

### **3. Modelización: Programación Lineal Entera**

#### **Temario**

- 1- *Análisis del enunciado del problema.*
- 2- *Resumen de la situación a resolver.*
- 3- *Variables enteras.*
- 4- *Variables bivalentes.*
- 5- *Variables indicativas.*
- 6- *Variables de decisión.*
- 7- *Problemas con relaciones lógicas.*
- 8- *Costos y beneficios no lineales.*
- 9- *Restricciones discretas.*
- 10- *Problemas combinatorios.*
- 11- *Problemas de redes.*
- 12- *Problema del viajante.*
- 13- *Problemas no lineales.*

### Problema Tipo N° 1

Una empresa fabrica y vende dos productos  $P_1$  y  $P_2$ . Sus insumos básicos son mano de obra, materias primas y horas de equipo.

A continuación se detallan los consumos unitarios, costos de los insumos y precios de venta:

Producto	Precio de venta	Mano de obra		Materia prima		Equipo
		(hh/u)	(\$/hh)	(kg/u)	(\$/kg)	(he/u)
1	50	2	2,5	4	6,2	1
2	40	3	2,5	2	6,2	1,5

	Costo de la hora de equipo (\$/he)
Si el consumo es menor que 50	2
Si el consumo es mayor que 50	1

Las disponibilidades son: 150 hh/día de mano de obra, 180 kg/día de materia prima y no existe límite para las horas de equipo. El costo de las mismas se ve en el siguiente cuadro:

### Resolución del problema

#### 1. Objetivo

Definir el plan de producción diario de los productos 1 y 2, de modo tal de maximizar los beneficios por su venta, satisfaciendo las disponibilidades de mano de obra, materias primas y equipos, considerando sus costos de uso.

#### 2. Hipótesis y Supuestos

- No hay inflación, o si la hubiera, no altera la relación de precios y costos.
- No existen restricciones de demanda; todo lo que se produce se vende.
- No existe la posibilidad de trabajar hs. extras.
- Los rendimientos de los equipos no varían con la cantidad producir.
- Si el consumo de horas del equipo es igual a 50, pago \$1/hora
- Los rangos de horas de equipo son diarios

#### 3. Variables

Variable	Descripción	Unidad
$P_1$	cantidad a producir de producto 1	[u/día]
$P_2$	cantidad a producir de producto 2	[u/día]
Uso_MO	cantidad a utilizar de recurso M.O.	[hh/día]
Uso_MP	cantidad a utilizar de recurso M.P.	[he/día]
Uso_Equipo	cantidad de hs. utilizar los equipos	[he/día]
Uso_Eq1	cantidad de hs. a utilizar $\leq 50$ hs. equipo	[he/día]
Uso_Eq2	cantidad de hs. a utilizar $> 50$ hs. equipo	[he/día]
$Y_E$	variable entera bivalente: 1: Uso_Equipo $\leq 50$ hs./día 0: Uso_Equipo $\geq 50$ hs./día	

#### 4. Formulación Matemática

➤ *Mano Obra*

$$\begin{aligned} 2 P_1 + 3 P_2 &= \text{Uso\_MO} && [\text{hh/día}] \\ \text{Uso\_MO} &\leq 150 && [\text{hh/día}] \end{aligned}$$

➤ *Materia Prima*

$$\begin{aligned} 4 P_1 + 2 P_2 &= \text{Uso\_MP} && [\text{kg/día}] \\ \text{Uso\_MP} &\leq 180 && [\text{kg/día}] \end{aligned}$$

➤ *Equipos*

$$\begin{aligned} 1 P_1 + 1,5 P_2 &= \text{Uso\_Equipo} \\ \text{Uso\_Equipo} &= \text{Uso\_Eq}_i + \text{Uso\_Eq}_2 \\ \text{Uso\_Eq}_1 &\leq 50 Y_E \\ 50 (1-Y_E) &\leq \text{Uso\_Eq}_2 \leq M (1-Y_E) \end{aligned}$$

➤ *Funcional*

$$\begin{aligned} Z &= 50 P_1 + 40 P_2 - 2,5 \text{Uso\_MO} - 6,2 \text{Uso\_MP} - \\ &- 1 \text{Uso\_Eq}_1 - 2 \text{Uso\_Eq}_2 \rightarrow \text{Máx.} \end{aligned}$$

#### Problema Tipo N° 2

Una empresa cuenta con una instalación para producir energía eléctrica (EE). Consta de una turbina y una caldera. Esta última puede producir entre 150 y 500 libras de vapor por hora (por menos de 150 no conviene encenderla). La caldera funciona a gas o fuel-oil con los siguientes rendimientos según los m<sup>3</sup> de combustible consumidos:

a- gas: de 0 a 100 m<sup>3</sup>, r = 0,8  
de 100 a 200 m<sup>3</sup>, r = 0,85  
más de 200 m<sup>3</sup>, r = 0,9.

b- fuel-oil: de 0 a 150 m<sup>3</sup>, r = 0,75  
más de 150 m<sup>3</sup>, r = 0,85

El costo del gas es de 20 \$/m<sup>3</sup> y el del fuel-oil, 17 \$/m<sup>3</sup>

En condiciones ideales para obtener 2 libras de vapor se requiere 1 m<sup>3</sup> de combustible, esto se ve afectado por los rendimientos antedichos.

El vapor producido en la caldera se procesa en una turbina, teóricamente de una libra de vapor se obtienen 10 kw (todo por hora) este valor se ve afectado por los coeficientes de la turbina que siguen la siguiente ley:

➤ si procesa hasta 250 libras/hora, c = 0,58  
de 250 a 350 lb/h, c = 0,85;  
de 350 a 500 lb/h; el coeficiente baja a 0,8.

El costo de producir la EE dependerá del consumo de combustible, de los rendimientos y del costo fijo "F" que se paga si la instalación funciona. Si se opta por no producir se puede comprar EE a 35 \$/kw teniendo que pagar un costo de mantenimiento de "CM" pesos por hora para mantener la instalación. La cantidad de EE requerida está entre "E<sub>1</sub>" (mínimo) y "E<sub>2</sub>" (máximo) kw/h.

Resolución del problema1. Objetivo

Determinar la producción o compra de energía eléctrica para satisfacer los requerimientos por hora, considerando costos de instalación, consumo y tipo de combustible y capacidades productivas.

2. Hipótesis

- Sólo se puede utilizar un combustible
- Si se compra EE, no se produce.
- Existe disponibilidad de combustible y agua.
- Existe disponibilidad de dinero para comprar combustible y pagar los costos fijos.
- No hay otras pérdidas que las indicadas.
- El mantenimiento sólo se paga si la instalación no produce.
- No hay fallas ni pérdidas no previstas.

3. Variables

<b>Variable</b>	<b>Descripción</b>	<b>Unidad</b>
<b>GAS<sub>1</sub>, GAS<sub>2</sub>, GAS<sub>3</sub></b>	Cantidad de gas a utilizar según rendimiento	[m <sup>3</sup> /h]
<b>FUEL<sub>1</sub>, FUEL<sub>2</sub></b>	Cantidad de fuel-oil a utilizar según rendimiento	[m <sup>3</sup> /h]
<b>VAPOR<sub>1</sub>, VAPOR<sub>2</sub>, VAPOR<sub>3</sub>, VAPOR<sub>4</sub></b>	Cantidad de vapor a utilizar según coeficientes	[lb/h]
<b>EE<sub>COMPRADA</sub>, EE<sub>PRODUCIDA</sub></b>	Cantidad de energía eléctrica a comprar o producir	[kw/h]

<b>Variable Entera Bivalente</b>	<b>Valor que toma</b>	<b>Condición</b>
<b>Y<sub>G1</sub></b>	1 0	Si uso gas en rango < 100 m <sup>3</sup> Si no
<b>Y<sub>G2</sub></b>	1 0	Si uso gas en rango 100 – 200 m <sup>3</sup> Si no
<b>Y<sub>G3</sub></b>	1 0	Si uso gas en rango > 200 m <sup>3</sup> Si no
<b>Y<sub>F1</sub></b>	1 0	Si uso fuel-oil en rango < 150 m <sup>3</sup> Si no
<b>Y<sub>F2</sub></b>	1 0	Si uso fuel-oil en rango > 150 m <sup>3</sup> Si no
<b>Y<sub>V1</sub></b>	1 0	Si produzco entre 150 y 250 lb de vapor Si no
<b>Y<sub>V2</sub></b>	1 0	Si produzco entre 250 y 350 lb de vapor Si no
<b>Y<sub>V3</sub></b>	1 0	Si produzco entre 350 y 500 lb de vapor Si no
<b>Y<sub>C</sub></b>	1 0	Si la energía eléctrica es comprada Si la energía eléctrica es producida

#### 4. Formulación Matemática:

➤ *Utilización de gas*

$$\begin{aligned} 0 &\leq GAS_1 \leq 100 Y_{G1} \quad [m^3/h] \\ 100 Y_{G2} &\leq GAS_2 \leq 200 Y_{G2} \quad [m^3/h] \\ 200 Y_{G3} &\leq GAS_3 \leq M Y_{G3} \quad [m^3/h] \end{aligned}$$

➤ *Utilización de fuel-oil*

$$\begin{aligned} 0 &\leq FUEL_1 \leq 150 Y_{F1} \quad [m^3/h] \\ 150 Y_{F2} &\leq FUEL_2 \leq M Y_{F2} \quad [m^3/h] \end{aligned}$$

➤ *Utilización de fuel-oil o gas o ninguno de los dos*

$$Y_{G1} + Y_{G2} + Y_{G3} + Y_{F1} + Y_{F2} + Y_C = 1 \quad \Leftrightarrow \text{Si compra no produce}$$

➤ *Relación entre el combustible utilizado y la cantidad de vapor producido*

$$VAPOR_1 + VAPOR_2 + VAPOR_3 = 2 (0,8 GAS_1 + 0,85 GAS_2 + 0,9 GAS_3 + 0,75 FUEL_1 + 0,85 FUEL_2) \quad [lb/h]$$

➤ *Relación entre el vapor procesado y los coeficientes de producción de EE*

$$\begin{aligned} 150 Y_{V1} &\leq VAPOR_1 \leq 250 Y_{V1} \quad [lb/h] \\ 250 Y_{V2} &\leq VAPOR_2 \leq 350 Y_{V2} \quad [lb/h] \\ 350 Y_{V3} &\leq VAPOR_3 \leq 500 Y_{V3} \quad [lb/h] \end{aligned}$$

$$\sum_{i=1}^3 Y_{Vi} + Y_C = 1 \quad \Leftrightarrow \text{Si compra no produce}$$

➤ *Cantidad de EE producida*

$$EE_{PRODUCIDA} = 10 (0,58 VAPOR_1 + 0,85 VAPOR_2 + 0,8 VAPOR_3) \quad [kw/h]$$

➤ *Producción o Compra de EE*

$$0 \leq EE_{PRODUCIDA} \leq M (1 - Y_C) \quad [kw/h]$$

$$0 \leq EE_{COMPRADA} \leq M Y_C \quad [kw/h]$$

➤ *Demanda Máxima y Mínima*

$$E_1 \leq EE_{PRODUCIDA} + EE_{COMPRADA} \leq E_2 \quad [kw/h]$$

➤ *Funcional*

$$Z = 17 (FUEL_1 + FUEL_2) + 20 (GAS_1 + GAS_2 + GAS_3) + 35 EE_{COMPRADA} + CM * Y_C + F(1 - Y_C) \quad \rightarrow \text{Mín. } [$/h]$$

### Problema Tipo N° 3

Sophilos está en el negocio de las vasijas de arcilla. Las trae desde el norte y las termina con dibujos a pedido. En este momento debe definir la cantidad a comprar este mes. Los datos disponibles son los siguientes:

- Si compra más de 10 vasijas, debe pagar \$100 a una persona para que las revise y certifique la calidad.
- Si compra vasijas de fondo oscuro, no puede comprar vasijas de fondo claro y viceversa.
- Si compra hasta 8 vasijas, el precio unitario es de \$10, y si compra más de 8, el precio será de \$8 cada una.

- d- Cuenta con pedidos de sus clientes por A vasijas de fondo claro y B vasijas de fondo oscuro.
- e- La ganancia neta por unidad vendida es de \$20 para las de fondo claro y de \$28 para las de fondo oscuro.

### Resolución del problema

#### 1. Relevamiento y análisis

Hacemos las siguientes preguntas y obtenemos las correspondientes respuestas

a- P: ¿Existe un límite superior para la compra de vasijas ya sea por disponibilidad del proveedor o por restricción financiera del comprador?

R: No, dentro de los valores máximos de la demanda se puede comprar lo que sea necesario.

b- P: ¿No hay rotura o daño de vasijas compradas?

R: No, el embalaje es muy bueno y las roturas son excepcionales.

c- P: ¿Los pedidos de vasijas son mínimos, exactos o máximos?

R: Son máximos.

d- P: ¿El costo de la inspección, si lo hubiere, y el costo de compra de las vasijas ha sido considerado en el cálculo de la ganancia neta, y si lo fue en que forma?

