

6. Análisis Paramétrico

Temario

- A- *Modificación de las dimensiones de un problema.*
 - 1- *Introducción de nuevos productos.*
 - 2- *Determinación del beneficio límite para fabricar un nuevo producto manteniendo la estructura óptima de solución.*
 - 3- *Introducción de nuevas restricciones.*
 - 4- *Determinación de la capacidad límite de una nueva restricción para que no altere la solución del problema*
- B- *Posibilidad de inversiones con análisis de rendimiento*
 - 1- *En productos.*
 - 2- *En recursos.*
 - 3- *En ambos.*
- C- *Modificaciones al problema original*
 - 1- *Introducción de nuevas restricciones acompañada de cambios en los coeficientes de eficiencia.*
 - 2- *Introducción de nuevas restricciones y su influencia en el valor de las variables.*
 - 3- *Introducción de restricciones de demanda mínima y modificaciones a las mismas.*
 - 4- *Introducción de restricciones de demanda máxima y modificaciones a las mismas.*
- D- *Análisis de alternativas de inversión en base al rendimiento de las mismas en función económica y de obtención de recursos saturados.*

“Te incumben los deberes de todo hombre: ser justo y ser feliz. Tu mismo tienes que salvarte. Si algo ha quedado de tu culpa yo cargaré con ella.”

Otro fragmento apócrifo – J. L. Borges

Problemas a resolver

6.1.

Una empresa fabrica y vende tres productos P_1 , P_2 y P_3 , a partir de tres recursos R_1 , R_2 y R_3 . El producto P_1 tiene un contrato de entrega mínima de 20 un/mes.

Se construye un modelo de programación lineal y la solución óptima arroja lo siguiente:

$$P_1 = 20, P_2 = 20, \text{ Sobrante } R_1 = 30, \text{ Sobrante } R_2 = 50$$

Es posible comprar y vender en el mercado los tres productos y los tres recursos. La contribución marginal se calcula como precio de venta menos costo.

- a) Se dispone de X pesos. Indicar todas las alternativas pensadas para utilizar ese dinero en el sistema en estudio.
- b) Desarrollar en detalle el análisis para ver si conviene comprar o producir la unidad número 20 de P_1 .
- c) ¿Qué diferencia hay con el análisis de la unidad número 1 de P_1 ?
- d) ¿Cuál de las 2 unidades, la 20^a o la 1^a, es más probable que convenga comprar en lugar de fabricarla?

Justificar todas las respuestas.

6.2.

Una empresa fabrica P_1 y P_2 a partir de tres recursos: Trabajo de operarios, Máquina y Materia Prima. El producto P_1 , que se vende a \$15, requiere 0,75 hs. de Trabajo de operarios, 1,50 hs. de Máquina y 2 unidades de Materia Prima. El producto P_2 , que se vende a \$8 requiere 0,50 hs. de Trabajo de operarios, 0,80 hs. de Máquina y 1 unidad de Materia Prima. Cada semana se pueden comprar hasta 400 unidades de Materia Prima a \$1,50 la unidad (lo que no se compra, no se paga). Se cuenta con 160 hs. por semana de Trabajo de operarios, pero se pueden conseguir horas extras (hay que pagar \$6 cada hora extra). Se dispone de 320 hs. de máquina por semana. La demanda máxima de P_1 es de 50 un. y la de P_2 es 60 un. Se pueden contratar vendedores. Cada peso que se gasta en contratar vendedores para P_1 aumenta la demanda máxima de ese producto en 10 unidades. Cada peso que se gasta en contratar vendedores para P_2 aumenta la demanda máxima de ese producto en 15 unidades. Se puede gastar como máximo \$100 en contratar vendedores. Se definieron las siguientes variables para el problema:

P_i : cantidad de unidades del producto i (1 ó 2) producidas por semana.

