

HOJA  
1

28 de FEBRERO 2021

TEMA

# GEOMETRIA DE LAS MASAS – PARTE 2

## TRABAJO PRÁCTICO Nº8

TP8

GEOMETRIA  
DE LAS MASAS

### CURSO 4 – CARNICER – PARENTE

F.I.U.B.A.  
D.T.O. ESTABILIDAD  
84.02 /64.11  
ESTABILIDAD 1

### SEGUNDO CUAT. 2020

### MODALIDAD ONLINE



2 CUAT. 2020

CURSO 4  
PARENTE



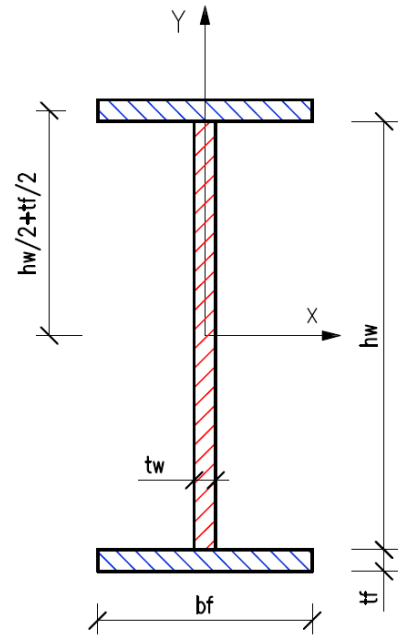
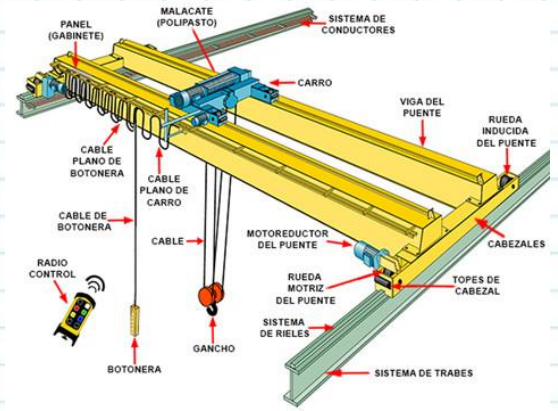
[www.ingenieria.uba.ar](http://www.ingenieria.uba.ar)

# Sección doble T armada

## Ejercicio:

Dada la sección de la figura, se pide:

- a) Posición del baricentro
- b) Momentos de inercia principales baricéntricos
- c) Analizar la variación de las dimensiones de la sección



# Sección doble T armada

## Ejercicio:

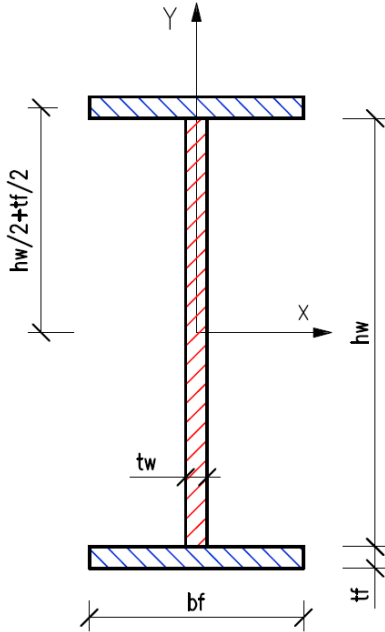
Dada la sección de la figura, se pide:

- Posición del baricentro
- Momentos de inercia principales baricéntricos**
- Analizar la variación de las dimensiones de la sección

TEMA

TP8

GEOMETRIA  
DE LAS MASAS



	$x_g = \frac{b}{2}$	$J_x = \frac{b \cdot h^3}{3}$	$J_{xg} = \frac{b \cdot h^3}{12}$
	$y_g = \frac{h}{2}$	$J_y = \frac{b^3 \cdot h}{3}$	$J_{yg} = \frac{b^3 \cdot h}{12}$
	$F = b \cdot h$	$J_{xy} = \frac{b^2 \cdot h^2}{4}$	$J_{xyg} = 0$

$$F = hw \cdot tw + 2 \cdot bf \cdot tf$$

$$J_x = \frac{tw \cdot hw^3}{12} + 2 \cdot \left( \frac{bf \cdot tf^3}{12} + bf \cdot tf \cdot \left( \frac{hw}{2} + \frac{tf}{2} \right)^2 \right)$$

$$J_y = \frac{hw \cdot tw^3}{12} + 2 \cdot \frac{tf \cdot bf^3}{12}$$

¿Porqué no calculo  $J_{xy}$ ?  
¿Y que conclusiones puedo sacar?

# Sección doble T armada

## Ejercicio:

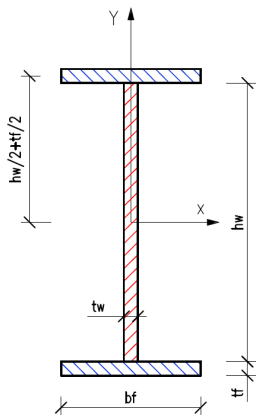
Dada la sección de la figura, se pide:

- Posición del baricentro
- Momentos de inercia principales baricéntricos
- Analizar la variación de las dimensiones de la sección

TEMA

TP8

GEOMETRIA  
DE LAS MASAS

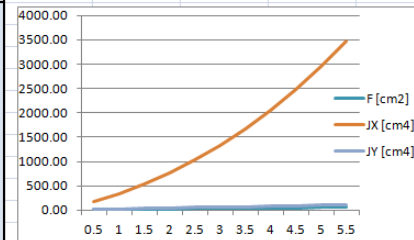
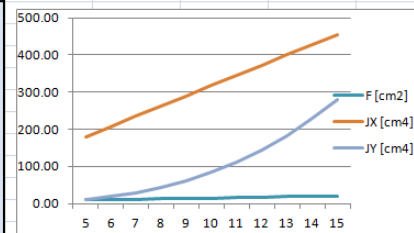
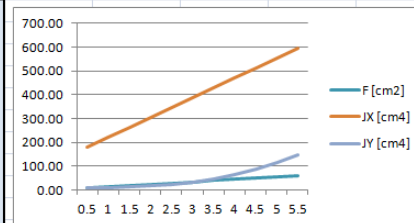
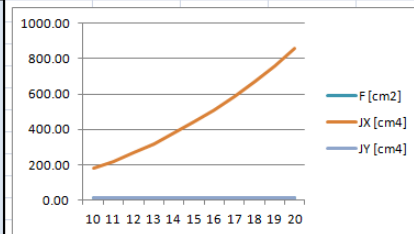


$$F = hw \cdot tw + 2 \cdot bf \cdot tf$$

$$J_x = \frac{tw \cdot hw^3}{12} + 2 \cdot \left( \frac{bf \cdot tf^3}{12} + bf \cdot tf \cdot \left( \frac{hw}{2} + \frac{tf}{2} \right)^2 \right)$$

