

Dados 2 productos A y B:

La producción de A no debe superar a 100 Kg.

$$x_1 \leq 100$$



Dados 2 productos A y B:

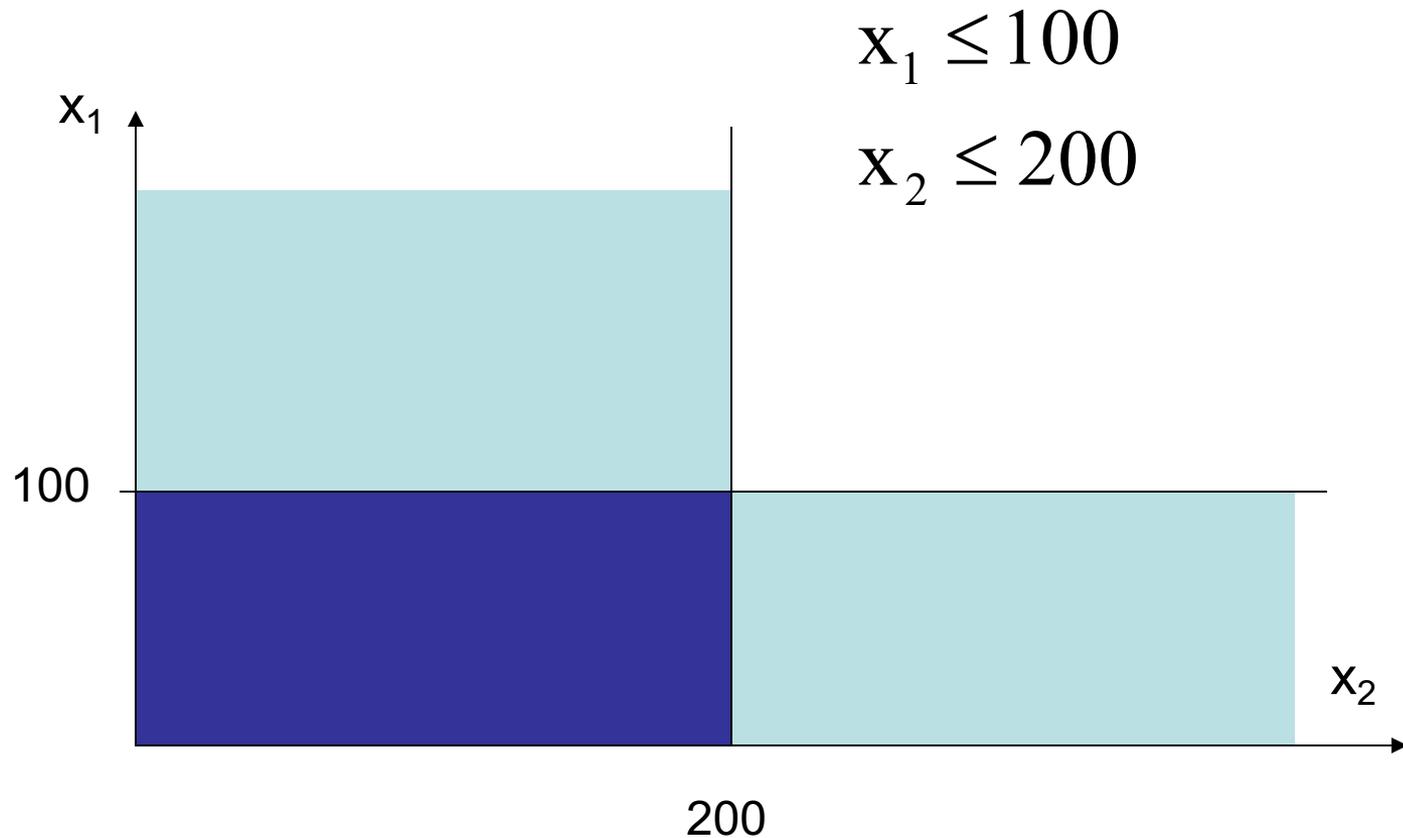
La producción de A debe ser igual a 100 Kg.

$$x_1 = 100$$



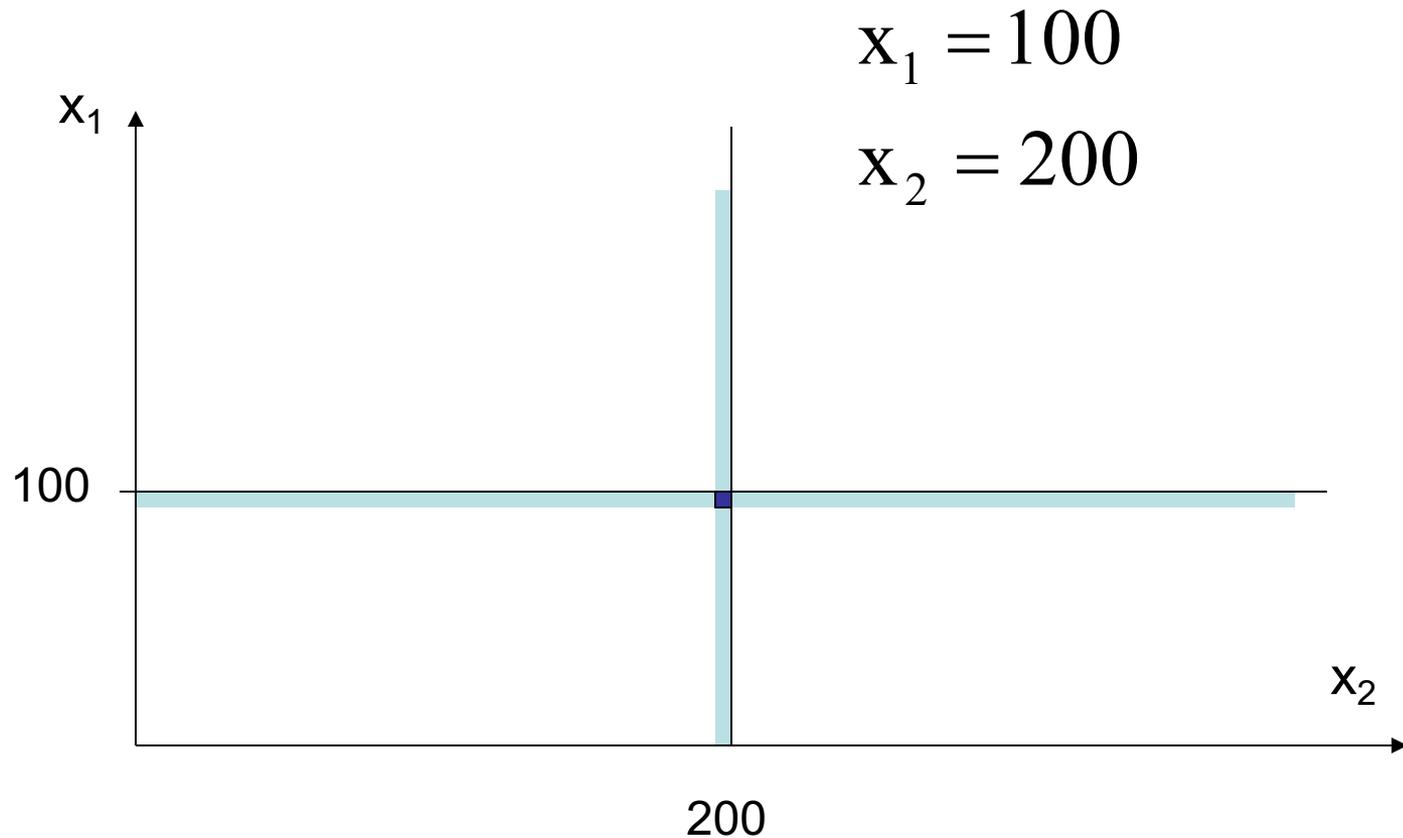
Dados 2 productos A y B:

La producción de A no debe superar a 100 Kg.
y la de B no debe superar a 200 Kg.



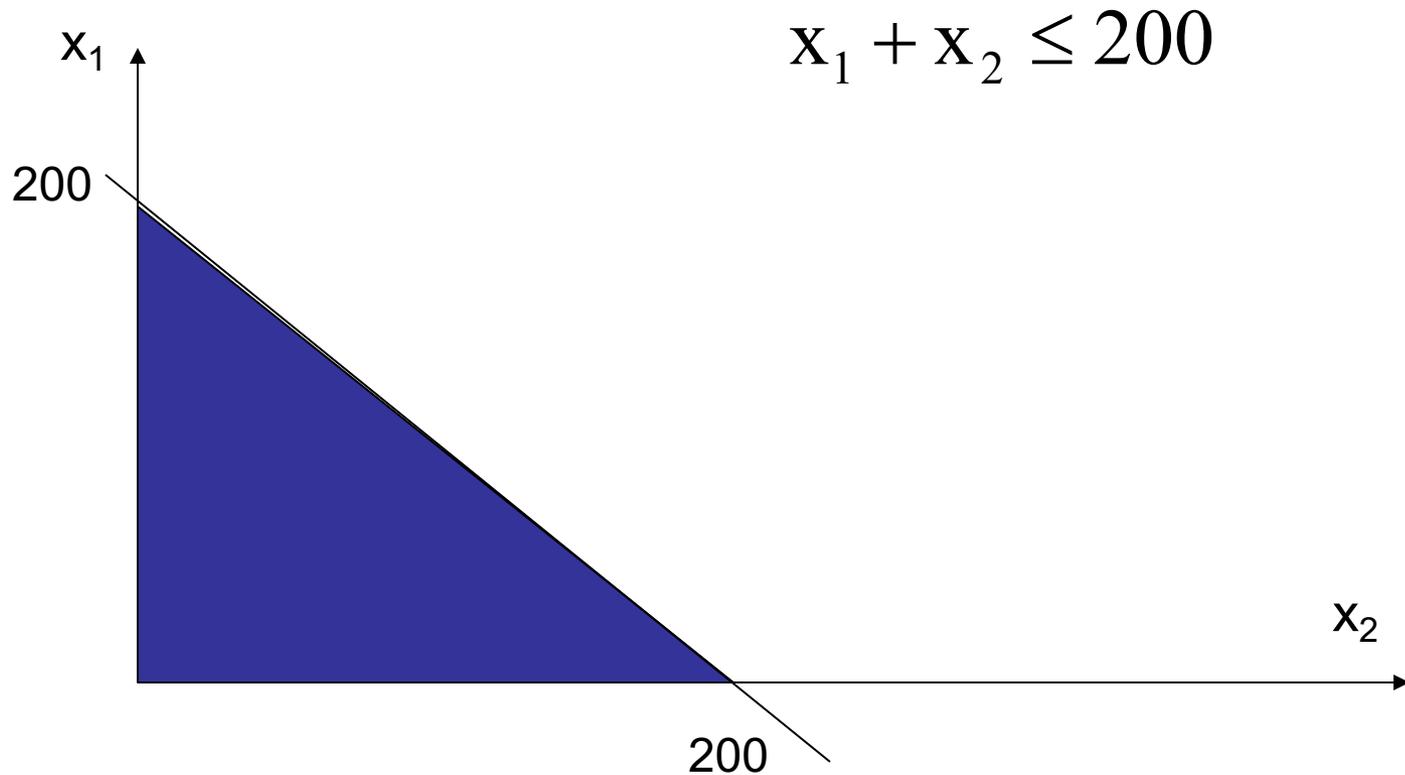
Dados 2 productos A y B:

La producción de A debe ser igual a 100 Kg.
y la de B debe ser igual a 200 Kg.



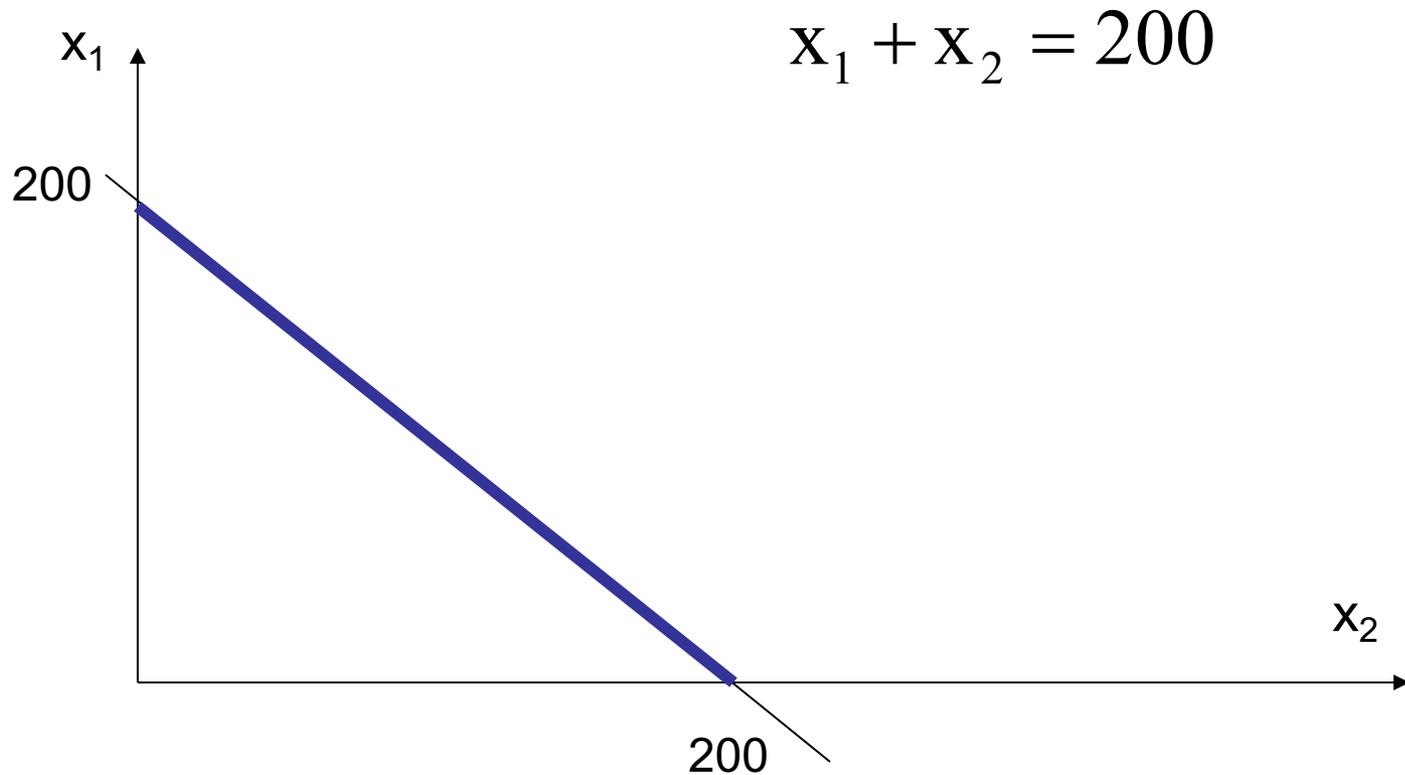
Dados 2 productos A y B:

La producción conjunta de A y de B no debe superar a 200 Kg.



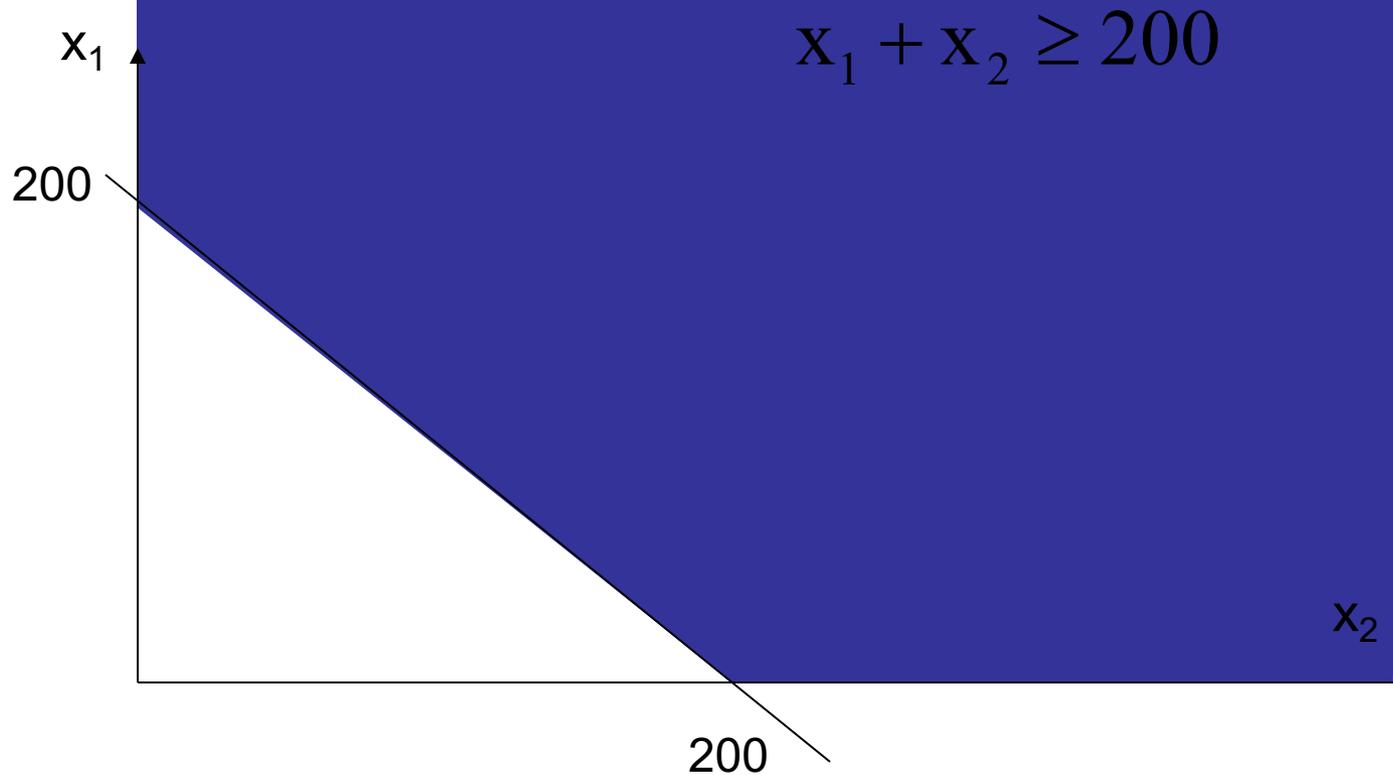
Dados 2 productos A y B:

La producción conjunta de A y de B debe ser igual a 200 Kg.



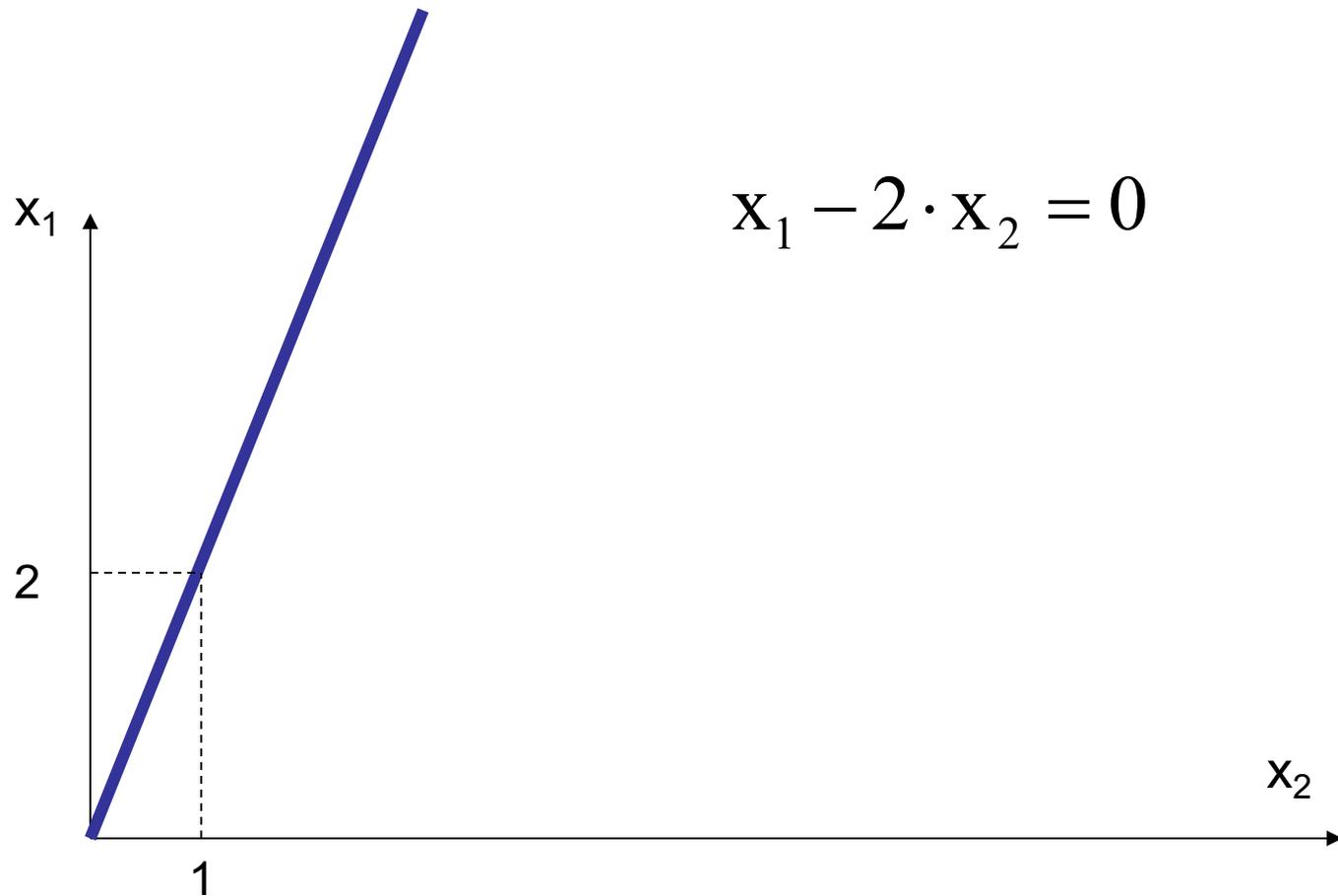
Dados 2 productos A y B:

La producción conjunta de A y de B debe superar a 200 Kg.