TH: cantidad de hs. extras de Trabajo de operarios por semana

MP: cantidad de unidades de Materia Prima compradas por semana

V_i : pesos gastados por semana en contratar vendedores para el producto i (1 ó 2)

Utilizar la salida de LINDO de este problema para contestar las siguientes preguntas (justificando los resultados obtenidos):

- a- Si el precio de P_1 fuera 15,50 ¿seguiría siendo óptima la solución? Si es así ¿cuál sería el nuevo valor del funcional?
- b- ¿Cuánto estaría dispuesta a pagar la empresa por una unidad más de Materia Prima? ¿y por otra hora de Máquina?
- c- Se considera fabricar un nuevo producto (P_3) que se vendería a \$17 y requiere 2 hs. de Trabajo de operarios, 1 un. de Materia Prima y 2hs. de Máquina. ¿Convendrá fabricar este producto? (Probar con una unidad)
- d- Para alguna de las variables que valen cero, explicar cuál tendría que ser su coeficiente en el funcional para que entrara a la base.

```

MAX 15 P1 + 8 P2 - 6 TH - 1.5 MP - V1 - V2
ST
P1 - 10 V1 < 50
P2 - 15 V2 < 60
0.75 P1 + 0.5 P2 - TH < 160
2 P1 + P2 - MP < 0
MP < 400
V1 + V2 < 100
1.5 P1 + 0.8 P2 < 320
END

```

LP OPTIMUM FOUND AT STEP 5

OBJECTIVE FUNCTION VALUE

1) 2427.667

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
P1	160.000000	0.000000
P2	80.000000	0.000000
TH	0.000000	2.133333
MP	400.000000	0.000000
V1	11.000000	0.000000
V2	1.333333	0.000000

ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	0.000000	0.100000
3)	0.000000	0.066667
4)	0.000000	3.866667
5)	0.000000	6.000000
6)	0.000000	4.500000
7)	87.666664	0.000000
8)	16.000000	0.000000

NO. ITERATIONS= 5

RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED:

VARIABLE	OBJ COEFFICIENT RANGES		
	CURRENT COEF	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
P1	15.000000	0.966667	0.533333
P2	8.000000	0.266667	0.483333
TH	-6.000000	2.133333	INFINITY
MP	-1.500000	INFINITY	4.500000
V1	-1.000000	1.000000	5.333333
V2	-1.000000	1.000000	7.250000

ROW	RIGHTHAND SIDE RANGES		
	CURRENT	ALLOWABLE	ALLOWABLE
	RHS	INCREASE	DECREASE
2	50.000000	110.000000	876.666626
3	60.000000	20.000000	1314.999878
4	160.000000	27.500000	2.500000
5	0.000000	6.666667	55.000000
6	400.000000	6.666667	55.000000
7	100.000000	INFINITY	87.666664
8	320.000000	INFINITY	16.000000

6.3.

Una empresa fabrica dos productos: A y B a partir de tres recursos: R_1 , R_2 y Trabajo de operarios. El producto A, que se vende a \$400 por unidad, requiere 2 kilos de R_1 , 3 kilos de R_2 y 1 hora de Trabajo de operarios. El producto B, que se vende a \$500 por unidad, requiere 3 kilos de R_1 , 2 de R_2 y 2 horas de Trabajo de operarios. Se dispone de 100 kilos de R_1 , 120 de R_2 y 70 hs. de Trabajo de operarios (todo por semana). Se pueden comprar más kilos de R_1 a \$100 cada uno. Se tiene un pedido comprometido de 20 unidades de A y 25 unidades de B para esta semana.

Se definieron las siguientes variables para el problema:

A: cantidad de unidades del producto A producidas por semana.

B: cantidad de unidades del producto B producidas por semana.

R_1 : cantidad de kilos de recurso R_1 que se compran por semana.

Utilizar la salida de LINDO de este problema para contestar las siguientes preguntas (justificar los resultados obtenidos):

- Suponiendo que el precio de venta de R_1 ahora fuera \$190. ¿Todavía se compraría R_1 ? ¿Cuál sería la nueva solución óptima?
- ¿Cuánto estaría dispuesta a pagar la empresa por una unidad más de Trabajo de operarios?
- Se considera fabricar un nuevo producto (C) que se vendería a \$550 y requiere 4 kilos de R_1 , 2 de R_2 y 1 hora de Trabajo de Operarios. ¿Convendrá fabricar este producto? (Probar con una unidad)

```

MAX 400 A + 500 B - 100 R1
ST
2 A + 3 B - R1 < 100
3 A + 2 B < 120
1 A + 2 B < 70
A > 20
B > 25
END

LP OPTIMUM FOUND AT STEP      5

      OBJECTIVE FUNCTION VALUE

    1)      19000.00

VARIABLE      VALUE      REDUCED COST
   A          20.000000      0.000000
   B          25.000000      0.000000
  R1          15.000000      0.000000

ROW  SLACK OR SURPLUS      DUAL PRICES
  2)      0.000000      100.000000
  3)     10.000000      0.000000
  4)      0.000000      200.000000
  5)      0.000000      0.000000
  6)      0.000000     -200.000000

NO. ITERATIONS=      5

RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED:

      OBJ COEFFICIENT RANGES
VARIABLE  CURRENT      ALLOWABLE      ALLOWABLE
           COEF      INCREASE      DECREASE
   A      400.000000      INFINITY      100.000000
   B      500.000000      200.000000      INFINITY
  R1     -100.000000      100.000000      100.000000

      RIGHTHAND SIDE RANGES
ROW      CURRENT      ALLOWABLE      ALLOWABLE
           RHS      INCREASE      DECREASE
  2      100.000000      15.000000      INFINITY
  3      120.000000      INFINITY      10.000000
  4       70.000000      3.333333      0.000000
  5       20.000000      0.000000      INFINITY
  6       25.000000      0.000000      2.500000
    
```