R: No fue incluido.

#### 2. Algunas hipótesis necesarias

- Los pedidos no entregados, ya sea de Vasijas de fondo claro u oscuro, no generan ningún costo no especificado ni puede afectar la entrega de los pedidos que se decida cumplir.
- Al realizar los dibujos no se estropea y rompe ninguna vasija.

#### 3. Objetivo

Maximizar los beneficios de este mes, producto de la operación comercial de comprar, dibujar y vender vasijas, entendido este como la diferencia entre los ingresos de ganancia neta y los egresos por la inspección y la compra de las vasijas.

#### 4. Modelo y variables

- Si compra más de 10 vasijas debe pagar \$100 a una persona para que las revise y certifique la calidad.

<i>Variable</i>	<i>Descripción</i>	<i>Tipo de variable</i>
<b>Vasijas</b>	Cantidad de vasijas a comprar	Entera
<b><math>Y_1</math></b>	Vale 1, si compra más de 10 vasijas Vale 0, si no	Entera Bivalente

$Vasijas \leq 10 + M * Y_1$  ☞ Como  $Y_1$  estará asociada a un costo en el funcional si Vasijas es  $\leq 10$ , el funcional hará que  $Y_1$  valga cero; en cambio si Vasijas es  $> 10$ ,  $Y_1$  estará obligada a valer 1.

- Si compra vasijas de fondo oscuro no puede comprar vasijas de fondo claro y viceversa.

<i>Variable</i>	<i>Descripción</i>	<i>Tipo de variable</i>
<i>Vasijas_fondo_oscuro</i>	Cantidad de vasijas de fondo oscuro a comprar	Entera
<i>Vasijas_fondo_claro</i>	Cantidad de vasijas de fondo claro a comprar	Entera
$Y_2$	Vale 1, si <i>Vasijas_fondo_oscuro</i> $\geq 0$ Vale 0, si <i>Vasijas_fondo_oscuro</i> = 0	Entera Bivalente
$Y_3$	Vale 1, si <i>Vasijas_fondo_claro</i> $\geq 0$ Vale 0, si <i>Vasijas_fondo_claro</i> = 0	Entera Bivalente

$$\text{Vasijas} = \text{Vasijas\_fondo\_oscuro} + \text{Vasijas\_fondo\_claro} \quad \Leftrightarrow \text{Ecuación de balance}$$

$$\text{Vasijas\_fondo\_oscuro} \leq M * Y_2$$

$$\text{Vasijas\_fondo\_claro} \leq M * Y_3$$

$$Y_2 + Y_3 \leq 1 \quad \Leftrightarrow \text{Solo una de las variables puede tomar valor. Con esta ecuación obligamos a que Vasijas\_fondo\_oscuro o Vasijas\_fondo\_claro sean iguales a cero.}$$

- Si compra hasta 8 vasijas el precio unitario será de 10\$ y si compra mas de 8 el precio será de 8\$ cada una.

<i>Variable</i>	<i>Descripción</i>	<i>Tipo de variable</i>
<i>Vasijas8</i>	Cantidad de Vasijas, si <i>Vasijas</i> es $\leq 8$	Entera
<i>Vasijas9mas</i>	Cantidad de Vasijas si <i>Vasijas</i> es $> 9$	Entera
$Y_4$	Toma valor 1, si <i>Vasijas8</i> $\geq 0$ Toma valor 0, si <i>Vasijas8</i> = 0	Entera Bivalente
$Y_5$	Toma valor 1, si <i>Vasijas9mas</i> $\geq 0$ Toma valor 0, si <i>Vasijas9mas</i> = 0	Entera Bivalente

$$\text{Vasijas} = \text{Vasijas8} + \text{Vasijas9mas} \quad \Leftrightarrow \text{Apertura de la variable}$$

$$\text{Vasijas8} \leq 8Y_4$$

$$9 * Y_5 \leq \text{Vasijas9mas} \leq M * Y_5$$

$$Y_4 + Y_5 = 1$$

- Cuenta con pedidos de sus clientes por A vasijas de fondo claro y B vasijas de fondo oscuro.

$$\text{Vasijas fondo claro} \leq A$$

$$\text{Vasijas fondo oscuro} \leq B$$

- Funcional

$$\text{Ingresos} = 20 \text{ Vasijas fondo claro} + 28 \text{ vasijas fondo oscuro}$$

$$\text{Egresos} = 100 Y_1 + 10 \text{ Vasijas8} + 8 \text{ Vasijas9mas}$$

$$Z = \text{Ingresos} - \text{Egresos} \rightarrow \text{Máx.}$$

### Problema Tipo N° 4

Renato debe visitar a 5 personas que identificaremos como  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $\delta$  y  $\varepsilon$  en menos de 6 horas. Con cada una de ellas no estará menos de 30 minutos. Sabe donde vive cada uno de ellos y el tiempo que se tarda en cada viaje.

	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$\delta$	$\varepsilon$
Renato	50	40	110	30	40
$\alpha$	—	70	40	20	70
$\beta$		—	70	80	90
$\gamma$			—	40	80
$\delta$				—	90

El costo de cada viaje es de \$0,80 en transporte público. Renato dispone de \$10 y podría hacer algún viaje en taxi con lo cual reduce el tiempo de ese viaje a la mitad, a un costo de \$3 por viaje. Solo lo hará si es la única forma de estar de regreso en 6 hs.

Adicionalmente no puede visitar a  $\beta$  si antes no visitó a  $\alpha$ . Asimismo  $\varepsilon$  puede ser el último solo si  $\delta$  fue el primero.

#### Resolución del problema

##### 1. Relevamiento y análisis

Hacemos las siguientes preguntas y obtenemos las correspondientes respuestas

a- P: ¿El tiempo de viaje entre  $\alpha$  y  $\beta$  es el mismo si el viaje se hace en sentido inverso, es decir entre  $\beta$  y  $\alpha$ ?

R: Si. Así es.

b- P: ¿Los tiempos de viaje no cambian a lo largo del día por horas pico o cualquier otro motivo?

R: No. Se ha verificado que por las características de la zona esa variación no existe.

c- P: ¿Cómo afectan los tiempos de espera del transporte público?

R: Están incluidos en los tiempos informados.

d- P: ¿Y los tiempos de conseguir un taxi, fueron considerados?

R: Si. También fueron tenidos en cuenta.

Estamos ante un problema del viajante con algunas restricciones adicionales como ser la posibilidad de viajar en transporte público o en taxi y las restricciones en cuanto al orden en que Renato visita a los amigos. Podemos comenzar por armar un problema del viajante y proceder a agregarle las restricciones adicionales. Debemos también tener en cuenta que el modelo sugerirá utilizar el taxi solo en caso de ser necesario para cumplir con la restricción del tiempo disponible.

##### 2. Algunas hipótesis necesarias

- Se modelizará considerando que el tiempo de permanencia con cada amigo será de 30 minutos.
- No se consideran contratiempos ni demoras imprevistas.
- Renato cuenta con cambio para pagar el transporte público (no perderá tiempo buscándolo).

➤ No hay otros costos que los de transporte.

### 3. Objetivo

Determinar el orden de las visitas y los medios de transporte a emplear en cada caso para gastar la menor cantidad de dinero posible.

### 4. Modelo y variables

➤ Viajante

Variable	Descripción	Tipo de variable
$Y_{ij}$	Vale 1 si Renato va de $i$ a $j$ Vale cero en caso contrario	Entera Bivalente
$U_i$	Indica el orden en que el amigo $i$ es visitado	Entera

$$\sum_{j=Renato}^{\varepsilon} Y_{ij} = 1 \quad \forall i = Renato, \alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon \quad \Leftrightarrow \text{Salir de todos los lugares}$$

$$\sum_{i=Renato}^{\varepsilon} Y_{ij} = 1 \quad \forall j = Renato, \alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon \quad \Leftrightarrow \text{Llegar a todos los lugares}$$

$$U_i - U_j + 5 Y_{ij} \leq 4 \quad \forall i = \alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon \quad \Leftrightarrow \text{No realizar subtours}$$

$$\forall j = \alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon$$

$$i \text{ distinto de } j$$

$$\text{Amigos a visitar } (n) = 5$$

➤ Elección del transporte

Variable	Descripción	Tipo de variable
$Y'_{ij}$	Vale 1, si viaja en transporte público Vale 0, si no	Entera Bivalente
$Y''_{ij}$	Vale 1, si viaja en taxi Vale 0, si no	Entera Bivalente

$$Y_{ij} = Y'_{ij} + Y''_{ij} \quad \Leftrightarrow \text{Viaja en transporte público o en taxi}$$

➤ Tiempo de Viaje

Variable	Descripción	Tipo de variable
Tiempo	Minutos de viaje total, desde que sale hasta que llega	Continua

$$\text{Tiempo} = \text{permanencia con cada amigo} +$$

$$+ \text{tiempo de viaje en transporte público} +$$

$$+ \text{tiempo de viaje en taxi}$$

Entonces...

$$\text{Tiempo} = 5 * 30 +$$

$$+ \sum \sum Y'_{ij} \text{ tiempo de viaje en transporte público desde } i \text{ a } j +$$

$$+ \sum \sum Y''_{ij} \text{ tiempo de viaje en transporte público desde } i \text{ a } j / 2$$

☞ Observar que “tiempo de viaje en transporte público desde  $i$  a  $j$ ” es un valor constante, definido en el enunciado, y por eso lo podemos multiplicar por la bivalente.

$$\text{Tiempo} \leq 6 * 60 \quad \Leftrightarrow \text{Tiempo total máximo 6 hs.}$$

➤ *Costo de Viaje*

<i>Variable</i>	<i>Descripción</i>	<i>Tipo de variable</i>
<i>Costo</i>	<i>Costo del viaje total en pesos</i>	<i>Continua</i>

$$\text{Costo} = \sum \sum Y'_{ij} * 0.80 + \sum \sum Y''_{ij} * 3$$

$$\text{Costo} \leq 10$$

➤ *Visitar a  $\alpha$  antes que a  $\beta$*

$$U_\alpha \leq U_\beta$$

➤  *$\epsilon$  puede ser el último solo si  $\delta$  fue el primero*

<i>Variable</i>	<i>Descripción</i>	<i>Tipo de variable</i>
$Y_1$	Vale 0, si $U_\delta$ es igual a 1 Vale 1, si no	Entera Bivalente
$Y_2$	Vale 0, $U_\delta$ es mayor o igual que 2 Vale 1, si no	Entera Bivalente

*Detectamos si  $\delta$  es el primero...*

$$U_\delta - 1 \leq 5 Y_1$$

$$2 - U_\delta \leq 5 Y_2$$

$$Y_1 + Y_2 = 1$$

☞ *Recordar que las variables  $U_i$  toman valores sucesivos. A efectos de las restricciones se tolera suponer que son valores enteros a partir de 1. Sin embargo, se aconseja utilizar restricciones para asegurarlo ( $1 \leq U_i \leq n$ ) y definirlos como variables enteras.*

*Si  $\delta$  no es el primero, no permitimos que  $\epsilon$  sea el último...*

$$U_\epsilon \leq 5 - Y_2$$

➤ *Funcional*

$$Z = \text{Costo} \rightarrow \text{Mín}$$

*“No busquen la verdad en escritos antiguos porque por más que la encuentren, jamás la conocerán. La verdad está dentro de ustedes mismos y son ustedes quienes deben descubrirla”*

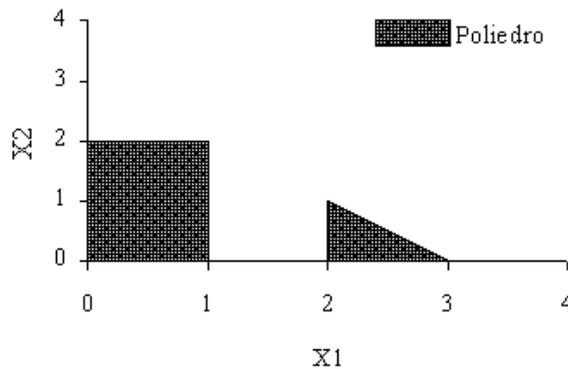
*Gustavo, 1974 a.d.*

### Problemas a resolver

#### 3.1.

Plantear el siguiente problema, no convexo, como P.L. entera mixta.