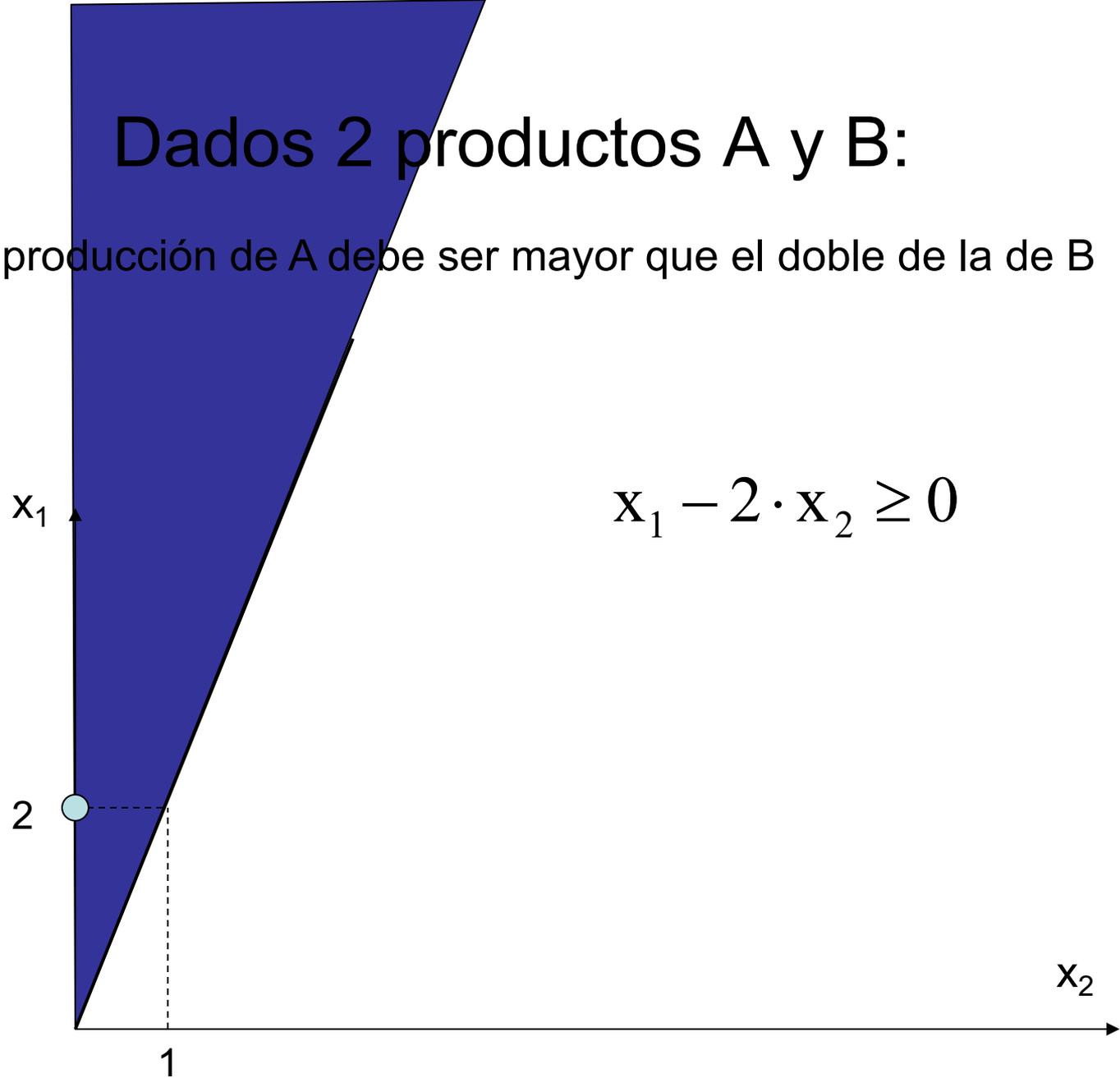
Dados 2 productos A y B:

La producción de A debe ser el doble de la de B



Dados 2 productos A y B:

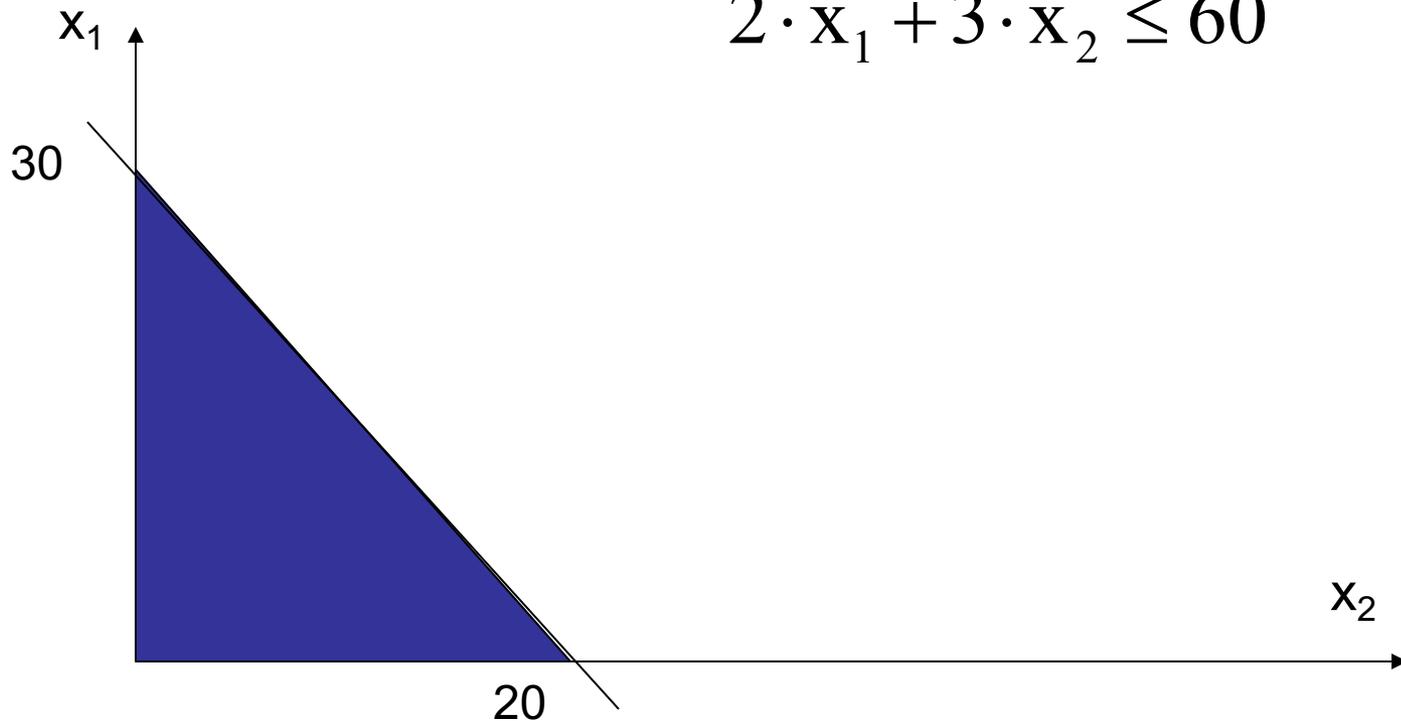
La producción de A debe ser mayor que el doble de la de B



Dados 2 productos A y B:

La fabricación de A insume 2 hs de MO y la de B, 3hs.
Se dispone de 60 hs por día de MO

$$2 \cdot x_1 + 3 \cdot x_2 \leq 60$$

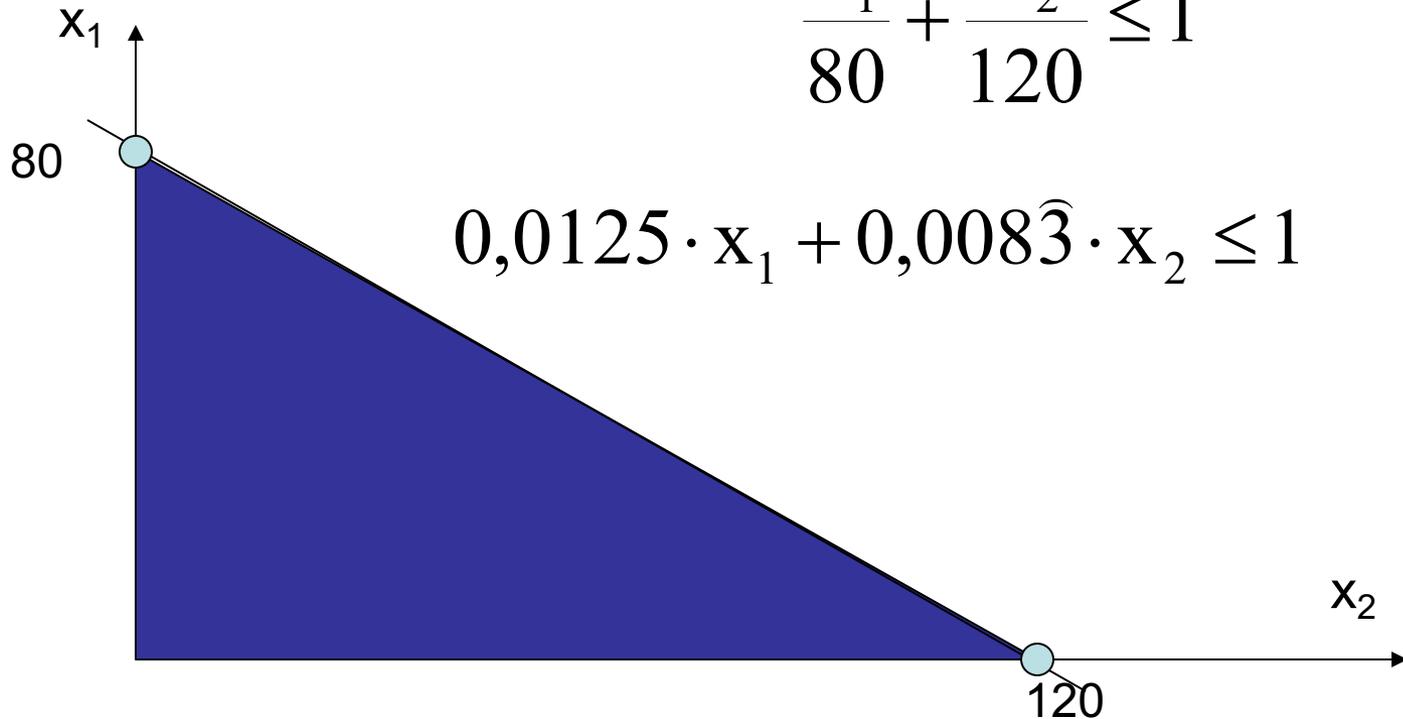


Dados 2 productos A y B:

La capacidad de la planta es tal que se pueden producir 80 unidades de A o 120 unidades de B o una combinación

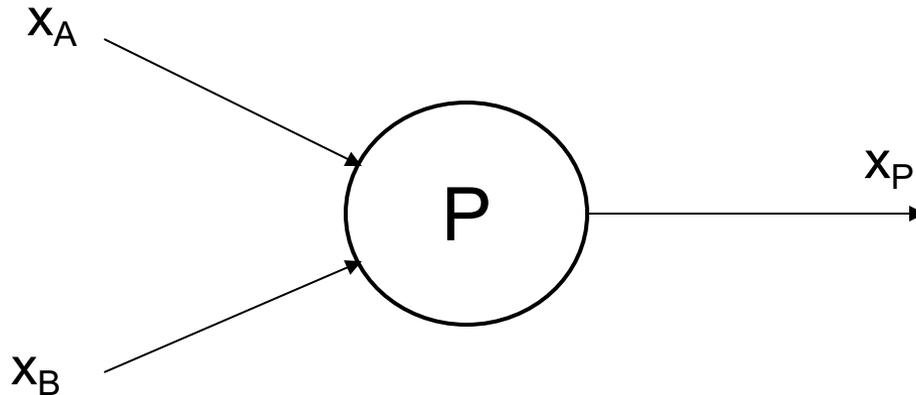
$$\frac{x_1}{80} + \frac{x_2}{120} \leq 1$$

$$0,0125 \cdot x_1 + 0,008\bar{3} \cdot x_2 \leq 1$$



ECUACIONES DE BALANCE

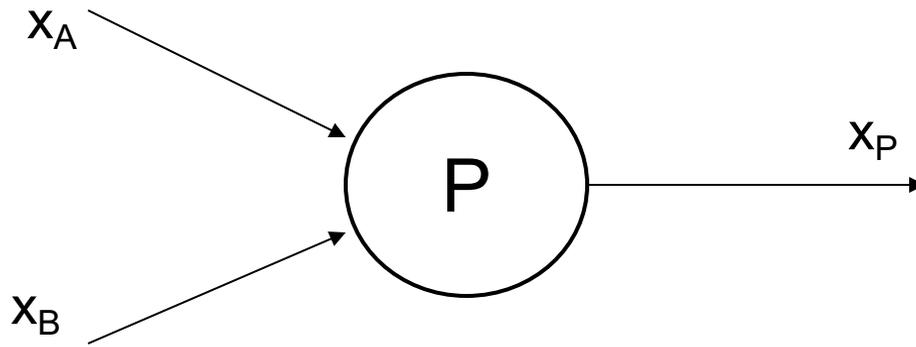
Se mezclan dos componentes A y B para formar el producto P



$$x_A + x_B - x_P = 0$$

REQUERIMIENTOS DE CALIDAD DE LA MEZCLA

El producto P no puede tener más de un 30% de A, ni menos del 20% de B



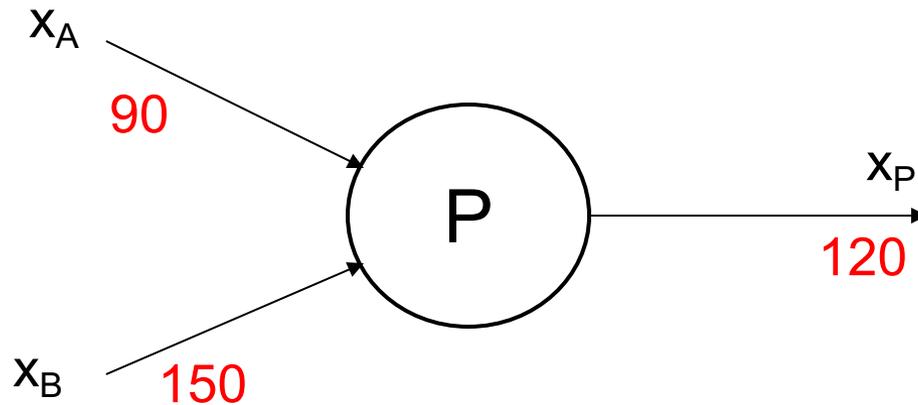
$$x_A + x_B - x_P = 0$$

$$x_A - 0,3 \cdot x_P \leq 0$$

$$x_B - 0,2 \cdot x_P \geq 0$$

REQUERIMIENTOS DE CALIDAD DE LA MEZCLA

Cada unidad de A contribuye con 90 Kcal, cada unidad de B contribuye con 150 Kcal. Se requiere que cada unidad de P no exceda las 120 Kcal.

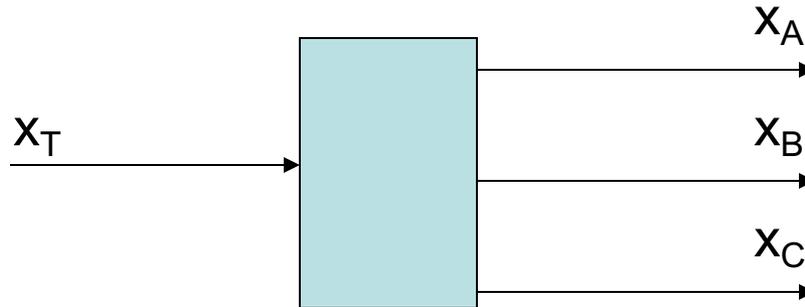


$$x_A + x_B - x_P = 0$$

$$90 \cdot x_A + 150 \cdot x_B - 120 \cdot x_P \leq 0$$

PROCESOS DE DESAGREGADO O EXTRACCIÓN

Por cada Kg de T se extraen 0,5 Kg. de A, 0,3 Kg. de B y
0,2 Kg. de C



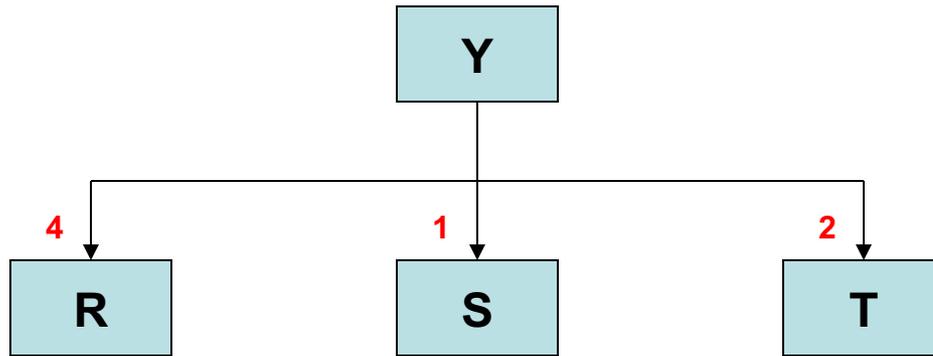
$$x_A - 0,5 \cdot x_T = 0$$

$$x_B - 0,3 \cdot x_T = 0$$

$$x_C - 0,2 \cdot x_T = 0$$

ENSAMBLE

El producto Y lleva 4 componentes R, 1 componente S y dos componentes T



$$R - 4 \cdot Y = 0$$

$$S - Y = 0$$

$$T - 2 \cdot Y = 0$$

RECICLADO

Cada pieza A insume 3 hs. de Máquina; cada pieza B insume 2 hs. de Máquina. Luego del control de calidad, el 10% de A y el 20% de B, se deben volver a procesar en la Máquina.

La disponibilidad de Máquina es de 24 hs.



$$\frac{3 \cdot x_A}{0,9} + \frac{2 \cdot x_B}{0,8} \leq 24$$

PROGRAMACIÓN MULTI-TIME

i = período de tiempo

S_i = Stock final del período i

P_i = Producción del período i

V_i = Venta del período i

$$S_i - S_{i-1} - P_i + V_i = 0$$

COSTO DIFERENCIAL DE UN EXCEDENTE

- Cada pieza A insume 3 hs de MO, c/pieza B insume 4 hs de MO.
- La disponibilidad de MO es de 60 hs, pero se pueden contratar hasta 20 hs extras adicionales.
- Costo de MO normal: \$5, Costo de MO extra: \$8

$$3 \cdot x_A + 4 \cdot x_B - H_N - H_E = 0$$

$$H_N \leq 60$$

$$H_E \leq 20$$

$$Z = \dots - 5 \cdot H_N - 8 \cdot H_E \dots \Rightarrow \text{Max}$$

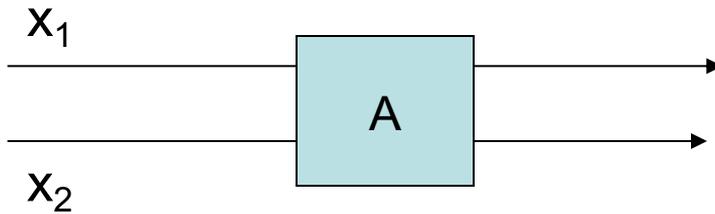
TASA DE FABRICACIÓN DE UN PRODUCTO

En la máquina A, se fabrican 2 productos (I y II)

El producto I se fabrica a una velocidad de 30 unidades/hora.