$$J_y = \frac{hw \cdot tw^3}{12} + 2 \cdot \frac{tf \cdot bf^3}{12}$$

hw [cm]	tw [cm]	bf [cm]	tf [cm]	F [cm <sup>2</sup> ]	JX [cm <sup>4</sup> ]	JY [cm <sup>4</sup> ]
10	0.5	5	0.5	10.00	179.58	10.52
11	0.5	5	0.5	10.50	220.88	10.53
12	0.5	5	0.5	11.00	267.42	10.54
13	0.5	5	0.5	11.50	319.46	10.55
14	0.5	5	0.5	12.00	377.25	10.56
15	0.5	5	0.5	12.50	441.04	10.57
16	0.5	5	0.5	13.00	511.08	10.58
17	0.5	5	0.5	13.50	587.63	10.59
18	0.5	5	0.5	14.00	670.92	10.60
19	0.5	5	0.5	14.50	761.21	10.61
20	0.5	5	0.5	15.00	858.75	10.63
10	0.5	5	0.5	10.00	179.58	10.52
10	1	5	0.5	15.00	221.25	11.25
10	1.5	5	0.5	20.00	262.92	13.23
10	2	5	0.5	25.00	304.58	17.08
10	2.5	5	0.5	30.00	346.25	23.44
10	3	5	0.5	35.00	387.92	32.92
10	3.5	5	0.5	40.00	429.58	46.15
10	4	5	0.5	45.00	471.25	63.75
10	4.5	5	0.5	50.00	512.92	86.35
10	5	5	0.5	55.00	554.58	114.58
10	5.5	5	0.5	60.00	596.25	149.06
10	0.5	5	0.5	10.00	179.58	10.52
10	0.5	6	0.5	11.00	207.17	18.10
10	0.5	7	0.5	12.00	234.75	28.69
10	0.5	8	0.5	13.00	262.33	42.77
10	0.5	9	0.5	14.00	289.92	60.85
10	0.5	10	0.5	15.00	317.50	83.44
10	0.5	11	0.5	16.00	345.08	111.02
10	0.5	12	0.5	17.00	372.67	144.10
10	0.5	13	0.5	18.00	400.25	183.19
10	0.5	14	0.5	19.00	427.83	228.77
10	0.5	15	0.5	20.00	455.42	281.35
10	0.5	5	0.5	10.00	179.58	10.52
10	0.5	5	1	15.00	345.00	20.94
10	0.5	5	1.5	20.00	540.42	31.35
10	0.5	5	2	25.00	768.33	41.77
10	0.5	5	2.5	30.00	1031.25	52.19
10	0.5	5	3	35.00	1331.67	62.60
10	0.5	5	3.5	40.00	1672.08	73.02
10	0.5	5	4	45.00	2055.00	83.44
10	0.5	5	4.5	50.00	2482.92	93.85
10	0.5	5	5	55.00	2958.33	104.27
10	0.5	5	5.5	60.00	3483.75	114.69



F.I.U.B.A.

DTO. ESTABILIDAD  
84.02/64.11

ESTABILIDAD 1

2 CUAT. 2020

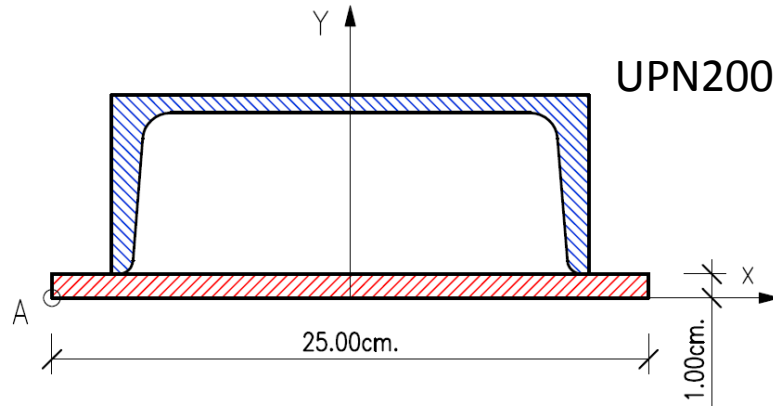
CURSO 4  
PARENTE

## UPN con chapa 1

**Ejercicio:**

Dada la sección de la figura, se pide:

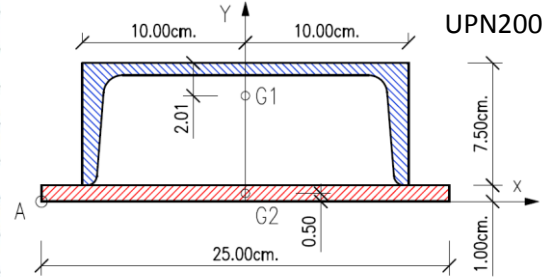
- Posición del baricentro
- Momentos de inercia principales baricéntricos
- ¿Cuánto vale el momento estático de la sección respecto a un eje horizontal pasante por el baricentro? ¿Y pasante por el punto A?



## Ejercicio:

Dada la sección de la figura, se pide:

- Posición del baricentro
- Momentos de inercia principales baricéntricos
- ¿Cuánto vale el momento estático de la sección respecto a un eje horizontal pasante por el baricentro? ¿Y pasante por el punto A?



$F$  = Sección  
 $G$  = Peso  
 $U$  = Superficie exterior por m de pieza  
 $J$  = Momento de inercia  
 $W$  = Momento resistente  
 $i = \sqrt{\frac{J}{F}}$  = Radio de giro } referido al eje correspondiente de flexión  
 $S_x$  = Momento estático de media sección  $\square$   
 $s_x = \frac{J_x}{S_x}$  = Separación entre los centros de compresión y tracción  
 $x.r$  = Distancia del centro del esfuerzo cortante al eje  $y-y$

Datos sobre largos, ejemplos de designación, de hojas de pedido, y tolerancias, ver capítulo 2.9.  
 Material: Preferentemente clases de acero según DIN 17 100

Para  $\square \leq 300$       Para  $\square > 300$

Designación	Dimensiones en mm						F	G	U	Para el eje de flexión						Distancia del eje $y-y$ $e_y$ cm	$x_M$ cm		
	c	h	b	s	$t = t_1$	$r_a$				x-x	y-y	$S_x$	$s_x$	$J_x$	$W_x$			$t_x$	$J_y$
							cm <sup>2</sup>	kg/m	m <sup>2</sup> /m	cm <sup>4</sup>	cm <sup>3</sup>	cm	cm <sup>4</sup>	cm <sup>3</sup>	cm	cm <sup>3</sup>	cm		
200	200	75	8,5	11,5	6		32,2	25,3	0,661	1910	191	7,70	148	27,0	2,14	114	16,8	2,01	3,94

¿Porqué no calculo  $J_{xy}$ ?

¿Y que conclusiones puedo sacar?

UPN200 (Respecto a ejes paralelos a mi tema global ejes x e y)

$$F_{UPN200} = 32.2 \text{ cm}^2$$

$$x_{G1} = 0 \text{ cm}$$

$$J_{xUPN200} = 148 \cdot \text{cm}^4$$

$$y_{G1} = 1 \text{ cm} + 7.5 \text{ cm} - 2.01 \text{ cm} = 6.49 \text{ cm}$$

$$J_{yUPN200} = 1910 \cdot \text{cm}^4$$

Chapa (Respecto a ejes paralelos a mi terna global ejes x e y)

$$F_{chapa} = 25 \text{ cm} \cdot 1 \text{ cm} = 25 \text{ cm}^2$$

$$x_{G2} = 0 \text{ cm}$$

$$J_{xchapa} = \frac{25 \text{ cm} \cdot (1 \text{ cm})^3}{12} = 2.08 \text{ cm}^4$$

$$y_{G2} = 0.5 \text{ cm}$$

$$J_{ychapa} = \frac{1 \text{ cm} \cdot (25 \text{ cm})^3}{12} = 1302.08 \text{ cm}^4$$

Baricentro

$$x_G = 0 \text{ cm} \quad y_G = \frac{y_{G1} \cdot F_{UPN200} + y_{G2} \cdot F_{chapa}}{F_{UPN200} + F_{chapa}} = 3.87 \text{ cm}$$

Momentos principales de inercia:

$$J_1 = J_{yUPN200} + J_{ychapa} = 3212.08 \text{ cm}^4$$

$$J_2 = J_{xUPN200} + F_{UPN200} \cdot (y_{G1} - y_G)^2 + J_{xchapa} + F_{chapa} \cdot (y_{G2} - y_G)^2 = 655.04 \text{ cm}^4$$

# UPN con chapa 1

## Ejercicio:

Dada la sección de la figura, se pide:

- Posición del baricentro
- Momentos de inercia principales baricéntricos
- ¿Cuánto vale el momento estático de la sección respecto a un eje horizontal pasante por el baricentro? ¿Y pasante por el punto A?

TEMA

TP8

GEOMETRIA  
DE LAS MASAS

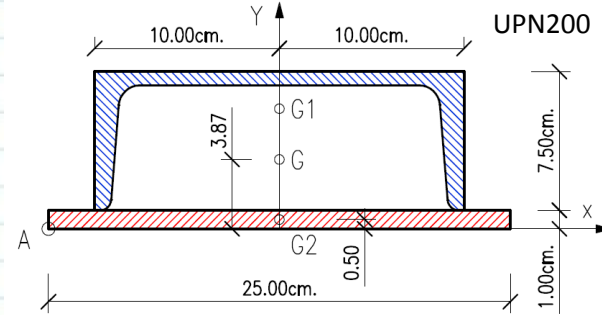
$F$  = Sección  
 $G$  = Peso  
 $U$  = Superficie exterior por m de pieza  
 $J$  = Momento de inercia  
 $W$  = Momento resistente  
 $i = \sqrt{\frac{J}{F}}$  = Radio de giro } referido al eje correspondiente de flexión  
 $S_x$  = Momento estático de media sección  $\square$   
 $s_x = \frac{J_x}{S_x}$  = Separación entre los centros de compresión y tracción  
 $x_M$  = Distancia del centro del esfuerzo cortante al eje y-y

Datos sobre largos, ejemplos de designación, de hojas de pedido, y tolerancias, ver capítulo 2.9.