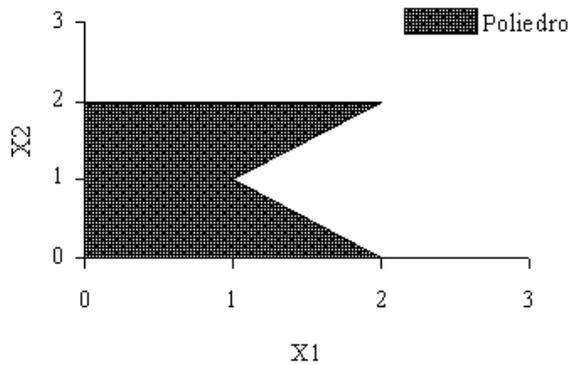
$$Z = 2X_1 + 3X_2 \rightarrow \text{Mín.}$$



#### 3.2.

Plantear el siguiente problema, no convexo, como P.L. entera mixta.

$$Z = 2X_1 + 3X_2 \rightarrow \text{Máx.}$$



#### 3.3.

Suponiendo hechas las declaraciones de las variables MES (1-12)  $E_i$  e  $Y_i$  (0-1) como enteras y  $C_i$  como continuas, pensar las ecuaciones y/o inecuaciones necesarias para:

- que si  $Y_2$  vale 0, entonces  $Y_1$  no valga 1.
- que  $Y_1$  valga 1 si MES es igual a 12 y 0 si no lo es.
- que  $Y_1$  valga igual al resultado de  $Y_2$  or  $Y_3$  or  $Y_4$ .
- que  $Y_1$  valga igual al resultado de  $Y_2$  and  $Y_3$ .
- que  $Y_1$  sea distinto de  $Y_2$ .
- que  $E_1$  tome únicamente alguno de los siguientes valores: 1, 2, 3, 5, 6, 7.
- que  $C_1$  sea mayor que 10.

- h- que  $E_1$  tome únicamente valores impares.
- i- que  $E_1$  tome únicamente alguno de los siguientes valores: 4, 9, 16.
- j- que  $C_1$  sea mayor o igual a 50 si  $Y_1=1$  ó a 75 si  $Y_1=0$ .
- k- que  $E_1$  sea mayor a 100 o sino menor que 80.

### 3.4.

Una importante firma está planeando la formación de un grupo de trabajo para encarar un nuevo proyecto de gran importancia.

Como va a ser un proyecto de largo alcance, se debe tratar con cuidado la selección del personal que ocupará los cargos de gerencia.

La firma decidió elegir los miembros que conformarán ese grupo, de tal manera que se minimice el costo de reemplazo de ese personal en el puesto que ocupa actualmente.

El grupo será de 6 personas que se elegirán entre una lista de 12; las características y los costos de reemplazo se dan en la tabla.

	Personas	Profesión	Costo de reemplazo	Carácter	Observaciones
1-	José Doportó	Contador	2.500	1	
2-	Roberto Marino	Químico	2.000	4	Personalidad conflictiva con Ricardo Vidal (N° 11)
3-	Carlos Bettega	Ingeniero	1.800	3	Personalidad conflictiva con Ricardo Marotta (N° 4)
4-	Ricardo Marotta	Contador	3.000	2	Mentor de Juan Lima (N° 6). Personalidad conflictiva con Carlos Bettega (N° 3).
5-	Saúl Ramoa	Contador	2.500	1	
6-	Juan Lima		1.500	4	Protegido por Ricardo Marotta (N° 4)
7-	Jorge Smith	Químico	3.500	1	
8-	Andrés Campbell	Contador	4.000	2	
9-	Francisco Flores	Ingeniero	2.800	3	
10-	María Ferreiro	Ingeniera	3.000	3	
11-	Ricardo Vidal	Contador	2.500	2	Personalidad conflictiva con Roberto Marino (N° 2)
12-	Carlos Salmán		5.000	2	

De los cuatro caracteres definidos en la tabla, los extremos 1 y 4 son antagónicos, y si tenemos miembros del grupo 1 no podemos tener del 4, y viceversa. Si hay dos benevolentes o más se ahorran \$ 100.

#### Otras restricciones

- Debe haber por lo menos 1 ingeniero, 1 químico y 2 contadores.
- No deben encontrarse en el grupo 2 personalidades antagónicas.
- Protegido y mentor significa que el protegido es sólo eficiente si está el mentor.
- No puede haber más de 3 contadores, salvo que pertenezcan Vidal y Smith al grupo, entonces puede haber hasta 4 contadores.

Código de carácter
1- Autoritario
2- Benevolente
3- Efectúa consultas
4- Partidario del trabajo de grupo

### 3.5.

Una empresa minera opera tres minas de oro que es clasificado en 18 y 24 kilates. Los costos y capacidades de producción se dan en el siguiente cuadro:

Mina	Oro 18 K. Capacidad en tn/día	Oro 24 K. Capacidad en tn/día	Costo de operación mill. \$/día
“Enriqueta”	4	4	20
“El Filón”	6	4	22
“La millonaria”	1	6	18

La próxima semana se deben entregar 54 tns. de oro 18 y 65 tns. de oro 24. La ley de contrato de trabajo exige que al operario se le pague el día completo aunque la mina trabaje sólo una fracción del día.

Se supone que comenzaría a trabajar el lunes a las cero horas y entregaría el producto el domingo a las 24 hs.

### 3.6.

Una empresa produce aceite comestible mediante la refinación de aceite crudos y su posterior mezcla. El producto final se vende a 150 \$/ton.

Los aceites A y B requieren una línea de producción de refinado distinta de la de los aceites C, D y E. Las capacidades de refinación de cada línea son respectivamente, 200 ton/mes y 250 ton/mes.

Hay una restricción tecnológica de dureza del aceite comestible. Esta debe encontrarse entre 3 y 6 (en unidades de dureza). Se asume que la dureza de aceite comestible es una combinación lineal de las durezas de los aceite crudos.

Además se desean imponer las siguientes condiciones adicionales:

- El aceite comestible no debe contener más de 3 aceites crudos.
- Si se usa un tipo de aceite crudo, deben usarse 20 ton., como mínimo.
- Si se usan el aceite A o el B entonces el aceite C debe también usarse.

En la siguiente tabla, se detalla el precio de cada tipo de aceite crudo (en \$/ton) y su correspondiente nivel de dureza.

Tipo	Precio	Dureza
A	110	8,8
B	120	6,1
C	130	2,0
D	110	4,2
E	115	5,0

Refinar los aceites crudos lleva X min/ton. El costo de mantenimiento de la máquina de refinado varía según la cantidad de horas que funciona, como se detalla a continuación:

Horas	Costo de Mantenimiento
Menos de 100	\$5000
Entre 100 y 200	\$8000
Más de 200 y menos de 500	\$9500
500 ó más	\$10000

### 3.7.

Una empresa mayorista compra y vende 3 productos A, B y C. En este momento tiene en stock 50, 100 y 300 unidades respectivamente. El precio de venta de A varía con la cantidad vendida: si vende hasta 500 unidades, \$ 20 c/u, de 500 a 1000, \$ 18 y más de 1000, \$ 15.

Los precios de venta de B y C son de \$ 35 y \$ 40 respectivamente.

La cantidad a entregar de A debe ser la menor de las tres pero si la cantidad entregada de B es menor que la de C esta limitación no se toma en cuenta.

Los precios de compra son los siguientes:

- producto A: \$ 3 c/u
- producto B: \$ 4 c/u si la compra de producto C es menor de 2500 un. y \$ 3. si la compra de C es mayor de 2500 unidades.
- producto C: \$ 6 c/u si se compran hasta 1000 un., \$ 5 si se compran menos de 3000 un. y \$ 4 para compras mayores de 3000 unidades.

Las demandas máximas son de 2000, 3000, y 4000 unidades respectivamente.

### 3.8.

La posada Aleph-Cero, según Martin Gardner, es un hotel de temporada que está dentro del Tubo Negro, que conecta el agujero negro que está en el centro de la Vía Láctea con los agujeros negros de otros universos.

Dentro de la posada hay un campo de juegos donde se pueden conseguir bolitas de colores numeradas con los números naturales. Con nueve bolitas numeradas de 1 a 9 queremos formar un “cuadrado antimágico”. Éste se forma colocando las bolitas en tres filas de tres bolitas cada una.

Sumando las tres bolitas de cada fila se obtiene una suma por fila.

Igualmente, sumando las tres bolitas de una columna se obtiene una suma por columna. Se quiere que las seis sumas sean todas distintas y que el número que se obtiene sumando las tres bolitas de la diagonal principal sea el menor posible.

El siguiente es un ejemplo de una posible ubicación de las bolitas:

1	2	3
6	8	4
9	5	7

### 3.9.

Suponiendo hechas las declaraciones de las variables  $E_i$  e  $Y_i$  (0-1) como enteras y  $C_i$  como continuas, pensar las ecuaciones y/o inecuaciones necesarias para...

- a- que, si  $C_1$  es mayor que 0, entonces también sea mayor o igual que 22.
- b- que  $E_1$  tome el máximo valor entre  $E_2$ ,  $E_3$  y  $E_4$ .
- c- que  $C_1$  tome el segundo menor valor entre  $C_2$ ,  $C_3$ ,  $C_4$  y  $C_5$ .
- d- que, si  $C_2$  es 0, entonces  $C_1$  también sea 0.
- e- que  $C_1$  no sea igual a 13.
- f- que  $E_1$  tome el valor de  $C_1$  redondeado.
- g- que  $E_1$  tome un valor igual a la cantidad de variables ( $E_2$ ,  $E_3$ ,  $E_4$  y  $E_5$ ) cuyo valor es mayor que 5.

### 3.10.

WATEROIL S.A. es una refinería de petróleo y afronta el problema de distribuir un presupuesto fijo de capital entre distintos proyectos. A continuación se detalla la información disponible.

#### Situación financiera

La facturación mensual es de  $1.000 \times 10^6$  \$ y el margen bruto sobre ventas 2,7%, que se considera muy bajo. Se pretende, con la nueva política de inversiones, elevarlo al 3% como mínimo.

En cuanto al rubro gastos se implementará un estricto control que aspira a reducirlo en términos reales en un 10%. Se prevén fuertes despidos de personal, en especial del plantel de Ventas.

Si bien se prevé un programa de inversiones, éstas se efectuarán dentro de un marco de austeridad que no permitirá gastar más de 65.000.000 \$ el primer año y más de 46.000.000 \$ el segundo año.

#### Ingeniería de Proyecto

Tiene en carpeta los siguientes proyectos:

Proyecto	Descripción	Ingreso medio esperado	Erogaciones	
			Año 1	Año 2
1	Renovar refinería. Aumento capacidad 500 bls/día.	100 M	20 M	20 M
2	Construir nueva refinería. Aumento capacidad 1.000 bls/día.	200 M	30 M	15 M
3	Construir oleoducto. Aumento capacidad 100 bls/día.	50 M	15 M	5 M
4	Cambio Torre Vacío. Aumento capacidad 50 bls/día.	30 M	10 M	7 M
5	Comprar petróleo. Aumento capacidad 20 bls/día.	20 M	5 M	4 M

Resulta claro que los proyectos 1 y 2 se excluyen mutuamente y que la aceptación del 3 depende de la aceptación del 2.

#### Departamento Comercial

Su participación de mercado actual es del 12% y se aspira a llevarla al 12,5% en 2 años.

#### Stock

Su nivel actual alcanza a 3 días de venta. Se aspira a llevarlo como mínimo a 4 días.

#### Producción

Ha determinado que, como mínimo, necesita incrementar su producción en 500 bls/día y como máximo en 1.100 bls/día.

#### Política del Directorio

Elevar al máximo el ingreso de la empresa.

### 3.11.

El gerente de una conocida pizzería de la zona norte ha decidido contratar un servicio de vigilancia, ante la gran inseguridad y la ola de robos en el barrio. Lo que a él le gustaría es hablar con el comisario para reforzar los patrullajes policiales en la cuadra. El problema es que esta alternativa es muy cara (le costaría \$A pesos por mes) y no está seguro de poder pagarla. Una alternativa, en el caso de no poder contratar este servicio, sería hablar con los tres agentes que recorren el barrio para que pongan especial dedicación en su cuadra, con un costo de \$B pesos por agente y por mes. La tercera opción, si ninguna de las dos anteriores fuera viable, es contratar a un militar retirado que vive en el barrio y sólo le cobraría \$C pesos por mes, aunque el servicio que éste le puede brindar es bastante deficiente. Si tampoco pudiera contar con esta opción, deberá confiar en su fiel cuzco Bobby, que puede controlar la pizzería a cambio de un lugar donde dormir.

Para resolver este problema se dispone de \$5000 por mes. También se puede pedir prestado a otras pizzerías de la misma cadena, que le pueden prestar \$500 por mes cada una (habría seis pizzerías dispuestas a colaborar).

### 3.12.

Un hotel planea recibir a los participantes de una convención que dura una semana. Para los banquetes previstos, la empresa organizadora de la convención solicitó que se utilizaran manteles de un color especial. El costo de dichos manteles es de 25 \$/mantel. El lavado de dichos manteles toma normalmente 2 días, es decir, un mantel sucio, enviado a lavar inmediatamente después de ser utilizado el día 2, es regresado a tiempo para ser utilizado el día 5.

Sin embargo, la lavandería tiene también un servicio de mayor costo que regresa los manteles en 1 día. Los gastos de lavandería son 10 \$/mantel y 15 \$/mantel respectivamente.

Considerando que el hotel no desea (por las características de estos manteles), comprar más manteles que los necesarios para el día, ni enviar manteles a lavar si no van a ser usados durante esta convención, ¿cómo satisface sus necesidades, minimizando sus gastos?