El producto II se fabrica a una velocidad de 40 unidades /hora.

Se dispone de 24 horas.

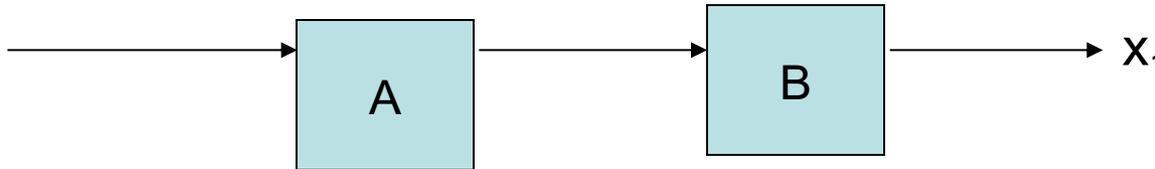


$$\frac{x_1}{30} + \frac{x_2}{40} \leq 24$$

PROCESOS EN SERIE CONTINUOS

El equipo A fabrica el producto X_1 a una tasa de 30 litros/hora.
El B a una tasa de 40 litros /hora.

Se dispone de 24 horas.



$$\frac{X_1}{[30;40]_{\text{MIN}}} \leq 24$$

PROCESOS EN SERIE CONTINUOS

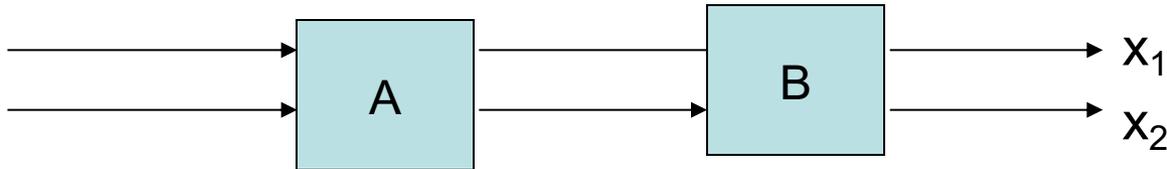
El equipo A fabrica el producto X_1 a una tasa de 30 litros/hora.

El equipo B lo fabrica a una tasa de 40 litros /hora.

El equipo A fabrica el producto X_2 a una tasa de 20 litros/hora.

El B a una tasa de 50 litros /hora.

Se dispone de 24 horas.



$$\frac{X_1}{[30;40]_{\text{MIN}}} + \frac{X_2}{[20;50]_{\text{MIN}}} \leq 24$$

PROCESOS EN SERIE NO CONTINUOS

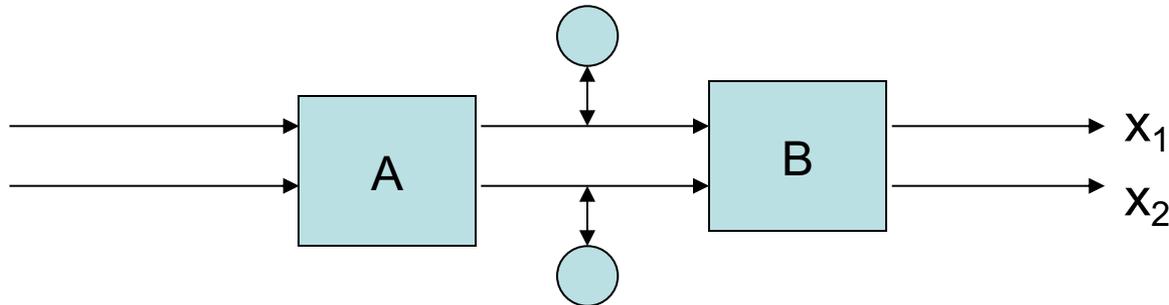
El equipo A fabrica el producto X_1 a una tasa de 30 litros/hora.

El B a una tasa de 40 litros /hora.

El equipo A fabrica el producto X_2 a una tasa de 20 litros/hora.

El B a una tasa de 50 litros /hora.

Se dispone de 24 horas.



$$\frac{X_1}{30} + \frac{X_2}{20} \leq 24$$

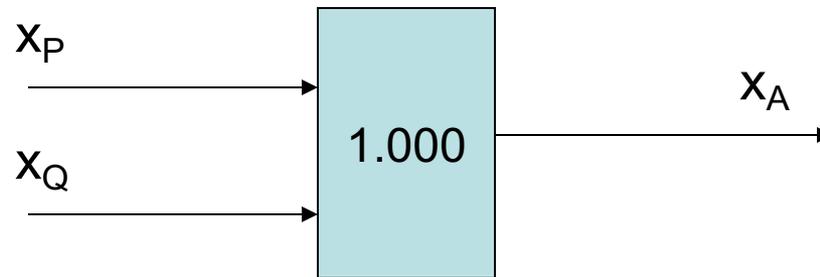
$$\frac{X_1}{40} + \frac{X_2}{50} \leq 24$$

PROCESO DE EXTRACCIÓN

En una planta se puede procesar P o Q por separado. Unidades: m^3 / mes

La capacidad de alimentación es de 1.000 m^3 por mes ($33,33 \text{ m}^3 / \text{día}$)

El rendimiento de P en A es del 60% y de Q en A es del 30%



$$x_P + x_Q \leq 1.000$$

$$-x_A + 0,6 \cdot x_P + 0,3 \cdot x_Q = 0$$

Una compañía tiene dos minas 1 y 2 que, si son operadas, producen las siguientes cantidades (en toneladas) por día de minerales de grado alto, medio y bajo:

MINA	GRADO ALTO	GRADO MEDIO	GRADO BAJO
1	1	3	4
2	4	0.8	2

El costo de operar las minas es K\$200 y K\$240, por día respectivamente.

La compañía requiere obtener 60 toneladas de minerales grado alto, 60 de grado medio y 100 de grado bajo.

$$\text{MIN } 200 t_1 + 240 t_2$$

Sujeto a:

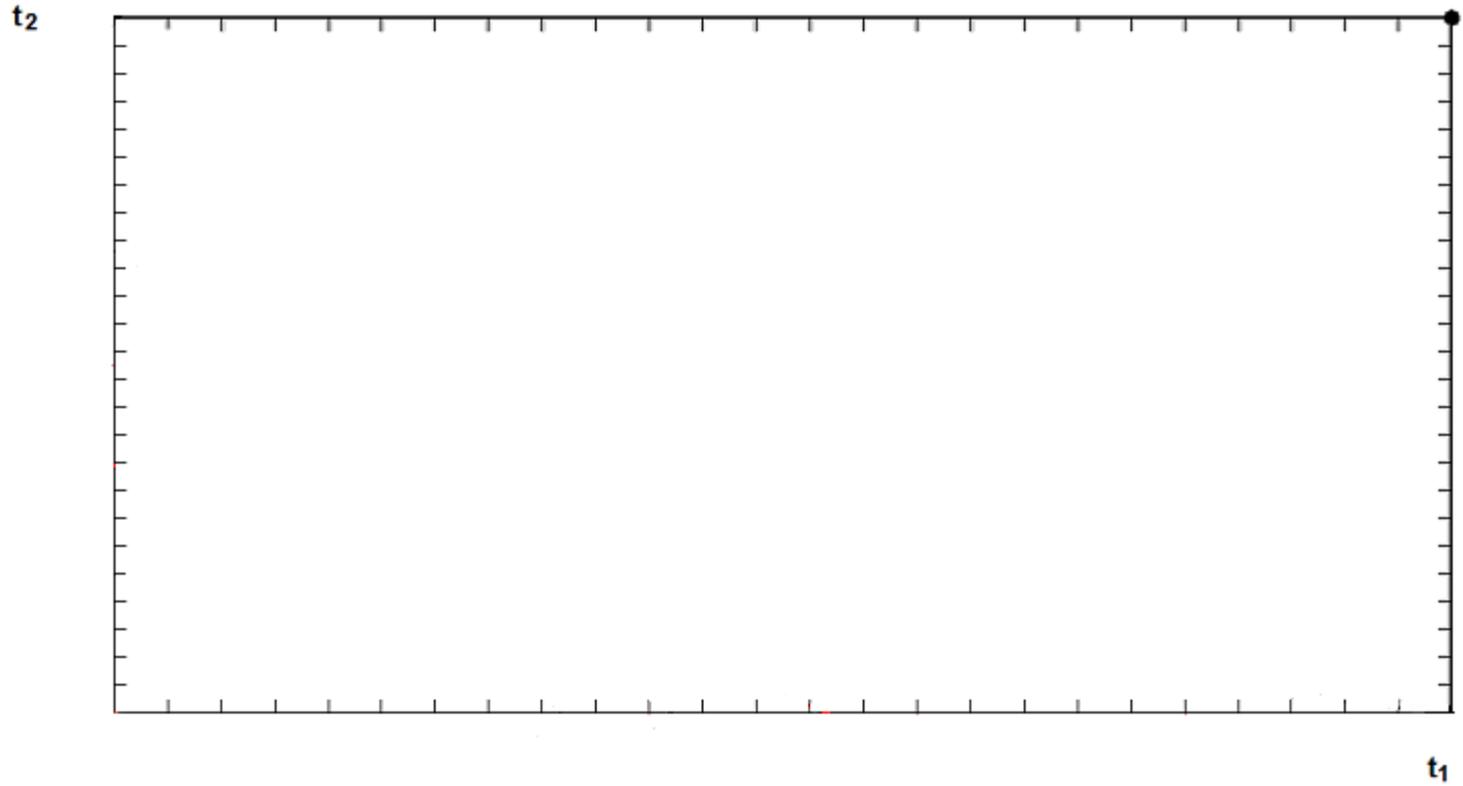
$$t_1 + 4 t_2 \geq 60$$

$$3 t_1 + 0.8 t_2 \geq 60$$

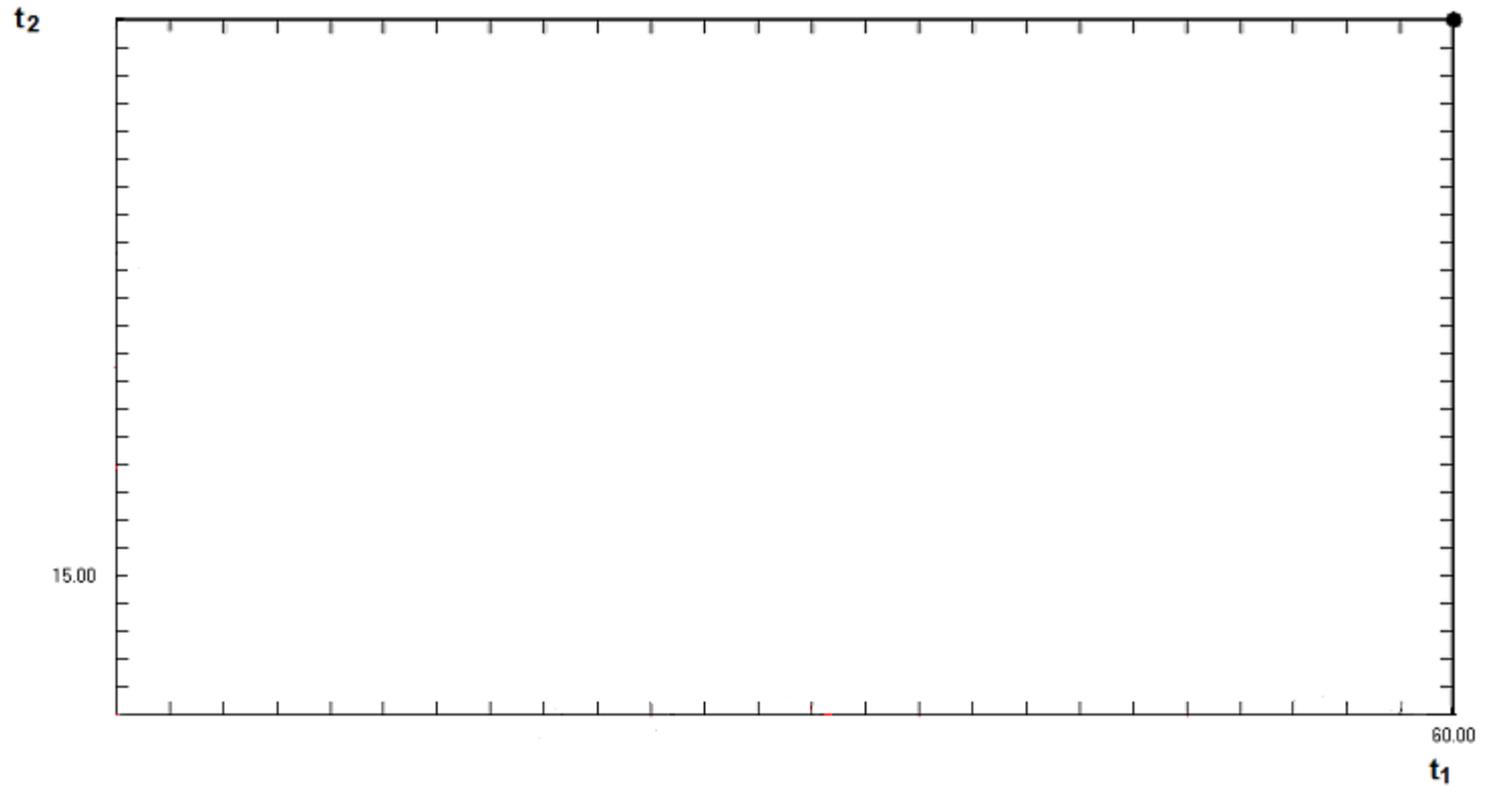
$$4 t_1 + 2 t_2 \geq 100$$

Siendo $t_i \geq 0$

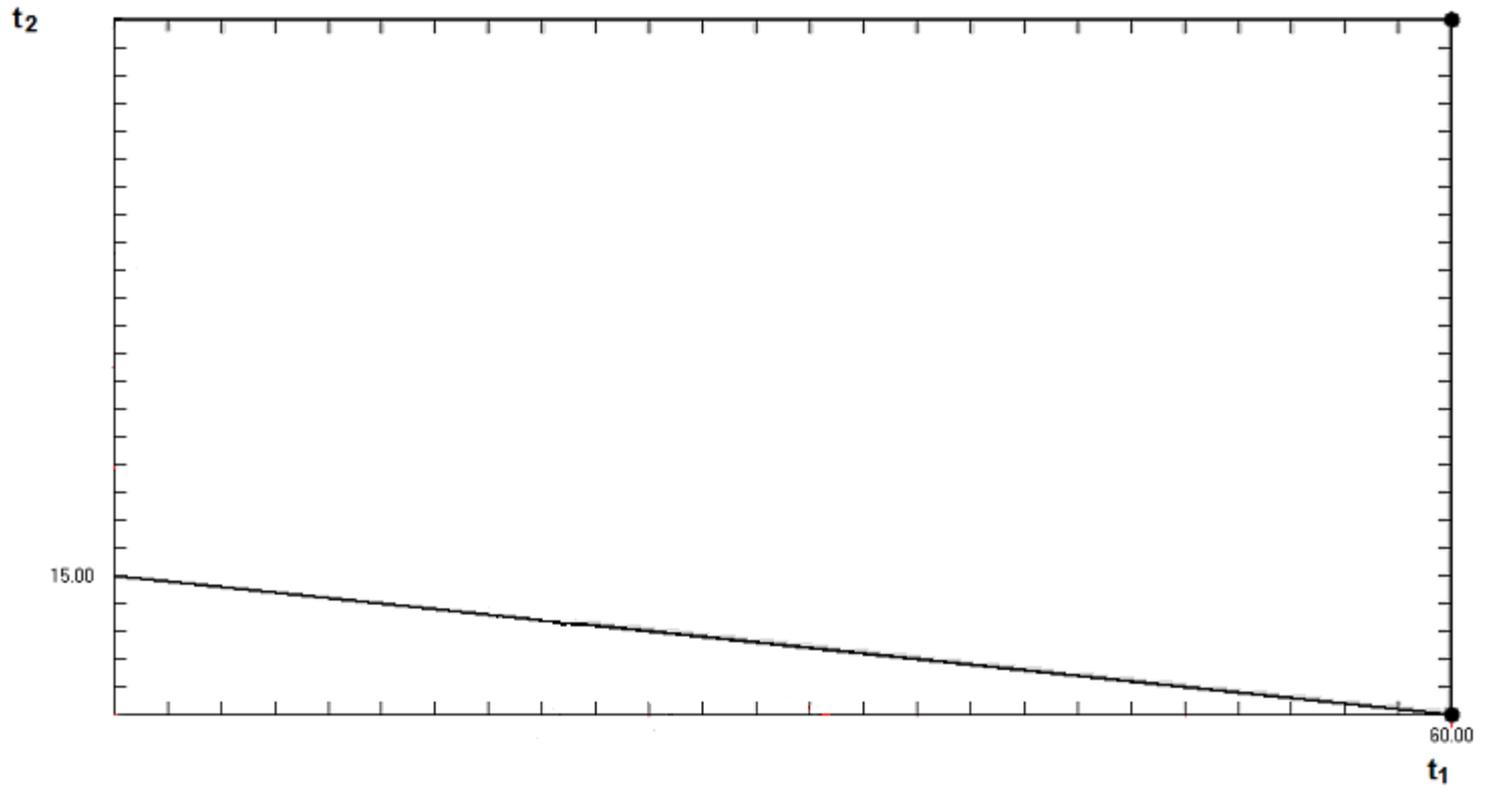
$$t_1 + 4 t_2 \geq 60$$



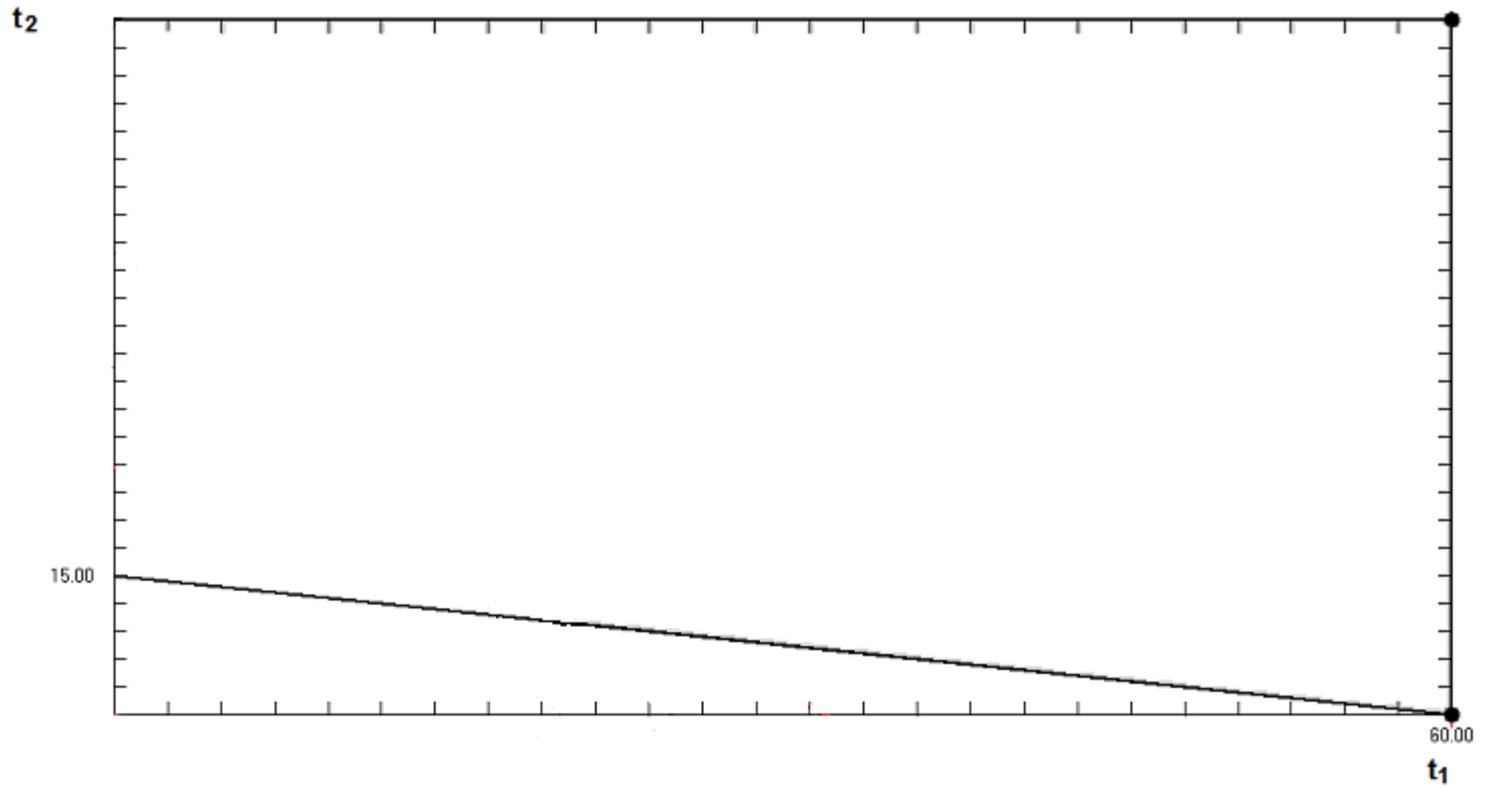
$$t_1 + 4 t_2 \geq 60$$



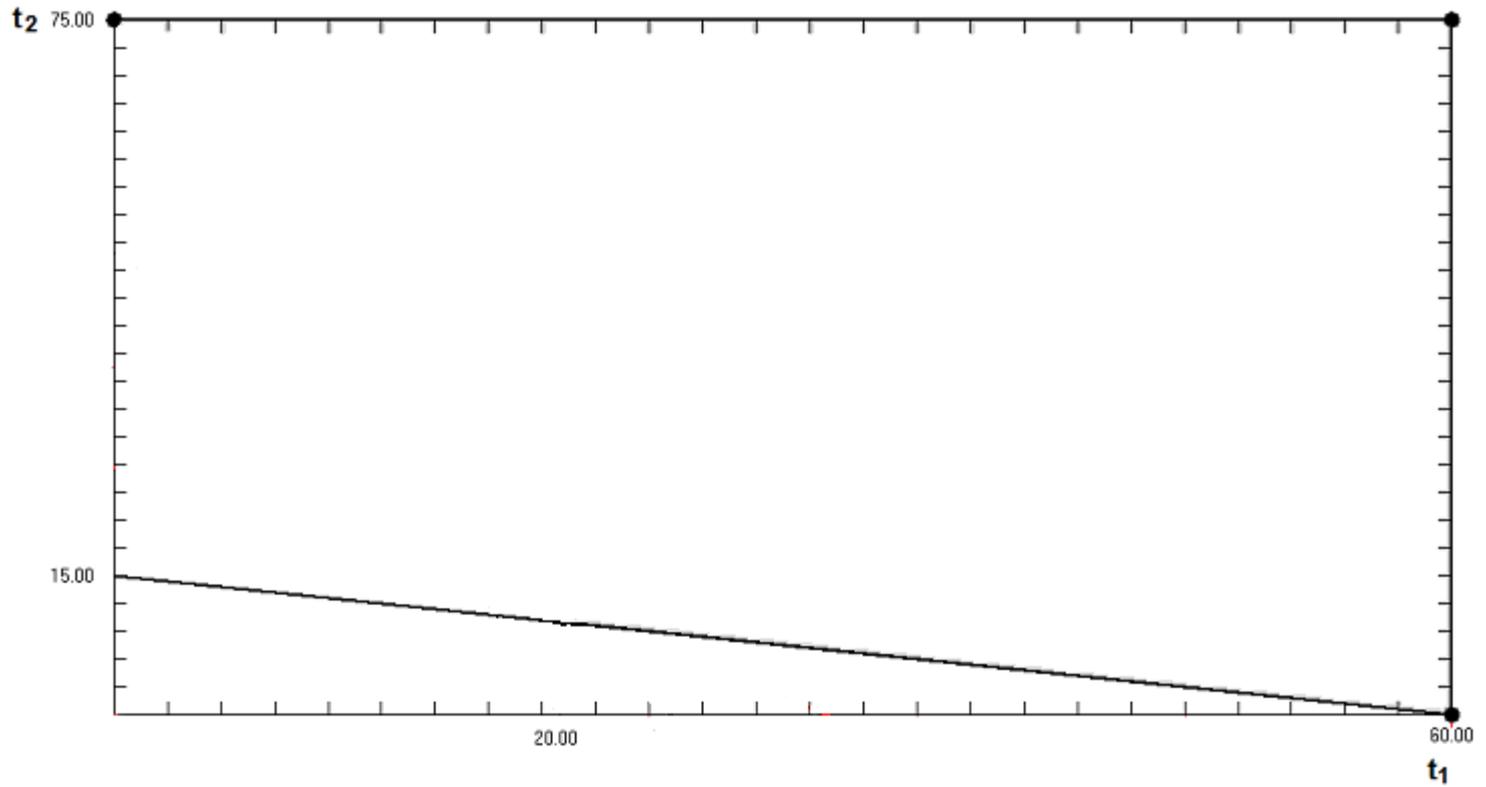
$$t_1 + 4 t_2 \geq 60$$



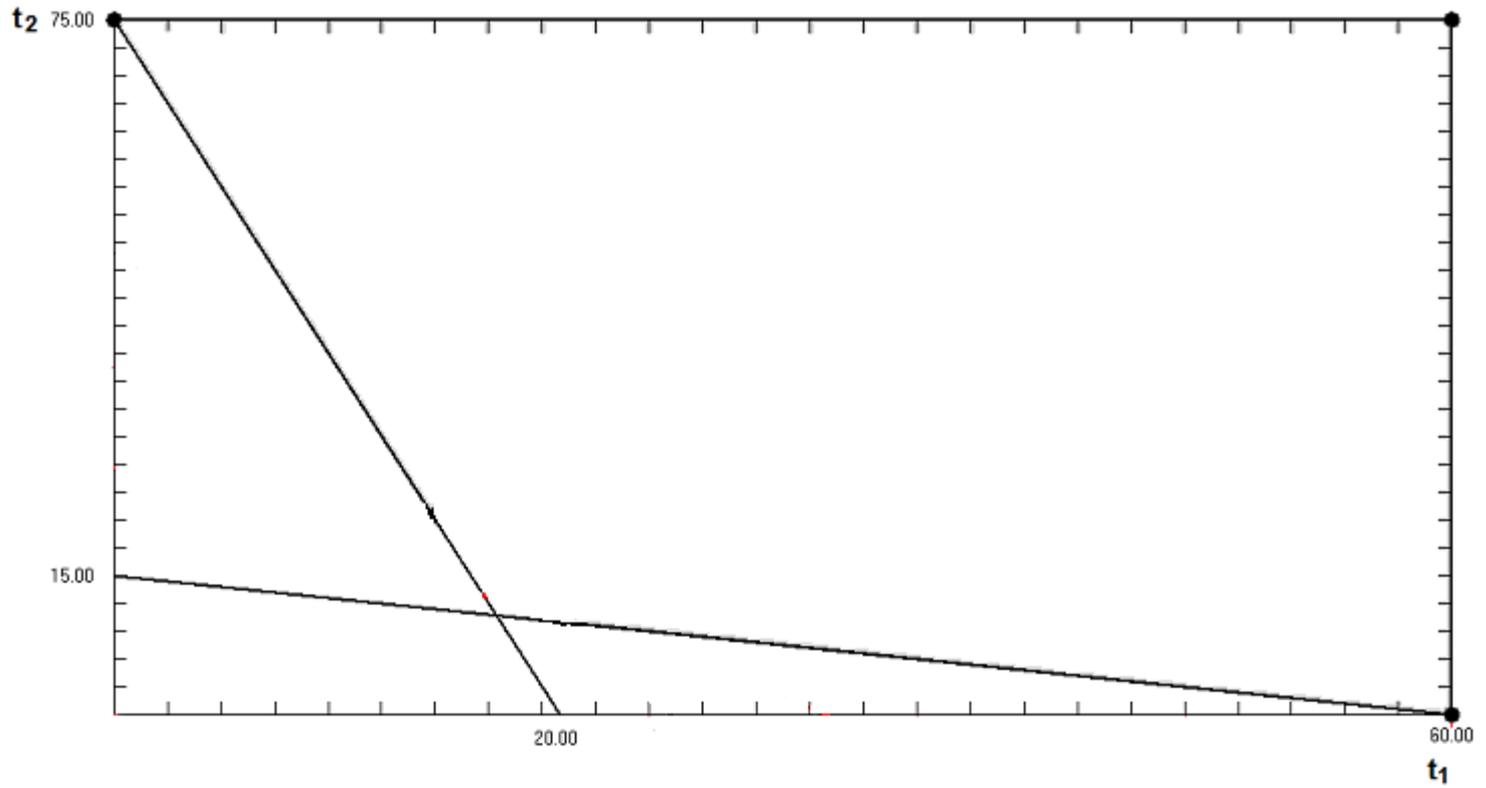
$$3 t_1 + 0.8 t_2 \geq 60$$



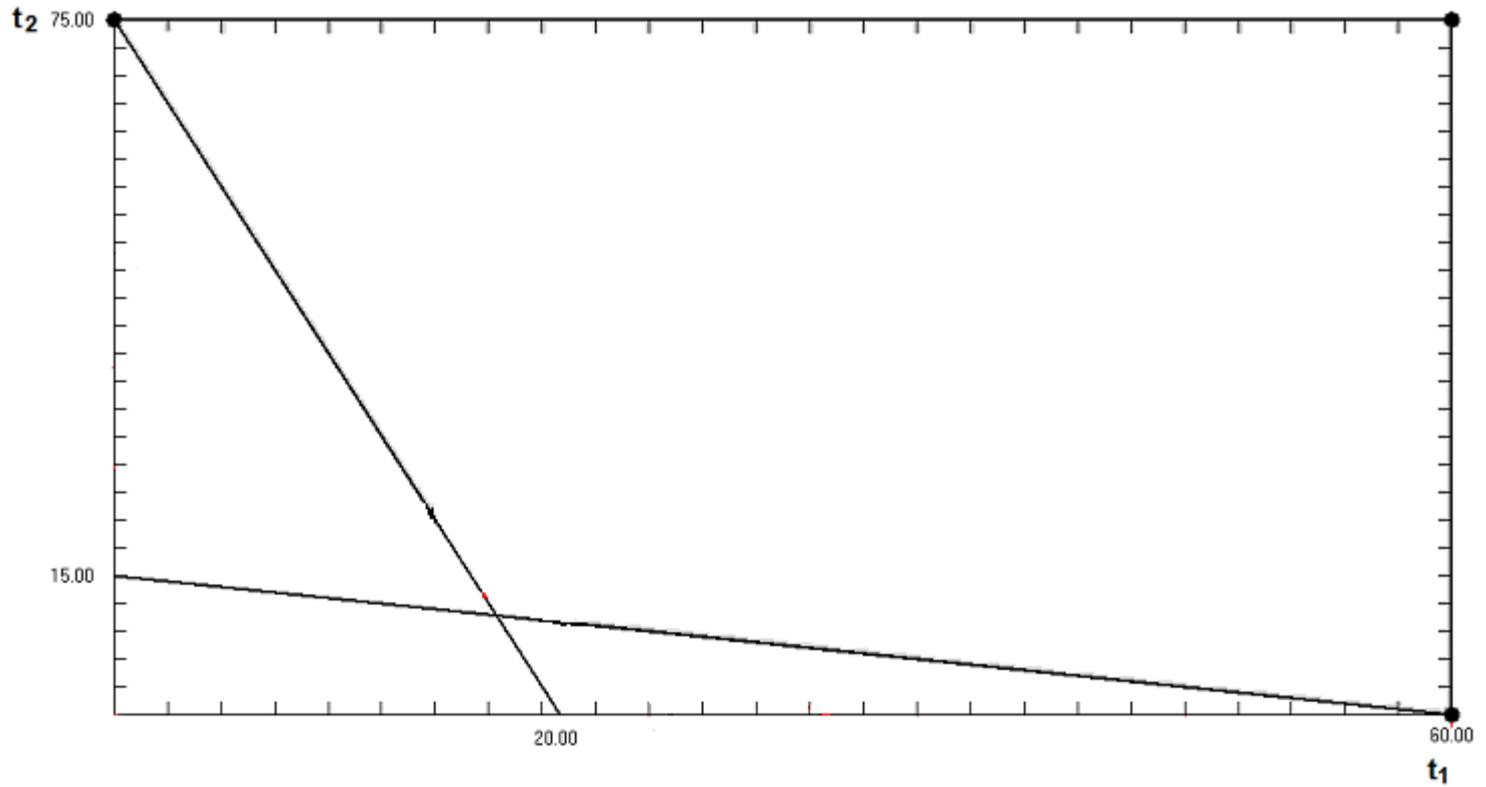
$$3 t_1 + 0.8 t_2 \geq 60$$



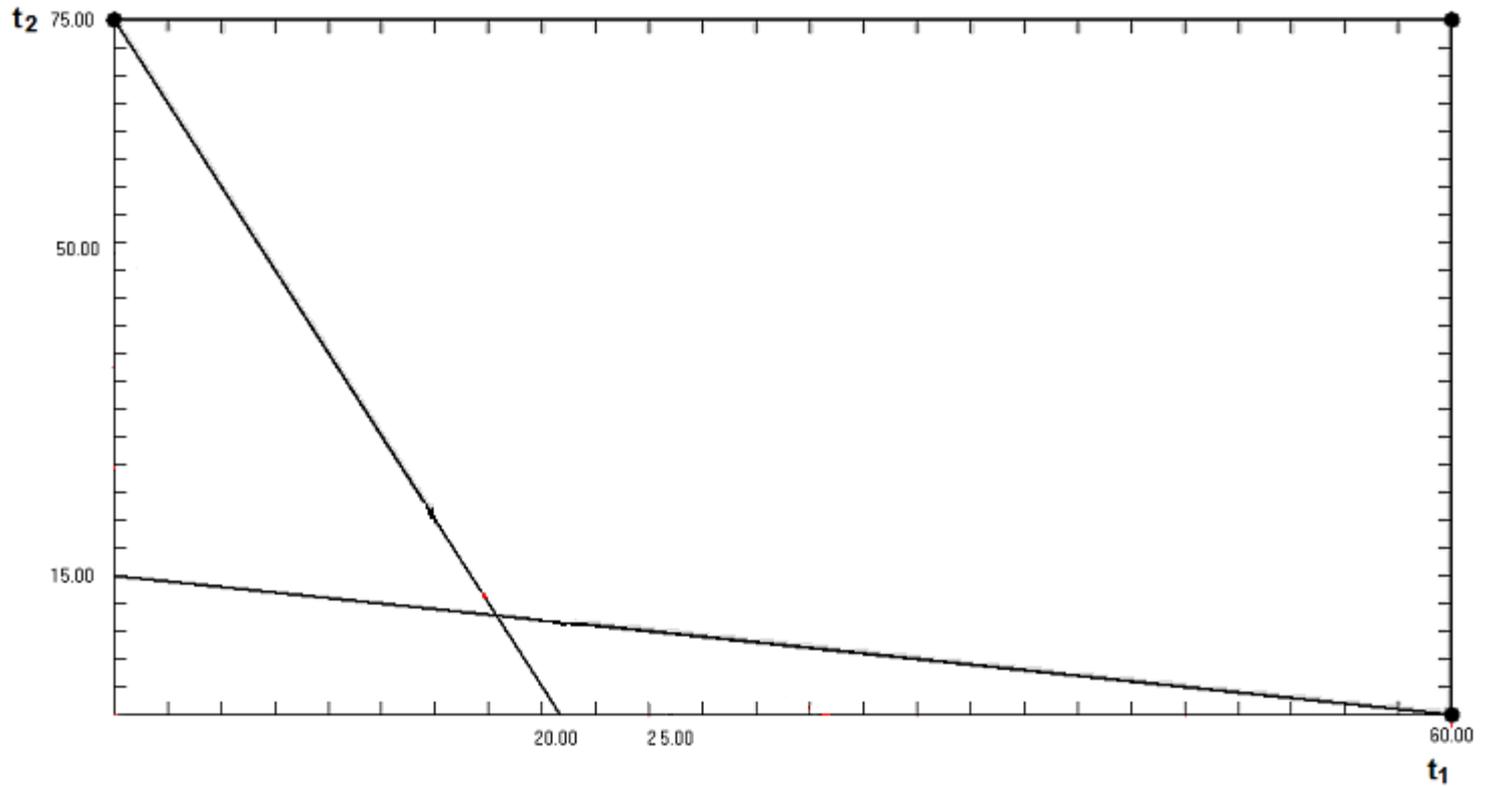
$$3 t_1 + 0.8 t_2 \geq 60$$



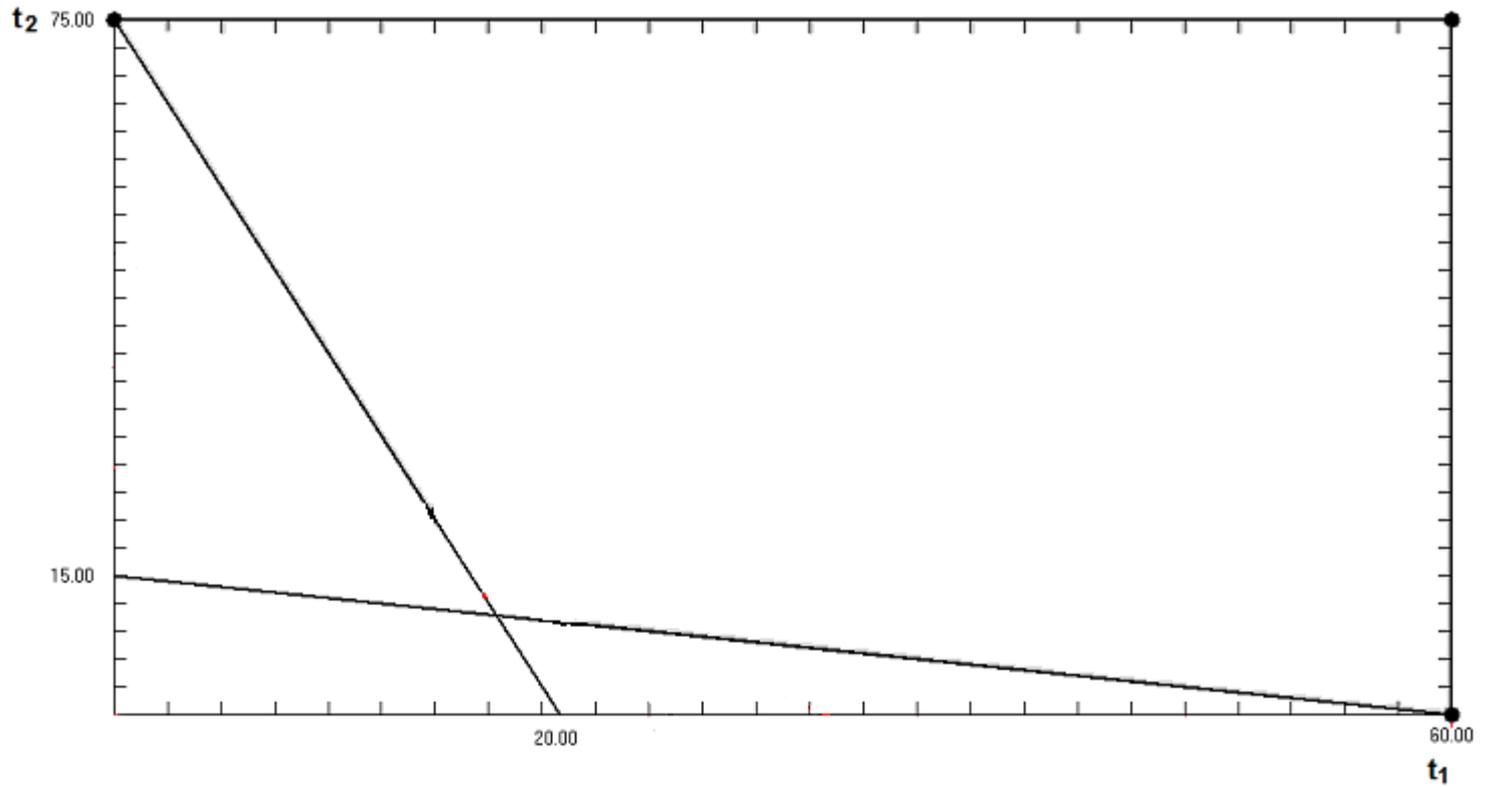
$$4 t_1 + 2 t_2 \geq 100$$



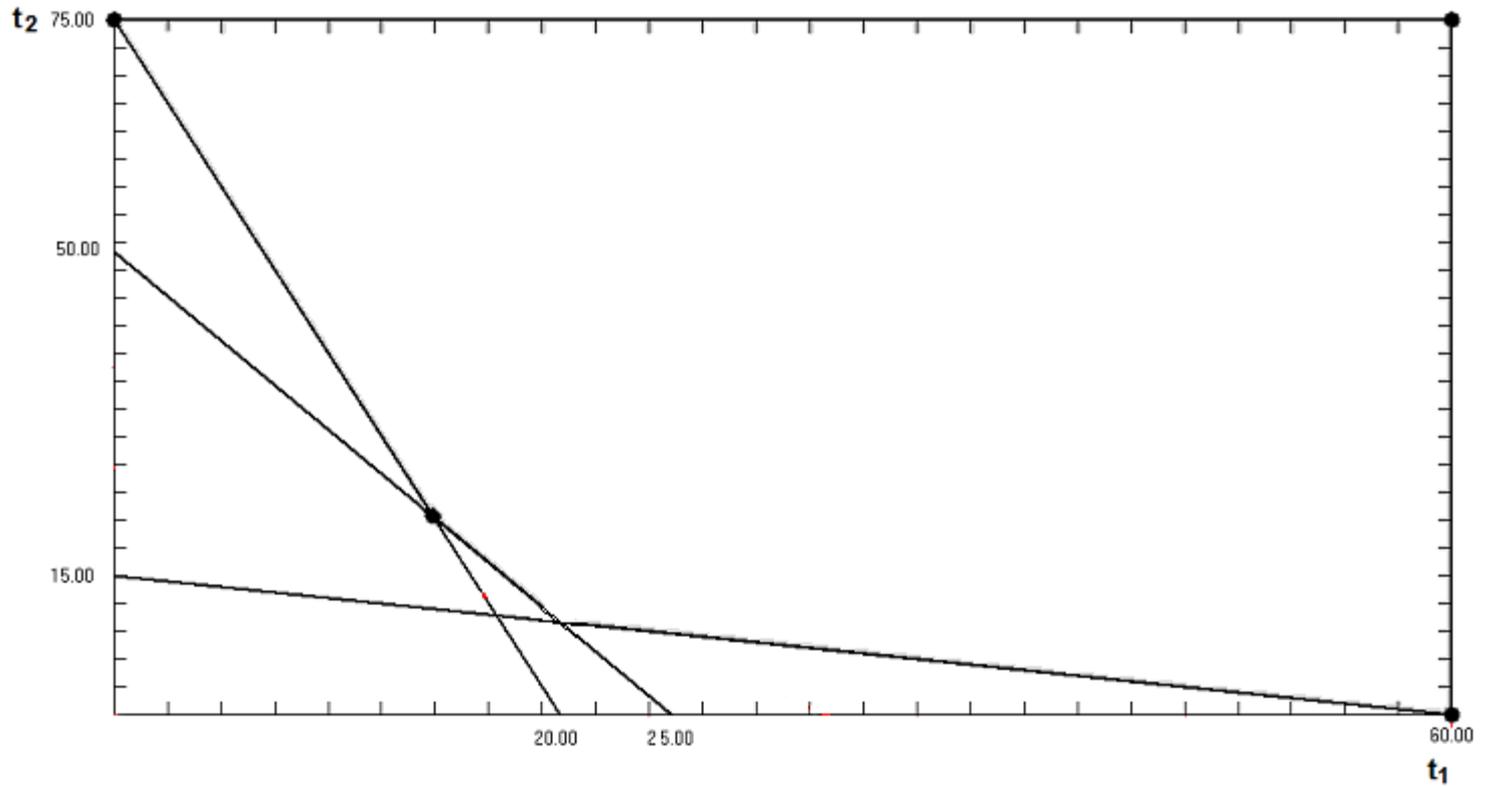
$$4 t_1 + 2 t_2 \geq 100$$