Material: Preferentemente clases de acero según DIN 17 100

Para  $c \leq 300$       Para  $c > 300$

Designación	Dimensiones en mm						F	G	U	Para el eje de flexión										
	c	h	b	s	(*) f <sub>r</sub>	r <sub>a</sub>				x-x			y-y			S <sub>x</sub>	s <sub>x</sub>	Distancia del eje y-y	x <sub>M</sub>	
							cm <sup>2</sup>	kg/m	m <sup>2</sup> /m	J <sub>x</sub>	W <sub>x</sub>	t <sub>x</sub>	J <sub>y</sub>	W <sub>y</sub>	i <sub>y</sub>	cm <sup>3</sup>	cm	cm	cm	cm
200	200	75	8,5	11,5	6		32,2	25,3	0,661	1910	191	7,70	148	27,0	2,14	114	16,8	2,01	3,94	



Momento estático

$$S_G = F_{UPN200} \cdot (Y_{G1} - Y_G) + F_{chapa} \cdot (Y_{G2} - Y_G) = 0 \text{ cm}^3$$

$$S_A = Y_G \cdot (F_{UPN200} + F_{chapa}) = 221.48 \text{ cm}^3$$

F.I.U.B.A.

DTO. ESTABILIDAD  
84.02/64.11

ESTABILIDAD 1

2 CUAT. 2020

CURSO 4  
PARENTE

## Ejercicio:

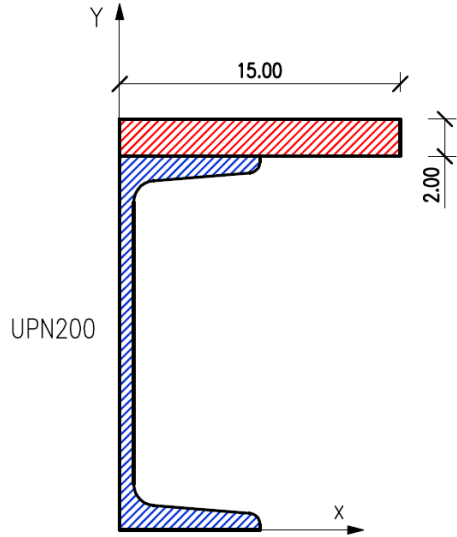
Dada la sección de la figura, se pide:

- Posición del baricentro
- Momentos de inercia principales baricéntricos

## TEMA

### TP8

#### GEOMETRIA DE LAS MASAS





# UPN con chapa 2

## Ejercicio:

Dada la sección de la figura, se pide:

- Posición del baricentro
- Momentos de inercia principales baricéntricos

TEMA

TP8

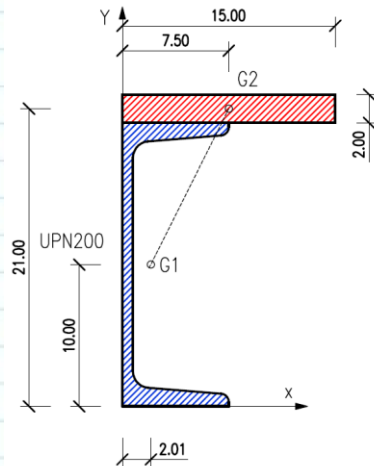
GEOMETRIA  
DE LAS MASAS

$F$  = Sección  
 $G$  = Peso  
 $U$  = Superficie exterior por m de pieza  
 $J$  = Momento de inercia  
 $W$  = Momento resistente  
 $i = \sqrt{\frac{J}{F}}$  = Radio de giro  
 $S_x$  = Momento estático de media sección  $\square$   
 $s_x = \frac{J_x}{S_x}$  = Separación entre los centros de compresión y tracción  
 $x_{17}$  = Distancia del centro del esfuerzo cortante al eje y-y  
 referido al eje correspondiente de flexión

Datos sobre largos, ejemplos de designación, de hojas de pedido, y tolerancias, ver capítulo 2.9.  
 Material: Preferentemente clases de acero según DIN 17 100

Para  $c \leq 300$       Para  $c > 300$

Designación	Dimensiones en mm					F	G	U	Para el eje de flexión x-x			Para el eje de flexión y-y			S <sub>x</sub>	s <sub>x</sub>	Distancia del eje y-y a e <sub>y</sub>	x <sub>M</sub>
	c	h	b	s	r				J <sub>x</sub>	W <sub>x</sub>	i <sub>x</sub>	J <sub>y</sub>	W <sub>y</sub>	i <sub>y</sub>				
200	200	75	8,5	11,5	6	32,2	25,3	0,661	1910	191	7,70	148	27,0	2,14	114	16,8	2,01	3,94



UPN200 (Respecto a ejes paralelos a mi terna global ejes x e y)

$$F_{UPN200} := 32.2 \text{ cm}^2 \quad x_{G1} := 2.01 \cdot \text{cm}$$

$$J_{xUPN200} := 1910 \cdot \text{cm}^4 \quad y_{G1} := 10 \cdot \text{cm}$$

$$J_{yUPN200} := 148 \cdot \text{cm}^4$$

Chapa (Respecto a ejes paralelos a mi terna global ejes x e y)

$$F_{chapa} := 15 \text{cm} \cdot 2 \text{cm} = 30 \text{cm}^2 \quad x_{G2} := 7.5 \cdot \text{cm}$$

$$J_{xchapa} := \frac{15 \text{cm} \cdot (2 \text{cm})^3}{12} = 10 \text{cm}^4 \quad y_{G2} := 21 \cdot \text{cm}$$

$$J_{ychapa} := \frac{2 \text{cm} \cdot (15 \text{cm})^3}{12} = 562.5 \text{cm}^4$$

Baricentro

$$x_G := \frac{x_{G1} \cdot F_{UPN200} + x_{G2} \cdot F_{chapa}}{F_{UPN200} + F_{chapa}} = 4.66 \text{ cm}$$

$$y_G := \frac{y_{G1} \cdot F_{UPN200} + y_{G2} \cdot F_{chapa}}{F_{UPN200} + F_{chapa}} = 15.31 \text{ cm}$$

## Ejercicio:

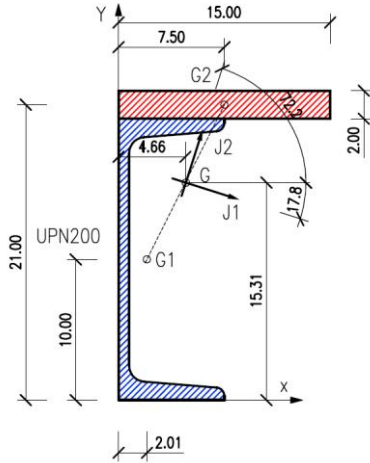
Dada la sección de la figura, se pide:

- Posición del baricentro
- Momentos de inercia principales baricéntricos

## TEMA

### TP8

### GEOMETRIA DE LAS MASAS



UPN200 (Respecto a ejes paralelos a mi tema global ejes x e y)

$$F_{UPN200} := 32.2 \text{ cm}^2 \quad x_{G1} := 2.01 \cdot \text{cm}$$

$$J_{xUPN200} := 1910 \cdot \text{cm}^4 \quad y_{G1} := 10 \cdot \text{cm}$$

$$J_{yUPN200} := 148 \cdot \text{cm}^4$$

Chapa (Respecto a ejes paralelos a mi tema global ejes x e y)

$$F_{chapa} := 15 \text{ cm} \cdot 2 \text{ cm} = 30 \text{ cm}^2 \quad x_{G2} := 7.5 \cdot \text{cm}$$

$$J_{xchapa} := \frac{15 \text{ cm} \cdot (2 \text{ cm})^3}{12} = 10 \text{ cm}^4 \quad y_{G2} := 21 \cdot \text{cm}$$

$$J_{ychapa} := \frac{2 \text{ cm} \cdot (15 \text{ cm})^3}{12} = 562.5 \text{ cm}^4$$