Día	Manteles necesarios
1	5
2	6
3	7
4	8
5	7
6	9
7	10

### 3.13.

Un corredor de jugos “Que podemos agregar” tiene que recorrer diariamente 5 comercios partiendo de la fábrica y volviendo a ella. Para ir de un comercio a otro debe calcular los costos, que son proporcionales a los litros de nafta que le insume cada trayecto. Estos costos entre cada comercio I – J se expresan en la tabla adjunta.

Los costos de traslado, comida, etc. deben ser abonados por el corredor. Conoce que por cada litro de nafta que cuesta \$ 1, gasta \$ 9 aproximadamente en comida, art. de librería, etc.

Por razones comerciales, el corredor no puede ir al comercio número 4 sin pasar antes por el 3. Como el comerciante 2 cierra tarde, antes de ir a ese negocio, tendrá que ir a los negocios 3 y 5.

¿Qué es lo mejor que puede hacer el corredor?

	I					
	1	2	3	4	5	J
1	—	7	7	5	8	
2	8	—	12	13	6	
3	6	10	—	9	5	
4	4	15	8	—	14	
5	9	7	7	12	—	
	1	2	3	4	5	J

### 3.14.

Una empresa automotriz enfrenta un control de precios. Fabrica dos modelos de autos, uno standard cuyo precio está controlado, y otro cuyo precio está fuera de control. Precios, costos y stocks iniciales se dan en el siguiente cuadro:

Modelo	Precio	Gastos de fabricación	Materia prima	Costos de ventas	Stock inicial
Standard	18.500 \$/un.	5.500 \$/un.	2.000 \$/un.	1.000 \$/un.	100 un.
Lujo	27.500 \$/un.	7.000 \$/un.	4.000 \$/un.	1.400 \$/un.	150 un.

Para el modelo standard se debe cumplir por lo menos con las entregas correspondientes a los planes “círculo cerrado” y que ascienden a 80 unidades. Se estima para este modelo una demanda máxima de 800 unidades.

En cuanto al modelo de lujo, no hay compromiso de entregas mínimas siendo su demanda máxima de 300 unidades para el mes próximo.

En cuanto a los stocks, no se quiere tener un nivel inferior a 50 para el modelo standard y a 20 para el de lujo.

Se considera que, si el nivel de producción de la planta no supera las 500 unidades, se ahorrará \$1.000.000, por la supresión de una serie de servicios que no serían necesarios.

Las ventas se efectúan de la siguiente manera: 50% al contado y 50% con documentos a 30 días. Estos documentos se descontarán en Bancos, dado que se debe efectuar el pago de un préstamo al exterior, lo que acarrea para el mes en estudio un grave problema financiero. Las tasas de descuento serán las siguientes:

- Si el monto a descontar no supera los \$5.000.000, 20%
- Si el monto a descontar es superior a \$5.000.000, 30%

Los pagos por gastos de fabricación, materia prima y costos de ventas, se harán durante el mes, recurriendo a “descubiertos bancarios”, estimándose que si el nivel total de los mismos está entre 0 y 3 millones, generará una carga financiera de \$160.000, y si lo supera, \$210.000.

Si el monto de documentos a descontar supera 5 millones, la demanda del modelo de lujo aumenta en 100 unidades. En el caso de que se descuenten menos de 5 millones se quiere vender más de lujo que de standard.

Cuando se vendan más de 200 autos de lujo, los primeros 200 tendrán un precio de \$ 27.500 y los restantes de \$30.000.

### 3.15.

Una empresa textil fabrica y vende telas para cortinas en sus dos variedades, voile y rústico. La venta se hace en bobinas de 30 mts. de largo x 1,30 mts. de ancho. En el cuadro siguiente se resumen las situaciones correspondientes a cada tipo de tela:

Tela	Precio	Gastos de fabricación	Materia prima	Costos de ventas	Stock actual
Voile	420 \$/bobina	9 \$/metro	3 \$/metro	20 \$/bobina	30 bobinas
Rústica	873 \$/bobina	10 \$/metro	4 \$/metro	25 \$/bobina	150 bobinas

Los compromisos contraídos exigen la entrega como mínimo de 100 bobinas de voile y 150 de rústico. Las demandas tope para cada tipo de tela ascienden a 800 y 300 unidades para voile y rústico, respectivamente. No se quiere dejar un stock

inferior a 50 bobinas voile ni 120 rústico y no hay problemas en elevar los stocks de cada modelo al doble.

Las ventas se efectúan al contado, mientras que los pagos correspondientes a fabricación, materia prima y ventas se realizarán 50% al contado y 50% a 90 días sin interés.

El nivel actual de disponibilidades alcanza a \$ 50.000. Todo excedente sobre este nivel se colocará en el mercado financiero según el siguiente cuadro:

De 0 a 50.000 \$ al 5,2% mensual

De 50.000 a 150.000 \$ al 5,4% mensual. No se puede colocar más que ese tope.

Los déficit de caja los toma al siguiente interés:

De 0 a 50.000 \$ al 5,6%

De 50.000 a 100.000 \$ al 6,0%. No se pueden tomar más fondos que este tope.

La empresa posee dos líneas, una para voile y otra para rústico. Se justifica poner una línea en marcha si se hacen más de 150 bobinas. En caso contrario se pueden comprar las bobinas afuera al siguiente precio:

➤ Rústico : 830 \$/bobina

➤ Voile : 430 \$/bobina

En este caso sólo se comprarán las bobinas para cubrir los mínimos. Si produce, no se compra.

Si la producción excede las 350 bobinas se ahorran \$ 35.000.

La capacidad de embalaje total alcanza las 950 bobinas, si no fuera suficiente, un segundo proveedor ofrece bobinas voile embaladas a \$ 380.

### 3.16.

La empresa Black Hole, radicada en Africa, debe transportar un contenedor de Cadmio enriquecido a través de seis regiones de la zona del Sahara, para luego regresarlo a la filial de partida. En cada región deberá agregarle un componente químico al cadmio y así, cuando regrese a la fábrica tendrá el producto final listo para procesarlo.

Cuando el contenedor parte, la temperatura del Cadmio es exactamente de cero grados centígrados. Alguno de los componentes que se van agregando aumentan la temperatura del Cadmio en una determinada cantidad de grados, y otros bajan esa temperatura. Ninguno de los componentes puede faltar en el producto final.

Por razones de seguridad, en ningún momento la mezcla del contenedor puede tener una temperatura inferior a cero grados (el contenedor está perfectamente aislado del exterior).

Las distancias entre dos regiones cualesquiera  $i$  y  $j$  (medidas en kilómetros) son datos fijos, que se representan como constantes  $D_{ij}$ . Así también la distancia entre la filial y cada región  $j$  es una constante conocida  $R_j$

A continuación se indica el efecto que tiene el componente de cada región sobre el Cadmio; las variaciones de temperatura que éstos producen son constantes y se indican con letras.

Región	1	2	3	4	5	6
La temperatura...	Baja A grados	Sube B grados	Sube C grados	Baja D grados	Sube E grados	Sube F grados

### 3.17.

Paco, el cadete de “Asegurola C.A.S.S.A.” debe recorrer en un día seis entidades de Crédito y Finanzas. Sabe que cada trámite (viaje incluido) le demora como máximo 1 hora y media. Paco llegó a un acuerdo con la empresa para no cumplir con las 8 horas diarias de trabajo, siempre y cuando cumpla con su tarea, y así poder aprovechar el tiempo libre para sus actividades personales.

La empresa impuso ciertas normas que el cadete debe respetar por diversas causas, a saber:

- No puede realizar más de 3 viajes caminando porque puede perjudicar la imagen de la misma.
- Sólo puede disponer de 20 pesos diarios para viajes en taxi o colectivo.
- No puede ir al banco “A”, si no fue antes a buscar un certificado a la financiera “F” o “E”, o al banco “B”.

Paco conoce un “tachero” y sabe que si toma su taxi en la parada del banco “C” para ir al banco “B”, el chofer, por la módica suma de \$2 le presta el teléfono celular para hablar a la financiera “F” y así no tener necesidad de acudir a ella.

El efecto “stress aumentado” que le produce ir a las financieras (“D”, “E”, “F”) es tal; que Paco no ve con agrado visitar las tres en forma consecutiva.

La empresa permite que el cadete no fiche la entrada si el recorrido realizar es B-E-D-C-F-A-Empresa.

En promedio, permanece 15 minutos en cada entidad.

Las distancias desde la empresa a las entidades (en minutos) son: A:30, B:50, C:30, D:40, E:70, F:60. Se adjunta cuadro con los minutos de viaje entre entidades:

	A			B			C			D			E		
	Taxi	Col	Pie												
F	60	45	—	40	50	—	40	—	60	40	50	65	—	20	30
E	65	—	65	25	35	45	—	20	30	35	35	35			
D	45	—	—	—	35	50	45	50	—						
C	55	60	—	30	—	40									
B	10	—	25												

¿Qué es lo mejor que puede hacer Paco?

☞ *NOTA: Se supone que Paco parte a las 8 en punto desde la empresa o desde el banco “B” y dispone de tres medios de transporte para moverse (Taxi, Colectivo o a Pie) aunque no todos están disponibles para todos los recorridos. Se sabe que el boleto cuesta \$BOLETO y el minuto de taxi \$MINUTO, éste se paga por tiempo de viaje.*

### 3.18.

Para ordenar el servicio de ambulancias de una ciudad, se la dividió en 8 distritos. La población de cada distrito es la siguiente: Distrito 1: A habitantes; Distrito 2: B habitantes; Distrito 3: C habitantes; Distrito 4: D habitantes; Distrito 5: E habitantes; Distrito 6: F habitantes; Distrito 7: G habitantes; Distrito 8: H habitantes.

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0	3	4	6	8	9	8	10
2	3	0	5	4	8	6	12	9
3	4	5	0	2	3	3	5	7
4	6	4	2	0	2	2	5	4
5	8	8	3	2	0	2	2	4
6	9	6	3	2	2	0	3	2
7	8	12	5	5	2	3	0	2
8	10	9	7	4	4	2	2	0

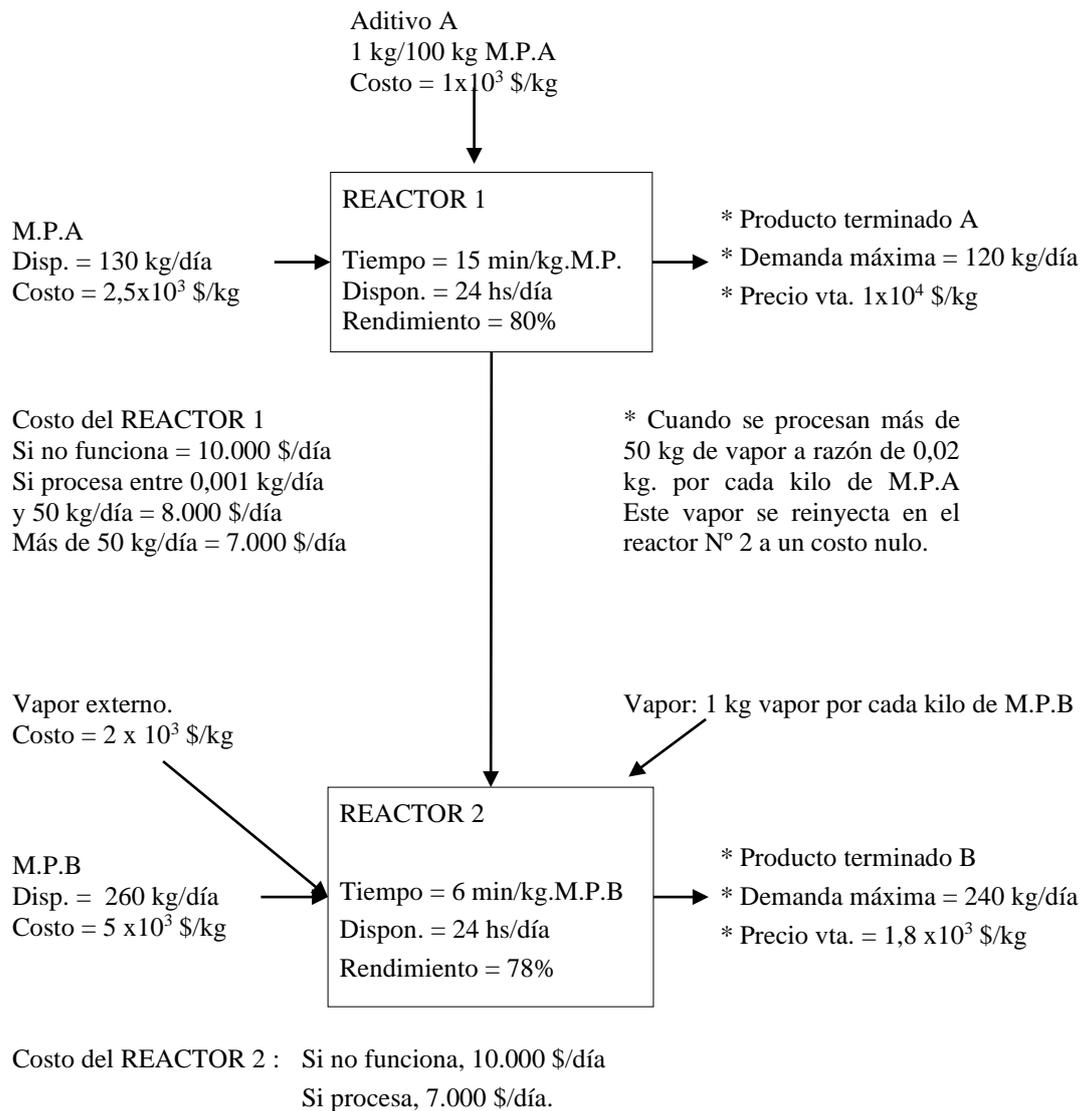
En la tabla se muestra el tiempo (en minutos) que tarda una ambulancia en llegar de un distrito a otro cualquiera (el distrito del cual sale es el distrito en el cual se colocó la ambulancia):

La ciudad dispone sólo de una ambulancia para colocar (con lo cual, a lo sumo, un distrito tendrá ambulancia propia) y quiere colocarla de manera de minimizar el número de personas que están a más de 3 minutos de la ambulancia.

