Tu razón y tu pasión son el timón y las velas de tu alma viajera.
Si tu timón o tus velas se rompieran,
no podrías más que agitarte e ir a la deriva o permanecer inmóvil en medio del mar. Porque la razón,
gobernando sola, es una fuerza limitadora,
y la pasión, desgobernada, es una llama que quema hasta su propia destrucción.
Por lo tanto, hacé que tu alma exalte a tu razón a la altura de tu pasión,
para que sea capaz de cantar.
Y dirigí tu pasión con el razonamiento, para que pueda vivir a través de su diaria resurrección
y, como el ave fénix, elevarse de sus propias cenizas.

Khalil Gibran - "El Profeta"

"Tu razón y tu pasión son el timón y las velas de tu alma viajera"

Este apunte comenzó siendo unas notas de no más de tres carillas tomadas después de una clase. Pasaron muchos trenes y muchos aviones, y después de casi un año se convirtieron en esta guía que debería acompañar a quien la lea a través de uno de los temas centrales de la materia. Espero haber sido lo suficientemente claro y útil para quienes necesiten un timón en el mar de sus conocimientos. Si una vez leído el apunte, se sienten capaces de llegar a buen puerto, me doy por satisfecho.

"Si tus velas se rompieran, no podrías hacer más que quedarte inmóvil en medio del mar".

Sin embargo, sólo puedo marcarles un rumbo, el viento en las velas tienen que ponerlo ustedes. Este trabajo está pensado como un apunte práctico, con el que tienen que trabajar para poder aprehender los conceptos que acá se expresan.

Quiero agradecer a los que aún sin saberlo, ayudaron para que esto sea lo que es: A **Silvia**, por confiar en mí, a **Diego** por la inspiración, a **Dino** por la paciencia, y a **Jessica** por los apuntes. También quiero agradecer a todos los que colaborarán para que esto deje de ser lo que es: a quienes después de leerlo hagan llegar al cuerpo docente de la cátedra sus opiniones, quejas y sugerencias sobre este apunte (ya estoy pensando en la próxima versión). Y muy especialmente, quiero agradecerle a Juan por enseñarme a nunca dejar de aprender.

Pablo – Junio de 2001.

Quiero agradecer a todos los que a partir de la primera impresión de este apunte me hicieron llegar sus comentarios, críticas y sugerencias sobre el mismo. También pedirles disculpas, por las dudas y recapitulaciones que los errores que había aquí les hayan generados. Si no les sirvió para aprender Simplex, espero que les haya enseñado a confiar en sus propias ideas, y no aceptar lo que viene de afuera sin antes razonarlo ni aceptarlo, aunque quien se los dé se haga llamar docente, profesor, jefe o como sea.

Pablo – Junio de 2004

EL MÉTODO SIMPLEX

Hasta ahora, la única forma que conocemos de resolver un problema de programación lineal, es el método gráfico. Este método es bastante engorroso cuando aumenta el número de restricciones e impracticable en más de dos dimensiones. Para resolver estos problemas, se aplica el método simplex. Este método se puede aplicar a problemas de cualquier tamaño. (Si bien el ejemplo que veremos es de dos variables con tres restricciones, su generalización es inmediata).

Problema:

La empresa Seventeen SRL se dedica a la fabricación de manteles de mesa. Fabrica dos modelos, el redondo y el rectangular. Cada uno consume 2 y 3 m^2 de tela, respectivamente. Además deben ser cortados y cosidos a mano, tarea que lleva una hora para los manteles rectangulares y dos para los redondos. Por último, a los manteles rectangulares se les deben colocar cuatro esquineros de refuerzo.

Semanalmente se pueden conseguir 600 m2 de tela, 600 esquineros y 500 horas de corte y costura. Los márgenes de ganancias son de $8 para los manteles redondos y 10$ para los rectangulares.

Resolución:

X1: Cantidad de manteles redondos a fabricar semanalmente [u/sem]
X2: Cantidad de manteles rectangulares a fabricar semanalmente [u/sem]

$$2\ X1 + 3\ X2 \leq 600$$
$$4\ X2 \leq 600$$
$$2\ X1 + X2 \leq 500$$

$$Z(máx) = 8\ X1 + 10\ X2$$

Para aplicar el método Simplex, el primer paso consiste en transformar las desigualdades en igualdades. Por ejemplo, la primera restricción dice que 2 X1 + 3 X2 es menor o igual que 600. Eso es lo mismo que decir que 2 X1 + 3 X2 mas una cantidad que puede ser cero o mayor que cero, es igual a 600. Si esta cantidad es positiva o cero, entonces puede asignársele su valor a una variable cumpliendo con las condiciones de no negatividad. Por una convención, se le asigna a esta variable el nombre de X3 (O el subíndice que correspondiera, según la cantidad de variables del problema) .

La misma restricción entonces, queda escrita como:

$$2\ X1 + 3\ X2 + X3 = 600$$

Esto no cambia las condiciones del problema (que sigue siendo el mismo), ya que si, por ejemplo, la suma 2 X1 + 3 X2 resulta ser 480, el Simplex asignará los 120 restantes a la variable X3. Si intentara asignar un valor de 700 a la suma mencionada, el Simplex no encontrará un valor para darle a la variable X3 (ya que no puede darle valores negativos) y nos dirá que no existe una solución válida para el problema. Podemos ver, entonces, que la variable X3 nos va a indicar cuántos metros cuadrados de tela quedan sin utilizar (o sea, cuantos m^2 faltan usar para llegar al límite máximo de 600). A este tipo de variables se las denomina variables slacks, o de holgura.

Se denomina variable slack o de holgura a la variable que se debe sumar a uno de los miembros de una restricción para que ambos miembros sean iguales.

El problema queda entonces reescrito así:

$$\begin{aligned} 2\ X1 + 3\ X2 + X3 \quad\quad\quad &= 600 \\ 4\ X2 \quad + X4 \quad &= 600 \\ 2\ X1 + \ X2 \quad\quad + X5 &= 500 \end{aligned}$$

$$Z(\text{máx}) = 8\ X1 + 10\ X2 + 0\ X3 + 0\ X4 + 0\ X5$$

Se dice que un problema de programación lineal está escrito en su forma estándar cuando todas sus restricciones son igualdades y todos los segundos miembros de dichas ecuaciones son constantes.

Para armar la tabla inicial, se debe comenzar por la matriz A. Esta matriz tiene tantas filas como restricciones tenga el problema, y tantas columnas como variables haya, incluidas las slacks. Los valores de cada elemento de la matriz serán los coeficientes de cada variable (columna de la matriz) en cada restricción (fila de la matriz). En nuestro problema, la matriz A quedaría expresada así:

$$\begin{array}{c|c} & \begin{array}{ccccc} X1 & X2 & X3 & X4 & X5 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \end{array} \\ \begin{array}{c} R1 \to \\ R2 \to \\ R3 \to \end{array} & \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{array}$$

La matriz A tiene tantas filas como restricciones haya en el problema y tantas columnas como variables haya. Se forma con los coeficientes de cada variable (columna) en cada restricción (fila).

Esta matriz debe incluir a la matriz identidad de orden N, siendo N la cantidad de restricciones del problema. Siempre habrá más columnas que filas en A, ya que en el paso anterior hemos agregado una variable slack por cada restricción. La diferencia entre la cantidad de columnas y de filas será, entonces, la cantidad de variables reales del problema original. (En este caso, 2). Las columnas que forman la matriz identidad no necesitan estar ordenadas (En este caso lo están).

En este caso, por ser todas las restricciones del problema de menor o igual, la matriz identidad estará formada por las columnas de las variables slack. Más adelante, veremos qué sucede cuando esto no es así. (En el apartado Variables Artificiales).