Baricentro

$$x_G := \frac{x_{G1} \cdot F_{UPN200} + x_{G2} \cdot F_{chapa}}{F_{UPN200} + F_{chapa}} = 4.66 \text{ cm}$$

$$y_G := \frac{y_{G1} \cdot F_{UPN200} + y_{G2} \cdot F_{chapa}}{F_{UPN200} + F_{chapa}} = 15.31 \text{ cm}$$

Momentos principales de inercia:

$$J_{xG} := J_{xUPN200} + F_{UPN200} \cdot (y_{G1} - y_G)^2 + J_{ychapa} + F_{chapa} \cdot (y_{G2} - y_G)^2 = 3799.2 \text{ cm}^4$$

$$J_{yG} := J_{yUPN200} + F_{UPN200} \cdot (x_{G1} - x_G)^2 + J_{xchapa} + F_{chapa} \cdot (x_{G2} - x_G)^2 = 1178.59 \text{ cm}^4$$

$$J_{xyG} := F_{UPN200} \cdot (x_{G1} - x_G) \cdot (y_{G1} - y_G) + F_{chapa} \cdot (x_{G2} - x_G) \cdot (y_{G2} - y_G) = 937.89 \text{ cm}^4$$

$$\alpha_1 := \frac{1}{2} \text{atan} \left( \frac{2J_{xyG}}{J_{yG} - J_{xG}} \right) = -17.8 \cdot ^\circ \quad \alpha_2 := \alpha_1 + 90 \cdot ^\circ = 72.2 \cdot ^\circ$$

Una forma, conociendo los ángulos principales:

$$J_{IG} := J_{xG} \cdot \cos(\alpha_1)^2 + J_{yG} \cdot \sin(\alpha_1)^2 - J_{xyG} \cdot \sin(2 \cdot \alpha_1) = 4100.27 \cdot \text{cm}^4$$

$$J_{IIG} := J_{xG} \cdot \cos(\alpha_2)^2 + J_{yG} \cdot \sin(\alpha_2)^2 - J_{xyG} \cdot \sin(2 \cdot \alpha_2) = 877.52 \cdot \text{cm}^4$$

Otra forma sin conocer los ángulos principales:

$$J_{IG} := \frac{J_{xG} + J_{yG}}{2} + \frac{1}{2} \cdot \sqrt{(J_{yG} - J_{xG})^2 + 4 \cdot J_{xyG}^2} = 4100.27 \cdot \text{cm}^4$$

$$J_{IIG} := \frac{J_{xG} + J_{yG}}{2} - \frac{1}{2} \cdot \sqrt{(J_{yG} - J_{xG})^2 + 4 \cdot J_{xyG}^2} = 877.52 \cdot \text{cm}^4$$

# Par de L configuración 1

## Ejercicio:

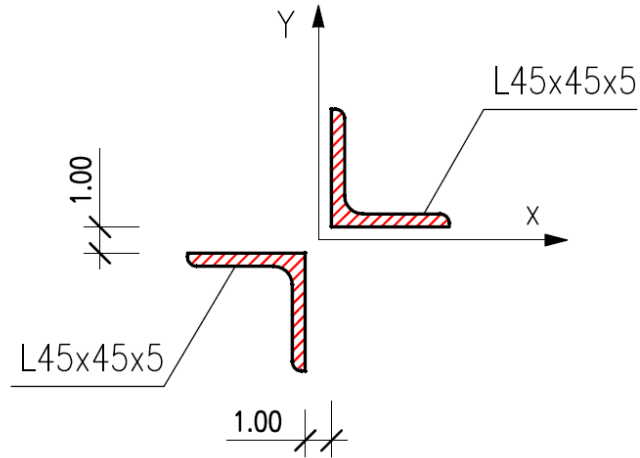
Dada la sección compuesta de la figura, se pide:

- a) Posición del baricentro
- b) Momentos de inercia principales baricéntricos

TEMA

TP8

GEOMETRIA  
DE LAS MASAS



F.I.U.B.A.  
D.T.O. ESTABILIDAD  
84.02 /64.11  
ESTABILIDAD 1

2 CUAT. 2020

CURSO 4  
PARENTE

# Par de L configuración 1

## Ejercicio:

Dada la sección compuesta de la figura, se pide:

- Posición del baricentro
- Momentos de inercia principales baricéntricos

TEMA

TP8

GEOMETRIA  
DE LAS MASAS

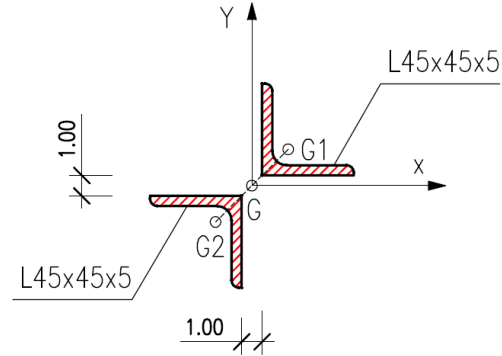
$F$  = Sección  
 $G$  = Peso  
 $U$  = Superficie exterior por 1 m de longitud  
 $J$  = Momento de inercia  
 $W$  = Módulo resistente  
 $i = \sqrt{\frac{J}{F}}$  = radio de giro  
 $r_2 = \frac{r_1}{2}$  = (redondeado al mm o medio mm, resp.)

El eje  $\xi - \xi$  es la bisectriz.

Datos sobre largos, ejemplos de designación, ejemplos de pedido y tolerancias admisibles. ver cap. 2.9.

Material: Preferentemente calidades de acero según DIN 17 100

Abreviatura	Dimensiones en mm para				F	G	U	Distancias para los ejes										Referido al eje de flexión					
	a	s	r <sub>1</sub>	r <sub>2</sub>				e <sub>x</sub>	w	v <sub>1</sub>	v <sub>2</sub>	J <sub>x</sub>	W <sub>x</sub>	i <sub>x</sub>	J <sub>ξ</sub>	i <sub>ξ</sub>	J <sub>η</sub>	W <sub>η</sub>	i <sub>η</sub>				
L					cm <sup>2</sup>	kg/m	m <sup>2</sup> /m	cm	cm	cm	cm	cm <sup>4</sup>	cm <sup>3</sup>	cm	cm <sup>4</sup>	cm	cm <sup>3</sup>	cm					
45 x 5	45	4	5	7	3,49	2,74	0,174	1,23	1,75	1,57	6,43	1,97	1,36	10,2	1,71	2,68	1,53	0,88					
6	45	6	7	3,5	4,30	3,38		1,28	1,81	1,58	7,83	2,43	1,35	12,4	1,70	3,25	1,80	0,87					
7	45	7	7	3,5	5,09	4,00		1,32	1,87	1,59	9,16	2,88	1,34	14,5	1,69	3,83	2,05	0,87					
					5,86	4,60		1,36	1,92	1,61	10,4	3,31	1,33	16,4	1,67	4,39	2,29	0,87					



L45X45X5 (Respecto a ejes paralelos a mi terna global ejes x e y)

$$F_L = 4.3 \text{ cm}^2$$

$$x_{G1} = 0.5 \text{ cm} + 1.28 \text{ cm} = 1.78 \cdot \text{cm}$$

$$J_{xL} = 7.83 \cdot \text{cm}^4$$

$$y_{G1} = 0.5 \text{ cm} + 1.28 \text{ cm} = 1.78 \cdot \text{cm}$$

$$J_{yL} = 7.83 \cdot \text{cm}^4$$

$$x_{G2} = -0.5 \text{ cm} - 1.28 \text{ cm} = -1.78 \cdot \text{cm}$$

$$y_{G2} = -0.5 \text{ cm} - 1.28 \text{ cm} = -1.78 \cdot \text{cm}$$

Baricentro

$$x_G = 0 \text{ cm} \quad y_G = 0 \text{ cm}$$

$$J_{xG} = J_{xL} + F_L \cdot (y_{G1} - y_G)^2 + J_{yL} + F_L \cdot (y_{G2} - y_G)^2 = 42.91 \cdot \text{cm}^4$$

$$J_{yG} = J_{yL} + F_L \cdot (x_{G1} - x_G)^2 + J_{xL} + F_L \cdot (x_{G2} - x_G)^2 = 42.91 \cdot \text{cm}^4$$

$$J_{xyG} = J_{xyL} + F_L \cdot (x_{G1} - x_G) \cdot (y_{G1} - y_G) + J_{xyL} + F_L \cdot (x_{G2} - x_G) \cdot (y_{G2} - y_G) = 0 \cdot \text{cm}^4$$

No tengo JxyL porque la tabla no me lo provee, eso no quiere decir que no exista o es cero. Debo buscar otra estrategia para resolverlo con la información que tengo.