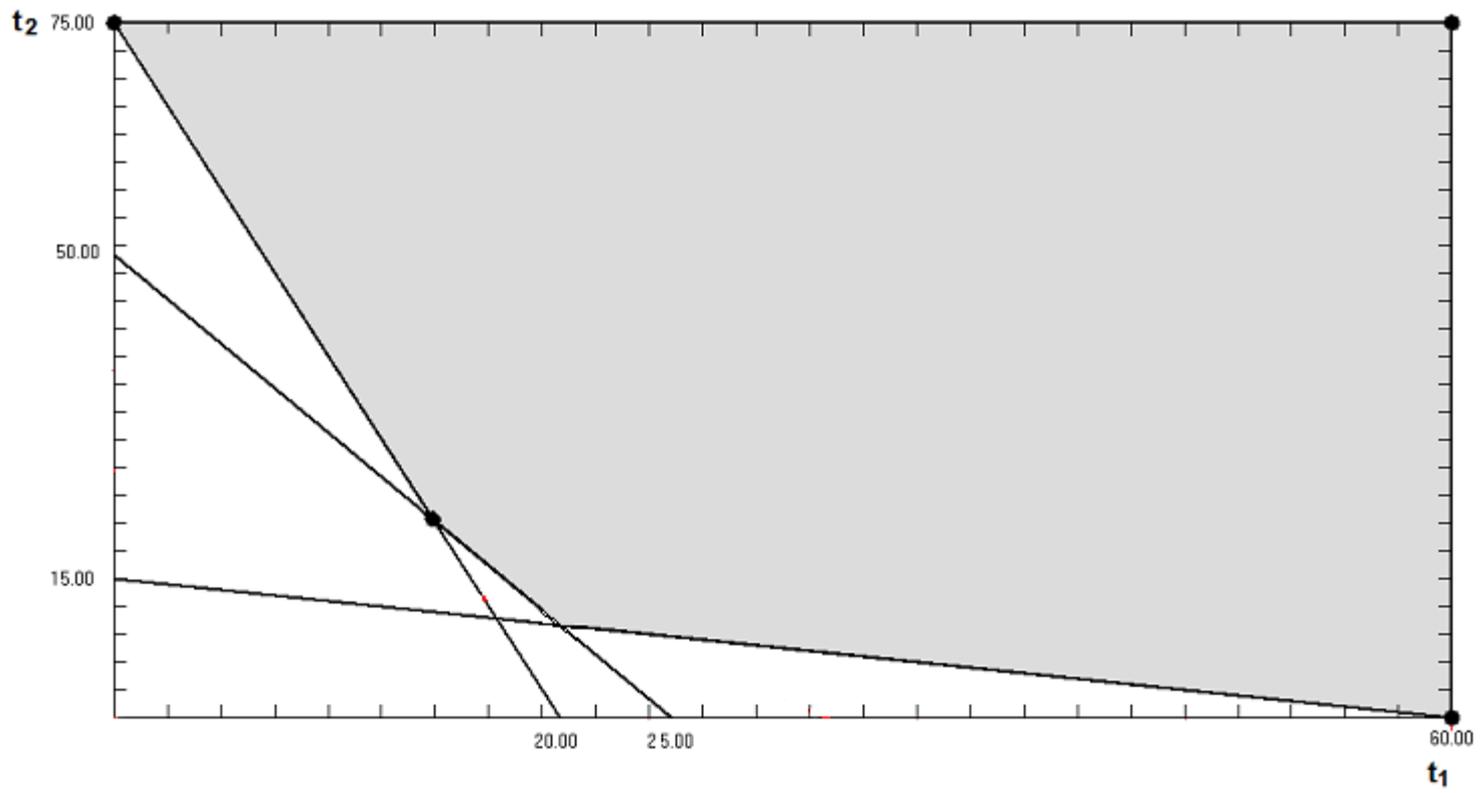


$$4 t_1 + 2 t_2 \geq 100$$

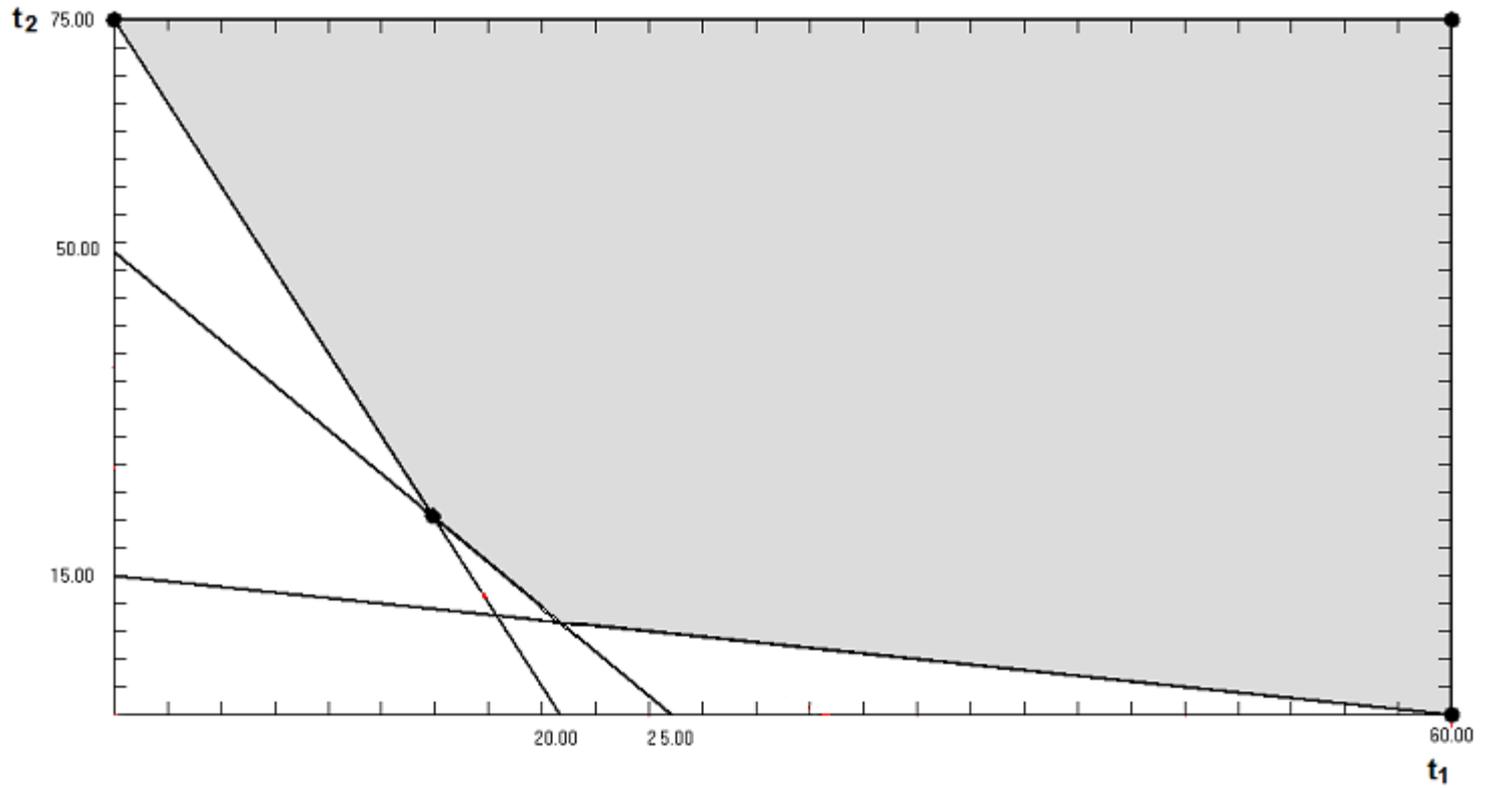


$$4 t_1 + 2 t_2 \geq 100$$

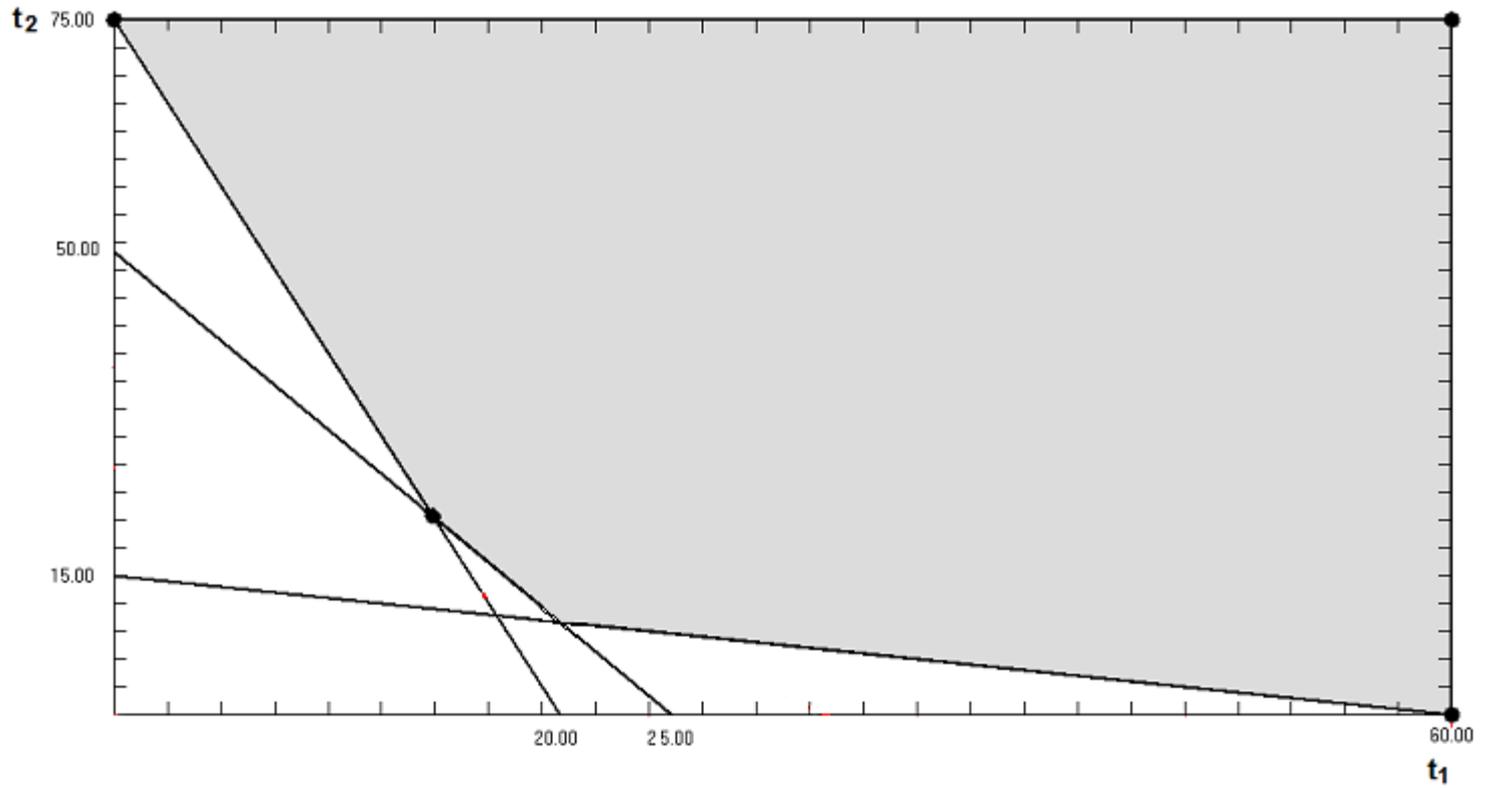




$$Z = 200 t_1 + 240 t_2$$

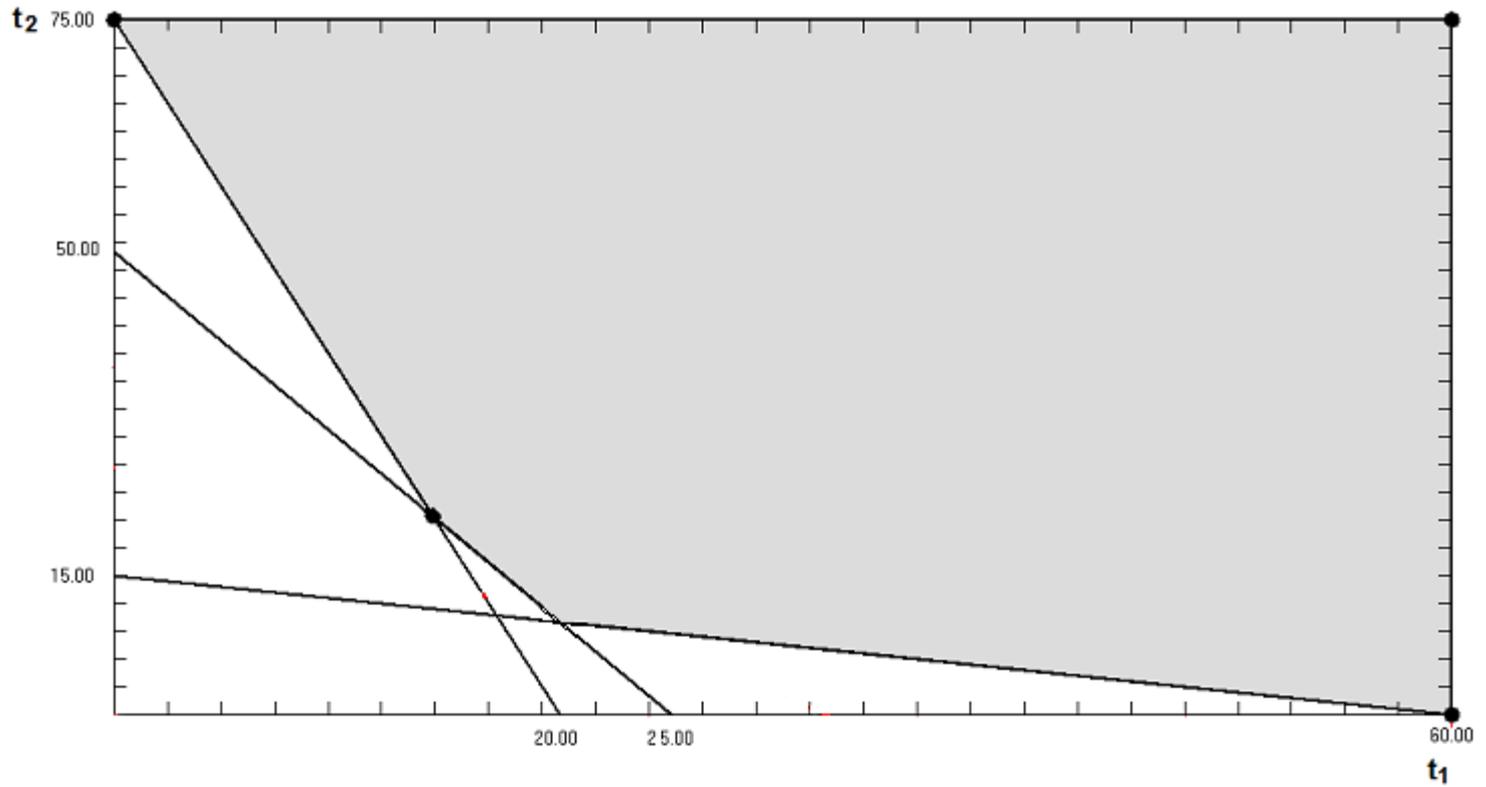


$$0 = 200 t_1 + 240 t_2$$



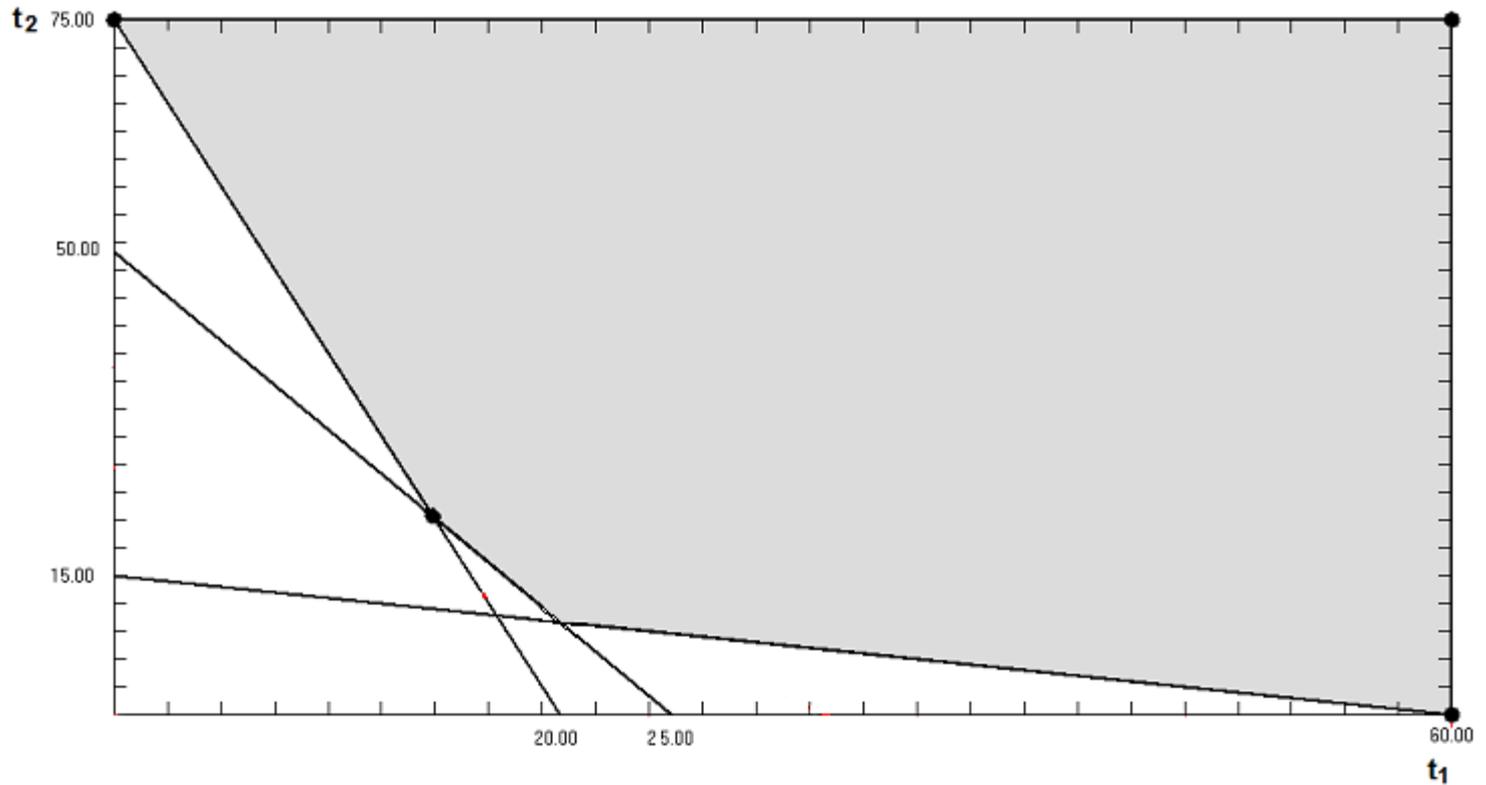
Para $t_2 = 0 \rightarrow t_1 = 0$

$$0 = 200 t_1 + 240 t_2$$

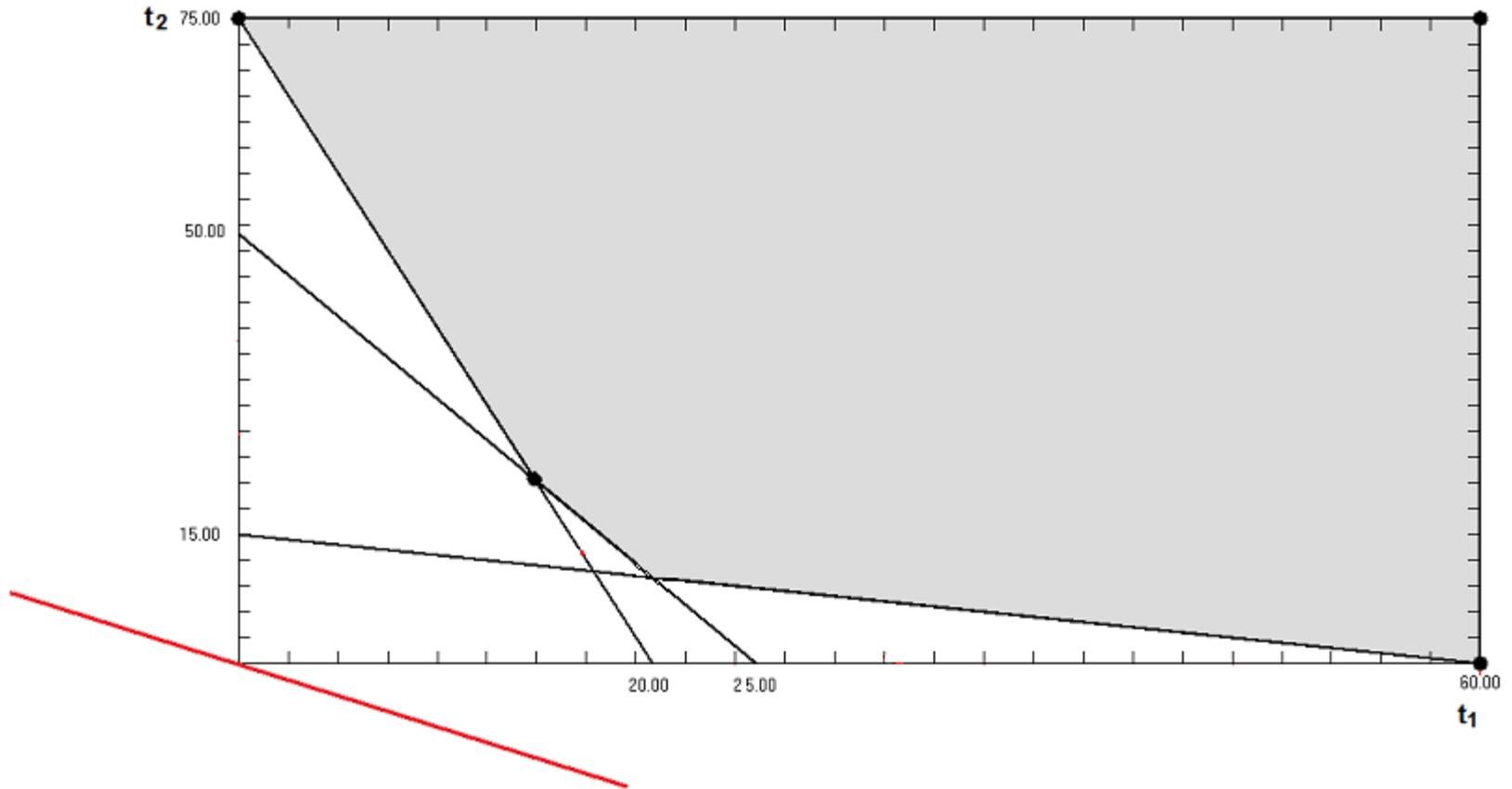


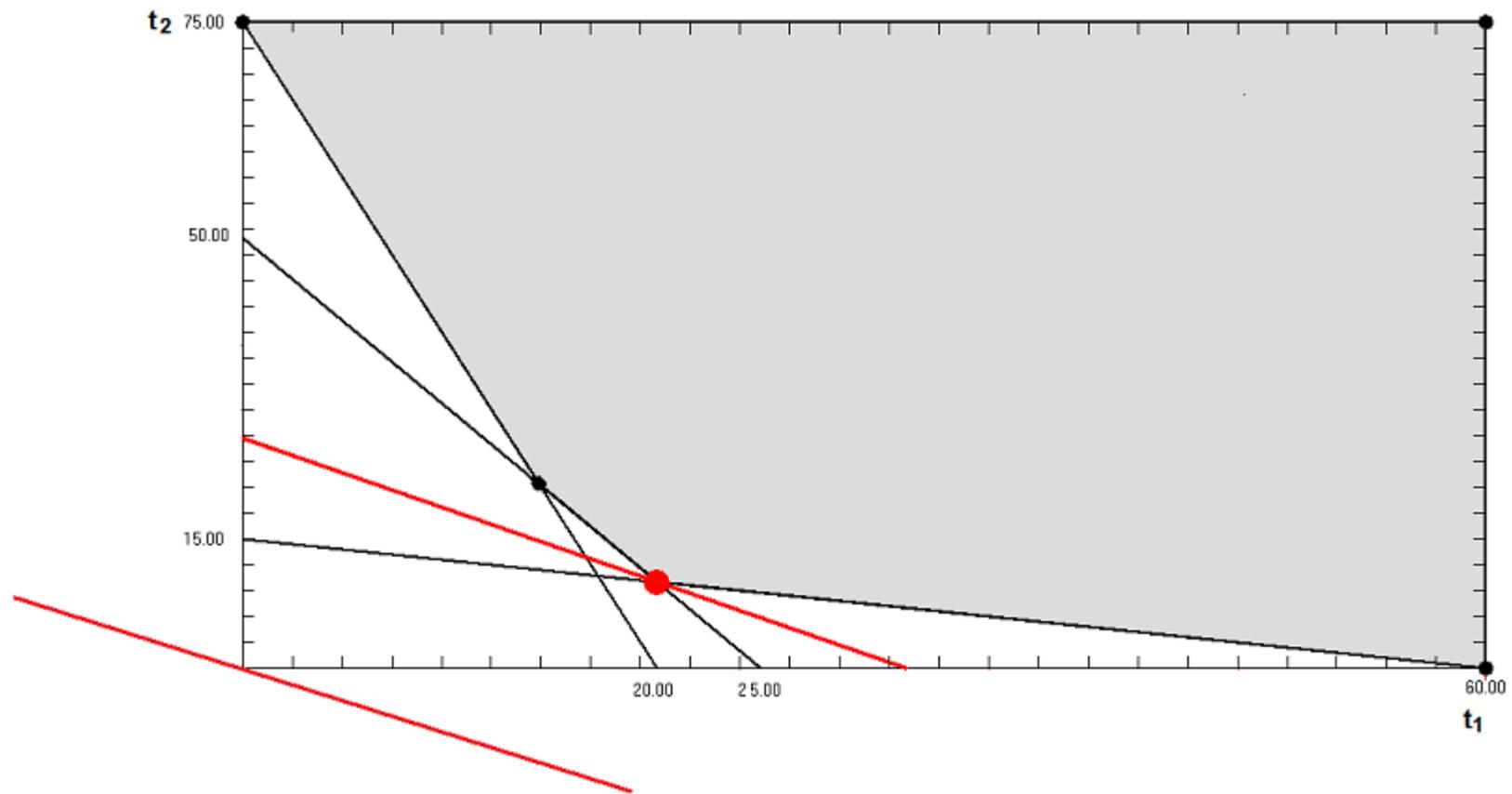
Para $t_2 = 200 \rightarrow t_1 = -240$

$$0 = 200 t_1 + 240 t_2$$

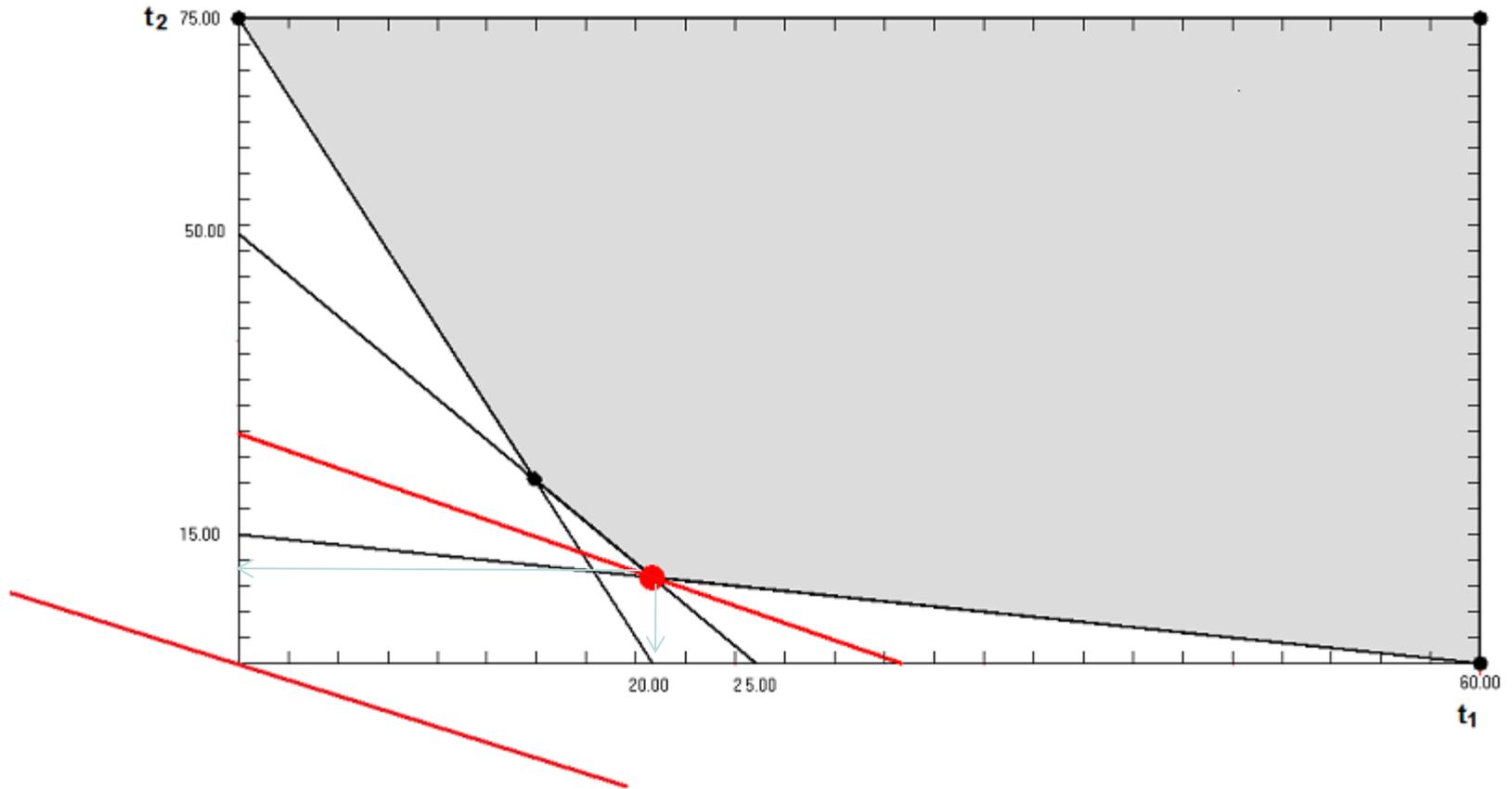


Para $t_2 = 200 \rightarrow t_1 = -240$





$$t_1 = 20 \quad t_2 = 10 \quad Z = 6400$$



$$x_3 = 0$$

$$x_4 = 8$$

$$x_5 = 0$$

$$\text{MIN } 200 t_1 + 240 t_2$$

Sujeto a:

$$t_1 + 4 t_2 \geq 60$$