6.4.

Una empresa fabrica dos productos X1 y X2 a partir de tres recursos R1, R2 y R3. Cada unidad de producto X1 consume 4 unidades de R1 y 6 unidades de R3. Cada unidad de producto X2 consume 5 R1, 1 de R2 y 3 de R3. Los productos se venden a \$40 y \$30 por unidad, respectivamente. Mensualmente se dispone de 140, 25 y 100 unidades de R1, R2 y R3.

Se adjunta la salida de LINDO del modelo correspondiente,

- a- Analizar la solución obtenida, indicando los resultados de la misma en cuanto al plan de producción, recursos consumidos y resultados obtenidos.

- b- Se plantea la posibilidad de fabricar un nuevo producto X3, que consume media unidad de R2 y 2 unidades de R3 por unidad de X3 producida. Este producto se vendería a \$9 por unidad. ¿Convendrá fabricar este producto? (Probar con una unidad)
- c- Correr el modelo en LINDO agregando el producto X3 y forzando a producir una unidad de este nuevo producto.
- d- Comparar los resultados obtenidos en b) y c) y analizar las diferencias obtenidas.
- e- Se debe agregar un nuevo proceso de terminación a los productos. Cada unidad de X1 consume dos horas de este proceso, y cada unidad de X2 consume tres horas de este nuevo proceso. Se dispone de 85 horas mensuales para este proceso. ¿cómo afecta esto a la solución obtenida?

```

Max 40 x1 + 30 x2
st
4 x1 + 5 x2 <= 140
           x2 <= 25
6 x1 + 3 x2 <= 100

LP OPTIMUM FOUND AT STEP      2

          OBJECTIVE FUNCTION VALUE
    1)          911.1111

   VARIABLE            VALUE            REDUCED COST
     X1              4.444445            0.000000
     X2             24.444445            0.000000

   ROW  SLACK OR SURPLUS    DUAL PRICES
     2)          0.000000            3.333333
     3)          0.555556            0.000000
     4)          0.000000            4.444445

RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED:

          OBJ COEFFICIENT RANGES
   VARIABLE            CURRENT            ALLOWABLE            ALLOWABLE
                   COEF            INCREASE            DECREASE
     X1             40.000000            19.999998            16.000000
     X2             30.000000            20.000000             9.999999

          RIGHTHAND SIDE RANGES
   ROW            CURRENT            ALLOWABLE            ALLOWABLE
                   RHS            INCREASE            DECREASE
     2             140.000000            1.666667            73.333328
     3              25.000000            INFINITY             0.555556
     4             100.000000            110.000000            2.500000

```

6.5.

Se ha resuelto un problema de P.L.C. y se ha obtenido una resolución numérica que se adjunta.

Consiste en la fabricación y venta de los productos 1, 2 y 3, siendo X_i cantidad a fabricar y vender de producto i . Los precios de venta son 18, 13, y 10 para los productos 1, 2 y 3 respectivamente (en \$/unidad).

```

Max 18 X1 + 13 X2 + 10 X3
St
DEMAX1) X1 < 300 ! Restricción de demanda máxima de producto 1
DEMIN2) X2 > 100 ! restricción de demanda mínima de producto 2
DEMIN3) X3 > 180 ! Restricción de demanda mínima de producto 3
REC1) 7 X1 + 4 X2 + 7 X3 < 2370 ! recurso 1
REC2) 8 X1 + 2 X2 + 8 X3 < 2000 ! recurso 2
REC3) 3 X1 + 2 X2 + 4 X3 < 3000 ! recurso 3
end

```

Objective value: 5407.500

Variable	Value	Reduced Cost
X1	0.000000	4.750000
X2	277.5000	0.000000
X3	180.0000	0.000000