La matriz A pasa a formar la parte central o estructura de la tabla, que se arma así:

C	X	B	A1	A2	A3	A4	A5	
			2	3	1	0	0	
			0	4	0	1	0	
			2	1	0	0	1	

En la columna X se deben colocar los nombres de las variables correspondientes a cada fila. (Las que tienen coeficiente 1 en esa fila de la matriz identidad).

En la columna C y sobre la estructura de la tabla, se colocan los coeficientes en el funcional de las variables asociadas a cada fila o columna.

			8	10	0	0	0	
C	X	B	A1	A2	A3	A4	A5	
0	X3		2	3	1	0	0	
0	X4		0	4	0	1	0	
0	X5		2	1	0	0	1	

Finalmente, en la columna B se coloca el término independiente de la restricción asociada a cada fila:

			8	10	0	0	0	
C	X	B	A1	A2	A3	A4	A5	
0	X3	600	2	3	1	0	0	
0	X4	600	0	4	0	1	0	
0	X5	500	2	1	0	0	1	

SIGNIFICADO DE LA TABLA DE SIMPLEX

La tabla así armada representa un vértice del poliedro del problema. Este vértice es el determinado por la intersección de las rectas asociadas a las variables que no están representadas por la base canónica. (Esta base está formada por las variables incluidas en la matriz identidad, o sea cuyas columnas tienen como coeficientes uno en la intersección con su propia fila y cero en las demás). En este problema, las variables que no están en la base canónica son X1 y X2. En dicho vértice, los valores de estas variables son iguales a cero (no se produce ningún mantel), y las demás variables tienen los valores indicados en la columna B (X3 = 600; X4 = 600 y X5 = 500; o sea sobra la totalidad de los recursos).

Las variables que forman la base canónica se indican en la columna X de la tabla. Son las únicas variables que pueden tomar un valor distinto de cero; y su valor está indicado en la columna B.

El valor del funcional en este vértice puede calcularse multiplicando el valor de cada variable (Columna B) por su coeficiente en el funcional (Columna C). (Aquí: 0 . 600 + 0 . 600 + 0 . 500) Las variables que no están en la columna X no influyen en el funcional, ya que tienen valor cero.

			8	10	0	0	0
C	X	B	A1	A2	A3	A4	A5
0	X3	600	2	3	1	0	0
0	X4	600	0	4	0	1	0
0	X5	500	2	1	0	0	1
Z = 0							

En este vértice, el funcional vale cero, ya que no se fabrica ningún producto (X1 y X2 = 0) y está sobrando la totalidad de los recursos (X3 = 600, X4 = 600 y X5 = 500).

El valor contenido en cada coeficiente de la tabla nos indica en cuanto aumentaría o disminuiría el valor de la variable correspondiente a dicha fila de la tabla por cada unidad que disminuyera o aumentara la variable indicada en dicha columna. Por ejemplo, si quisiera darle valor a X1 (O sea, fabricar un mantel redondo), debería disminuir en 2 a X3 (2 m^2 de tela), en 0 a X4 (no utiliza esquineros) y en 2 a X5 (Horas de costura). Estos coeficientes se denominan coeficientes tecnológicos.

Entonces puedo saber cómo afectaría a las variables que actualmente influyen en el funcional, aumentar en una unidad el valor de las variables correspondientes a cada columna. El resultado de este cálculo, lo coloco en la parte inferior de la tabla (fila Zj).

			8	10	0	0	0
C	X	B	A1	A2	A3	A4	A5
0	X3	600	2	3	1	0	0
0	X4	600	0	4	0	1	0
0	X5	500	2	1	0	0	1
Z=0		Zj	0	0	0	0	0

Pero si aumento el valor de alguna variable, para saber el cambio real en el funcional, debo restar al valor obtenido anteriormente, el coeficiente en el funcional de la variable representada por cada columna. Este nuevo resultado (Zj – Cj) me indica en cuanto disminuirá el funcional por cada unidad que aumente la variable correspondiente a cada columna.

			8	10	0	0	0
C	X	B	A1	A2	A3	A4	A5
0	X3	600	2	3	1	0	0
0	X4	600	0	4	0	1	0
0	X5	500	2	1	0	0	1
Z=0		Zj	0	0	0	0	0
		Zj−Cj	−8	−10	0	0	0

El valor de los Zj – Cj indica cuánto disminuirá el funcional por cada unidad que aumente la variable indicada en dicha columna.

En este caso, aumentar en una unidad la variable X1 hará que el funcional disminuya –8 (o sea, que aumente 8) y producir una unidad más de X2 generará un aumento de 10 (Aquí parece obvio, pero luego no será así). Con estos datos, sabemos que será mejor aumentar en una unidad el valor de X2 que el de X1, ya generará una mayor ganancia. (Recordemos que el objetivo de este problema es encontrar los valores de las variables que maximicen las ganancias).

Pero el simplex sólo puede analizar vértices. (Además, sabemos que el óptimo estará en un vértice). Entonces, si X2 va a tomar valor, es preciso que una de las variables que actualmente tienen valor, tome valor cero. El próximo vértice a analizar será la intersección de la recta X1 = 0 y la recta correspondiente a la variable que pasa a tomar valor cero. (Y sale, entonces de la base canónica). Para saber cuál es la variable que toma valor cero, debemos calcular los cocientes entre el valor actual de cada variable (Columna B) y los coeficientes que indican en cuanto disminuye el valor de las variables de la base por cada unidad que aumenta la variable que pasa a tomar valor (En este caso, columna A2).

C	X	B	A1	A2	A3	A4	A5	θ
		600		3				200
		600		4				150
		500		1				500
		Zj						
		Zj–Cj						

Estos cocientes (también llamados θ o titas) nos indican que podemos aumentar X2 hasta 200 para que X3 valga cero; hasta 150 para que X4 valga cero o hasta 500 para que X5 valga cero.

Pero aumentar X2 va a hacer variar a las tres variables. Entonces debemos elegir el menor de los cocientes, ya que elegir uno mayor causará que las variables que tenían cocientes menores tomen valores negativos, lo cual viola las condiciones de no negatividad del problema.

Al elegir qué variable va a salir de la base, debe optarse SIEMPRE por el tita positivo más pequeño, ya que elegir uno mayor nos llevará fuera del poliedro. Nunca deben tenerse en cuenta los titas negativos.

Entonces, X2 debe tomar valor 150, que es cuando X4 pasa a valer cero. Esto significa que se van a fabricar manteles rectangulares hasta que se acaben los esquineros, que serán el primer recurso en agotarse. X4, entonces, saldrá de la base y su lugar será ocupado por X2. La tabla correspondiente al nuevo vértice comienza a completarse así:

			8	10	0	0	0	
C	X	B	A1	A2	A3	A4	A5	
0	X3							
10	X2							
0	X5							
Z=		Zj						
		Zj-Cj						

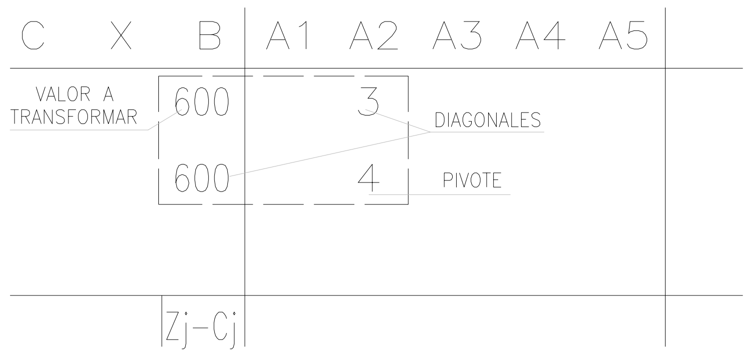
Para calcular los valores de la estructura de la tabla debemos aplicar el método del pivote.