$$3 t_1 + 0.8 t_2 \geq 60$$

$$4 t_1 + 2 t_2 \geq 100$$

Siendo $t_i \geq 0$

$$\text{MIN } 200 t_1 + 240 t_2$$

Sujeto a:

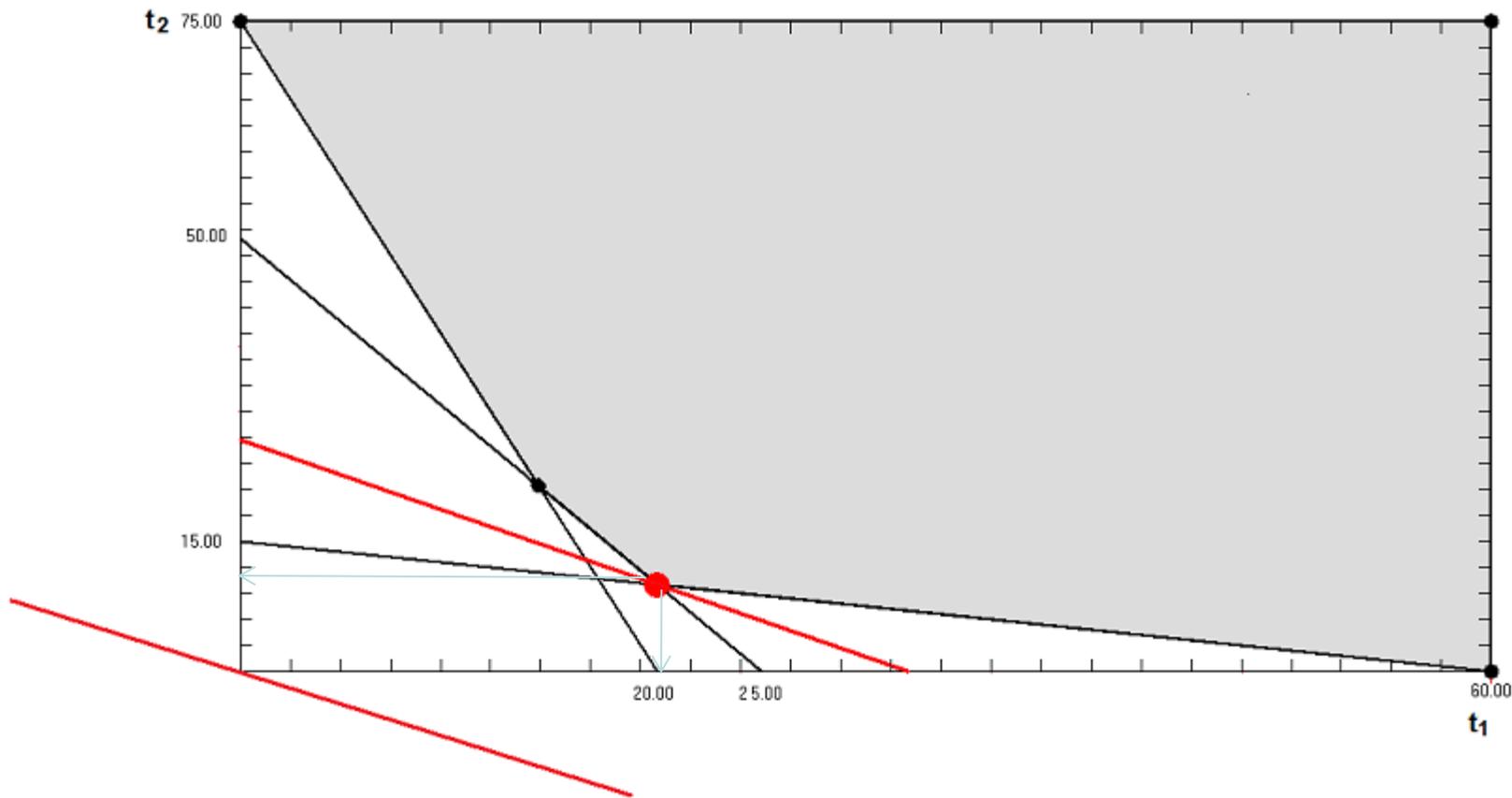
$$t_1 + 4 t_2 - x_3 = 60$$

$$3 t_1 + 0.8 t_2 - x_4 = 60$$

$$4 t_1 + 2 t_2 - x_5 = 100$$

Siendo t_i y $x_i \geq 0$

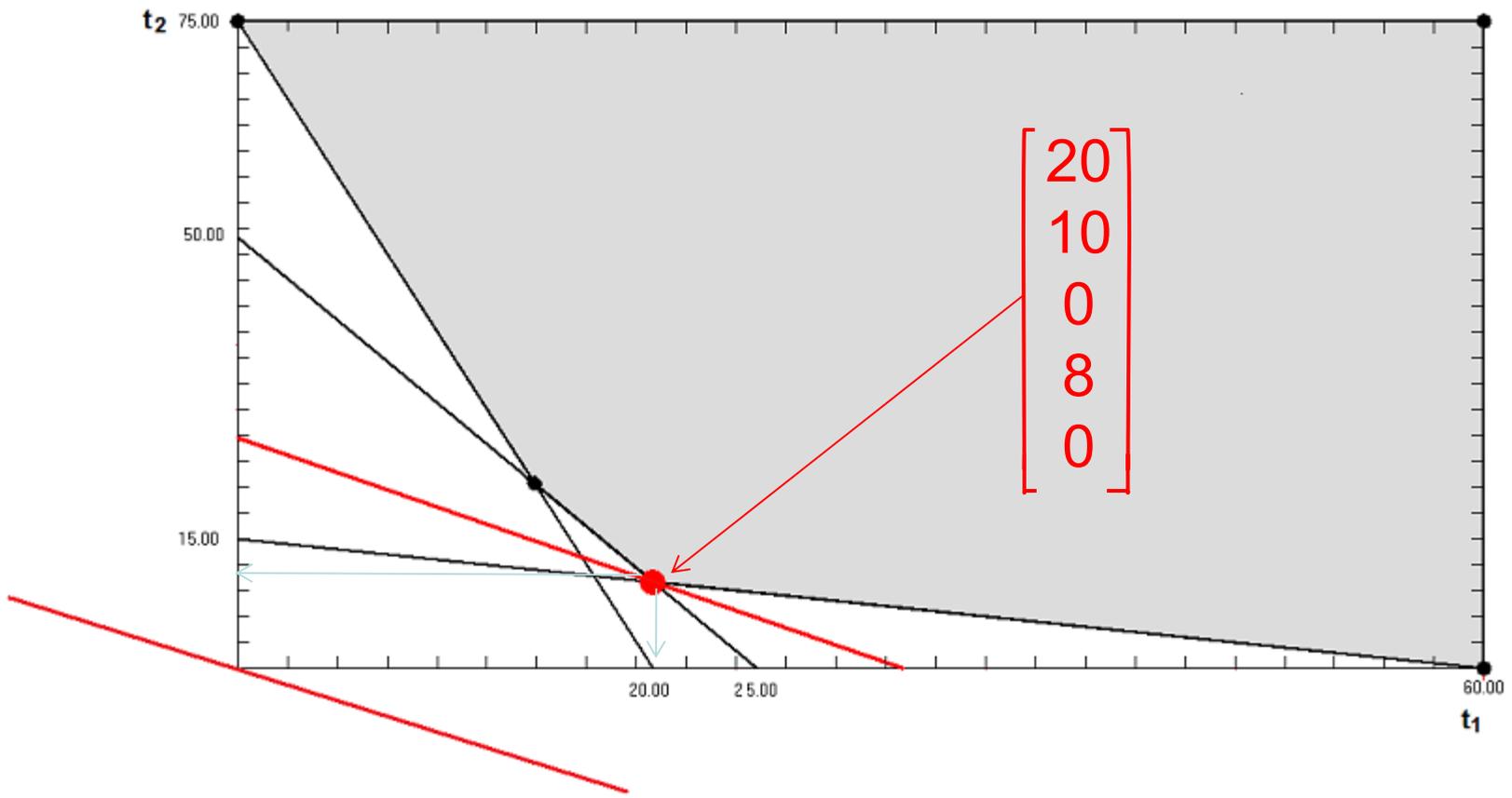
$$t_1 = 20 \quad t_2 = 10 \quad Z = 6400$$



$$x_3 = 0$$

$$x_4 = 8$$

$$x_5 = 0$$



LP OPTIMUM FOUND AT STEP 2

OBJECTIVE FUNCTION VALUE

1) 6400.000

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
T1	20.000000	0.000000
T2	10.000000	0.000000

ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	0.000000	-40.000000
3)	8.000000	0.000000
4)	0.000000	-40.000000

NO. ITERATIONS= 2

Una empresa fabrica dos productos P y Q.