☞ *Análisis posterior: ¿Cómo cambia el modelo si ahora se dispone de dos ambulancias para colocar?*

### 3.19.

Un proceso químico tiene el siguiente diagrama de flujo:



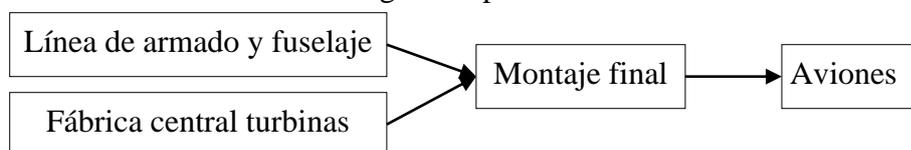
☞ *Análisis posterior:*

- ¿Cómo cambia el modelo si no se cumplen las hipótesis indicadas?*
- ¿Cómo cambia el modelo si existe la posibilidad de aumentar la capacidad del reactor 1 incorporando otro reactor que trabaje las 24 horas con un costo incremental diario de 15.000 \$/día?*

### 3.20.

TURBIFORT, importante productor de turbinas, posee dos divisiones básicas: aeronáutica y represas

La División Aeronáutica tiene el siguiente proceso:



Cada avión dispone de 4 turbinas. El armado del fuselaje implica 48.000 horas hombre por unidad y se dispone de 40.000 horas hombre por mes. Es decisión tomada que si no se producen más de 5 aviones en el año que viene, la planta se cierra, implicando un costo por indemnizaciones de \$1.000.000. El precio de venta de cada avión es \$16.000.000. El costo del fuselaje, \$3.000.000.

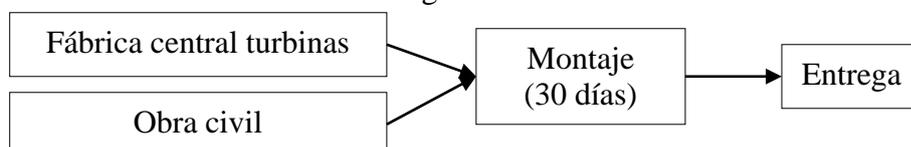
La División Represas tiene dos propuestas:

- Represa A – Requiere una obra civil de 50.000 m<sup>2</sup> y se instalarán 8 turbinas. Monto del contrato, \$A
- Represa B – Requiere una obra civil de 80.000 m<sup>2</sup> y se instalarán 10 turbinas. Monto del contrato, \$B

Para efectuar las obras civiles cuenta con 800 operarios que trabajan razón de 1 m<sup>2</sup>/operario por día. La dotación no se incrementará. Se estima un costo por obra civil de \$ 70 x 10<sup>6</sup> para la Represa A y de \$ 110 x 10<sup>6</sup> para B.

La obra A se debe entregar a los 120 días a contar del 1° de enero próximo y la B a los 300 días. No hay prórrogas.

El proceso de construcción es como sigue:



El costo del montaje es \$15.000.000.

La fábrica de turbinas que abastece a las dos divisiones tiene un estándar de 24.000 hh/turbina y cuenta con 2 turnos de 100 personas c/u que trabajan 8 hs. El costo de cada turbina terminada es \$2.000.000

### 3.21.

TRESASDE S.A. es una empresa dedicada al tendido de líneas de alta tensión.

Su actividad principal depende de las licitaciones que gane.

Recientemente ha ganado dos licitaciones. Cuenta con maquinarias y recurso como para encarar una tarea por vez.

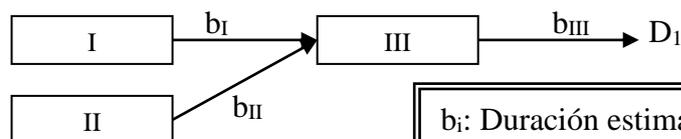
La licitación N° 1 comprende las siguientes tareas:

- Fundación (Tarea I)
- Transporte de las torres al lugar (Tarea II).
- Colocación de torres y cables (Tarea III).

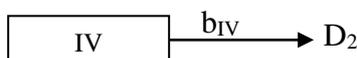
La licitación N° 2 comprende tareas de reparación de torres de alta tensión dañada por un temporal (Tarea IV).

La secuencia de las tareas se observa en el siguiente esquema.

### Licitación 1



### Licitación 2



$b_i$ : Duración estimada de la tarea  $i$ .  
 $D_i$ : Día de finalización de la obra  $i$ .

Tarea	Duración
I	120 días
II	10 días
III	120 días
IV	110 días

Licitación	Día de finalización
1	360 días a contar del 1° de Enero
2	240 días a contar del 1° de Enero

De acuerdo a sus disponibilidades de recursos humanos, financieros, y de maquinarias, no puede encarar más de una tarea por vez.

No existe justificación para una eventual duplicación de recursos ya que el panorama de trabajo tras estas dos obras es totalmente incierto. El monto total a percibir por la obra 1 es de \$ 10.000.000.

Como es usual en este tipo de licitación, se han fijado premios por cumplimiento, según las siguientes condiciones establecidas en el pliego:

- Si la tarea 1 finaliza 30 días antes del día 31 de Mayo, \$ 250.000. Si la licitación 1 queda finalizada antes del 31/10: \$ 1.500.000; si la licitación 1 queda finalizada antes del 30/11: \$ 750.000.
- En cuanto a la licitación 2, se percibirán \$ 3.000.000 y hay un incentivo de \$ 300.000 por terminar como mínimo un mes antes de 31/8.

El costo operativo por cada día de trabajo es de \$ 20.000.

Las tareas comienzan al principio del día.

### 3.22.

Alejandría, una fábrica de camellos de peluche, tiene cuatro modelos nuevos que pretende lanzar el próximo mes. Los modelos se identifican de la siguiente manera: Justine, Balthazar, Mountolive y Clea.

La fábrica trabaja con dos clientes mayoristas, Durrell y Kavafis, cuyas demandas máximas son de 2000 y 375 unidades para el modelo Justine, 375 y 750 unidades para el modelo Balthazar, 1000 y 1025 unidades para el modelo Mountolive y 280 y 250 unidades para el modelo Clea respectivamente.

Alejandría ha fijado sus precios de venta y costos de fabricación según la siguiente tabla:

	Justine	Balthazar	Mountolive	Clea
Precio de Venta (\$/u)	325	200	225	100
Costo de Fabricac.(\$/u)	200	50	75	13

Se quiere dejar un stock mínimo de 375 unidades mensuales de todo modelo que se venda en ese mes.

Lanzar cada modelo cuesta 25000 pesos en concepto de publicidad.

Se quiere lanzar por lo menos tres de los cuatro modelos.

Se sabe que si Kavafis compra Mountolive, no comprará Clea.

La empresa tiene la siguiente política: a aquel mayorista que compre más unidades del modelo Balthazar, se le hace una bonificación del 30% en su compra.

Existen dos procesos de terminación de los camellos. Todos los modelos pasan por el primer proceso, pero los modelos Justine y Mountolive pasan luego por el segundo. El primer proceso puede terminar 7500 unidades mensuales y el segundo 4500 unidades por mes. Si al menos uno de los dos modelos que pasan por el segundo proceso no se fabrica, la capacidad de dicho proceso disminuye a 2500 unidades mensuales con un ahorro de 3000 pesos.

Si la cantidad fabricada total supera los 3750 unidades en el mes, se quiere vender a Durrell mayor cantidad de Justine que de Balthazar.

Si el beneficio es inferior a \$ 225.000, habrá que solicitar un préstamo, con un interés del 25%. Si el préstamo es necesario, el banco Elbardo exige para otorgarlo que no se guarde stock del modelo más vendido entre Justine y Mountolive.

### 3.23.

Un fabricante de BOYACOS planifica la producción y venta de dos nuevos modelos, éstos pertenecen a la Línea Italiana y serán en color verde y lila. Para esto cuenta con dos plantas de producción y la información correspondiente a las mismas:

	PLANTA G			PLANTA A	
	Línea 1	Línea 2	Línea 3	Línea 4	Línea 5
<b>BOYACO VERDE (seg/u)</b>	20	15	22	18	20
<b>BOYACO LILA (seg/u)</b>	23	18	26	22	24
<b>CAPACIDAD LINEA (seg/mes)</b>	30000	25000	35000	30000	33000

Si la producción lo justifica, la capacidad de c/u de las líneas en ambas plantas se puede incrementar en un 30% mensual (respecto de la capacidad actual), con un costo adicional de \$ 5000.

En Enero, el costo del segundo de máquina, para c/u de las líneas se indica en el cuadro adjunto. En Febrero, los costos se incrementarán un 10% respecto a los de Enero.

Se puede vender el sobrante de tiempo de todas las líneas (capacidad ociosa) a \$2 el segundo.

Línea 1 ....	\$ 2
Línea 2 ....	\$ 1,5
Línea 3 ....	\$ 1
Línea 4 ....	\$ 1,8
Línea 5 ....	\$ 0,7

Además en la planta G sólo se podrá disponer de 2 de las 3 líneas. Los precios de venta y las demandas para Enero y Febrero son los siguientes:

		ENERO	FEBRERO
<b>Boyacos Verdes</b>	Las primeras 500 un que se vendan	130 \$/u	145 \$/u
	Las siguientes unidades	150 \$/u	165 \$/u
<b>Boyacos Lilas</b>	Las primeras 300 un que se vendan	140 \$/u	155 \$/u
	Las siguientes unidades	160 \$/u	175 \$/u
<b>Boyacos Verdes</b>	Demanda Mínima	100 u	100 u
	Demanda Máxima	800 u	700 u
<b>Boyacos Lilas</b>	Demanda Mínima	0 u	100 u
	Demanda Máxima	600 u	600 u

Las ventas se realizarán en un único local instalado para tal fin, éste podrá estar ubicado tanto en la planta “G” como en la “A” dependiendo de cuál sea el centro de mayor venta en ambos meses. Es decir, si en ambos meses lo que se produce para vender en la planta “A” es mayor a lo producido para vender en ‘G’, el local de venta se ubicará en la planta “A”, en caso contrario se ubicará en la planta “G”. El costo de instalación del centro de ventas “A” es de \$ 15000, y del “G” es de \$ 13000.

Los Boyacos deben ser transportados desde la planta donde se producen al centro de ventas. Para ello se cuenta con 8 camiones, cada uno de los cuales puede transportar 90 Boyacos; el costo de ir de una planta a otra por camión (ya sea que esté completo o no) es de \$ 1800.

En el centro de ventas se destinará un espacio para almacenar los Boyacos que no se vendan en el mes, para ser vendidos en el próximo. El espacio máximo disponible es equivalente a 200 Boyacos, y el costo del almacenamiento es de \$ 10 por Boyaco por mes.

### 3.24.

Con la Pirargirita, Wolfranita y Colófana recogida en Venus por la misión espacial del 22/12/89, se puede producir un nuevo mineral denominado PiWoCo.

El proceso de producción se llevará a cabo en el laboratorio de “HiperSpace Argentina S.A.” en el que hay 7 centros con los siguientes objetivos:

CA<sub>1</sub>: Procesa Pirargirita y obtiene Piproc con una merma del 15%, luego lo distribuye entre los centros CB<sub>1</sub>, CB<sub>2</sub>, C33 y CB<sub>4</sub>.

CA<sub>2</sub>: Procesa Wolfranita y obtiene Woproc que es distribuido entre CB<sub>3</sub>, CB<sub>4</sub> y CB<sub>5</sub>.

Los centros CB<sub>1</sub> a CB<sub>5</sub> utilizan distintos métodos para obtener PiWoCo.

CB<sub>1</sub>: Utiliza Colófana. que mezcla con Piproc en una proporción 30/70 obteniendo así PiWoCo.

CB<sub>2</sub>: Obtiene PiWoCo a partir de Piproc, en el proceso hay merma del 30%.