Se llama pivote de una tabla al elemento que está en la intersección de la columna de la variable que entra y la fila de la variable que sale

En este caso, el pivote será X4 ∩ X2 = 4. El primer paso consiste en dividir todos los elementos de la fila en la que está el pivote por el valor de éste; para que quede 1 en el lugar del pivote.

			8	10	0	0	0	
C	X	B	A1	A2	A3	A4	A5	
0	X3							
10	X2	150	0	1	0	1/4	0	
0	X5							
Z=		Zj-Cj						

Aquí podemos ver que X2 tomará valor 150, que es lo que habíamos predicho. En el segundo paso, se debe formar en la tabla del simplex un rectángulo entre el elemento que quiero transformar y el pivote. Por ejemplo, para el B3, el rectángulo será el siguiente:



Para calcular el nuevo valor del elemento; se debe restar al valor anterior el producto de las diagonales del rectángulo dividido por el pivote.

$$\text{VALOR NUEVO} = \text{VALOR ANTERIOR} - \frac{\text{PRODUCTO DE LAS DIAGONALES}}{\text{PIVOTE}} = 600 - \frac{600 \times 3}{4} = 150$$

			8	10	0	0	0
C	X	B	A1	A2	A3	A4	A5
0	X3	150					
10	X2	150	0	1	0	1/4	0
0	X5						
Z=		Zj−Cj					

Para el resto de los valores se procede análogamente hasta completar la tabla. En realidad, las columnas de las variables que están en la base (Incluida la columna del pivote), deben formar siempre la base canónica, de manera que no es necesario pivotear sus elementos, con lo cual los cálculos se simplifican notablemente.

El nuevo valor del funcional puede calcularse multiplicando los Ck por los Bk en la nueva tabla; o restando al valor anterior del funcional el producto del Zj-Cj de la variable que entra (recordemos que nos indicaba cuánto aumentaría el funcional por cada unidad que aumente la variable) por el tita de la variable que sale (cuántas unidades podía aumentar la variable). Obviamente, ambos resultados deben ser iguales.

			8	10	0	0	0
C	X	B	A1	A2	A3	A4	A5
0	X3	150	2	0	1	−3/4	0
10	X2	150	0	1	0	1/4	0
0	X5	350	2	0	0	−1/4	1
Z=1500		Zj−Cj					

Esta tabla representa un vértice distinto del poliedro, en donde no se fabrican manteles redondos (X1=0) y se fabrican 150 manteles rectangulares (X2=150), lo que deja una ganancia de $1500. De tela sobran 150 m^2 (B3); sobran 350 horas de costura (B5); y los esquineros se utilizan todos (B4 = 0). Para ver si este vértice es óptimo, debemos calcular los Zj-Cj. Mientras alguno de éstos sea negativo significa que la variable correspondiente puede ingresar a la base y hacer aumentar el valor del funcional.

Una tabla de Simplex de maximización es óptima cuando todos sus Zj-Cj son positivos o cero. Análogamente, una tabla de Simplex de minimización es óptima cuando todos sus Zj-Cj son negativos o cero.

Una vez determinada la variable que entrará a la base (la que tenga el Zj-Cj negativo de mayor valor absoluto), se calculan los θ, para ver cual es la variable que saldrá de la base:

			8	10	0	0	0	
C	X	B	A1	A2	A3	A4	A5	θ
0	X3	150	2	0	1	−3/4	0	75
10	X2	150	0	1	0	1/4	0	∞
0	X5	350	2	0	0	−1/4	1	175
Z=1500		Zj−Cj	−8	0	0	2½	0	

En este caso vemos que uno de los elementos de la columna de la variable que quiere entrar a la base da cero; con lo cual no se puede realizar la división. Este cero en el denominador indica que se podría aumentar X1 hasta el infinito y X2 nunca tomará valor cero. Si nunca toma valor cero, quiere decir que nunca se llegará a la intersección con dicha recta, o sea que no existe el vértice de intersección de ambas rectas (X4=0 y X2=0). Si no hay vértice, no nos interesa analizar dicha variable, en esta tabla. En este caso, como valor de Tita (θ), se indica infinito(∞).

Entonces, en el próximo paso X1 entrará a la base (es el que tiene el Zj-Cj negativo de mayor valor absoluto), y X3 saldrá de la misma (Es el que tiene el menor Tita). El pivote será el elemento ubicado en la intersección de ambas variables (A13, o sea 2). La siguiente tabla queda:

			8	10	0	0	0	
C	X	B	A1	A2	A3	A4	A5	θ
8	X1	75	1	0	1/2	−3/8	0	—
10	X2	150	0	1	0	1/4	0	600
0	X5	200	0	0	−1	1/2	1	400
Z=2100		Zj−Cj	0	0	4	−1/2	0	

En este caso, uno de los posibles denominadores es negativo. Tampoco debe tenerse en cuenta esta variable, ya que nos está indicando que para que X1 llegue a cero, entonces X4 debe disminuir su valor. Pero como X4 vale cero, no puede disminuir más su valor, ya que un valor negativo es inconcebible. Sólo se deben calcular entonces, los titas cuyo denominador sea positivo. (El numerador siempre lo será, ya que un Bk nunca puede ser negativo.) En el caso de que el Bk fuera cero (lo cual es válido); si el denominador es positivo, se efectúa la división (Tita = 0). Si el denominador es negativo, entonces no se calcula este tita. Procedemos a iterar a la siguiente tabla (en donde entrará X4 y saldrá X5).

			8	10	0	0	0
C	X	B	A1	A2	A3	A4	A5
8	X1	225	1	0	−1/4	0	3/4
10	X2	50	0	1	1/2	0	−1/2
0	X4	400	0	0	−2	1	2
Z=2300		Zj−Cj	0	0	3	0	1

Aquí, todos los Zj-Cj de las variables que no están en la base son positivos; o sea que cualquier variable que ingrese a la base hará disminuir al funcional. Por lo tanto, hemos hallado el punto óptimo. En este punto, se fabrican 225 manteles redondos y 50 manteles rectangulares, con una ganancia de $2300. La tela y las horas de trabajo se consumen en su totalidad y sobran 400 esquineros.

RESOLUCIÓN GRÁFICA

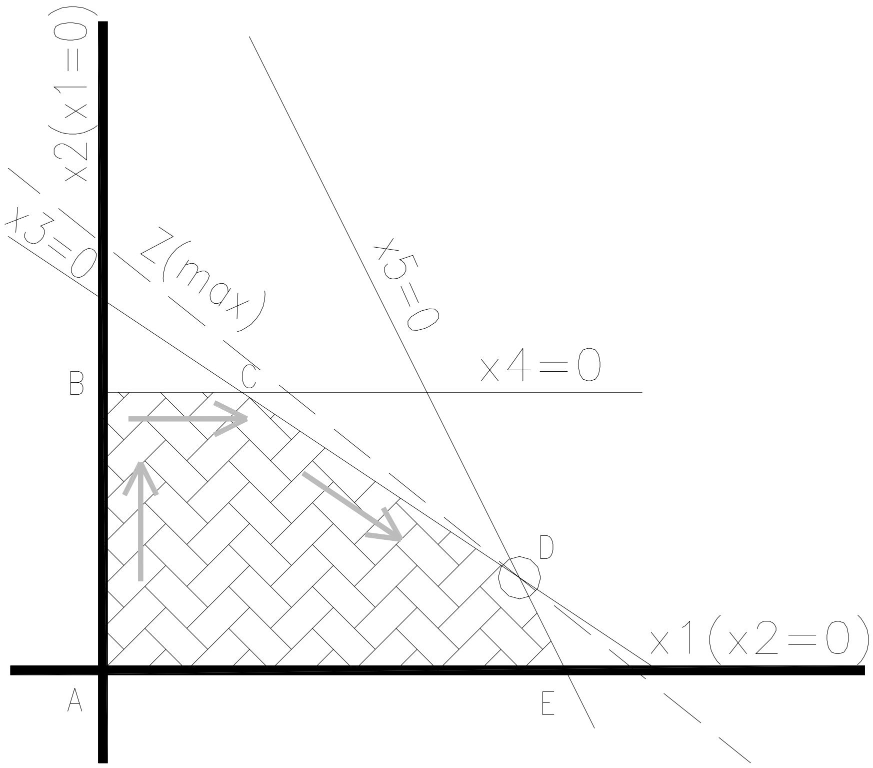
Esta es la resolución gráfica del ejercicio. La primera tabla, en donde X1 y X2 valen cero y sobra la totalidad de los recursos, es el punto A (el origen de coordenadas). Luego se pasa al punto B, donde X1 vale cero y X2 vale 150. La traza del funcional que pasa por este punto, ya no pasa por el origen, entonces su valor ya es distinto de cero (es 1500).

