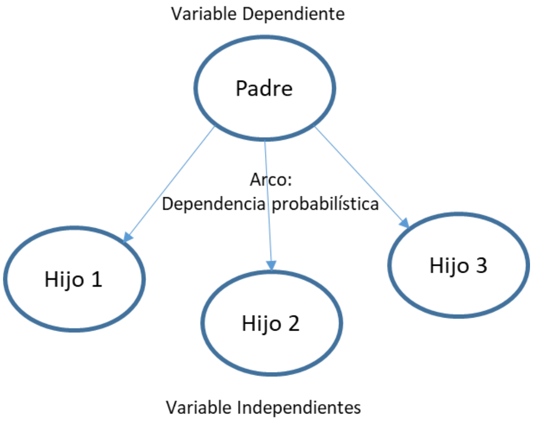
Redes Bayesianas

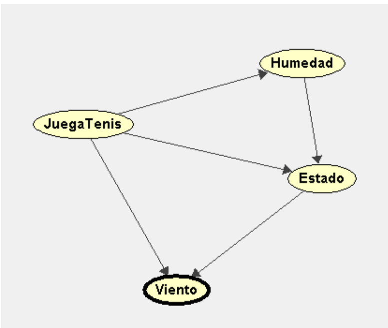
El algoritmo de Bayes pertenece al grupo de algoritmos de aprendizaje automático que resuelve problemas de clasificación supervisada.
Una red bayesiana es un grafo acíclico (lineal) dirigido, donde cada nodo representa una variable y cada arco una dependencia probabilística donde se especifica la probabilidad de cada variable dados sus padres. La variable a la que apunta el arco es independiente (causa – efecto) de la que está en el origen.



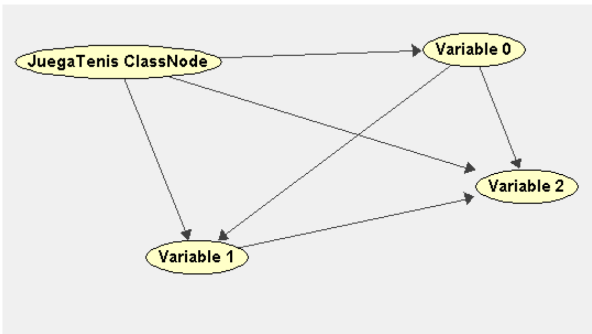
La topología o estructura de red da información sobre las dependencias probabilísticas entre las variables, pero también las independencias condicionales dado otra/s variables. Dichas independencias simplifican la representación del conocimiento (menos parámetros) y el razonamiento (propagación de las probabilidades).
Obtener una red bayesiana es un proceso de aprendizaje que se divide en dos etapas:

- Aprendizaje estructural: consiste en obtener la red, es decir, las relaciones de dependencia e independencia entre las variables involucradas

