columns la de las variables reales del problema. Luego nos presenta los resultados de forma matricial. Esta parte es bastante intuitiva así que dejaremos una breve explicación de cada columna<sup>2</sup>.

**No.:** Es el número de restricción o variable (según el orden en que fueron declaradas).

**Row/Column Name:** Nombre de la restricción o variable según corresponda.

**St:** Puede ser B, NU, NL o NS. Lo que importa es que si la variable (o slack asociada a esa restricción) está en la Base va una B. El resto indica si la variable está sobre el límite superior (NU) de la restricción<sup>3</sup>, inferior (NL) o es una igualdad (NS).

**Activity:** Es el nivel de actividad de la variable o restricción. En el caso de las variables reales es simple, es el valor que toma dicha variable. Para las restricciones indica cuánto suma el lado izquierdo de la restricción. Dicho de otra forma, si es un recurso nos indica cuánto se está usando del mismo. Si es una demanda mínima nos indica con cuánto (valor absoluto) estamos cumpliendo esa demanda. ¡Importante! En el caso de las restricciones el valor que nos da NO ES LA SLACK

<sup>2</sup> Para más información consultar el link a Wikibooks en la bibliografía

<sup>3</sup> Lo mismo vale también para las variables pero está fuera del alcance de la materia

**Lower/Upper Bound:** Si está vacío es que no tiene límite (en ese lado). Caso contrario es el valor inferior (lower) o superior (upper) de la restricción.

**Marginal:** Es el Valor Marginal (para las restricciones) o el Costo de Oportunidad (para las variables reales). En el caso de las restricciones indica cuánto cambia el funcional si aumentamos en uno el término independiente de la restricción que esté en el límite (es decir, si tenemos límite inferior y superior y la restricción está en límite inferior, es aumentar en uno ese término). Lo mejor es pensar en términos del problema qué significa ese número y recordar que siempre indica si el funcional aumenta (valores positivos) o disminuye (valores negativos).

## Archivo .sen

A continuación mencionaremos solamente las columnas que sean distintas a las del archivo .sol, tener en cuenta que para ahorrar espacio, en algunas columnas se unen 2 valores distintos. Es ese el caso de Slack/Marginal y Lower Bound/Upper Bound. Por otro lado, hay ciertas columnas que según si estamos en rows o columns no tiene mucho sentido analizarlas, nos enfocaremos en lo que vamos a usar en la materia.

**Slack:** Como su nombre lo indica, es el valor de la slack de la restricción.

**Activity range (rows):** Es el rango de variación del término independiente de la restricción en el cuál se mantiene la estructura óptima del problema. Sólo es válido para las variables que no estén en la base<sup>4</sup>.

**Obj coef range:** Es el rango de variación del término independiente en el funcional. Esto vale tanto para rows como columns, pero tiene más sentido el análisis en la parte de columns.

**Obj value at break point:** Es el valor del funcional en el punto de quiebre (los límites del rango de variación).

**Limiting variable:** Este es un dato extra que nos da GLPK, nos indica qué variable/restricción es la que impide seguir aumentando/disminuyendo los límites.

## ¿Qué pasa si aumento/disminuyo algún recurso?

Para responder esta pregunta (spoiler: y las que siguen) necesitaremos utilizar el archivo de [sensibilidad](#)

Para esto usaremos el Activity range en la parte de rows, el análisis es el mismo que realizamos con una tabla simplex con la particularidad que no podemos “pasar de tabla”.

Ojo, no olvidarse que si la variable tiene sobrante debemos hacer el análisis “a mano”.

## ¿Qué pasa si aumento/disminuyo el mínimo de producto B?

El análisis es el mismo que en la pregunta anterior. Para la salida provista anteriormente, podemos ver que DemMin tienen un rango de 2.5 a 5, es decir que en ese rango las variables en la base serán las mismas (recordemos que como esto pasa en el dual, la cantidad de producto que se fabrica se ve afectada).

---

<sup>4</sup> En realidad es más complejo, para las variables que están en la base no se calcula explícitamente el Activity range sino que lo que se calcula es el Obj coef range y en base a eso se obtiene el Activity range. Esto tiene más sentido para la parte de *columns* que la de *rows*

## **¿Qué pasa si aumento/disminuyo alguno de los valores de los productos en el funcional?**

Esto lo podemos ver con Obj coef range en la parte de columns. Nuevamente usando el ejemplo ya provisto, podemos ver que en el caso de PB la estructura se mantendrá óptima para el rango -Inf y 8. En este caso no cambian los valores de las variables pero sí el funcional.

## Anexo

### Tabla de definiciones extraída de Wikibooks

#### Rows

Header	Values	Comment
No		ordinal number of row, 1 ... $n$
Row name		symbolic name (blank if none)
St		row status
	BS	constraint inactive
	NL	inequality constraint with lower RHS active
	NU	inequality constraint with upper RHS active
	NS	equality constraint active
	NF	free row active
Activity		(primal) value of auxiliary variable
Slack		(primal) value of slack variable
Marginal		reduced cost (dual activity) of auxiliary variable
Lower bound		lower bound of RHS (- $\text{Inf}$ if open)
Upper bound		upper bound of RHS (+ $\text{Inf}$ if open)
Obj coeff range		range of objective coefficients related to row
Obj value		objective value
Limiting variable		name of limiting variable

#### Columns

Header	Values	Comment
No		ordinal number of column, 1 ... $m$
Column name		symbolic name (blank if none)
St		column status
	BS	basic column
	NL	non-basic column with lower bound active
	NU	non-basic column with upper bound active
	NS	non-basic fixed column
	NF	non-basic free (unbounded) column
Activity		(primal) value of structural variable
Obj coeff		objective coefficient for structural variable
Marginal		reduced cost (dual activity) of structural variable
Lower bound		lower bound on structural variable (- $\text{Inf}$ if open)
Upper bound		upper bound on structural variable (+ $\text{Inf}$ if open)
Obj value		objective value
Limiting variable		name of limiting variable



## Bibliografía

1. [Lindo: Explicación de resultados](#) (Apunte de la cátedra)
2. [GLPK/Solution information](#) (Wikibooks)
3. [Apunte: Analisis De Sensibilidad](#) (Apunte de la cátedra)