El siguiente es el punto C, la intersección de X4 = 0 y X3 = 0. Las demás variables valen 75 (X1), 150 (X2) y 200 (X5). La traza del funcional continúa alejándose del origen y ahora vale 2100. La tabla óptima corresponde al punto D, donde están saturados los recursos 1 y 3 (correspondientes a X2 y X5). Este es el punto óptimo, ya que si pasáramos al siguiente punto (E), el funcional retrocedería.

Propuesta:

En este caso, hubiera sido más rápido si en la primer tabla hubiéramos hecho entrar a X1 en lugar de X2, ya que nos hubiéramos ahorrado una tabla en el camino al óptimo. El simplex hubiera hecho el camino A-E-D; en lugar de A-B-C-D.

Te invitamos a que hagas el desarrollo correspondiente y veas como llegás a la misma tabla óptima. (Las filas pueden estar en distinto orden pero deben ser las mismas).



VARIABLES ARTIFICIALES

En el punto anterior vimos cómo resolver un problema de simplex cuando el origen de coordenadas está incluido en el poliedro de soluciones factibles. Esto sucede casi siempre cuando todas las restricciones son de menor o igual. Ahora veremos cómo hacer cuando esto no es así. Para resolver el problema, se debe encontrar un vértice del poliedro desde el cual aplicar el método simplex.

Veamos el siguiente ejercicio:

La empresa Artola Hnos. se dedica a instalar estéreos en automóviles. El sector de la misma que nos interesa modelar realiza dos tareas principales: colocar y quitar los parlantes en los laterales de las puertas.

Quitar un par de parlantes lleva 6 minutos y colocarlo en otro automóvil, 5 minutos. Sólo se dispone para ambas tareas de 30 minutos diarios. Para cumplir con los estándares de producción de la empresa, se debe colocar al menos un par de parlantes al día. Además, sólo se cuenta en stock en este momento con 6 parlantes (pero cada par de parlantes que se saca de un auto puede volver a colocarse en otro). Cada par de parlantes desinstalado tiene un beneficio de \$5, y cada par colocado, \$8.

$$6\,X1 + 5\,X2 \leq 30$$
$$X2 \geq 1$$
$$-2\,X1 + 2\,X2 \leq 6$$

$$Z(\text{máx}) = 5\,X1 + 8\,X2$$

Lo primero que debemos hacer es transformar las inecuaciones en igualdades. Para lograr esto, se debe sumar al menor miembro de cada inecuación una variable que represente la diferencia entre ambos. En las restricciones de menor o igual (la primera y la tercera) se debe agregar una variable adicional (llamada slack o de holgura) que indica cuánto le falta a la suma algebraica que contiene a las variables reales (X1 y X2) para alcanzar el valor del término independiente (En este caso 30 y 6). En las restricciones de mayor o igual, la variable slack se debe sumar al termino independiente para alcanzar el valor de las variables. El problema quedaría expresado como:

$$\begin{aligned} 6 X1 + 5 X2 + X3 &= 30 \\ X2 &= 1 + X4 \\ -2 X1 + 2 X2 + X5 &= 6 \end{aligned}$$

$Z(máx) = 5 X1 + 8 X2 + 0 X3 + 0 X4 + 0 X5$

Pero preciso tener todas las variables en el primer miembro, y en la segunda ecuación X4 está en el segundo. Entonces:

$$\begin{aligned} 6 X1 + 5 X2 + X3 \quad\quad\quad &= 30 \\ X2 - X4 \quad &= 1 \\ -2 X1 + 2 X2 \quad + X5 &= 6 \end{aligned}$$

$Z(máx) = 5 X1 + 8 X2 + 0 X3 + 0 X4 + 0 X5$

Para armar la tabla inicial, debemos encontrar tres variables cuyos coeficientes en la tabla inicial formen la base canónica ([1,0,0], [0,1,0], [0,0,1]). Dos de esas variables pueden ser las slacks X3 y X5. Pero no podemos utilizar X4, ya que sus coeficientes son [0,-1,0] y no [0,1,0]. Entonces debemos agregar una variable que sólo aparezca sumando en la segunda ecuación que quedaría expresada como:

$X2 - X4 + \mu 1 = 1$

La presencia de esta variable implica que pueda colocar menos de un par de parlantes por día, o sea que X2 pueda tomar un valor menor que uno (0,5 - 0 + 0,5 = 1 cumple la igualdad), algo que viola claramente la segunda restricción del problema. Esta variable se llama variable artificial, y debe llevarse su valor a cero para arribar a una solución factible. Para disminuir su valor, agregamos la variable artificial restando en el funcional, multiplicada por una constante muy grande. (Se resta porque es un problema de maximización. Si fuera una minimización, esta constante deberá sumarse). De esta forma, el funcional tratará de reducir a cero el valor de $\mu 1$. El problema completo, listo para armar la tabla inicial queda:

$$\begin{aligned} 6 X1 + 5 X2 + X3 \quad\quad\quad &= 30 \\ X2 - X4 + \mu 1 &= 1 \\ -2 X1 + 2 X2 \quad + X5 \quad &= 6 \end{aligned}$$

$Z(máx) = 5 X1 + 8 X2 + 0 X3 + 0 X4 + 0 X5 - M\mu 1$

En un problema con restricciones de $\geq$ se debe agregar una variable artificial por cada restricción de este tipo, para poder formar la base canónica.

La tabla inicial se arma:

			5	8	0	0	0	-M
C	X	B	A1	A2	A3	A4	A5	A6
0	X3	30	6	5	1	0	0	0
-M	μ1	1	0	1	0	-1	0	1
0	X5	6	-2	2	0	0	1	0
Z = -M			-5	-M-8	0	M	0	0

Debemos hacer ingresar a la base a la variable con el Zj-Cj negativo de mayor valor absoluto. (Porque estamos maximizando, si estuviéramos minimizando deberíamos elegir el positivo de mayor valor absoluto) Esto es, X2, ya que M es superior a cualquier otro valor. Es razonable que el simplex elija X2, ya que es la única variable que al aumentar hará disminuir el valor de μ1 (Es la única con un valor positivo en la fila de μ1), y μ1 es la variable que más afecta al funcional. Al calcular los titas, vemos que la variable que sale es μ1 (Podría ser cualquier otra).