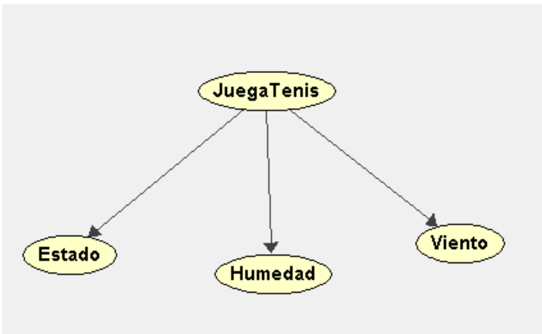
TAN



KDB

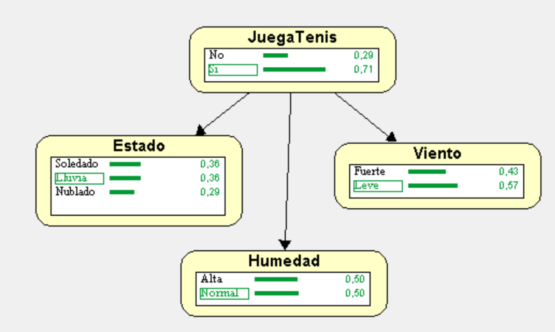


Bayes

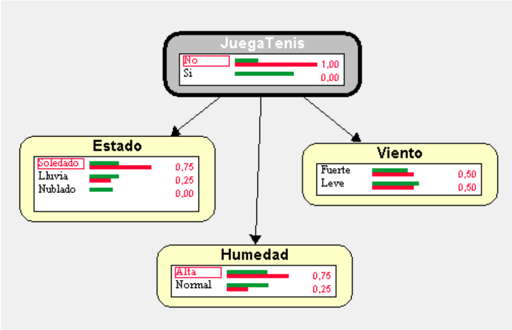


- Aprendizaje paramétrico: tiene por finalidad obtener las probabilidades a priori y las condicionales.

Probabilidades A priori



Probabilidades Condicionales



Las redes bayesianas se usan ampliamente en medicina, ciencia y economía.
Entre sus características se destacan:

1- Permiten aprender sobre las relaciones de dependencia y causalidad
2- Permiten combinar datos con conocimiento.
3- Pueden manejar BD incompletas

Ejercicio 1:

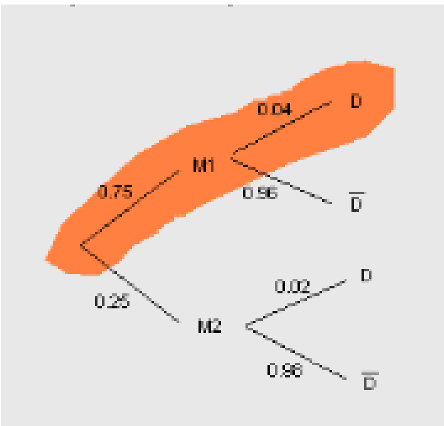
Una fábrica de tornillos tiene dos máquinas, la M1, que es más antigua, y hace el de 75% todos los tornillos, y la M2, más nueva pero pequeña, que hace el 25% de los tornillos. La M1 hace un 4% de tornillos defectuosos, mientras que la M2 tan sólo hace un 2% de tornillos defectuosos. Si escogemos un tornillo al azar, ¿qué probabilidad hay de que salga defectuoso? Podemos resolver el problema utilizando el teorema de la probabilidad total, que no es otra cosa que utilizar un diagrama en árbol para resolverlo.

$$P(D) = P(M1) \cdot P(D/M1) + P(M2) \cdot P(D/M2)$$

Miremos ahora el problema desde otro punto de vista. Si sabemos que un tornillo es defectuoso, ¿qué probabilidad hay de que haya sido fabricado por la máquina M1? Es decir, nos estamos preguntando por la probabilidad condicionada P (M1 / D).
Por definición la probabilidad condicionada, se calcula:

$$P(M1/D) = \frac{P(M1 \cap D)}{P(D)}$$

Si representamos el problema con un diagrama de árbol, vemos que se puede calcular
P (M1) ∩ D), que es la probabilidad de la rama marcada.



Teniendo en cuenta el teorema de la probabilidad total que dice que:

$$P(D) = P(M1) \cdot P(D/M1) + P(M2) \cdot P(D/M2)$$

Llegamos a que:

$$P(M1/D) = \frac{P(M1) \cdot P(D/M1)}{P(M1) \cdot P(D/M1) + P(M2) \cdot P(D/M2)}$$

En el ejemplo planteado la formula quedaría como:

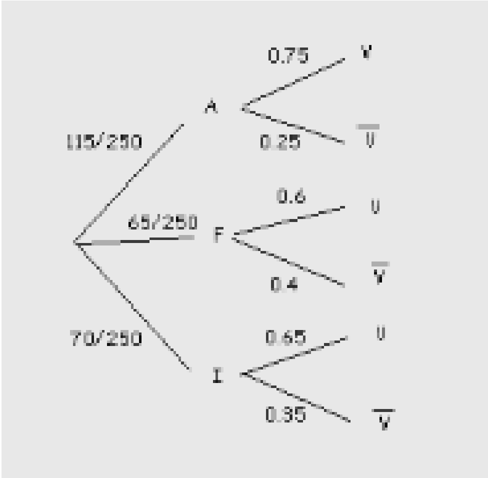
$$P(M1/D) = \frac{0,75 \cdot 0,04}{0,75 \cdot 0,04 + 0,25 \cdot 0,02} = 0,857$$

Hay un 0.857 de probabilidad de que el tornillo defectuoso sea de la máquina 1.