Row	Slack or Surplus	Dual Price
DEMAX1	300.0000	0.000000
DEMIN2	177.5000	0.000000
DEMIN3	0.000000	-12.75000
REC1	0.000000	3.250000
REC2	5.000000	0.000000
REC3	1725.000	0.000000

Ranges in which the basis is unchanged:

Objective Coefficient Ranges:

Variable	Current Coefficient	Allowable Increase	Allowable Decrease
X1	18.00000	4.750000	INFINITY
X2	13.00000	INFINITY	2.714286
X3	10.00000	12.75000	INFINITY

Righthand Side Ranges:

Row	Current RHS	Allowable Increase	Allowable Decrease
DEMAX1	300.0000	INFINITY	300.0000
DEMIN2	100.0000	177.5000	INFINITY
DEMIN3	180.0000	1.111111	180.0000
REC1	2370.000	10.00000	710.0000
REC2	2000.000	INFINITY	5.000000
REC3	3000.000	INFINITY	1725.000

1: ¿Cuánto pagaría por nueve unidades más de recurso 1? Justifique claramente su respuesta.

2: ¿Cuánto pagaría por poder fabricar y vender cinco unidades menos del producto 3? Justifique claramente su respuesta.

3: ¿Qué pasa si agregamos una demanda mínima para el producto 1 de 2 unidades? Justifique claramente su respuesta.

4: ¿Resultará conveniente vender 748 unidades (no se puede vender menos) de recurso 1 a 2431\$ en total? Justificar claramente la respuesta. Si considera que le falta información indicar qué información le falta y qué situaciones se pueden presentar.

5: ¿A Cuánto vendería 5 unidades del recurso 2? Justifique claramente su respuesta.

6: ¿Cuánto pagaría por conseguir 11 unidades del recurso 1? Justifique claramente su respuesta. Si considera que le falta información indicar qué información le falta y qué situaciones se pueden presentar.

7: ¿Qué pasa si agregamos una demanda máxima para el producto 2 de 278 unidades? Justifique claramente su respuesta. Si considera que le falta información indicar qué información le falta y qué situaciones se pueden presentar.

8: ¿Resultará conveniente comprar 15 unidades (no se puede comprar menos) de recurso 1 a 49\$ en total? Justificar claramente la respuesta. Si considera que le falta información indicar qué información le falta y qué situaciones se pueden presentar.

9: ¿Cuánto pagaría por poder fabricar y vender 7 unidades menos del producto 3? Justifique claramente su respuesta.

10: ¿Qué pasa si me obligan a fabricar una unidad del producto 1? Justifique claramente su respuesta. Si considera que le falta información indicar qué información le falta y qué situaciones se pueden presentar.

11: ¿Qué pasa si agregamos una demanda máxima para el producto 2 de 270 unidades? Justifique claramente su respuesta.

12: ¿Resultará conveniente vender 800 unidades (no se puede vender menos) de recurso 1 a 2600\$ en total? Justificar claramente la respuesta. Si considera que le falta información indicar qué información le falta y qué situaciones se pueden presentar.

13: ¿A cuánto vendería una unidad de recurso 3? Justifique claramente su respuesta.

14: Si lo quieren obligar a fabricar y vender una unidad de producto 1 ¿Cuánto estaría dispuesto a pagar por no hacerlo? Justifique claramente su respuesta.

15: ¿Qué pasa si aumentamos el precio del producto 1 de \$18 a \$21? Justifique claramente su respuesta.

16: ¿Resultará conveniente comprar 22 unidades (no se puede comprar menos) de recurso 1 a \$72 en total? Justificar claramente la respuesta. Si considera que le falta información indicar qué información le falta y qué situaciones se pueden presentar.

17: ¿Qué pasa si el coeficiente de X2 en el funcional aumenta en \$2? Justifique su respuesta.

18: ¿Cuánto pagaría para que no lo obliguen a fabricar una unidad más de producto 3? Justifique claramente su respuesta.

19: ¿Qué pasa si el coeficiente de X2 en el funcional disminuye en \$3? Justifique claramente su respuesta. Si considera que le falta información indicar qué información le falta y qué situaciones se pueden presentar.

20: ¿Resultará conveniente vender 810 unidades (no se puede vender menos) de recurso 1 a \$2307 en total? Justificar claramente la respuesta. Si considera que le falta información indicar qué información le falta y qué situaciones se pueden presentar.