			5	8	0	0	0	-M	
C	X	B	A1	A2	A3	A4	A5	A6	θ
0	X3	30	6	5	1	0	0	0	6
-M	μ1	1	0	1	0	-1	0	1	1
0	X5	6	-2	2	0	0	1	0	3
Z = -M			-5	-M-8	0	M	0	0	

			5	8	0	0	0	-M	
C	X	B	A1	A2	A3	A4	A5	A6	θ
0	X3	25	6	0	1	5	0	-5	5
8	X2	1	0	1	0	-1	0	1	----
0	X5	4	-2	0	0	2	1	-2	2
Z = 8			-5	0	0	-8	0	M-8	

Al llegar a esta segunda tabla, vemos dos cosas: La primera es que las columnas A4 y A6 tienen coeficientes con el mismo valor absoluto, pero distintos signos. Esto sucede porque los coeficientes de las variables asociadas a estas columnas (X4 y μ1) en las restricciones iniciales del problema son iguales con signos opuestos; y seguirá ocurriendo lo mismo a lo largo de todo el desarrollo del problema.

El otro aspecto a resaltar es que el único lugar de la tabla en el que quedó la constante M es restando en el C6, o sea sumando en el Z6-C6. Si M está sumando aquí y su valor es mayor a cualquier otro coeficiente del problema, entonces Z6-C6 siempre será positivo, y $\mu 1$ nunca volverá a entrar en la base (o sea, a tener valor). Entonces podemos omitir esta columna a partir de la próxima tabla del problema, que sigue desarrollándose normalmente hasta alcanzar el óptimo.

Una vez que una variable artificial salió de la base, puedo estar seguro de que no volverá a entrar, por lo que se puede omitir su columna a partir de la próxima iteración.(*)

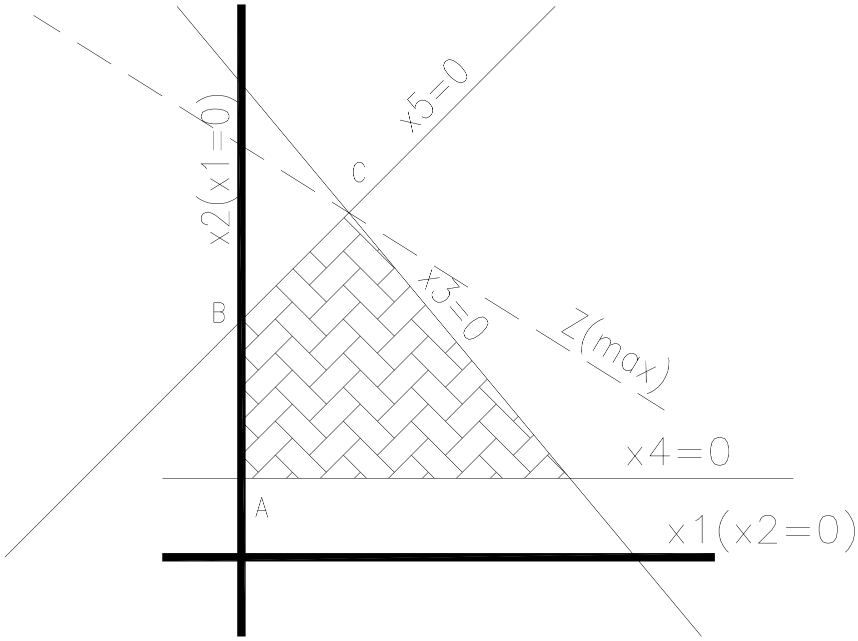
C	X	B	A1	A2	A3	A4	A5	θ
0	X3	15	11	0	1	0	-5/2	15/11
8	X2	3	-1	1	0	0	1/2	----
0	X4	2	-1	0	0	1	1/2	----
Z = 24			-13	0	0	0	4	

C	X	B	A1	A2	A3	A4	A5
5	X1	15/11	1	0	1/11	0	-5/22
8	X2	48/11	0	1	1/11	0	3/11
0	X4	37/11	0	0	1/11	1	3/11
Z = 459/11			0	0	13/11	0	23/22

La solución óptima consiste en desinstalar 15/11 pares de parlantes (3 parlantes, más o menos) e instalar 48/11 pares (9 parlantes). No me sobra tiempo ni parlantes y estoy instalando 37/11 pares por encima de la producción mínima. La ganancia total es de 41,72$.

(*) Esto es válido si el problema tiene alguna solución factible. La variable artificial que salió de la base podría volver a entrar si el problema no fuera factible. Ver apartado INCOMPATIBLE.

Resolución gráfica.



En la tabla inicial del problema, tenemos en la base a X3, μ1 y X5. Eso quiere decir que las demás variables (X1, X2 y X4) valen cero. En esa tabla, no se coloca ni se quita ningún parlante, sobran los 30 minutos de tiempo y los 6 parlantes que había en stock. Sin embargo vemos que no se cumple con la restricción de instalar al menos un parlante ($X2 \geq 1$), ya que $X2 = 0$. La diferencia entre el valor actual y el mínimo válido de la restricción (Cuánto "le falta" para cumplirla") es el valor de μ1(1).

Ahora bien, viendo el gráfico, vemos que no hay ningún punto del plano en que esto suceda (Particularmente, X2 y X4 nunca pueden ser cero simultáneamente).

Esto es porque en el punto en el que está esta tabla, μ1 tiene valor y eso, como dijimos, no tiene significado en el problema real. Al iterar a la segunda tabla, vemos que X1 y X4 valen cero, lo que quiere decir que estamos en el punto "A", luego X4 toma valor y X5 pasa a valer cero (Punto "B").

Por último, ingresa a la base X1, reemplazando a X5. Esto sucede en el punto "C", que es el óptimo.

Propuesta: El método de dos etapas

El principal obstáculo para aplicar el método explicado arriba en los programas de resolución de problemas lineales (como el LINDO) consiste en determinar el valor de M. Si se elige un valor demasiado pequeño, es posible que el simplex no elimine a las variables artificiales aunque pudiera hacerlo y las deje en la solución optima, la cual no tendría significado real. Si en cambio, se elige un valor demasiado grande, se perdería precisión al incluir en el mismo funcional coeficientes muy grandes (la M de las variables artificiales) y muy pequeños (los de las variables reales); para el simplex sería igualmente óptima cualquier solución que no incluya a las variables artificiales.

Es por eso que los programas informáticos utilizan el método de las dos etapas. La primera etapa consiste en plantear el modelo con las variables artificiales que sean necesarias, pero con el funcional minimizando la suma de todas las variables artificiales del problema. El problema antes planteado, quedaría así:

$$
\begin{array}{lllll}
6\ X1 + 5\ X2 + X3 & & & & = 30 \\
\quad X2 & - X4 & & + \mu 1 & = 1 \\
-2\ X1 + 2\ X2 & & + X5 & & = 6
\end{array}
$$

$Z(\text{mín.}) = \mu 1$

Si el funcional del óptimo es igual a cero, quiere decir que se está en un punto que cumple todas las restricciones del problema en el que, además, las variables artificiales valen cero. Entonces, es un punto en el que se cumplen las restricciones originales del problema. A partir de este punto, entonces, se puede proseguir con la segunda etapa, que consiste en cambiar el funcional por el original del problema y continuar aplicando el método a partir del último vértice hallado en la primera.

Si en la primera fase del problema no se llegara a un funcional igual a cero, quiere decir que no hay una solución válida para el mismo (ver caso INCOMPATIBLE).