Ejercicio 2:

En un congreso se reúnen 250 médicos de Europa, de los cuales 115 son alemanes; 65, franceses, y 70 ingleses. De estos médicos, el 75% de los alemanes, el 60% de los franceses y el 65% de los ingleses están a favor de utilizar una nueva vacuna para la gripe. Si escogemos un médico al azar, y está a favor de aplicar la vacuna, ¿cuál es la probabilidad de que sea francés?
Consideremos los siguientes sucesos: A "médico alemán", F "médico francés", I "médico inglés", así como V "estar a favor de la vacuna" (y por lo tanto, $\overline{V}$ "estar en contra de la vacuna").

Representamos nuestro problema en un diagrama en árbol.



$$P(F/V) = \frac{P(F) \cdot P(V/F)}{P(A) \cdot P(V/A) + P(F) \cdot P(V/F) + P(I) \cdot P(V/I)}$$

$$P(F/V) = \frac{\frac{65}{250} \cdot 0,6}{\frac{115}{250} \cdot 0,75 + \frac{65}{250} \cdot 0,6 + \frac{70}{250} \cdot 0,65} = 0,228$$

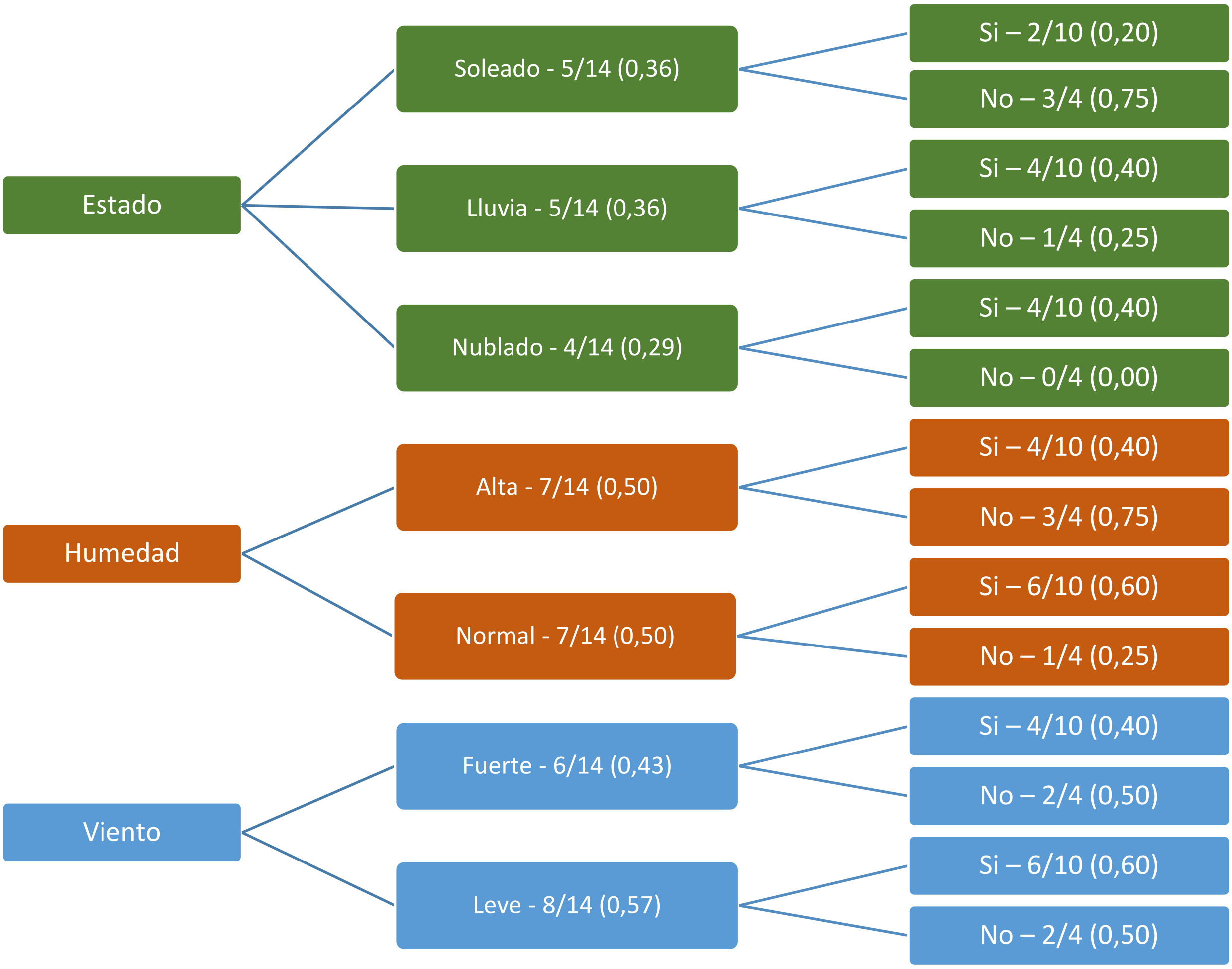
Donde 0.228 es la probabilidad de que sea un francés el que vota en favor de la vacuna contra la gripe.