# Par de L configuración 1

## Ejercicio:

Dada la sección compuesta de la figura, se pide:

- Posición del baricentro
- Momentos de inercia principales baricéntricos

TEMA

TP8

GEOMETRIA  
DE LAS MASAS

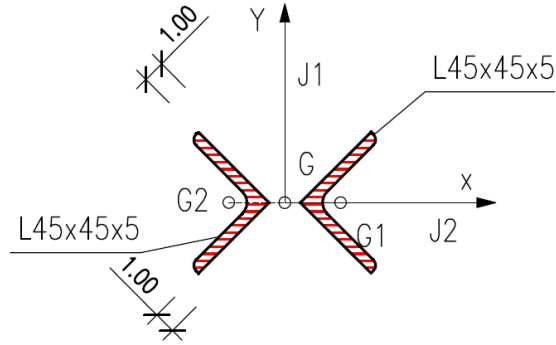
$F$  = Sección  
 $G$  = Peso  
 $U$  = Superficie exterior por 1 m de longitud  
 $J$  = Momento de inercia  
 $W$  = Módulo resistente  
 $i = \sqrt{\frac{J}{F}}$  = radio de giro } referido al eje correspondiente de flexión  
 $r_2 = \frac{r_1}{2}$  = (redondeado al mm o medio mm, resp.)

El eje  $\xi - \xi$  es la bisectriz.

Datos sobre largos, ejemplos de designación, ejemplos de pedido y tolerancias admisibles. ver cap. 2.9.

Material: Preferentemente calidades de acero según DIN 17 100

Abrevia- tura	Dimensiones en mm para				F	G	U	Distancias para los ejes																					
	a	s	r <sub>1</sub>	r <sub>2</sub>				Referido al eje de flexión				x-x = y-y				ξ-ξ				η-η									
								e <sub>x</sub>	w	v <sub>1</sub>	v <sub>2</sub>	J <sub>x</sub>	W <sub>x</sub>	i <sub>x</sub>	J <sub>ξ</sub>	i <sub>ξ</sub>	J <sub>η</sub>	W <sub>η</sub>	i <sub>η</sub>	e <sub>y</sub>	J <sub>y</sub>	W <sub>y</sub>	i <sub>y</sub>	J <sub>ξ</sub>	i <sub>ξ</sub>	J <sub>η</sub>	W <sub>η</sub>	i <sub>η</sub>	
L					cm <sup>2</sup>	kg/m	m <sup>2</sup> /m	cm	cm	cm	cm	cm <sup>4</sup>	cm <sup>3</sup>	cm	cm <sup>4</sup>	cm	cm <sup>4</sup>	cm <sup>3</sup>	cm	cm <sup>4</sup>	cm <sup>3</sup>	$i_{\eta} = i_{\xi}$	(min)	cm					
45 × 5	45	4	5	7	3,49	2,74	0,174	1,23	1,75	1,57	6,43	1,97	1,36	10,2	1,71	2,68	1,53	0,88	1,28	3,18	7,83	2,43	1,35	12,4	1,70	3,25	1,80	0,87	
6	45	6	7	3,5	4,30	3,38		1,32	1,87	1,59	9,16	2,88	1,54	14,5	1,69	3,83	2,55	0,87	1,32	1,92	1,61	10,4	3,31	1,33	16,4	1,67	4,39	2,29	0,87
7	45	7	7	3,5	5,09	4,00		1,36	1,92	1,61	10,4	3,31	1,33	16,4	1,67	4,39	2,29	0,87											



L45x45x5 (Respecto a ejes paralelos a mi terna global ejes x e y)

$$F_L = 4.3 \text{ cm}^2$$

$$d = \sqrt{(1 \text{ cm})^2 + (1 \text{ cm})^2} = 1.41 \cdot \text{ cm}$$

$$v_1 = 1.81 \text{ cm}$$

$$x_{G1} = \frac{d}{2} + v_1 = 2.52 \cdot \text{ cm}$$

$$y_{G1} = 0 \text{ cm}$$

$$x_{G2} = -\frac{d}{2} - v_1 = -2.52 \cdot \text{ cm}$$

$$y_{G2} = 0$$

Baricentro

$$x_G = 0 \text{ cm} \quad y_G = 0 \text{ cm}$$

Momentos principales de inercia:

$$J_{xG} = J_{xL} + F_L \cdot (y_{G1} - y_G)^2 + J_{xL} + F_L \cdot (y_{G2} - y_G)^2 = 24.8 \cdot \text{ cm}^4$$

$$J_{yG} = J_{yL} + F_L \cdot (x_{G1} - x_G)^2 + J_{yL} + F_L \cdot (x_{G2} - x_G)^2 = 60.99 \cdot \text{ cm}^4$$

$$J_{xyG} = J_{xyL} + F_L \cdot (x_{G1} - x_G) \cdot (y_{G1} - y_G) + J_{xyL} + F_L \cdot (x_{G2} - x_G) \cdot (y_{G2} - y_G) = 0 \cdot \text{ cm}^4$$

$$J_1 := J_{yG} = 60.99 \cdot \text{ cm}^4 \quad J_2 := J_{xG} = 24.8 \cdot \text{ cm}^4$$

## Par de L configuración 2

### Ejercicio:

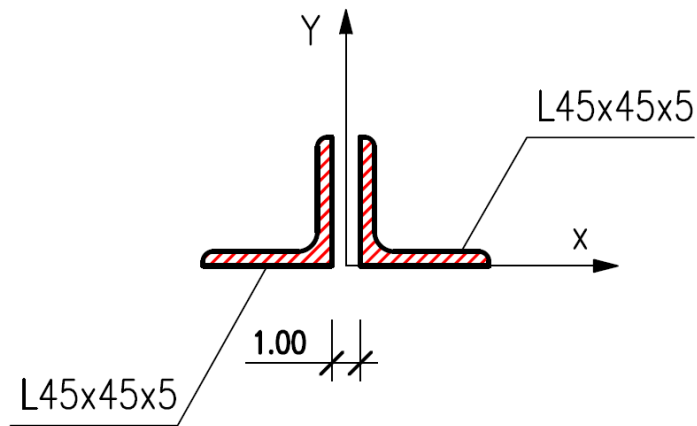
Dada la sección compuesta de la figura, se pide:

- Posición del baricentro
- Momentos de inercia principales baricéntricos

TEMA

TP8

GEOMETRIA  
DE LAS MASAS



F.I.U.B.A.  
D.T.O. ESTABILIDAD  
84.02 /64.11  
ESTABILIDAD 1

2 CUAT. 2020

CURSO 4  
PARENTE

# Par de L configuración 2

## Ejercicio:

Dada la sección compuesta de la figura, se pide:

- Posición del baricentro
- Momentos de inercia principales baricéntricos

TEMA

TP8

GEOMETRIA  
DE LAS MASAS

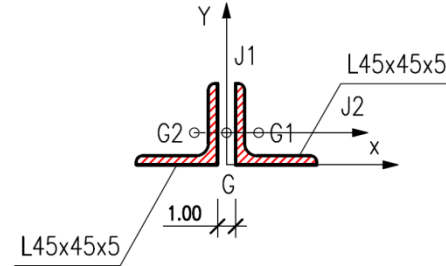
$F$  = Sección  
 $G$  = Peso  
 $U$  = Superficie exterior por 1 m de longitud  
 $J$  = Momento de inercia  
 $W$  = Módulo resistente  
 $i = \sqrt{\frac{J}{F}}$  = radio de giro  
 $r_2 = \frac{r_1}{2}$  = (redondeado al mm o medio mm, resp.)

El eje  $\xi - \xi$  es la bisectriz.

Datos sobre largos, ejemplos de designación, ejemplos de pedido y tolerancias admisibles. ver cap. 2.9.