Se te pide, entonces, que resuelvas el problema visto anteriormente por el método de dos etapas (Naturalmente, deberías llegar a la misma solución)

En algunos casos, es posible evitar el empleo de variables artificiales. Por ejemplo, en el siguiente problema:

$$
\begin{array}{l}
\quad X2 \leq 3 \\
4\ X1 + 6\ X2 \leq 24 \\
2\ X1 + 2\ X2 \geq 0
\end{array}
$$

$Z(\text{máx}) = -2\ X1 + 4\ X2$

La forma de convertir las inecuaciones en ecuaciones sería:

$$
\begin{aligned}
X2 + X3 \quad &= 3 \\
4\,X1 + 6\,X2 \quad + X4 \quad &= 24 \\
2\,X1 + 2\,X2 \quad - X5 + \mu &= 0
\end{aligned}
$$

$Z(\text{máx}) = -2\,X1 + 4\,x2 - M\,\mu$

Sin embargo, en la última restricción (la que genera la variable artificial), vemos que el término independiente es cero. En este caso, podemos multiplicar ambos miembros por –1 y dar vuelta la restricción. (No podríamos hacer esto con un término independiente distinto de cero, ya que quedaría la slack de esa ecuación con un valor negativo).

$$
\begin{aligned}
X2 &\leq 3 \\
4\,X1 + 6\,X2 &\leq 24 \\
-2\,X1 - 2\,X2 &\leq 0
\end{aligned}
$$

$Z(\text{máx}) = -2\,X1 + 4\,X2$

Entonces, se puede resolver el problema (que es el mismo, ya que lo único que hicimos fue multiplicar una restricción por una constante), sin necesidad de recurrir a la variables artificiales. Esto sólo es posible cuando el término independiente de la restricción es igual a cero.

CASOS PARTICULARES

Durante la resolución de un problema de Simplex, pueden presentarse casos que representan situaciones particulares, y deben ser tenidas en cuenta. Estos casos son: Puntos Degenerados, Soluciones Alternativas, Poliedros Abiertos o Problemas Incompatibles. Cualquiera de estos casos puede detectarse gráficamente o en las tablas de Simplex.

PUNTO DEGENERADO

$X1 + 2\ X2 \leq 24$
$2\ X1 + X2 \leq 30$
$X1 \leq 15$
$Z(\text{máx}) = 6\ X1 + 4\ X2$

$X1 + 2\ X2 + X3 = 24$
$2\ X1 + X2 + X4 = 30$
$X1 + X5 = 15$
$Z(\text{máx}) = 6\ X1 + 4\ X2$

C	X	B	A1	A2	A3	A4	A5	θ
0	X3	24	1	2	1	0	0	24
0	X4	30	2	1	0	1	0	15
0	X5	15	1	0	0	0	1	15
Z = 0			-6	-4	0	0	0	

Aquí vemos que hay dos titas positivos mínimos ¿Cuál de ellos es el que se debe elegir? Si recordamos el significado de tita, este es el valor que va a tomar la variable que entra a la base (X1) en el nuevo vértice, o dicho de otro modo, a qué distancia está el nuevo vértice del actual. Si los dos puntos están a la misma distancia, sobre la misma recta, quiere decir que son el mismo punto o sea, en ese punto se intersectan las rectas de la variable que quiere entrar a la base(X1) y las de las variables cuyo tita es igual (X4 y X5). Matemáticamente, ese punto está formado por tres vértices diferentes (Las intersecciones de X1 con X4, X4 con X5 y X1 con X5). A esta acumulación de vértices en un mismo punto se la denomina punto degenerado o sobredefinido.

Ya que cualquiera de los dos vértices nos va a conducir al mismo punto, podemos elegir cualquiera de ambos. Elegimos (X5) para que el pivote sea 1, y eso nos simplifique los cálculos. (Analizando el gráfico, se puede ver que hubiéramos llegado antes al óptimo eligiendo X4).

C	X	B	A1	A2	A3	A4	A5	θ
0	X3	9	0	2	1	0	-1	9/2
0	X4	0	0	1	0	1	-2	0
6	X1	15	1	0	0	0	1	∞
Z = 90			0	-4	0	0	6	

En la nueva tabla vemos que X4 está en la base y tiene valor cero. Esto es lógico, ya que el punto en el que estamos pertenece a la recta X4=0.

En una tabla de simplex se reconoce un punto degenerado porque una de las variables que está en la base tiene valor nulo. (Bk = 0).

En este punto hay tres variables con valor cero. Al calcular los titas, vemos que uno de ellos tiene valor cero ¿Qué significa esto? Que para llegar al próximo vértice (intersección de X4 con X5) se debe recorrer una distancia nula. Aunque matemáticamente sean el mismo punto, el simplex analiza cada vértice por separado. Al hacer esto, es posible que el simplex permanezca iterando continuamente entre los diversos vértices que conforma el mismo punto (esto no ocurre con dos dimensiones, pero sí puede pasar con tres o más) De ocurrir esto (uno se da cuenta porque se vuelve a una tabla en la que ya se ha estado), se debe buscar entre todas las tablas pertenecientes al punto degenerado algún Zj-cj negativo (o positivo si estuviera en una minimización) que genere un tita estrictamente positivo. ("salteando" el tita que vale cero)

C	X	B	A1	A2	A3	A4	A5	θ
0	X3	9	0	0	1	-2	3	3
4	X2	0	0	1	0	1	-2	----
6	X1	15	1	0	0	0	1	15
Z = 90			0	0	0	4	-2	

En esta nueva tabla, si bien cambió la estructura, vemos que los valores de las variables no cambian, lo cual es razonable, ya que estamos en el mismo punto del plano.

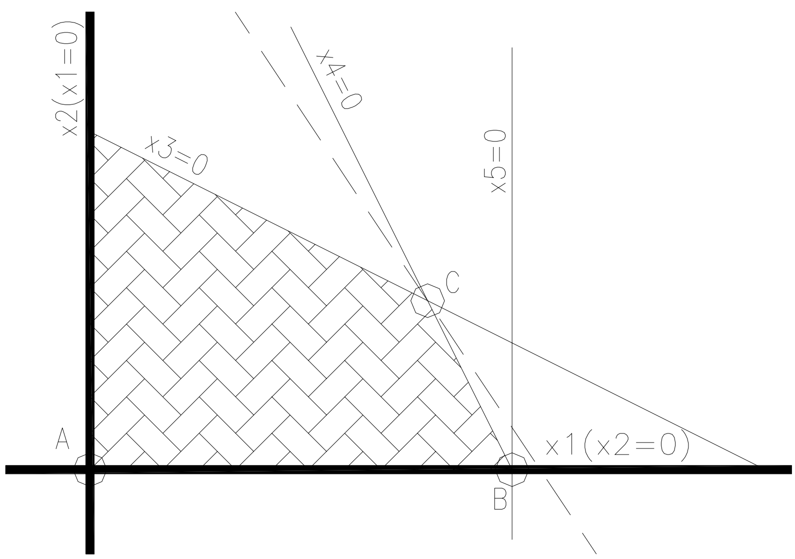
En este caso, la variable que acaba de entrar a la base (X2), no vuelve a salir, ya que su pivote sería negativo (-2), por lo cual no se calcula el tita. La variable que ingresa a la base es X5 y se continúa iterando hasta el óptimo.

C	X	B	A1	A2	A3	A4	A5
0	X5	3	0	0	1/3	-2/3	1
4	X2	6	0	1	2/3	-1/3	0
6	X1	12	1	0	-1/3	2/3	0
Z = 96			0	0	2/3	8/3	0

En un problema de Simplex, el punto degenerado puede estar en la tabla inicial, en una intermedia (como en este caso), en la óptima o en un vértice por el que no pasamos en nuestro camino al óptimo.

<u>Resolución gráfica.</u>

La tabla inicial corresponde al origen (punto "A"). Al ingresar X1 a la base, va a comenzar a tomar valor,desplazándose por la recta X2=0 (eje de abcisas). Los dos titas iguales significan que cuando X1 sea 15 nos vamos a cruzar con las rectas X4=0 y X5=0. Cuando hagamos el cambio de tabla, pasaremos al punto B. Al tener un tita igual a cero, significa que el próximo vértice del poliedro está en el mismo punto del plano que el actual. La tercera tabla entonces, también corresponde al punto B, ya que si bien cambiaron las variables de la base, sus valores siguen siendo los mismos. Finalmente la cuarta tabla corresponde al punto C (óptimo).