El producto P requiere 3 hs de Mano de Obra, 2 Kg. de Materia Prima y 6 hs de Máquina.

El producto Q requiere 5 hs de Mano de Obra, 1 Kg. de Materia Prima y 2 hs de Máquina.

En una semana determinada se dispone de 100 hs de Mano de Obra, 45 Kg. de Materia Prima y 130 hs de Máquina.

La cantidad mínima a producir de P es de 14 unidades por semana.

La cantidad máxima que se puede vender es de Q es 20 unidades por semana.

Contribuciones marginales P: 5 \$/unidad Q: 4 \$/unidad

$$Z = 5 x_1 + 4 x_2 \Rightarrow \text{MAX}$$

ST

$$3 x_1 + 5 x_2 \leq 100$$

$$2 x_1 + x_2 \leq 45$$

$$6 x_1 + 2 x_2 \leq 130$$

$$x_1 \geq 14$$

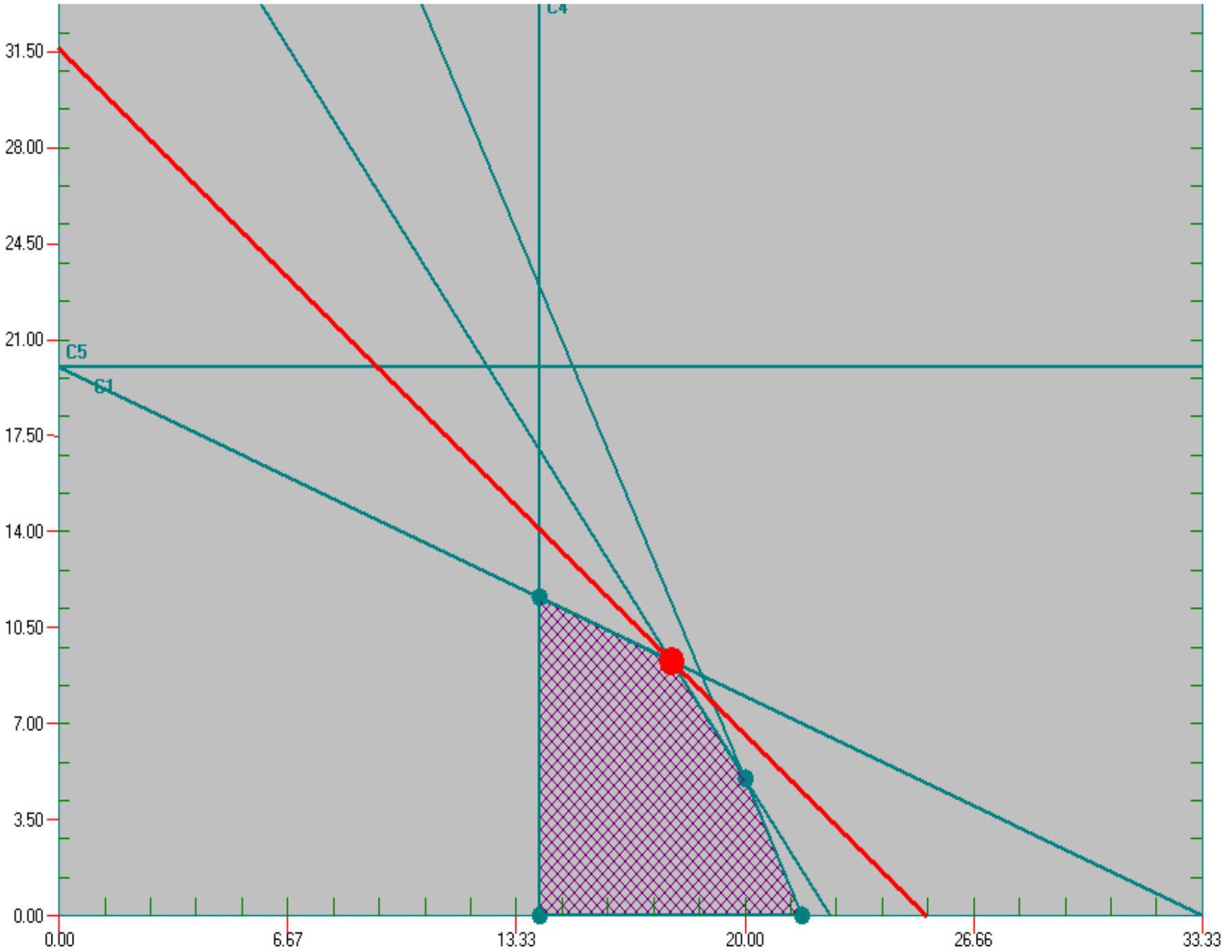
$$x_2 \leq 20$$

Con $x_i \geq 0$

OBJ=126.43

X1=17.86

X2=9.29



X1

Si en lugar de las contribuciones marginales se dieran los siguientes datos:

Los precios de venta de P y Q son, respectivamente, \$100 y \$108

El costo de cada hora de MO es de \$15

El costo de cada Kg. de MP es de \$20

El costo de cada hora de MAQ es de \$4

¿Cómo se formularía el problema?

$$Z = 100 x_1 + 108 x_2 - 15 \text{ MO} - 20 \text{ MP} - 4 \text{ MA} \Rightarrow \text{MAX}$$

ST

$$3 x_1 + 5 x_2 - \text{MO} = 0$$

$$2 x_1 + x_2 - \text{MP} = 0$$

$$6 x_1 + 2 x_2 - \text{MA} = 0$$

$$\text{MO} \leq 100$$

$$\text{MP} \leq 45$$

$$\text{MA} \leq 130$$

$$x_1 \geq 14$$

$$x_2 \leq 20$$

Con $x_i, \text{MO}, \text{MP}$ y $\text{MA} \geq 0$

Si se puede conseguir Materia Prima adicional a otro proveedor, a un precio de \$22 por Kg.

Este proveedor podría entregar 10 Kg por semana.

¿Cómo se modificaría el problema?

$$Z = 100 x_1 + 108 x_2 - 15 \text{ MO} - 20 \text{ MP} - 4 \text{ MA} - 22 \text{ MP}_E \Rightarrow \text{MAX}$$

ST

$$3 x_1 + 5 x_2 - \text{MO} = 0$$

$$2 x_1 + x_2 - \text{MP} - \text{MP}_E = 0$$

$$6 x_1 + 2 x_2 - \text{MA} = 0$$

$$\text{MO} \leq 100$$

$$\text{MP} \leq 45$$

$$\text{MP}_E \leq 10$$

$$\text{MA} \leq 130$$

$$x_1 \geq 14$$

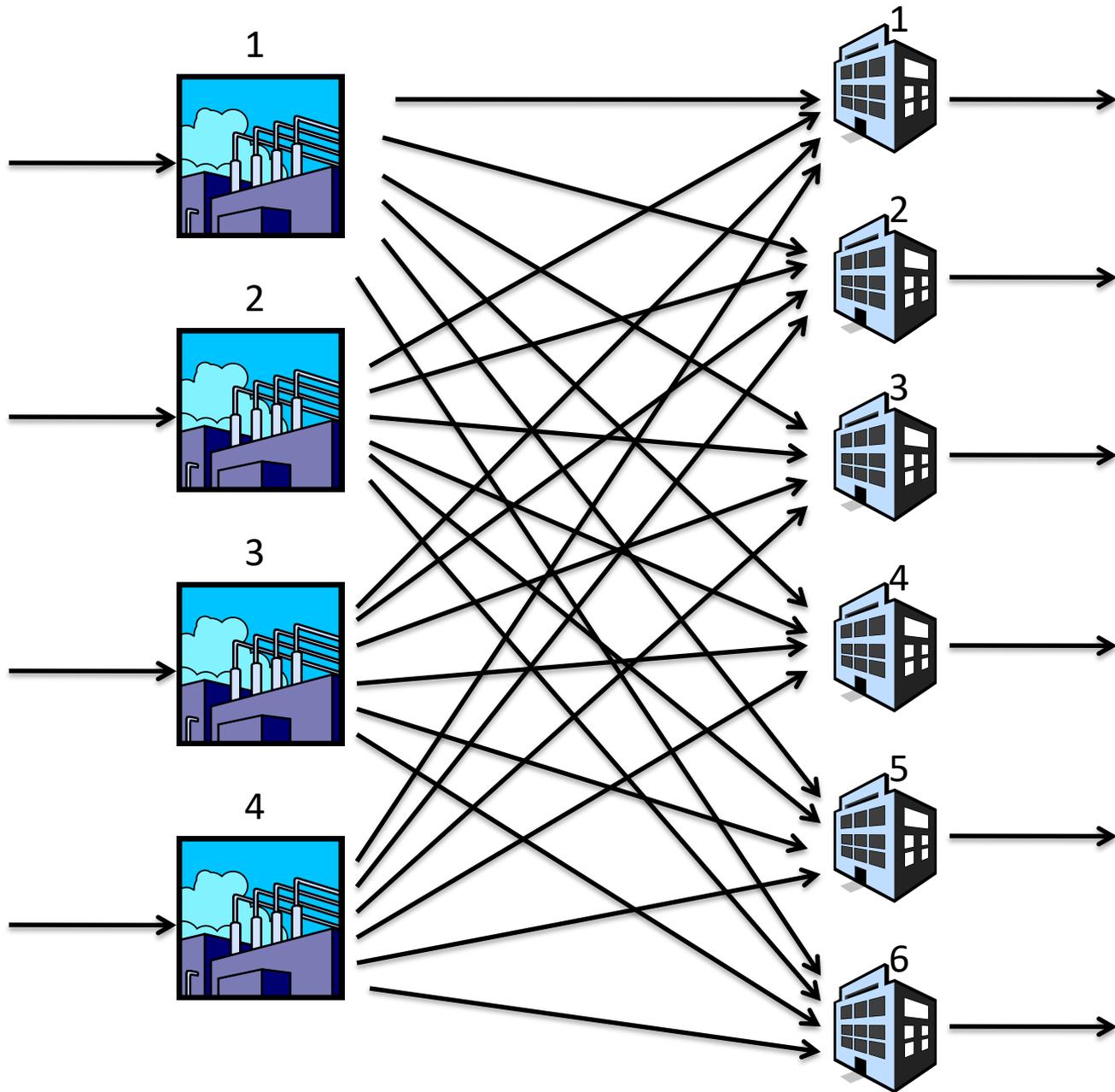
$$x_2 \leq 20$$

Con $x_i, \text{MO}, \text{MP}, \text{MP}_E$ y $\text{MA} \geq 0$

PROBLEMA DE DISTRIBUCION

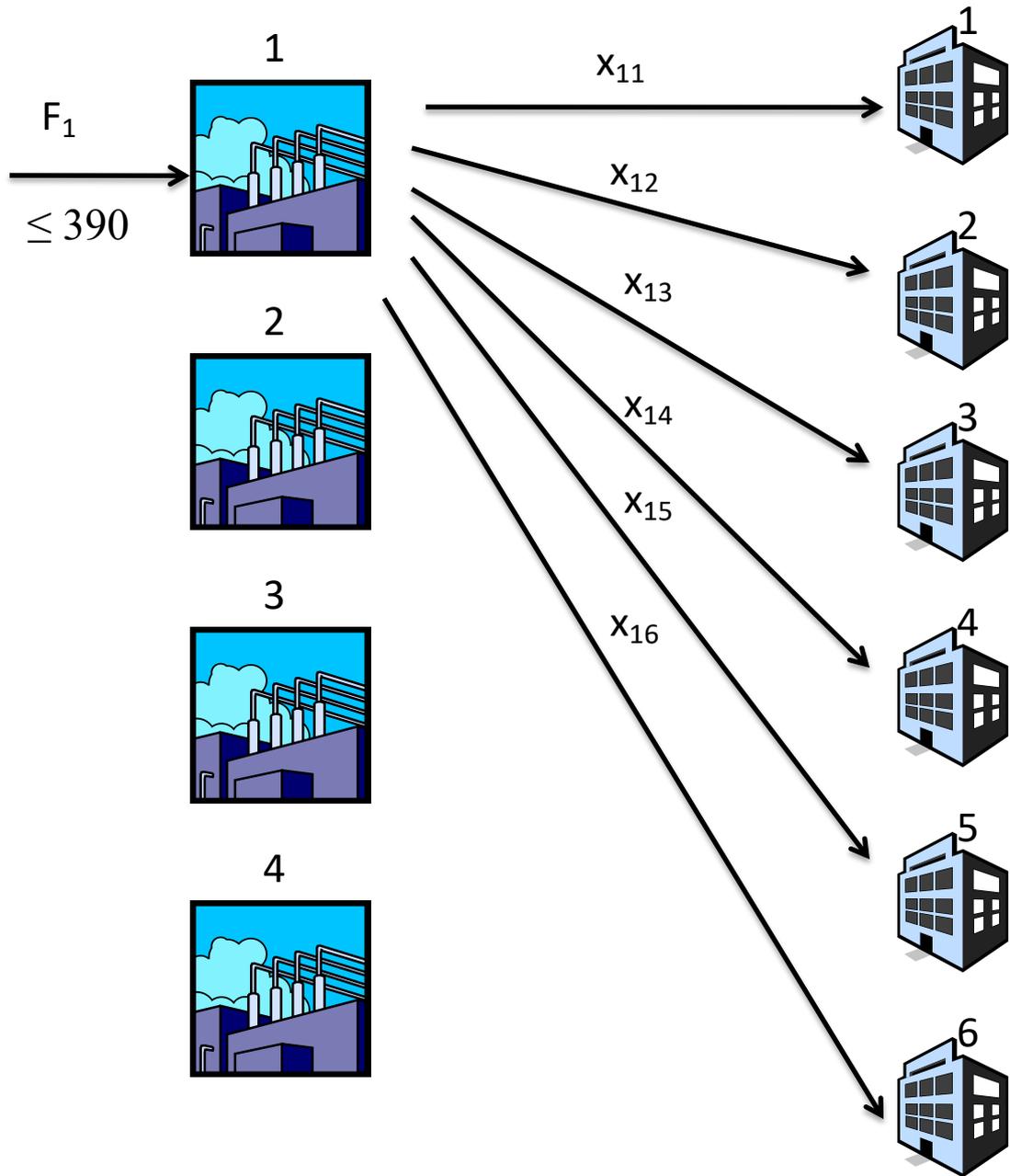
Fabrica	Capacidad	Costo (\$/unidad)
1	390	60
2	460	72
3	360	48
4	420	60

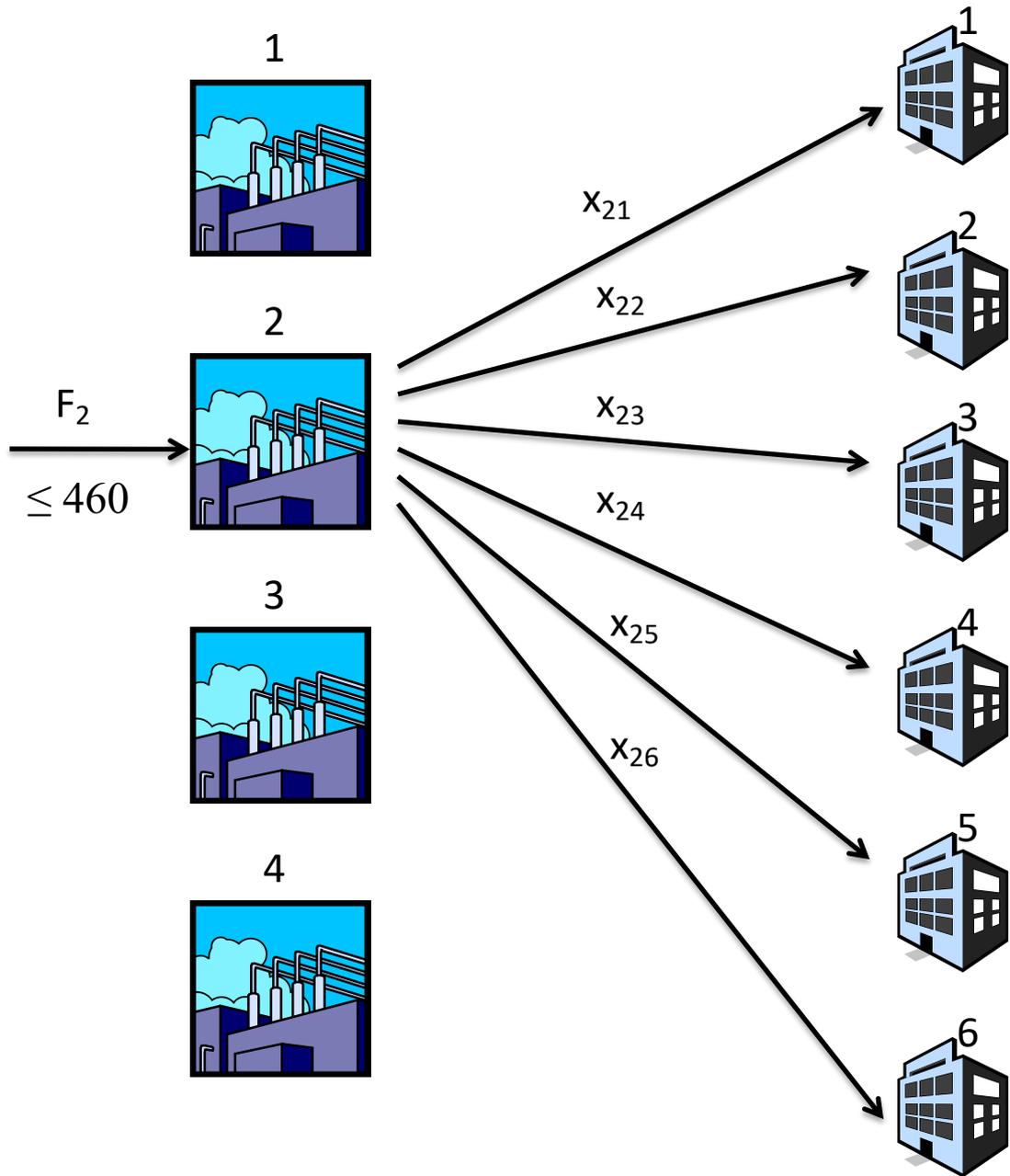
Fabrica	<i>Almacenes (\$/u)</i>					
	1	2	3	4	5	6
1	28	40	36	38	30	45
2	18	28	24	30	35	20
3	42	54	52	54	49	40
4	36	48	40	46	45	45
Requerimientos (u)	180	280	150	200	170	180