Material: Preferentemente calidades de acero según DIN 17 100

Abrevia-tura	Dimensiones en mm para				F	G	U	Distancias para los ejes															
	a	s	r <sub>1</sub>	r <sub>2</sub>				Referido al eje de flexión															
								e <sub>x</sub>	w	v <sub>1</sub>	v <sub>2</sub>	J <sub>x</sub>	W <sub>x</sub>	i <sub>x</sub>	J <sub>ξ</sub>	i <sub>ξ</sub>	J <sub>η</sub>	W <sub>η</sub>	i <sub>η</sub>				
L					cm <sup>2</sup>	kg/m	m <sup>2</sup> /m	cm	cm	cm	cm	cm <sup>4</sup>	cm <sup>3</sup>	cm	cm <sup>4</sup>	cm	cm <sup>4</sup>	cm <sup>3</sup>	$i_{\eta} = i_{\xi}$				
45 x 45	45	4	5	7	3,49	2,74	0,174	1,23	1,75	1,57	6,43	1,97	1,36	10,2	1,71	2,68	1,53	0,88					
		4	5	7	4,30	3,38		1,28	1,81	1,58	7,83	2,43	1,35	12,4	1,70	3,25	1,80	0,87					
		6	7	7	5,09	4,00		1,32	1,87	1,59	9,16	2,88	1,34	14,5	1,69	3,83	2,05	0,87					
		7	7	7	5,86	4,60		1,36	1,92	1,61	10,4	3,31	1,33	16,4	1,67	4,39	2,29	0,87					



L45X45X5 (Respecto a ejes paralelos a mi terna global ejes x e y)

$$F_L = 4.3 \text{ cm}^2 \quad x_{G1} = 0.5 \text{ cm} + 1.28 \text{ cm} = 1.78 \text{ cm}$$

$$J_{xL} = 7.83 \cdot \text{cm}^4 \quad y_{G1} = 1.28 \text{ cm}$$

$$J_{yL} = 7.83 \cdot \text{cm}^4 \quad x_{G2} = -0.5 \text{ cm} - 1.28 \text{ cm} = -1.78 \text{ cm}$$

$$y_{G2} = 1.28 \text{ cm}$$

Baricentro

$$x_G = 0 \text{ cm} \quad y_G = 1.28 \text{ cm}$$

$$J_{xG} = J_{xL} + F_L \cdot (y_{G1} - y_G)^2 + J_{yL} + F_L \cdot (y_{G2} - y_G)^2 = 15.66 \cdot \text{cm}^4 \quad y_{G1} - y_G = 0 \text{ m}$$

$$y_{G2} - y_G = 0 \text{ m}$$

$$J_{yG} = J_{yL} + F_L \cdot (x_{G1} - x_G)^2 + J_{xL} + F_L \cdot (x_{G2} - x_G)^2 = 42.91 \cdot \text{cm}^4$$

$$J_{xyG} = J_{xyL} + F_L \cdot (x_{G1} - x_G) \cdot (y_{G1} - y_G) + (-J_{xyL}) + F_L \cdot (x_{G2} - x_G) \cdot (y_{G2} - y_G) = 0 \cdot \text{cm}^4$$

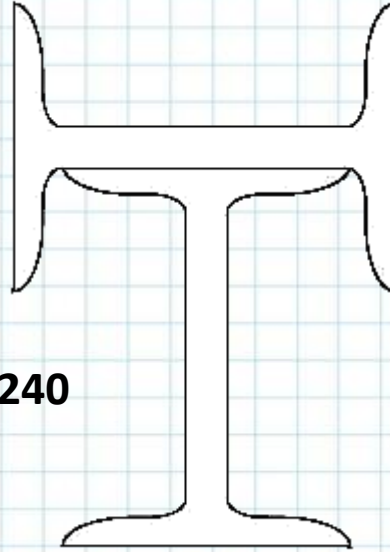
$$J1 = J_{yG} = 42.91 \cdot \text{cm}^4 \quad + \quad J2 = J_{xG} = 15.66 \cdot \text{cm}^4$$

## Ejemplo

Para la siguiente unión de perfiles laminados, determinar:

- Determinar analíticamente el baricentro.
- Determinar los momentos de inercia y centrífugo  $J_x$ ,  $J_y$  y  $J_{xy}$ .
- Determinar la dirección de los ejes principales de inercia baricéntricos y sus momentos de inercia.
- Determinar el eje conjugado de inercia de un eje "u", que se encuentra girado  $35^\circ$  horario respecto del eje  $X_g$

**IPN 240**



**IPN 240**



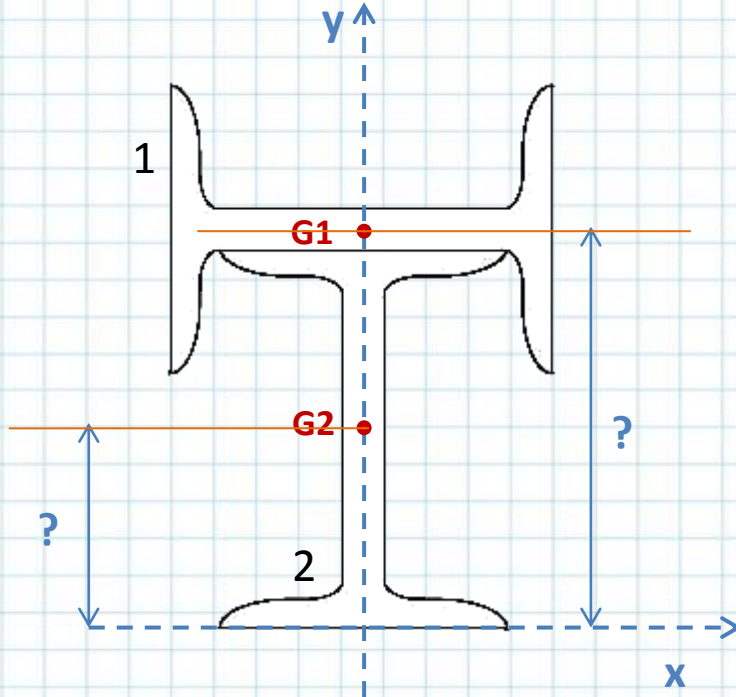
## Ejemplo

a) Determinar analíticamente la posición del baricentro de la figura compuesta

TEMA

TP8

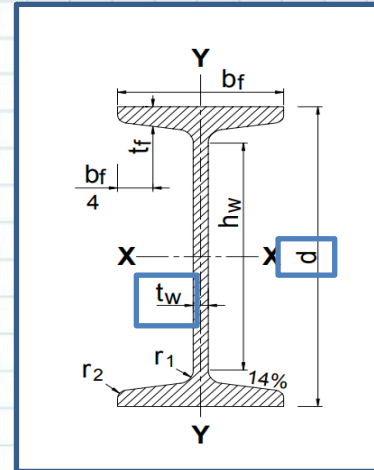
GEOMETRÍA  
DE LAS MASAS



-Elijo un sistema de referencia

-Ubico los baricentros de cada figura

-Busco los datos en la tabla



$$y_1 := d + \frac{t_w}{2}$$

$$y_2 := \frac{d}{2}$$

a) Determinar analíticamente la posición del baricentro de la figura compuesta

IPN según  
IRAM-IAS  
U 500-511

TEMA

TP8

GEOMETRÍA  
DE LAS MASAS

F.I.U.B.A.