Propuesta: Resolvé el siguente problema:

$$\begin{aligned} X1 - 4\,X2 + 36\,X3 &\leq 0 \\ 2\,X1 - 2\,X2 + 12\,X3 &\leq 0 \\ 4\,X2 &\leq 4 \end{aligned}$$

$$Z(\text{máx}) = 3\,X1 + 2\,X2 - 24\,X3$$

En la primera tabla pueden salir de la base X4 ó X5. Elegí X5 y vas a ver cómo el simplex va a quedar iterando continuamente.

SOLUCIONES ALTERNATIVAS

$X1 \leq 6$
$X1 + X2 \leq 8$
$X1 + 2\ X2 \leq 12$

Z(máx) = 4 X1 + 4 X2

X1 + X3 = 6
X1 + X2 + X4 = 8
X1 + 2 X2 + X5 = 12

C	X	B	A1	A2	A3	A4	A5	θ
0	X3	6	1	0	1	0	0	6
0	X4	8	1	1	0	1	0	8
0	X5	12	1	2	0	0	1	12
	Z = 0		-4	-4	0	0	0	

Comenzamos con la tabla inicial en el origen (Punto "A"). Ante los Zj-Cj iguales, elegimos X1 para simplificar los cálculos (X2 sería igualmente válido). Luego, iterando sucesivamente arribamos a los puntos B y C.

C	X	B	A1	A2	A3	A4	A5	θ
4	X1	6	1	0	1	0	0	∞
0	X4	2	0	1	-1	1	0	2
0	X5	6	0	2	-1	0	1	3
	Z = 24		0	-4	4	0	0	

C	X	B	A1	A2	A3	A4	A5	θ
4	X1	6	1	0	1	0	0	6
4	X2	2	0	1	-1	1	0	----
0	X5	2	0	0	1	-2	1	2
	Z = 32		0	0	0*	4	0	

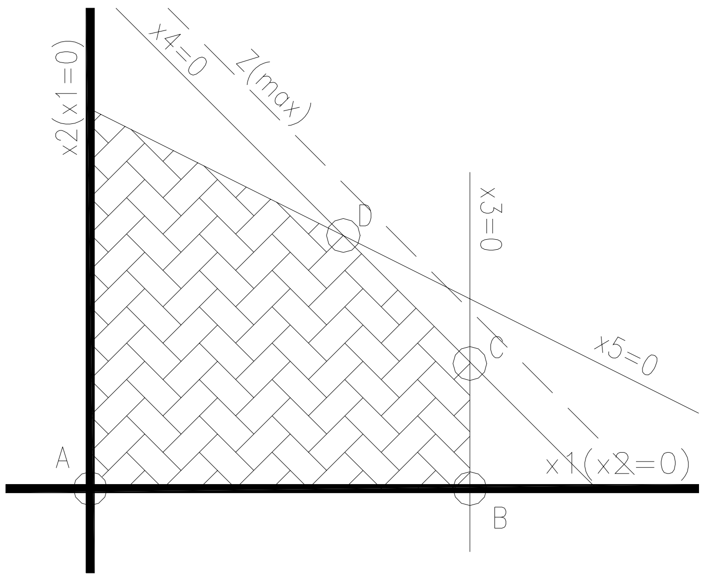
Aquí se presenta una particularidad: El Zj-cj correspondiente a X3 es cero, y X3 no está en la base. Para analizar el resultado, debemos recordar la propiedad que dice que el Z en el próximo paso es igual al Z actual menos el Zj-Cj de la variable que entra por el tita de la variable que sale. Entonces, si la variable con Zj-Cj igual a cero entrara a la base, el funcional en la próxima tabla sería igual al actual.

Esto quiere decir que hay otro vértice del poliedro en el cual el valor del funcional es igual. Pero, a diferencia del caso anterior (un punto degenerado), este nuevo vértice está en un punto distinto del poliedro, ya que el valor de tita es distinto de cero. En efecto, si iteramos a la tabla siguiente, llegamos al punto D. Esta iteración tiene sentido si no hay ningún otro Zj-Cj que sea negativo (o positivo en una minimización). Si hubiera otro, se debe tomar éste y no considerar el cero (ver el ejemplo que se da más adelante).

C	X	B	A1	A2	A3	A4	A5
4	X1	4	1	0	0	2	-1
4	X2	4	0	1	0	-1	1
0	X3	2	0	0	1	-2	1
Z = 32			0	0	0	4	0*

En esta nueva solución, arribamos al mismo valor del funcional(32), pero con distintos valores para las variables. Si quisiéramos seguir iterando, la única variable que puede entrar es X5, y para ello debería salir X3, con lo cual volveríamos a la tabla anterior.

En una tabla óptima de simplex se reconoce una solución alternativa porque una de las variables no está en la base tiene un Zj-Cj igual a cero.



Si miramos el gráfico, observaremos que la recta que pasa por ambos vértices, es paralela a la traza del funcional. Esto quiere decir que cualquier punto ubicado sobre dicha recta, tendrá el mismo valor para el funcional. Dado que la recta es la que indica $X4=0$, es lógico que $X4$ sea la única variable con valor cero en ambas tablas. Además, en el planteo inicial, vemos que los coeficientes de $X1$ y $X2$ en la inecuación asociada a dicha recta ($X1 + X2 \leq 8$) son directamente proporcionales a los coeficientes del funcional ($4\ X1 + 4\ X2$).

Propuesta: Resolvé el siguiente problema:

$4\ X1 + 2\ X2 \geq 8$
$X1 - X2 \leq 3$
$- X1 + 3\ X2 \leq 9$
$Z(\text{máx}) = 6\ X1 + 3\ X2$

En él, vas a ver un caso en el que tenés un punto alternativo con el mismo funcional, pero lo debés descartar porque hay otro mejor. Planteálo gráficamente y mirá que particularidad presenta: ¿Puede darse este caso en una tabla intermedia (que no sea la inicial ni la óptima)?¿Por qué?

POLIEDRO ABIERTO

$X2 \geq 2$
$4\ X1 + 6\ X2 \geq 24$
$10\ X1 - 30\ X2 \geq 30$

$Z(máx) = X1 + 8\ X2$

$X2 - X3 + \mu 1 = 2$
$4\ X1 + 6\ X2 - X4 + \mu 2 = 24$
$10\ X1 - 30\ X2 - X5 + \mu 3 = 30$

			1	8	0	0	0	-M	-M	-M	
C	X	B	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	θ
-M	μ1	2	0	1	-1	0	0	1	0	0	∞
-M	μ2	24	4	6	0	-1	0	0	1	0	6
-M	μ3	30	10	-30	0	0	-1	0	0	1	3
Z = -56M			-14M-1	23M-8	M	M	M	0	0	0	

Como ya hemos visto anteriormente, las variables artificiales que salen de la base, van a quedar con Zj-Cj que valdrá M más o menos un número. Pero como M es más grande que cualquier otro número, estas variables nunca volverán a entrar a la base (su Zj-Cj será siempre positivo). Entonces, y como sólo fueron introducidas al problema para poder armar la base canónica (su valor no representa nada), podemos eliminar su columna de la tabla. (Una vez que salieron de la base).