CB<sub>3</sub>: Mezclando Piproc, Woproc y Agua (se dispone de gran cantidad de Agua Mineral Gasificada), se obtiene PiWoCo. Por cada kg. de mezcla de Piproc y Woproc se agrega ¼ Kg de Agua. (1 Kg de Piproc + 1 Kg de Woproc + 2 \* ¼ Kg de Agua = 2,5 Kg de PiWoCo).

CB<sub>4</sub>: Se mezclan Piproc, Woproc y Colófana, para obtener PiWoCo.

CB<sub>5</sub>: En este centro se parte de Woproc y Colófana y se obtiene PiWoCo con una merma del 5%.

Para el período en estudio la capacidad productiva de los centros está dada por la siguiente tabla:

	CA <sub>1</sub>	CA <sub>2</sub>	CB <sub>1</sub>	CB <sub>2</sub>	CB <sub>3</sub>	CB <sub>4</sub>	CB <sub>5</sub>
<b>Disp. de Hs. Hombre</b>	40	40	20	15	15	18	10
<b>Velocidad de Proceso</b>	10	8	5	3	7	7	5

La Disp. de Hs. Hombre está medida en: Hs.Hombre/Periodo, y la Velocidad de Proceso en: Kg.de entrada/HH.

Cuando el centro CB<sub>3</sub> es el de mayor producción (entre los centros “B”), el 30% de las hs. disponibles para producción en el centro CB<sub>1</sub> se deben utilizar para supervisar el centro CB<sub>3</sub>.

En el viaje interplanetario se recogieron 400 Kg. de Pirargirita, 350 Kg. de Wolfranita y 200 Kg. de Colófana.

Los costos y réditos evaluados son los siguientes:

- Costo por no utilización de Materia Prima: 1000 U\$\$/Kg de Pirargirita, 1500 U\$\$/Kg de Wolfranita y 2000 U\$\$/Kg de Colófana.

- Costo de Producción: 1800 U\$\$/Kg. de PiWoCo producido en el Centro promedio por 5. El Centro Promedio es el centro (CB<sub>1</sub>...CB<sub>5</sub>) que produce más que dos centros y menos que los otros dos.

Dado que en el costo de producción se toma un “Promedio” que no es tal, se decidió utilizar un método de ajuste del costo que se basa en disminuir en un 10% el costo calculado previamente, en el caso en que la producción del centro con menor producción sea menor que el 40% de la producción del centro promedio.

- Costo por nivel de producción y por centro:

Centro	Si es el 1° o el 2° en producción	Si es el centro de producción promedio	Si es 4° o 5° en producción
CB <sub>1</sub>	base – dif	base	Base + dif
CB <sub>2</sub>	2 * (base – dif)	2 * base	2 * (base + dif)
CB <sub>3</sub>	3 * (base – dif)	3 * base	3 * (base + dif)
CB <sub>4</sub>	4 * (base – dif)	4 * base	4 * (base + dif)
CB <sub>5</sub>	5 * (base – dif)	5 * base	5 * (base + dif)

Valor : Base = 25000 U\$\$

Dif = 5000 U\$\$

- Rédito por producción: 2200 U\$\$/Kg. si se producen menos de 300 Kg. ó 2000 U\$\$/Kg si se producen entre 300 y 500 Kg ó 2400 U\$\$/Kg si se producen más de 500 Kg.

### 3.25.

RYW, una empresa petrolera de Lesotho, desea instalar en su país dos refinерías y seis torres de extracción. La región petrolera se encuentra dividida en tres zonas (A, B y C) y en cada una de ellas hay cuatro posibles ubicaciones numeradas de 1 a 4. Todas esas ubicaciones serán sometidas a un proceso previo de descarte del cual surgirán algunas candidatas para ubicar las torres y refinерías. Ese proceso previo es realizado por el gobierno del país, pero un influyente ha filtrado los datos que se usarán para la selección, de forma que la petrolera puede saber qué ubicaciones serán candidatas con total seguridad.

Las condiciones de elección y características de las ubicaciones se detallan a continuación:

Capacidades de extracción por ubicación				
Zona	Barriles/día			
A	1.200	0	800	1.900
B	1.400	1.300	1.000	600
C	1.000	1.000	0	700
Ubicación	1	2	3	4

- No puede haber más de ocho ubicaciones candidatas
- La cantidad total de ubicaciones candidatas debe ser un número par.

- Debe haber al menos una candidata por zona.
- Una ubicación con capacidad de extracción menor a 800 bl/día no puede ser candidata a menos que el total de candidatas sea superior a 7.
- Dentro de cada zona se puede acceder a cualquier ubicación de la misma, pero sólo se puede entrar y salir de una zona por las llamadas “cabeceras”, que son las siguientes: Zona A: A1 y A4; Zona B: B3; Zona C: C2, C3 y C4. Una cabecera sólo se puede usar como tal si en la misma hay una torre o refinería.

Con estos datos, la petrolera sabe las ubicaciones candidatas. De entre éstas elegirá donde colocar seis torres y dos refinерías. No puede haber más de una torre por ubicación. El influyente mencionado le asegura a la petrolera que su elección será la aceptada por el gobierno, pero está obligada a satisfacer las necesidades diarias de petróleo refinado para cada zona con el costo de transporte a su cargo. A continuación indicamos las necesidades de cada zona y las capacidades de refinерías y torres:

Necesidades de cada zona		Capacidad refinерías		Capacidad de cada torre
A	1700 bls/día	I	4000 bls/día	1200 bls/día
B	2000 bls/día	II	6000 bls/día	
C	1500 bls/día		(Merma : 10 %)	

Si en una zona hay refinерía, el costo de transporte del petróleo es nulo: sino tendrá que enviar el petróleo extraído en su zona a otra que tenga refinерía (y recibirlo refinado, por supuesto).

Recordemos que se puede entrar y salir de las zonas sólo por algunas ubicaciones. El siguiente cuadro indica los costos de transporte (medidos en pesos/barril transportado):

Ubicación	B3	C2	C3	C4
A1	110	90	45	68
A4	27	35	88	101
B3	—	53	29	12

### 3.26.

Un señor, ya muy mayor, debe efectuar una serie de visitas a sus más queridos amigos (que son en total 6). Estos viejos amigos viven en lugares muy diversos, algunos de estos sitios son realmente inhóspitos, otros son grandes ciudades.

Existen dos medios de transporte: ómnibus y tren. Además, uno de sus amigos es fanático del motociclismo y le tiene prometido ir a buscarlo con la moto al lugar que sea con tal de que vaya a visitarlo.

Este buen señor quiere gastar poco (es muy pobre), pero como también es viejo no puede viajar demasiadas horas; encima algunos de sus amigos tienen el gran defecto de ser muy celosos. Todos estos problemas juntos lo abruman y lo llenan de preocupación. Sin embargo, él sospecha que todo esto no es más que solo problema y realiza el siguiente resumen:

Conoce perfectamente donde viven sus amigos, puede marcar los puntos en un mapa, medir las distancias con toda precisión e identificar el tipo de camino a recorrer (carretera o avenida). Además sabe cuánto cuesta y cuánto tiempo lleva viajar en micro y viajar en tren desde cualquier punto a cualquier otro punto de los marcados en el mapa. También conoce la distancia por carretera, o avenida, desde cualquier punto marcado en el mapa hasta donde vive el de la moto.

Los problemas de celos los puede manejar bien si no visita a Ulises antes sin haber visitado a Alcinoos y a Circe, a menos que Ulises sea el primero que visite.

El punto de las horas de viaje le preocupa, decide que el total de horas netas de viaje (ya sea en ómnibus, tren o moto) no debe superar las 100 horas, a menos que

logre visitar en forma consecutiva al Negro y a Eugenio no más tarde de la cuarta visita, ya que como los dos son muy hospitalarios y cuentan con muchísimas comodidades, puede descansar muy bien, y en ese caso se anima a extender su viaje a 120 horas.

El de la moto no es otro que Jorgito, tiene una Suzuki GSX R 750 y anda siempre a 140 Km/h en las carreteras y 120 Km/h en las avenidas.

Cuando esté en la casa del último amigo visitado piensa descansar unos cuantos días y emprender el regreso visitando nuevamente a todos sus amigos de forma tal de no repetir ningún tramo del camino ya efectuado, aunque lo recorra en sentido inverso.

Este segundo viaje lo quiere hacer con el menor costo, sin preocuparse por la duración.

### 3.27.

Le Elbor Catenovi quiere planificar sus próximas 2 semanas, pues llego un momento muy especial en su vida. Tiene pensado realizar tareas y algunas de ellas disfrutarlas con una muy grata compañía.

Las tareas que quiere hacer son: Ir al Gimnasio (Cuida su cuerpo), Practicar comer con palillos, Buscar muebles de Algarrobo, Preparar clases teóricas y Preparar un examen.

Las tareas pueden realizarse en las 2 semanas y hasta superponerse en el mismo día, en distintos horarios, pero tiene pre-pensados algunos días para realizar las tareas:

- 1) Viernes, Sábado y/o Domingo va a ir al Gimnasio. (Como mínimo 5 veces en las 2 semanas).
- 2) Lunes, Miércoles y/o Viernes ir a Practicar comer con palillos en la casa de su novia. (Como mínimo 4 veces en las 2 Semanas).
- 3) Sábado y/o Domingo quiere salir a buscar muebles de Algarrobo con su Novia. (Como máximo 3 veces en las 2 semanas).
- 4) De Lunes a Viernes quiere preparar clases teóricas. (Como mínimo 7 veces en las 2 semanas).
- 5) Martes, Jueves y/o Viernes va a preparar el examen. (Como máximo 5 veces en las 2 semanas).

Como la vida no es sencilla tiene algunas condiciones que debe respetar:

- 1) Si en la primera semana practica comer con palillos los 3 días, su novia le prometió que en la segunda semana lo va a acompañar Sábado y Domingo a buscar muebles. Sino sólo lo hará el Domingo de la segunda Semana.
- 2) En la segunda semana no puede ir al Gimnasio y practicar comer con palillos el Viernes, a no ser que dedique 3 días de la primera semana a preparar el examen, pues tiene que estar relajado para comer y preparar el examen lo relaja bastante.
- 3) En la primera semana quiere realizar un 25 % más de actividades que en la segunda semana.

Habilidoso como nadie para las negociaciones pudo conseguir que por cada día a preparar clases teóricas le paguen \$PAGO, también si prepara clases teóricas la misma cantidad de días la primera semana que la segunda le prometieron un extra de \$PAGOEXTRA en total. También negocio con su Novia que por cada día que lo

acompañe a buscar muebles de Algarrobo él le regalara rosas (de tallo largo), que tanto le gustan, y le cuesta \$ROSAS por día.

Su Novia, muy astuta como toda mujer, le propuso el siguiente plan de ahorro, pues están juntando para irse a vivir juntos. Si gasta en Rosas menos de \$29, esa diferencia la guardan en el fondo común; pero si gasta más de \$29 esa diferencia, multiplicada por 2 es la cantidad que deben guardar en el fondo común.

Dispone de \$INI al inicio de sus 2 semanas y quiere al final de este tiempo tener como mínimo \$FIN, si no llega a ese monto puede pedir prestado, plata pero le descontaran en concepto de interés adelantado un 10%.

### 3.28.

Manteniendo su estilo de negociación, Le Elbor propuso la siguiente alternativa para el extra de \$PAGOEXTRA que le prometieron en el ejercicio anterior, si cumplía la condición de que la cantidad de días de trabajo de la preparación de las clases teóricas sean iguales en las 2 semanas.

Estas son las nuevas condiciones: Le pagarán un extra de \$EXTRA por cada día dedicado a preparar las clases teóricas, además de los \$PAGO. También, si no cumple la condición de trabajar en la preparación igual cantidad de días en las 2 semanas le cobran una multa de \$MULTA.

Te pedimos que modelas la nueva modificación al problema anterior y nos des tu opinión acerca de si esta alternativa le puede convenir. ¿Qué causas justificarían que se pague \$MULTA?

### 3.29.

Le Elbor Catenovi, ya organizado y con sus tareas cumplidas, tiene su mente puesta en unas muy merecidas vacaciones en Buzios. Piensa compartir las mismas con la mujer que ama, alquilar un Buggi durante 2 días y recorrer muchas playas. Va a salir, durante los días que disponga del Buggi, a la mañana de la Posada recorrer las playas y regresar a la noche a Cenar.

Desea definir el plan para recorrer las Playas en los 2 días. Quiere que las playas visitadas sean exactamente las mismas para ambos días, aunque no necesariamente en el mismo orden. Quiere visitar 9 playas ( $P_1, P_2, \dots, P_9$ ), partiendo y regresando a la posada ( $P_0$ ). Conoce la distancia entre todos los pares de playas  $D_{ij}$  ( $i, j = 1, \dots, 9$ ) [Kilómetros], además conoce las distancias entre la posada y cualquier playa  $D_{0i}$  ( $i = 1, \dots, 9$ ) [Kilómetros].