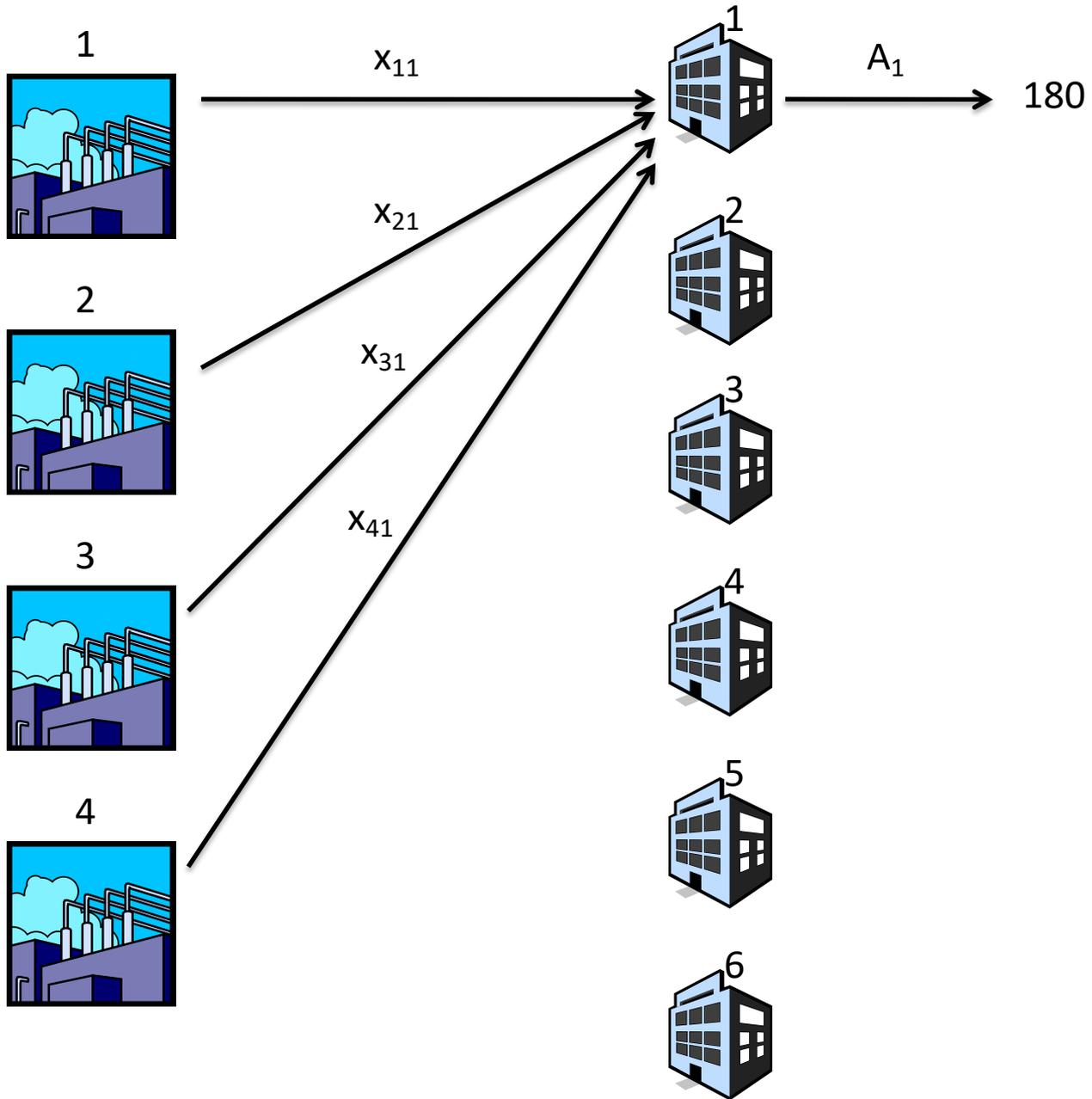


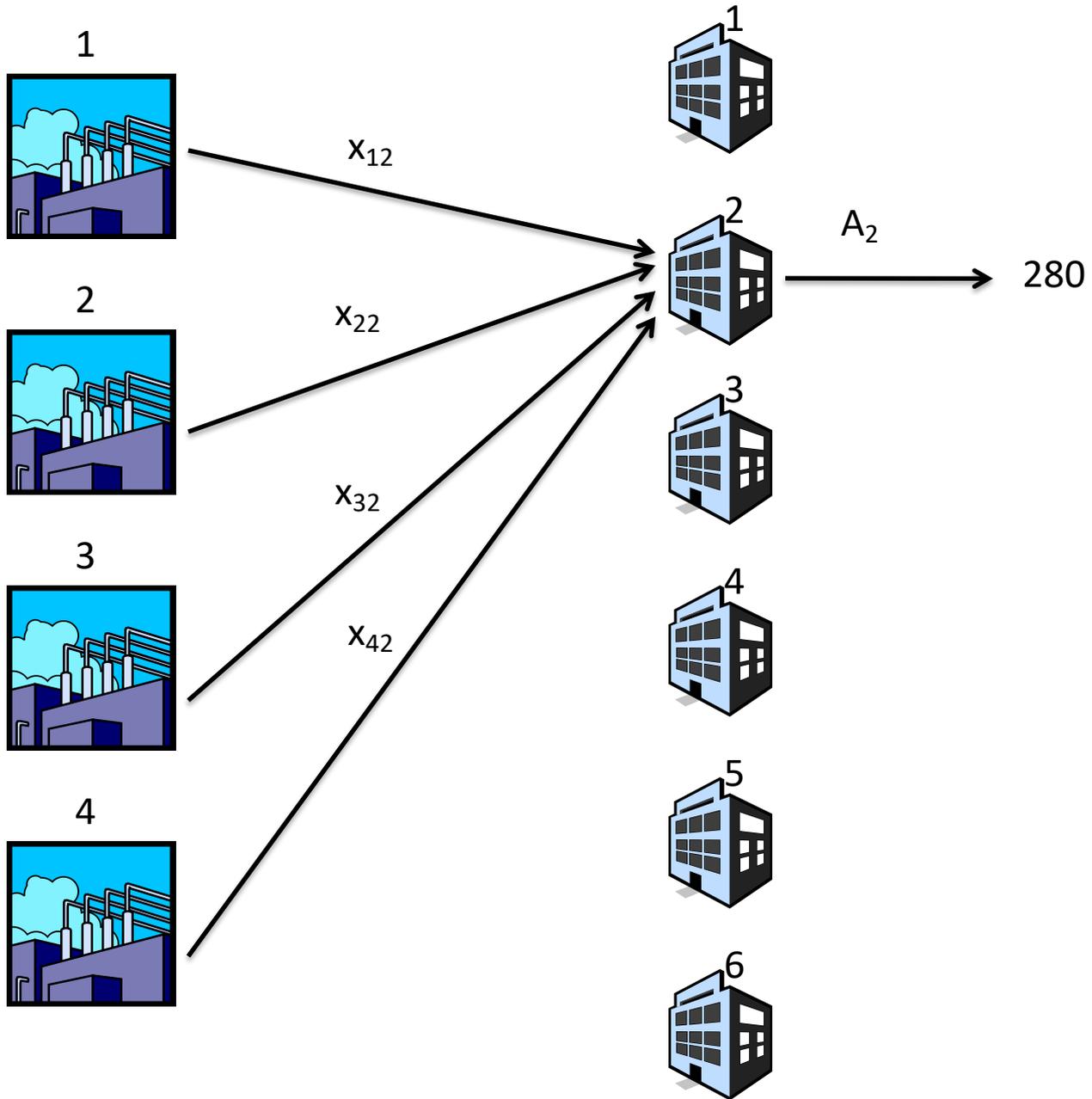
Definición de variables:

- F_i : Cantidad de unidades a producir en la fábrica i .
- x_{ij} : Cantidad de unidades a transportar desde la fábrica i al almacén j .
- A_j : Cantidad de unidades a entregar al almacén j









Balance de Fábricas:

$$\text{BF1)} \quad - F1 + x11 + x12 + x13 + x14 + x15 + x16 = 0$$

$$\text{BF2)} \quad - F2 + x21 + x22 + x23 + x24 + x25 + x26 = 0$$

$$\text{BF3)} \quad - F3 + x31 + x32 + x33 + x34 + x35 + x36 = 0$$

$$\text{BF4)} \quad - F4 + x41 + x42 + x43 + x44 + x45 + x46 = 0$$

Capacidad de Fábricas:

$$\text{DF1)} \quad F1 \leq 390$$

$$\text{DF2)} \quad F2 \leq 460$$

$$\text{DF3)} \quad F3 \leq 360$$

$$\text{DF4)} \quad F4 \leq 420$$

Balance de Almacenes:

$$\text{BA1)} \quad - A1 + x11 + x21 + x31 + x41 = 0$$

$$\text{BA2)} \quad - A2 + x12 + x22 + x32 + x42 = 0$$

$$\text{BA3)} \quad - A3 + x13 + x23 + x33 + x43 = 0$$

$$\text{BA4)} \quad - A4 + x14 + x24 + x34 + x44 = 0$$

$$\text{BA5)} \quad - A5 + x15 + x25 + x35 + x45 = 0$$

$$\text{BA6)} \quad - A6 + x16 + x26 + x36 + x46 = 0$$

Requerimiento de Almacenes:

$$\text{RA1)} \quad A1 = 180$$

$$\text{RA2)} \quad A2 = 280$$

$$\text{RA3)} \quad A3 = 150$$

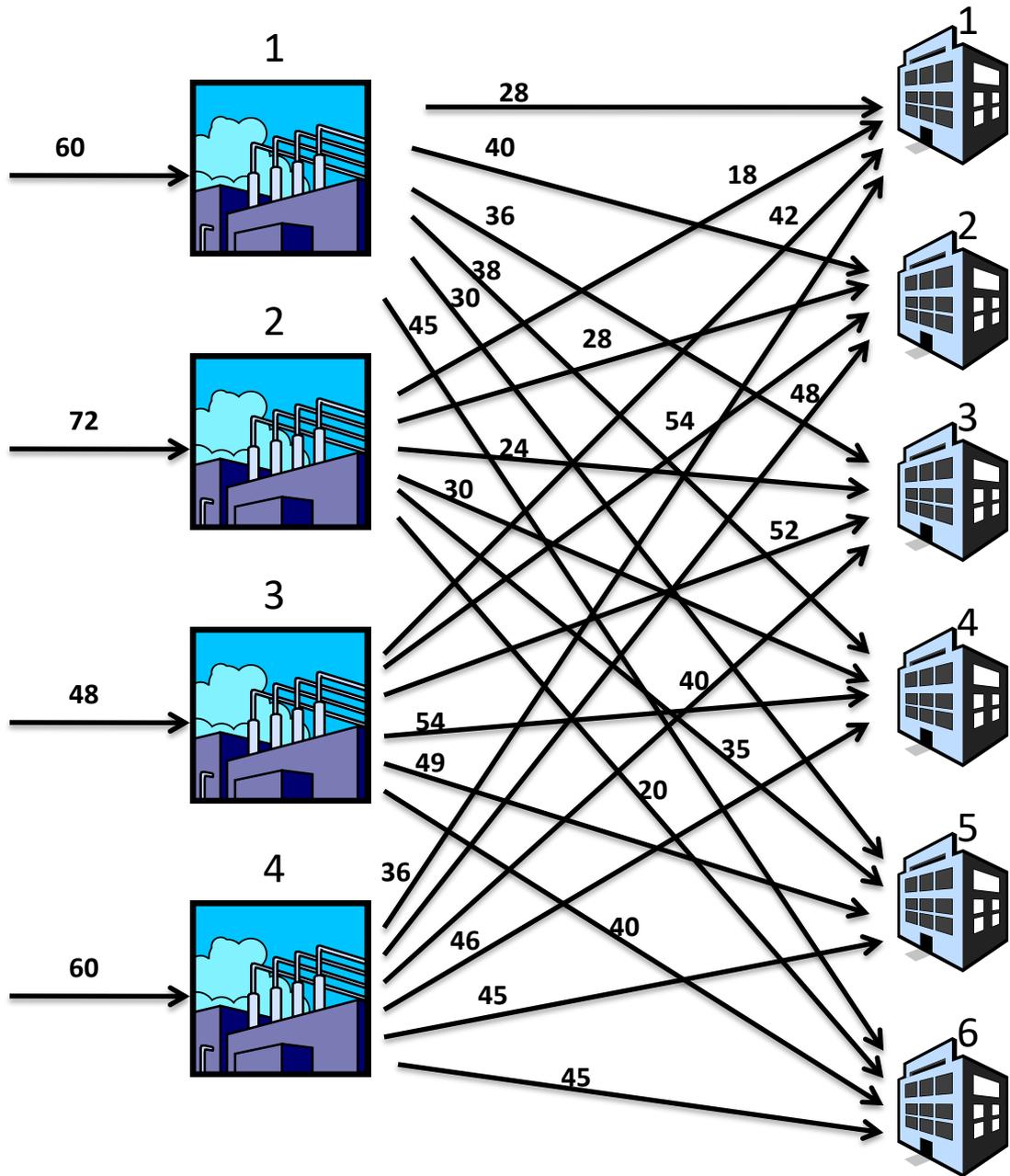
$$\text{RA4)} \quad A4 = 200$$

$$\text{RA5)} \quad A5 = 170$$

$$\text{RA6)} \quad A6 = 180$$

Función objetivo:

$$\begin{aligned} \text{Z)} \quad \text{MIN} \quad & 60 F1 + 72 F2 + 48 F3 + 60 F4 + \\ & 28 x_{11} + 40 x_{12} + 36 x_{13} + 38 x_{14} + 30 x_{15} + 45 x_{16} + \\ & 18 x_{21} + 28 x_{22} + 24 x_{23} + 30 x_{24} + 35 x_{25} + 20 x_{26} + \\ & 42 x_{31} + 54 x_{32} + 52 x_{33} + 54 x_{34} + 49 x_{35} + 40 x_{36} + \\ & 36 x_{41} + 48 x_{42} + 40 x_{43} + 46 x_{44} + 45 x_{45} + 45 x_{46} \end{aligned}$$



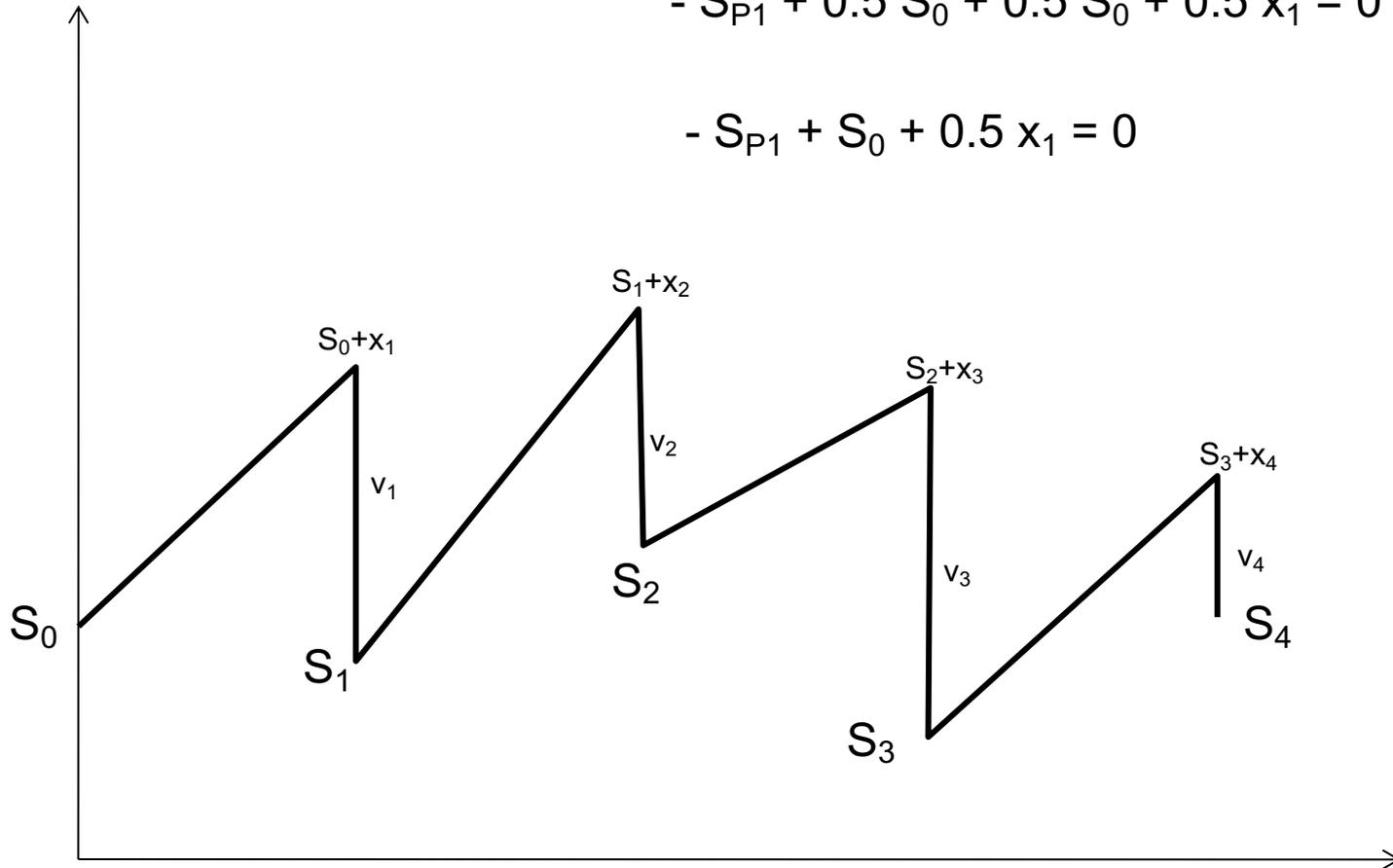
Otro problema: Ventas semanales- Semana 1-2-3-4

	1	2	3	4
Demanda	500	400	700	600
Precio venta (\$/u)	10	9	11	10
Costo de fabricación (\$/u)	5	5	5.5	6

Stock al comenzar la semana 1	200 u.
Stock al finalizar la semana 4	200 u.
Capacidad de stock	900 u.
Capacidad de producción por semana	550 u.
Costo de stock	1 \$/(u.sem)

$$- S_{P1} + 0.5 S_0 + 0.5 S_0 + 0.5 x_1 = 0$$

$$- S_{P1} + S_0 + 0.5 x_1 = 0$$



$$S_0 = 200$$

$$S_1 - S_0 - X_1 + V_1 = 0$$

$$S_2 - S_1 - X_2 + V_2 = 0$$

$$S_3 - S_2 - X_3 + V_3 = 0$$

$$S_4 - S_3 - X_4 + V_4 = 0$$

$$S_4 = 200$$

$$- S_{P1} + S_0 + 0.5 x_1 = 0$$

$$- S_{P2} + S_1 + 0.5 x_2 = 0$$

$$- S_{P3} + S_2 + 0.5 x_3 = 0$$

$$- S_{P3} + S_3 + 0.5 x_4 = 0$$

$$S_1 \leq 900$$

$$S_2 \leq 900$$

$$S_3 \leq 900$$

$$S_4 \leq 900$$

$$X_1 \leq 550$$

$$X_2 \leq 550$$

$$X_3 \leq 550$$

$$X_4 \leq 550$$

$$V_1 \leq 500$$

$$V_2 \leq 400$$

$$V_3 \leq 700$$

$$V_4 \leq 600$$

$$\begin{aligned} \text{MAX} \quad & 10 V_1 + 9 V_2 + 11 V_3 + 10 V_4 \\ & - 5 x_1 - 5 X_2 - 5.5 x_3 - 6 x_4 \\ & - S_{P1} - S_{P2} - S_{P3} - S_{P4} \end{aligned}$$

Resolución Sistema LINDO. Opcional.

$$\begin{aligned} \text{MAX } & 10 V1 + 9 V2 + 11 V3 + 10 V4 - 5 x1 - 5 X2 - 5.5 x3 - 6 x4 \\ & - SP1 - SP2 - SP3 - SP4 \end{aligned}$$

ST

$$S0 = 200$$

$$S1 - S0 - X1 + V1 = 0$$

$$S2 - S1 - X2 + V2 = 0$$

$$S3 - S2 - X3 + V3 = 0$$

$$S4 - S3 - X4 + V4 = 0$$

$$S4 = 200$$

$$- SP1 + S0 + 0.5 x1 = 0$$

$$- SP2 + S1 + 0.5 x2 = 0$$

$$- SP3 + S2 + 0.5 x3 = 0$$

$$- SP3 + S3 + 0.5 x4 = 0$$

$$S0 + X1 < 900$$

$$S1 + X2 < 900$$

$$S2 + X3 < 900$$

$$S4 + X4 < 900$$

$$X1 < 550$$

$$X2 < 550$$

$$X3 < 550$$

$$X4 < 550$$

$$V1 < 500$$

$$V2 < 400$$

$$V3 < 700$$

$$V4 < 600$$

LP OPTIMUM FOUND AT STEP 13

1) 8275.000

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
V1	500.000000	0.000000
V2	400.000000	0.000000
V3	550.000000	0.000000
V4	600.000000	0.000000
X1	400.000000	0.000000
X2	550.000000	0.000000
X3	550.000000	0.000000
X4	550.000000	0.000000
SP1	400.000000	0.000000
SP2	375.000000	0.000000
SP3	525.000000	0.000000
SP4	0.000000	1.000000
S0	200.000000	0.000000
S1	100.000000	0.000000
S2	250.000000	0.000000
S3	250.000000	0.000000
S4	200.000000	0.000000

ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	0.000000	4.500000
3)	0.000000	5.500000
4)	0.000000	6.500000
5)	0.000000	11.000000
6)	0.000000	7.500000
7)	0.000000	-7.500000
8)	0.000000	1.000000
9)	0.000000	1.000000
10)	0.000000	4.500000
11)	0.000000	-3.500000
12)	300.000000	0.000000
13)	250.000000	0.000000
14)	100.000000	0.000000
15)	700.000000	0.000000
16)	150.000000	0.000000
17)	0.000000	1.000000
18)	0.000000	3.250000
19)	0.000000	3.250000
20)	0.000000	4.500000
21)	0.000000	2.500000
22)	150.000000	0.000000
23)	0.000000	2.500000

NO. ITERATIONS= 13

	1	2	3	4
Stock inicial	200			
Producción	400	550	550	550
Venta	500	400	550	600
Stock final	100	250	250	200
Demanda	500	400	700	600