			1	8	0	0	0	-M	-M	
C	X	B	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	θ
-M	μ1	2	0	1	-1	0	0	1	0	2
-M	μ2	12	0	18	0	-1	2/5	0	1	2/3
1	X1	3	1	-3	0	0	-1/10	0	0	----
Z = -14M + 3			0	-19M-11	M	M	-2M/5-1/10	0	0	

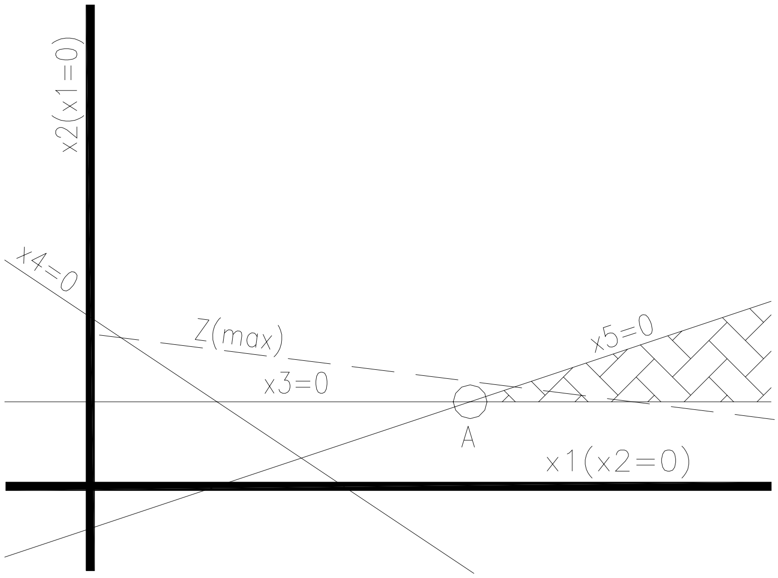
			1	8	0	0	0	-M	
C	X	B	A1	A2	A3	A4	A5	A6	θ
-M	μ1	4/3	0	0	-1	1/18	-1/45	1	24
8	X2	2/3	0	1	0	-1/18	1/45	0	----
1	X1	5	1	0	0	-1/6	-1/30	0	----
Z = -4/3M + 10 1/3			0	0	M	-M/18 – 11/18	M/45 +13/90	0	

			1	8	0	0	0	
C	X	B	A1	A2	A3	A4	A5	θ
0	X4	24	0	0	-18	1	-2/5	----
8	X2	2	0	1	-1	0	0	----
1	X1	9	1	0	-3	0	-1/10	----
Z = 25			0	0	-11	0	-1/10	

Una vez eliminadas las variables artificiales, arribamos a esta tabla. En ella (punto "A" del gráfico), aún quedan variables con $Zj-Cj<0$ (X3 y X5), o sea que pueden ingresar a la base y mejorar el valor del funcional, pero ningún tita correspondiente a esas variables es positivo.

En este caso, si quisiéramos hacer ingresar a X3 a la base, el simplex se desplaza por la recta X5=0 (dándole valores positivos a X3) aumentando el funcional, hasta encontrar el próximo vértice. Pero si observamos el gráfico, veremos que no hay más vértices en esa dirección, sino que el poliedro continúa creciendo hasta el infinito. Si quisiéramos hacer entrar a X5, cuyo Zj-Cj también es negativo (recordemos que se elige el de mayor valor absoluto sólo por convención) nos encontraríamos en la misma situación.

En una tabla de simplex se reconoce un poliedro abierto porque se arriba a una tabla en la que hay variables que quieren entrar a la base, pero ninguna de las que está puede salir. (Todos los posibles pivotes son nulos o negativos)



POLIEDRO ABIERTO

Esto no quiere decir que el problema no tenga solución. El vértice en el que estamos ES una solución. Lo que no existe es una solución óptima, ya que para cualquier punto del poliedro, basta desplazarse hacia la derecha (en este caso) para mejorar el funcional. Sin embargo, no en todo poliedro abierto se presenta esta situación. Ver el siguiente ejemplo:

<u>Propuesta: Resolvé el siguiente problema:</u>

$X2 \geq 2$
$4\ X1 + 6\ X2 \geq 24$
$10\ X1 - 30\ X2 \geq 30$
$Z(máx) = 3\ X2 - 2\ X1$

Analizá la solución obtenida. ¿Es válida? ¿Por qué?

INCOMPATIBLE

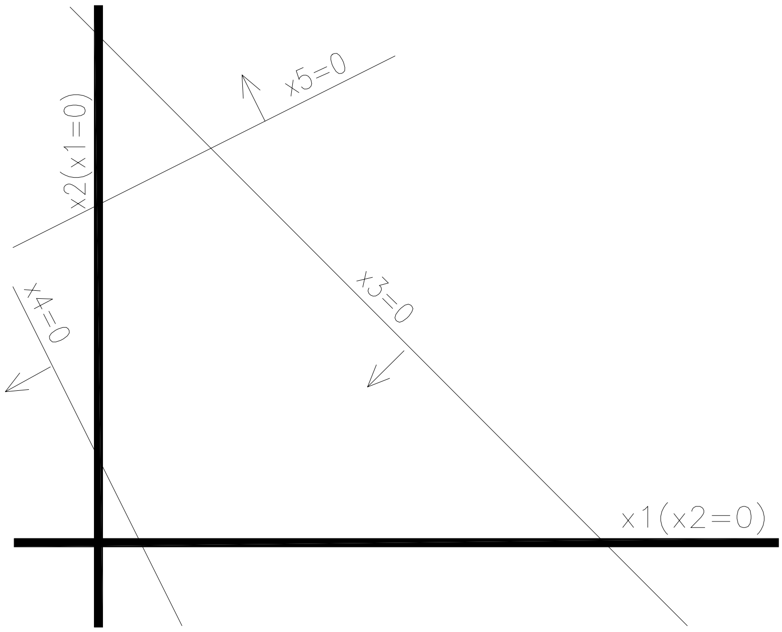
X1 + X2 ≤ 6
2 X1 + X2 ≤ 1
- X1 + 2 X2 ≥ 8
Z(máx) = 3 X1 + X2

X1 + X2 + X3 = 6
2 X1 + X2 + X4 = 1
- X1 + 2 X2 – X5 + μ1 = 8

			3	1	0	0	0	-M	
C	X	B	A1	A2	A3	A4	A5	A6	θ
0	X3	6	1	1	1	0	0	0	6
0	X4	1	2	1	0	1	0	0	1
-M	μ1	8	-1	2	0	0	-1	1	4
Z = -8M			M-3	-2M-1	0	0	M	0	

			3	1	0	0	0	-M
C	X	B	A1	A2	A3	A4	A5	A6
0	X3	5	-1	0	1	-1	0	0
1	X2	1	2	1	0	1	0	0
-M	μ1	6	-5	0	0	-2	-1	1
Z = -6M +1			5M-4	0	0	2M-2	M	0

Aquí llegamos a un punto en el que la tabla aparentemente es óptima (Todos los Zj-Cj son positivos) pero queda en la base la variable artificial μ1. Como habíamos dicho antes, esta variable no tiene significado, y si tiene valor distinto de cero, significa que el punto hallado no cumple con la restricción que incluía la variable artificial (- X1 + 2 X2 - X5 = 8). En efecto, con los valores que nos da la tabla, obtenemos: - X1 + 2 X2 = 2. Eso quiere decir que el punto hallado no pertenece al poliedro de soluciones del problema. Sin embargo, esta es la mejor solución a la que puede llegar el simplex. Eso significa que no hay ninguna solución real para el problema planteado.



En una tabla de simplex se reconoce un problema incompatible porque se llega a una tabla aparentemente óptima (Todos los Zj-Cj son positivos en problema de máximo o negativos en un problema de mínimo) y aún quedan variables artificiales en la base.

Viendo el gráfico, podemos comprobar que no hay ningún punto que satisfaga las tres inecuaciones simultáneamente.

ALGORITMO DEL MÉTODO SIMPLEX PARA UN PROBLEMA DE MÁXIMO