Quiere cumplir algunas condiciones particulares en los recorridos:

- 1) Las playas que sean visitadas en orden par en el primer día también tienen que ser visitadas en orden par en el segundo día. Ejemplo: Si la playa  $P_7$  es visitada cuarta (orden par), en el primer día entonces en el segundo día también debe ser visitada en orden par.
- 2) No quiere repetir en el segundo día ningún recorrido que haya hecho en el primer día. Por ejemplo si en algún viaje realiza el recorrido directo entre la playa  $P_3$  y la playa  $P_9$  en el otro día no quiere realizarlo.
- 3) Visitar antes la playa  $P_7$  que la playa  $P_9$ , en el primer día y visitar la  $P_7$  después que la  $P_9$  en el segundo.

- 4) Si el primer día la quinta playa en ser visitada es la playa  $P_9$  y la sexta playa en ser visitada es la playa  $P_2$  entonces la playa  $P_4$  debe ser la segunda en ser visitada.

Le Elbor calculó los gastos de comida y de bebida (fundamental), en CTO [\$/Kilometro] por cada Kilómetro recorrido.

Negoció las siguientes políticas de Descuentos:

- 1) Si realiza un gasto mayor o igual a  $G_1$  [\$] recibirá un descuento fijo de  $D_1$  [\$] o si el gasto es mayor o igual a  $G_2$  [\$] recibirá un descuento fijo de  $D_2$  [\$. Su proveedor no quiere darles ambos descuentos ( $D_1$  y  $D_2$ ), sólo si corresponde le dará uno de los dos. (Nota:  $G_1$  [\$] <  $G_2$  [\$] y  $D_1$  [\$] <  $D_2$  [\$.
- 2) Si realiza un gasto mayor o igual a  $G_3$  [\$] y en el primer día va a la playa  $P_8$  en el orden 4 entonces el proveedor le dará un descuento fijo de  $D_3$  [\$.

### 3.30.

Le Elbor, habilidoso como nadie en cuestiones de dinero, se hizo muy amigo de su proveedor de comida y bebida del ejercicio anterior.

Por esto ahora quiere darle la mayor cantidad de plata posible, pero sin regalarle nada, así que le pagará sólo por lo que gaste. Por esto decidió, para modelizar esta alternativa, cambiar el objetivo del funcional (de Mín a Máx). Te pedimos que implementes la nueva modificación en tu modelo.

¿Pensás que las ecuaciones del modelo anterior que modelan el recorrido por las playas, una vez modelizada la nueva alternativa, darán un resultado correcto? Sí/No Justificá tu respuesta.

### 3.31.

*"Seres luminosos somos, no simplemente materia cruda debes sentir la Fuerza a tu alrededor, aquí, entre nosotros, entre el árbol, la piedra, ¡entre todo!"*

*Joda, El Maestro Jedi*

Hace mucho tiempo en una galaxia muy lejana...

Obi Wan Kenobi le ha encargado a su fiel discípulo Anakin Skywalker una tarea muy sencilla pero no por ello poco importante. El tema es que Obi Wan y Joda, su maestro, están muy preocupados por mantener la paz de toda la república galáctica y quieren asegurarse de que ninguno de sus Jedis caiga en el lado oscuro de la Fuerza. Para que esto no ocurra le encargaron a Anakin visitarlos a todos y así tener con ellos una amistosa charla con el fin de evaluar la fortaleza de su Fuerza.

Los sistemas que integran la república son:

Nro.	Sistema
1	Antoinne
2	Besian
3	Danton
4	Malone
5	Aldoran
6	Oitanum
7	Kam
8	Sadrismo
9	Lentín
10	HeDiPo
11	Pantalians
12	Ramlilos

Anakin debe visitar los 12 sistemas que integran la república para charlar con los Jedis encargados de cada una de ellas pero la tarea no termina allí, en el último sistema visitado, Anakin debe quedarse a realizar un informe con el estado de cada sistema para después entregarlo a cada Jedi visitado. El trabajo de preparar los informes le demorará  $D$  horas. Para entregar los informes, Anakin planea realizar el camino inverso al original, utilizando los mismos transportes y los mismos caminos que a la ida pero, lógicamente, en sentido inverso.

Para realizar el recorrido que implica: salir de Dagobah (planeta en donde vive Joda, el maestro Jedi) recorrer todos los sistemas, realizar el informe, repartirlo a todos los Jedis y volver a Dagobah, Anakin tiene  $H$  horas de tiempo.

Todos saben que Anakin es el mejor piloto de la república y que podría realizar la tarea sin dificultad pero también es sabido que no todo el recorrido puede hacerse con su pequeña nave. A algunos sistemas deberá ir con la ayuda de una nave más grande, que lo transportará cobrándole  $A\$$  el año luz o teletransportándose utilizando la Fuerza, que bien arraigada posee. Pero cada vez que se teletransporte esto le ocasionará un importante disturbio en su Fuerza. Por eso es que Anakin predijo que no podrá teletransportarse más de tres veces en el viaje y que entre cada teletransportación deberá realizar al menos cuatro visitas.

Antonnie y Besosian son los sistemas que no pueden ser accedidos directamente con la nave de Anakin, él igualmente podrá contratar la nave transportadora para ir a cualquier sistema, a menos que viaje de Danton a Aldoran pues ese servicio está interrumpido.

En el sistema de Antoine, Obi Wan y sus amigos tienen uno de los mejores hospedajes de la galaxia, es por esto que Anakin decidió realizar el informe en este lugar tan confortable. Por otra parte Anakin sabe lo sensibles que son algunos Jedis. Por ello hizo una serie de ítems a cumplir en el viaje (a la ida):

- los sistemas Danton y Malone deben ser visitados antes de la sexta parada;
- el sistema Aldoran no puede ser visitado si no se ha visitado antes el sistema Besosian salvo que se visite en el anteúltimo término;
- el sistema Oitanum sólo puede ser visitado si antes se pasó por el sistema Kam o por los sistemas Sadristo y Lentin.

Cada Sistema cobra  $EMBi$  pesos como precio de embarque (si es que Anakin llega piloteando su nave).

Teniendo en cuenta que Anakin quiere gastar lo menos posible, que las distancias entre sistemas son datos constantes que llamaremos  $D_{ij}$ , medidos en años luz, que la nave de Anakin viaja a  $VEL$  años luz por hora y que la nave que lo transporta viaja a  $VEL2$  años luz por hora. ¿Qué es lo mejor que podrías hacer con la información disponible?

Ante todo, mi amigo, que la Fuerza este contigo...

### 3.32.

La empresa Autopistas del Este está en aprietos. Ha inaugurado recientemente su estación de peaje en la localidad de Planes (ubicada entre Vicente López y Parera); y se teme que la afluencia de automóviles en las próximas vacaciones de invierno sobrepase la capacidad de atención de las cabinas.

Vehículo	Peaje
Camión	\$10
Automóvil	\$2
Moto	\$1
Bicicleta	Gratis

Se calcula que pasarán cada día por la estación:  $A1$  automóviles,  $C1$  camiones,  $M1$  motos y  $B1$  bicicletas. En la tabla de la izquierda se indican los costos del peaje por vehículo. Se pueden habilitar en la estación, 40 cabinas de peaje, que pueden destinarse a cualquier sistema de pago. Además, debe dejarse una cabina libre para emergencias.

Las cabinas pueden ser de tres sistemas de pago diferentes:

Tipo de sistema de pago de la cabina	Costo mantenimiento (\$/hora)	Salario empleado (\$/hora)	Capacidad (Vehículos/min.)
SIGA	10	—	10
PAGO EXACTO	8	—	6
PAGO CON CAMBIO	5	E	3
EMERGENCIAS	—	E	—

En cada cabina de pago con cambio o emergencias hay un empleado.

Se sabe que de los vehículos que se detienen en la estación, el 10% elige el sistema SIGA, el 30% el pago exacto (Estos vehículos también pueden ir a las cabinas de pago con cambio, aunque lo harán de mal humor); y el 60% restante elige el pago con cambio. Pero además, están los inadaptados de siempre, que pasan de largo sin detenerse en la estación ni pagar peaje. Si la cantidad de empleados en las cabinas es superior a 10; se cuelan el 0% de los camiones, el 5% de los autos y el 30% de las motos. Si hay 10 o menos empleados, se cuelan el 5% de los camiones, el 15% de los autos y el 50% de las motos. En ambos casos se cuelan el 100% de las bicicletas.

Para disminuir el problema de los colados, se ha pedido ayuda a la comisaría de la zona. Los oficiales de la misma han ofrecido su colaboración bajo una de las dos modalidades: en el primer caso ofrecen H horas-patrullero de vigilancia, a cambio de 5 pizzas ‘Especial Tío Bigotes’ (que incluyen Salsa de tomate, salsa golf, muzzarella, jamón, palmitos, morrones, aceitunas negras, huevo duro y longaniza); con un costo total de \$65. La otra opción es vigilar una cantidad libre de tiempo, pagando una chica de muzzarella (\$4) por hora y por patrullero. La comisaría dispone para esto de 3 patrulleros; y no se pueden elegir ambas opciones. Cada patrullero puede interceptar a 7 vehículos (camiones, autos o motos) por hora, los que deben pagar a Autopistas del Este \$MULTA en concepto de multa. Siempre hay más colados de los que puede interceptar la policía (qué se le va a hacer...).

### 3.33.

Andrés no se puede dormir. Es que el sábado comienza un programa en FM “Fuera del dial” llamado “Modelo Musical” y es la primera vez que tiene un espacio propio. En realidad, es un fin de semana de prueba (5 horas el sábado y 5 horas el domingo) y recién la semana que viene el dueño de la emisora decidirá su contratación. El caballito de batalla del programa es el cumplimiento de sus muy promocionadas RRO (Reglas de Respeto al Oyente). Estas reglas consisten en:

- Un mismo compact no puede pasarse 2 días seguidos en la misma franja horaria.
- De las 5 horas de programa, 2,5 por lo menos se dedicarán a la música.
- En cada hora del domingo no puede haber más de 40 minutos de canciones, salvo que no se repitan estilos, en cuyo caso el límite serán 55 minutos.
- Por lo menos habrá 4 poesías por día.
- Ningún estilo musical estará en el aire más del 50% ni menos del 5% del tiempo total que se le dedica a la música en un día.

Andrés cuenta con 13 compactos (cada uno tiene un solo tema) los cuales tienen los siguientes estilos:

ESTILOS	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
BOLERO					✓					✓			

<b>TANGO</b>						✓					✓		
<b>POP</b>			✓						✓				
<b>ROCK</b>	✓		✓									✓	
<b>NEW AGE</b>							✓						✓
<b>TROPICAL</b>								✓					
<b>FOLKLORE</b>		✓											

Cada compact tiene una duración  $T_i$  y por pasarlo Andrés recibe una comisión  $\$C_i$ . Además puede tener algunos ingresos extras como:

- Por los compacts pasados en la última hora de cada día recibe un 50% de comisión.
- La Sociedad Viva la Razón le pagará a Andrés  $\$B_{\text{Boicot}}$  el fin de semana. De esta cifra se descontarán  $\$P$  por cada poesía emitida y  $\$N_A$  por cada compact New Age emitido.
- La Asociación de Poetas Libres le pagará  $\$P_{\text{Poesía}}$  por cada poesía que se emita el fin de semana, si es que emite entre 6 y 10, pero por las que superen este tope, le dará el doble. Esta asociación puede proporcionarle todas las poesías que necesite (cada una dura  $M$  minutos).

Andrés sabe que no cuenta con un gran stock musical (encima recién se acordó de que había prestado los compacts 10, 11, 12 y 13) pero hasta no estar contratado no quiere gastar demasiada plata en vano. Uno de los pocos gastos que querría hacer es de  $\$D$  para conseguir en la distribuidora 3 compacts (uno tropical, uno de folklore y otro de música clásica) de un solo tema cada uno. Estos tres compacts estarán disponibles el sábado después del programa. Respecto de su inoportuno préstamo, decidió que probablemente dedique la mañana del sábado o la del domingo a recuperar los 4 CDs. Las distancias entre las casas de las cuatro personas que tienen los CDs son conocidas. Llamaremos  $D_{ij}$  a la distancia (en km.) entre la casa de la persona  $i$  y la casa de la persona  $j$  (si algún subíndice es un cero, se trata de la casa de Andrés). Por cada km. recorrido gastará  $\$N$ .

Poco a poco, Andrés se fue durmiendo. Claro que antes le encomendó a su subconsciente (o sea, a mí) que le revele a través de un sueño, cómo hacer las cosas para satisfacer sus RRO y sus RRB (Reglas de Respeto al Bolsillo). La verdad, yo no me acuerdo si en el mundo onírico nos enseñaron P.L.E. (si lo hicieron, falté), pero a vos sí. ¿Podrías ayudarme? Gracias.

### 3.34.

Usted trabaja en una empresa que construye edificios de departamentos. En este momento cuentan con 4 terrenos, con planos aprobados, todo listo para comenzar. Los 4 edificios son distintos en tamaño y características técnicas.