<u>Ejercicio 3:</u>

Aplicar regla de Bayes al ejercicio de juega Tenis

Estado	Humedad	Viento	Juega Tenis
Lluvia	Alta	Fuerte	Si
Nublado	Alta	Fuerte	Si
Soleado	Alta	Fuerte	No
Lluvia	Normal	Fuerte	No
Nublado	Normal	Fuerte	Si
Soleado	Normal	Fuerte	Si
Lluvia	Alta	Leve	Si
Nublado	Alta	Leve	Si
Soleado	Alta	Leve	No
Soleado	Alta	Leve	No
Lluvia	Normal	Leve	Si
Lluvia	Normal	Leve	Si
Nublado	Normal	Leve	Si
Soleado	Normal	Leve	Si

Se puede armar el siguiente árbol y calcular la probabilidad de cada variable mediante Máxima Verosimilitud = Cantidad Casos Favorables / Cantidad de Casos Posibles



Luego se puede calcular mediante la Regla de Bayes:

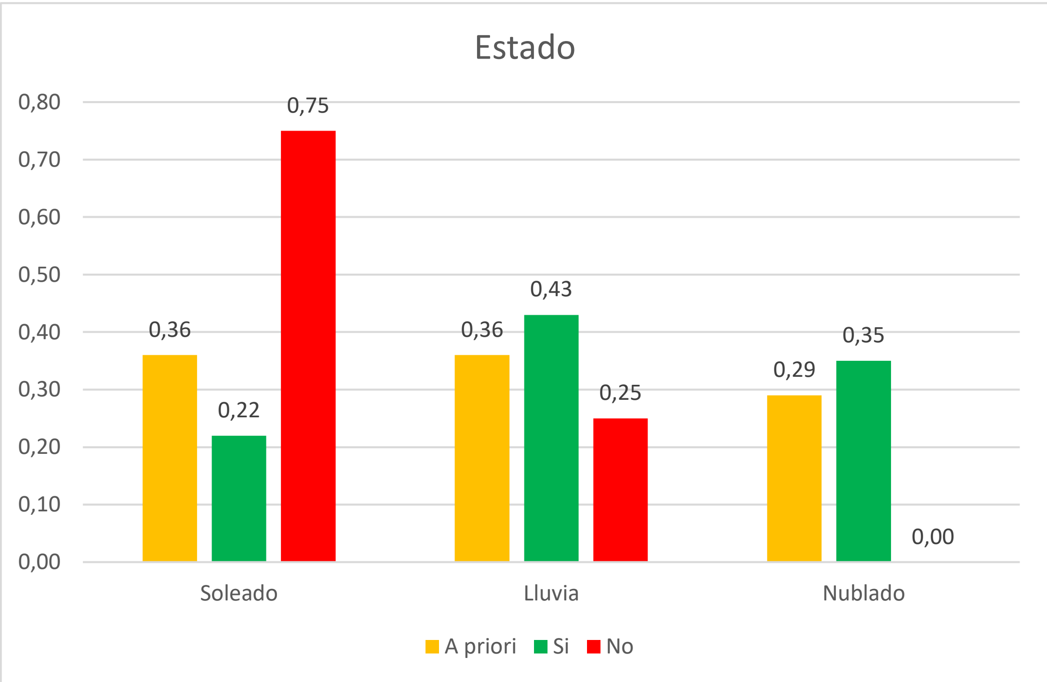
Variables		Probabilidad A Priori							
Juega Tenis	Si	0,71	10			Máxima Verosimilitud	Regla Bayes		
	No	0,29	4				Numerador	Denominador	Resultado
Estado	Soleado	0,36	5	Si	2	0,20 (2/10)	0,07 (0.36*0.20)	0,33 (0.07+0.14+0.11)	0,22 (0.07/0.33)
				No	3	0,75 (3/4)	0,27 (0.75*0.36)	0,36 (0.27+0.09+0.00)	0,75