DTO. ESTABILIDAD  
84.02 /64.11  
ESTABILIDAD 1

2 CUAT. 2020

CURSO 4  
PARENTE

Designación	Dimensiones					Relaciones		Ag	Peso	X - X					Y - Y					Agujeros en el Ala		Distancia agujero al borde	Esp.	J	Cw	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub> ±	L <sub>p</sub>	L <sub>r</sub>	L <sub>p</sub>	L <sub>r</sub>			
	d	bf	tf	hw	tw	r <sub>1</sub>	bf			hw	lx	Sx	rx	Qx	Zx	ly	Sy	ry	Qy	1,5.Sy	Zy	w <sub>1</sub>										d <sub>1</sub>	w <sub>2</sub>	t <sub>1</sub>
	mm	mm	mm	mm	mm	mm	2tf			tw	cm <sup>4</sup>	cm <sup>2</sup>	cm	cm <sup>2</sup>	cm <sup>3</sup>	cm <sup>4</sup>	cm <sup>2</sup>	cm	cm <sup>2</sup>	cm <sup>3</sup>	cm <sup>3</sup>	mm										mm	mm	mm
80	80	42	5,9	59	3,5	2,3	3,56	15,1	7,57	5,94	77,8	19,5	3,20	11,4	22,8	6,29	3,00	0,91	2,46	4,50	4,93	22	6,4	10	4,43	0,71	87,5	32815	0,70	47	260	42	230	
100	100	50	6,8	75	4,5	2,7	3,68	16,7	10,6	8,34	171	34,2	4,01	19,9	39,8	12,2	4,88	1,07	4,02	7,32	8,04	28	6,4	11	5,05	1,31	268	30082	1,00	55	283	49	248	
120	120	58	7,7	92	5,1	3,1	3,77	18,0	14,2	11,1	328	54,7	4,81	31,8	63,6	21,5	7,41	1,23	6,12	11,12	12,24	32	8,4	13	5,67	2,23	685	28382	1,29	63	309	57	269	
140	140	66	8,6	109	5,7	3,4	3,84	19,1	18,2	14,3	573	81,9	5,61	47,7	95,4	35,2	10,7	1,40	8,85	16,05	17,70	34	11	16	6,29	3,56	1540	27117	1,56	72	339	65	293	
160	160	74	9,5	125	6,3	3,8	3,89	19,8	22,8	17,9	935	117	6,40	68,0	136	54,7	14,8	1,55	12,28	22,20	24,55	40	11	17	6,91	5,40	3138	26190	1,80	80	365	72	313	
180	180	82	10,4	142	6,9	4,1	3,94	20,6	27,9	21,9	1450	161	7,20	93,4	187	81,3	19,8	1,71	16,50	29,70	33,00	44	13	19	7,53	7,89	5924	25442	2,04	88	393	79	335	
200	200	90	11,3	159	7,5	4,5	3,98	21,2	33,4	26,2	2140	214	8,00	125	250	117	26,0	1,87	21,58	39,00	43,16	48	13	21	8,15	11,2	10520	24894	2,22	96	422	86	359	
220	220	98	12,2	176	8,1	4,9	4,02	21,7	39,5	31,1	3060	278	8,80	162	324	162	33,1	2,02	27,61	49,65	55,21	52	13	23	8,77	15,3	17760	24432	2,42	104	450	93	381	
240	240	106	13,1	192	8,7	5,2	4,05	22,1	46,1	36,2	4250	354	9,59	206	412	221	41,7	2,20	34,68	62,55	69,37	56	17	25	9,39	20,6	28730	24017	2,58	113	484	102	407	
260	260	113	14,1	208	9,4	5,6	4,01	22,1	53,3	41,9	5740	442	10,4	257	514	288	51,0	2,32	42,58	76,50	85,11	60	17	26,5	10,15	27,5	44070	23925	2,65	119	509	107	428	
280	280	119	15,2	225	10,1	6,1	3,91	22,3	61,0	47,9	7590	542	11,1	316	632	364	61,2	2,45	51,07	91,80	102,1	62	17	28,5	11,04	36,4	64580	24009	2,64	126	539	113	454	
300	300	125	16,2	241	10,8	6,5	3,86	22,3	69,0	54,2	9800	653	11,9	381	762	451	72,2	2,56	60,29	108,3	120,6	64	21	30,5	11,83	46,7	91850	23987	2,68	132	563	118	473	
320	320	131	17,3	258	11,5	6,9	3,79	22,4	77,7	61,0	12510	782	12,7	457	914	555	84,7	2,67	70,96	127,1	141,9	70	21	30,5	12,72	59,7	128800	24038	2,67	137	589	123	495	
340	340	137	18,3	274	12,2	7,3	3,74	22,5	86,7	68,0	15700	923	13,5	540	1080	674	98,4	2,80	82,35	147,6	164,7	74	21	31,5	13,51	74,3	176300	24009	2,71	144	617	130	518	
360	360	143	19,5	290	13,0	7,8	3,67	22,3	97,0	76,1	19610	1090	14,2	638	1276	818	114	2,90	95,96	171,6	191,9	76	23	33,5	14,50	94,2	240100	24207	2,64	149	643	134	541	
380	380	149	20,5	306	13,7	8,2	3,63	22,3	107	84,0	24010	1260	15,0	741	1482	975	131	3,02	109,8	196,4	219,6	82	23	33,5	15,29	115	318700	24262	2,65	155	672	140	565	
400	400	155	21,6	323	14,4	8,6	3,59	22,4	118	92,4	29210	1460	15,7	857	1714	1160	149	3,13	125,5	223,5	251,0	86	23	34,5	16,18	140	419600	24270	2,65	161	696	145	586	
425	425	163	23,0	343	15,3	9,2	3,54	22,4	132	104	36970	1740	16,7	1020	2040	1440	176	3,30	148,1	264,0	296,2	88	25	37,5	17,30	177	587500	24280	2,63	170	734	153	618	
450	450	170	24,3	363	16,2	9,7	3,50	22,4	147	115	45850	2040	17,7	1200	2400	1730	203	3,43	170,7	304,5	341,4	94	25	38,0	18,35	220	791100	24306	2,65	176	764	159	643	
475	475	178	25,6	384	17,1	10,3	3,48	22,5	163	128	56480	2380	18,6	1400	2800	2090	235	3,60	197,5	352,5	394,9	96	28	41,0	19,37	270	1067000	24318	2,67	185	803	167	675	
500	500	185	27,0	404	18,0	10,8	3,43	22,4	179	141	68740	2750	19,6	1620	3240	2480	268	3,72	225,7	402,2	451,4	100	28	42,5	20,53	329	1403000	24375	2,65	191	831	172	699	
550	550	200	30,0	445	19,0	11,9	3,33	23,4	212	166	99180	3610	21,6	2120	4240	3490	349	4,02	292,3	523,5	584,6	110	28	45,0	23,00	472	2389000	24188	2,69	207	892	186	750	
600	600	215	32,4	485	21,6	13,0	3,32	22,5	254	199	139000	4630	23,4	2730	5460	4670	434	4,30	368,4	651,6	736,7	120	28	47,5	24,88	667	3821000	24544	2,64	221	967	199	814	

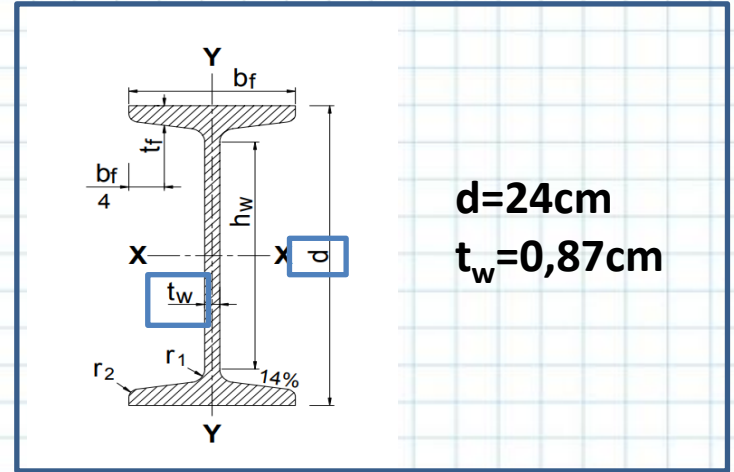
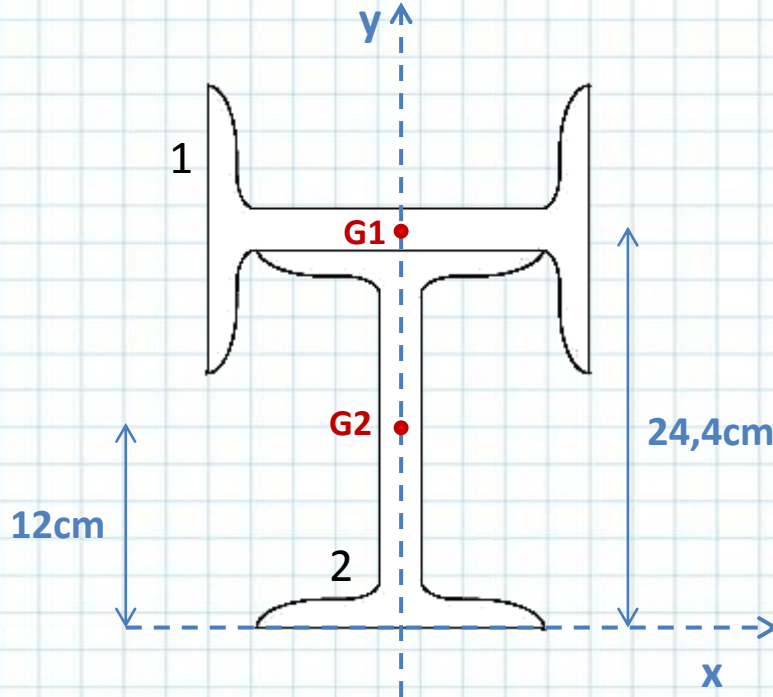
## Ejemplo