La construcción la realizan tres equipos, primero trabaja el Alfa que hace el pozo y construye el hormigón, luego viene el equipo Beta que construye las paredes y coloca las cañerías; por último el equipo Gama, azuleja, pinta, instala artefactos, etc. hasta dejar el edificio listo. Cuenta con un equipo de cada tipo.

La venta de cada uno de los edificios se inicia cuando comienza su trabajo el equipo Gama y se completa en un mes, es decir que en un mes ya tienen todas las unidades del edificio vendidas (burbuja inmobiliaria, que le dicen). Todos los edificios tienen que estar terminados como máximo en 50 meses.

Para poder financiar la obra cuenta con \$X al comenzar. Sin embargo, la idea es financiarse con la venta de los edificios que se van terminando, dado que con los \$X probablemente no alcance para todos los gastos que hay que pagar de los cuatro edificios. Los costos de cada tarea (Alfa, Beta, Gama) en cada edificio, hay que pagarlos al comenzar a trabajar el equipo en esa tarea para ese edificio.

A continuación se indica, para cada edificio, cuántos meses de trabajo implica cada tarea y cuál es el costo de esa tarea. También se indica cuánto dinero se obtendrá por la venta del edificio completo.

Edificio	Trabajo equipo Alfa (en meses) y Costo		Trabajo equipo Beta (en meses) y Costo		Trabajo equipo Gama (en meses) y Costo		Dinero a recibir por la venta
1	5	\$A1	2	\$B1	MG1	\$G1	\$ED1
2	4	\$A2	3	\$B2	MG2	\$G2	\$ED2
3	3	\$A3	4	\$B3	MG3	\$G3	\$ED3
4	2	\$A4	5	\$B4	MG4	\$G4	\$ED4

### 3.35.

Una imprenta debe procesar mañana 4 trabajos, que llamaremos A, B, C y D. Cada trabajo se divide en dos tareas, una debe hacerse en la máquina M1 y la otra debe hacerse en la máquina M2. A continuación se indica, para cada trabajo, el orden de procesamiento y los tiempos de procesamiento en cada máquina.

Trabajo	Orden de procesamiento.	Tiempo en M1	Tiempo en M2
A	Primero debe pasar por M1 y luego por M2.	A minutos	9 minutos
B	Libre (pasa en el orden que se desee por M1 y M2)	15 minutos	B minutos
C	Primero debe pasar por M2 y luego por M1.	C minutos	12 minutos
D	Primero debe pasar por M1 y luego por M2.	7 minutos	D minutos

En los últimos tiempos se ha notado que las máquinas tienen mucho tiempo ocioso (es decir, se encienden, procesan un trabajo y luego pasan varios minutos sin que haga nada hasta que un trabajo que terminó la tarea que debe procesarse antes puede comenzar a procesarse). Se quiere que la planificación de estos cuatro trabajos trate de solucionar el problema (o atenuarlo lo más posible).

Cada máquina se enciende 5 minutos antes de comenzar el primer trabajo a procesar (necesita 5 minutos para empezar a procesar desde que se la enciende) y se apaga cuando ha finalizado de procesar el último trabajo de los cuatro previstos. Para que la máquina no comience a fallar, no se puede apagar, salvo que no se necesite utilizarla más por ese día. Cada minutos que la máquina está encendida cuesta \$X.

### 3.36.

La empresa Seventeen SRL tiene la concesión de los espacios publicitarios en las paradas de colectivos de un municipio. Son en total 200 paradas, y tiene ofertas de diferentes productos para el próximo mes:

- Cliente “A” ofrece \$50.000 por ocupar 30 paradas.
- Cliente “B” ofrece \$100.000 por ocupar 80 paradas ó \$120.000 por 120 paradas.
- Cliente “C” ofrece \$100.000 por ocupar 75 paradas.
- Cliente “D” ofrece \$80.000 por ocupar 50 paradas.
- Cliente “E” ofrece \$5.000 por ocupar 2 paradas.
- Cliente “F” ofrece \$40.000 por ocupar 20 paradas.

- Cliente “G” ofrece \$90.000 por ocupar 100 paradas.

Por ser competidores directos, no se puede hacer publicidad simultáneamente de los clientes “A” y “D”.

¿Cuál es el mejor plan de contratación para Seventeen SRL?

### 3.37.

Un alumno terminó las materias obligatorias de la carrera, y ahora debe elegir qué optativas realizar para completar la carrera. Necesita 46 créditos, y quiere obtener la mayor cantidad posible en el año próximo (dos cuatrimestres) ya que luego comenzará a trabajar y tendrá mucho menos tiempo para el estudio.

Las materias que le interesan son:

Código	Asignatura	Créditos	Correlativas
61.07	Matemática discreta	6	
71.15	Modelos y optimización II	6	
71.20	Modelos y Optimización III	4	71.15
71.41	Análisis y Resolución de Problemas	6	71.15
75.14	Lenguajes formales	6	
75.16	Lenguajes de Programación	6	75.14
75.26	Simulación	6	
75.29	Teoría de Algoritmos I	6	61.07
75.30	Teoría de Algoritmos II	6	75.29
75.58	Evaluación de Proyectos y Riesgos	4	
75.71	Seminario Ing. Inf. I	3	
75.72	Seminario Ing. Inf. II	3	
78.01	Inglés	4	
78.02	Alemán	4	
78.03	Francés	4	
78.04	Italiano	4	
78.05	Portugués	4	

No tiene tiempo para cursar más de 7 materias durante el año, y además debe cumplir con las siguientes restricciones:

- Obviamente, no puede cursar una materia sin antes cursar las correlativas.
- No puede elegir más de un idioma.
- Tiene muy buenas referencias de las materias 71.41 y 71.20, así que sí o sí quiere cursar por lo menos una de las dos.
- Quiere cursar por lo menos 3 y como máximo 5 materias del departamento de Computación (75.xx)
- Los temas de 75.29 se completan en 75.30, por lo que si hace la primera, quiere cursar las dos.

¿Qué es lo mejor que puede hacer?

### 3.38.

Robinson Crusoe llega solo en un bote salvavidas a la orilla de una isla deshabitada. Al día siguiente descubre que el barco que él creyó hundido está encallado en unas rocas cercanas. El barco no puede navegar más ( y él no podría guiarlo solo), pero puede tener cosas que le faciliten la vida en la isla. Así que decide ir en el bote hasta el barco y ver qué se puede traer.

Obviamente, no todo lo que hay en el barco le será igualmente útil durante su estadía en la isla, así que ha asignado importancia relativa a los diferentes objetos que

hay en el barco. Dicha importancia, y el peso de cada objeto se indican en la siguiente tabla:

Objeto	Importancia	Peso (kg)	Observaciones
Mosquete	10 (*)	20	
Pistolas	10 (*)	10	
Municiones	10	30	
2 Espadas	7	5	
Barril de pólvora	10	50	Hay 6 barriles
Papeles y tinta	-	20	
Biblias	-	20	
Instrumentos de medición	6	15	
Velas y cuerdas	4 (**)	50	
Herramientas	9	20	
Pan y queso holandés	4	20	
Carne seca de cabra	4	20	
Granos	2 (***)	5	
Agua potable	8	10	
Licor	4	8	
Ropas	6	4	
Dos gatos	5	10	
Un perro	5	25	

(\*) El mosquete y las pistolas tienen una importancia de 10 si lleva uno sólo. Si lleva ambos, el segundo que lleve tiene una importancia de 2.

(\*\*) Si lleva las herramientas, aumenta su importancia a 7.

(\*\*\*) Si lleva las herramientas, los puede sembrar y aumenta su importancia a 9.

No puede llevar todo en el bote (soporta hasta 200kg más su propio peso) y no sabe si podrá realizar otros viajes, así que quiere cargar lo más importante.

Sabe que los mosquetes, pistolas y municiones sólo serán útiles si lleva pólvora, si no no le sirven de nada. En cambio la pólvora sin armas sí es útil.

Sí o sí debe llevar los papeles y tinta (para escribir su historia) y las biblias (Es un hombre que se vale por sí mismo, pero aún así cree en Dios).

No sabe cuánto tiempo pasará hasta que pueda encontrar comida en la isla, así que decide llevar al menos 20 kg de comida y 10 kg de bebida del barco, para los primeros días.

Si lleva los gatos, no puede llevar el perro y viceversa.

¿Qué debería llevar Robinson en el bote para mejorar su situación?

*Nota: En la novela Robinson Crusoe, los hechos no ocurren exactamente tal como se describen en el ejercicio. En la realidad, Robinson llevó los gatos en la balsa, y el perro nadó hasta la playa.*

### 3.39.

El juego consiste en elegir 11 jugadores de fútbol de manera tal que obtengan el máximo puntaje a lo largo del torneo. (El puntaje de cada jugador en cada partido depende de su desempeño en el mismo).

Sólo hay tres restricciones que se deben cumplir.

- El costo total del equipo no debe superar los \$70 millones.
- El equipo debe estar formado por un arquero, 4 defensores, 3 mediocampistas y 3 delanteros.
- No se puede elegir más de 3 jugadores del mismo club.

Se tiene una tabla con todos los jugadores y para cada uno se indica: El costo de dicho jugador, El equipo en el que juega, la posición (Arquero / Defensor / Mediocampista / Delantero) y el puntaje obtenido por dicho jugador en el torneo pasado. (Es aceptable suponer que en el próximo torneo su puntaje será similar).

Realizar un modelo que permita elegir el mejor equipo posible para el próximo torneo.

### 3.40.

La FIFA es el reino de las suspicacias. Luego del sorprendente desempeño de Argentina en el Mundial de Brasil 2014, los equipos europeos protestaron, y lanzaron el rumor de que Argentina recibió ayuda de sus vecinos.

Por exigencias de la FIFA, se ha decidido modificar el sistema de eliminatorias sudamericanas. Actualmente se enfrentan todos contra todos a lo largo de dos años (cuantos más partidos se jueguen, más ingresos). A partir de ahora, los países sudamericanos se dividirán en grupos, pero no podrá haber dos países limítrofes en el mismo grupo.

Como cuantos menos grupos haya, más partidos jugará cada país, se desea repartir los países en la menor cantidad posible de grupos, de manera que no haya dos países limítrofes en el mismo grupo. (Tener en cuenta que las Guayanas no participan de las eliminatorias sudamericanas.)



*Pregunta adicional: Se desea aplicar el mismo modelo a las eliminatorias europeas. ¿Qué modificaciones, aparte de los datos, deberían realizarse al modelo planteado?*

### 3.41.

El desafío ROGO consiste en recorrer una cuadrícula como la de la derecha. Se debe partir del punto indicado con un círculo (la casilla que contiene un número 4) y, pasando por un número fijo de casillas (en este caso es 12) se debe sumar el mayor número posible. El número a sumar se calcula del siguiente modo: cada vez que se pasa por una casilla que tiene un número se suma esa cantidad (incluyendo la celda de partida, así que en este caso ya arrancamos por una suma igual a 4). Se debe volver a la celda de partida (es decir que la celda número 12 visitada debe ser vecina a la celda de partida), los movimientos son de una celda a otra adyacente (en vertical, horizontal o diagonal) y no se puede pasar más de una vez por la misma celda. Las celdas pintadas de negro no se pueden visitar.

1		2		4			
						1	
	2		2				
	3				3		
		4					2

## 3.42.

Las comisiones curriculares de la Licenciatura en Análisis de Sistemas y la Ingeniería en Informática tienen previsto organizar 4 conferencias de actualización para el mes de abril. Como están destinadas a los estudiantes de ambas carreras son gratuitas, pero se necesita contar con colaboradores para que la logística no falle:

Temática del curso:	Asistentes previstos:	Cantidad de días que dura el curso
A) Introduction to Application security	A	Lunes y Martes (Mañana y Tarde)
B) Redes en Linux	B	Martes y Viernes (Noche)
C) Semantic Technologies for Automatic Question Answering	C	Martes y Jueves (Tarde)
D) IoT (Internet of Things)	D	Viernes (Noche)

Se necesita un colaborador por cada 6 asistentes. En los cursos A, C y D se necesitan 2 personas más por cada 20 asistentes porque tienen traducción simultánea. El decano propuso usar personal no docente para que sean colaboradores, pagándoles un adicional (aunque no quiere gastar demasiado dinero en la organización de estas conferencias). El personal se divide en turnos (tienen que trabajar los días que son su turno). A continuación se indica la composición de turnos, cuánto personal hay disponible en cada turno y cuánto se le paga por cada día a cada persona que trabaje haciendo ese turno.

Turno (Se indica qué días y en qué horario viene el personal de ese turno)	Personal	Pago (\$ diarios/persona)
1   Lunes, Miércoles y Viernes (Mañana), Jueves (Tarde)	10 personas	30
2   Lunes, Martes y Viernes (Tarde), Martes (Noche)	12 personas	E
3   Martes, Jueves y Viernes (Mañana), Viernes (Tarde)	17 personas	30
4   Lunes, Miércoles y Viernes (Noche), Jueves (Tarde)	15 personas	40

A, B, C, D y E son constantes conocidas. ¿Qué es lo mejor que se puede hacer con la información disponible?