	Lluvia	0,36	5	Si	4	0,40 (4/10)	0,14 (0.40*0.36)	0,33	0,43
				No	1	0,25 (1/4)	0,09 (0.25*0.36)	0,36	0,25
	Nublado	0,29	4	Si	4	0,40 (4/10)	0,11 (0.40*0.29)	0,33	0,35
				No	0	0,00 (0/4)	0,00 (0.00*0.29)	0,36	0,00
Humedad	Alta	0,50	7	Si	4	0,40 (4/10)	0,20 (0.40*0.50)	0,50	0,40
				No	3	0,75 (3/4)	0,38 (0.75*0.50)	0,50	0,75
	Normal	0,50	7	Si	6	0,60 (6/10)	0,30 (0.60*0.50)	0,50	0,60
				No	1	0,25 (1/4)	0,13 (0.25*0.50)	0,50	0,25
Viento	Fuerte	0,43	6	Si	4	0,40 (4/10)	0,17 (0.40*0.43)	0,51	0,33

				No	2	0,50 (2/4)	0,21 (0.50*0.43)	0,50	0,43
	Leve	0,57	8	Si	6	0,60 (6/10)	0,34 (0.60*0.57)	0,51	0,67
				No	2	0,50 (2/4)	0,29 (0.50*0.57)	0,50	0,57

Con los resultados obtenidos se deben proceder al análisis de los datos mediante gráficos que permitan comparar los resultados obtenidos.

a) Variable Estado

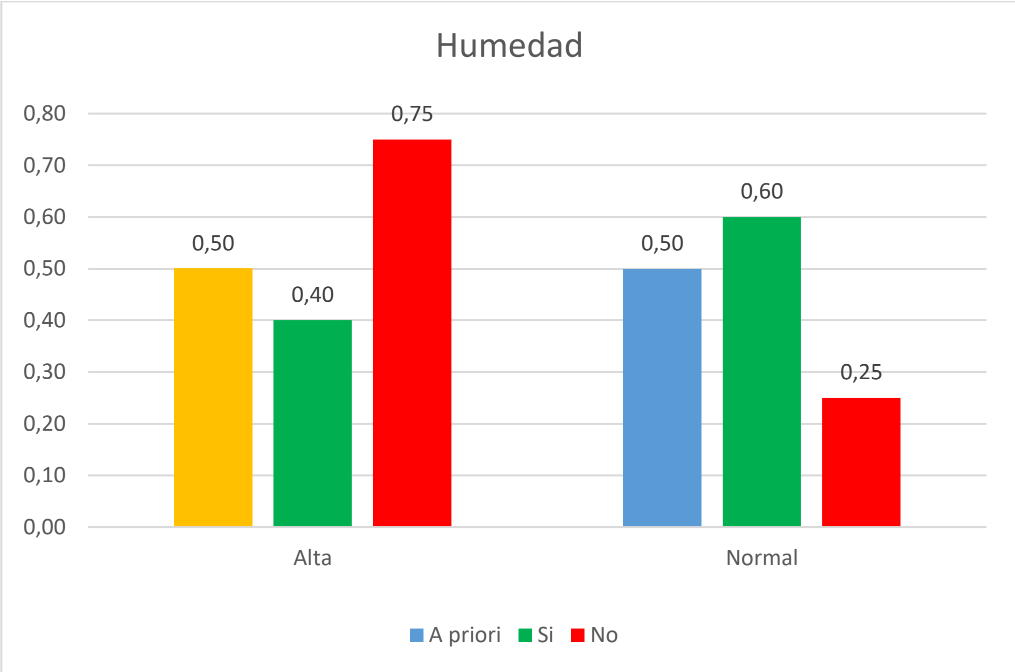
	A priori	Si	No
Soleado	**0,36**	**0,22**	**0,75**
Lluvia	**0,36**	**0,43**	**0,25**
Nublado	**0,29**	**0,35**	**0,00**



Con estado Soleado, las chances de "SI" jugar se reducen y las de "NO" jugar se duplican. Con Lluvia las chances de "SI" jugar se incrementan y las de "NO" jugar se decrementan. Y con estado Nublado, las chances de "SI" jugar se incrementan y se anulan para el "NO" jugar.

a) Variable Humedad

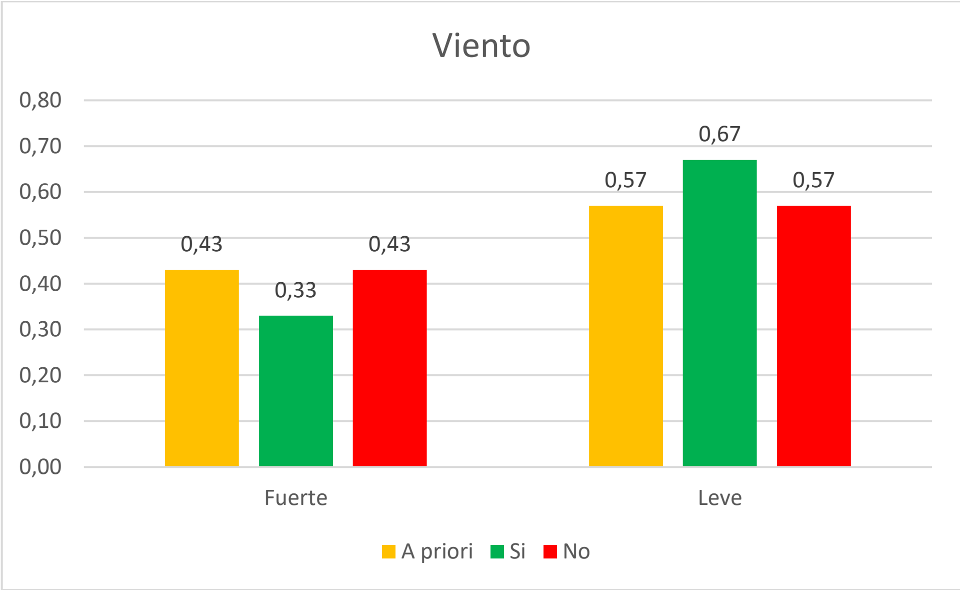
	A priori	Si	No
Alta	**0,50**	**0,40**	**0,75**
Normal	**0,50**	**0,60**	**0,25**



Con la humedad alta, las chances de "SI" jugar descienden 10 puntos respecto de la probabilidad a priori y las chances de "NO" jugar se incrementan en 25 puntos. Con humedad normal, la posibilidad de "SI" jugar aumenta 10 puntos y las de "NO" jugar se reducen a la mitad respecto de la probabilidad a priori.

a) Variable Viento

	A priori	Si	No
Fuerte	**0,43**	**0,33**	**0,43**
Leve	**0,57**	**0,67**	**0,57**



Con el viento fuerte, la probabilidad de “SI” jugar desciende 10 puntos y no se modifica para la opción “NO” jugar y con el viento leve, la probabilidad de “SI” jugar se incrementa 10 puntos también respecto la probabilidad a priori y no se modifica para la opción de “NO” jugar.