a) Determinar analíticamente la posición del baricentro de la figura compuesta

TEMA

TP8

GEOMETRÍA  
DE LAS MASAS



$$x_1 := 0 \text{ cm} \quad y_1 := d + \frac{t_w}{2} = 24.435 \text{ cm}$$

$$x_2 := 0 \text{ cm} \quad y_2 := \frac{d}{2} = 12 \text{ cm}$$

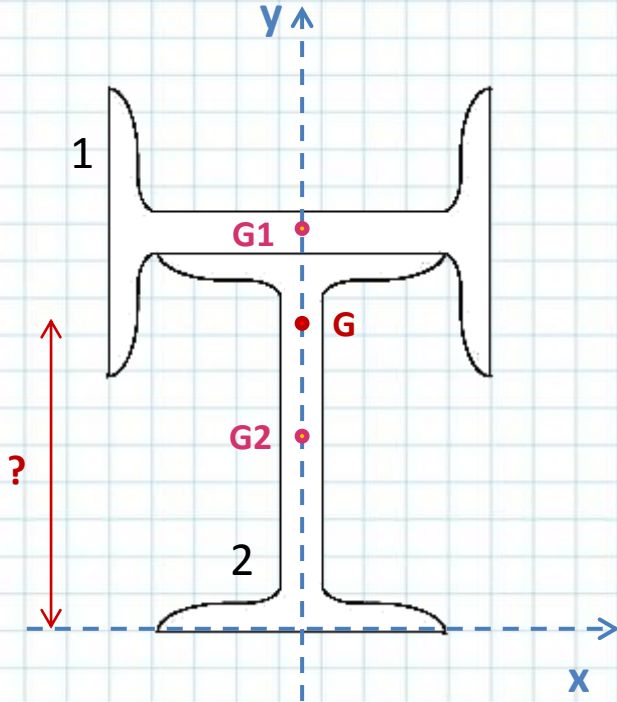
## Ejemplo

a) Determinar analíticamente el baricentro de la figura compuesta

TEMA

TP8

GEOMETRÍA  
DE LAS MASAS



$$y_G = \frac{S_x}{A_{total}}$$

$$y_G := \frac{A_1 \cdot y_1 + A_2 \cdot y_2}{A_1 + A_2}$$

$$x_G = \frac{S_y}{A_{total}}$$

$$x_G := \frac{A_1 \cdot x_1 + A_2 \cdot x_2}{A_1 + A_2}$$

-Ya conozco las posiciones G1 y G2

-Busco las áreas en la tabla

# Ejemplo

Elijo un sistema de referencia y ubico los baricentros de cada figura: busco los datos en la tabla

**IPN según  
IRAM-IAS  
U 500-511**

TEMA

TP8

GEOMETRÍA  
DE LAS MASAS

Designación	Dimensiones						Relaciones		Ag	Peso	X - X					Y - Y					Agujeros en el Ala		Distancia agujero al borde		Esp.	J	Cw	X <sub>c</sub>	X <sub>c</sub> (10) <sup>5</sup>	L <sub>p</sub>	L <sub>r</sub>	L <sub>p</sub>	L <sub>r</sub>	
	d	bf	tf	hw	tw	r <sub>1</sub>	bf	hw			lx	Sx	rx	Qx	Zx	ly	Sy	ry	Qy	1,5.Sy	Zy	w <sub>1</sub>	d <sub>1</sub>	w <sub>2</sub>										t <sub>1</sub>
	mm	mm	mm	mm	mm	mm	2tf	tw			cm <sup>4</sup>	cm <sup>2</sup>	cm	cm <sup>2</sup>	cm <sup>3</sup>	cm <sup>4</sup>	cm <sup>2</sup>	cm	cm <sup>2</sup>	cm <sup>3</sup>	cm <sup>3</sup>	mm	mm	mm										mm
80	80	42	5,9	59	3,5	2,3	3,56	15,1	7,57	5,94	77,8	19,5	3,20	11,4	22,8	6,29	3,00	0,91	2,46	4,50	4,93	22	6,4	10	4,43	0,71	87,5	32815	0,70	47	260	42	230	
100	100	50	6,8	75	4,5	2,7	3,68	16,7	10,6	8,34	171	34,2	4,01	19,9	39,8	12,2	4,88	1,07	4,02	7,32	8,04	28	6,4	11	5,05	1,31	268	30082	1,00	55	283	49	248	
120	120	58	7,7	92	5,1	3,1	3,77	18,0	14,2	11,1	328	54,7	4,81	31,8	63,6	21,5	7,41	1,23	6,12	11,12	12,24	32	8,4	13	5,67	2,23	685	28382	1,29	63	309	57	269	
140	140	66	8,6	109	5,7	3,4	3,84	19,1	18,2	14,3	573	81,9	5,61	47,7	95,4	35,2	10,7	1,40	8,85	16,05	17,70	34	11	16	6,29	3,56	1540	27117	1,56	72	339	65	293	
160	160	74	9,5	125	6,3	3,8	3,89	19,8	22,8	17,9	935	117	6,40	68,0	136	54,7	14,8	1,55	12,28	22,20	24,55	40	11	17	6,91	5,40	3138	26190	1,80	80	365	72	313	
180	180	82	10,4	142	6,9	4,1	3,94	20,6	27,9	21,9	1450	161	7,20	93,4	187	81,3	19,8	1,71	16,50	29,70	33,00	44	13	19	7,53	7,89	5924	25442	2,04	88	393	79	335	
200	200	90	11,3	159	7,5	4,5	3,98	21,2	33,4	26,2	2140	214	8,00	125	250	117	26,0	1,87	21,58	39,00	43,16	48	13	21	8,15	11,2	10520	24894	2,22	96	422	86	359	
220	220	98	12,2	176	8,1	4,9	4,02	21,7	39,5	31,1	3060	278	8,80	162	324	162	33,1	2,02	27,61	49,65	55,21	52	13	23	8,77	15,3	17760	24432	2,42	104	450	93	381	
240	240	106	13,1	192	8,7	5,2	4,05	22,1	46,1	36,2	4250	354	9,59	206	412	221	41,7	2,20	34,68	62,55	69,37	56	17	25	9,39	20,6	28730	24017	2,58	113	484	102	407	
260	260	113	14,1	208	9,4	5,6	4,01	22,1	53,3	41,9	5740	442	10,4	257	514	288	51,0	2,32	42,58	76,50	85,11	60	17	26,5	10,15	27,5	44070	23925	2,65	119	509	107	428	
280	280	119	15,2	225	10,1	6,1	3,91	22,3	61,0	47,9	7590	542	11,1	316	632	364	61,2	2,45	51,07	91,80	102,1	62	17	28,5	11,04	36,4	64580	24009	2,64	126	539	113	454	
300	300	125	16,2	241	10,8	6,5	3,86	22,3	69,0	54,2	9800	653	11,9	381	762	451	72,2	2,56	60,29	108,3	120,6	64	21	30,5	11,83	46,7	91850	23987	2,68	132	563	118	473	
320	320	131	17,3	258	11,5	6,9	3,79	22,4	77,7	61,0	12510	782	12,7	457	914	555	84,7	2,67	70,96	127,1	141,9	70	21	30,5	12,72	59,7	128800	24038	2,67	137	589	123	495	
340	340	137	18,3	274	12,2	7,3	3,74	22,5	86,7	68,0	15700	923	13,5	540	1080	674	98,4	2,80	82,35	147,6	164,7	74	21	31,5	13,51	74,3	176300	24009	2,71	144	617	130	518	
360	360	143	19,5	290	13,0	7,8	3,67	22,3	97,0	76,1	19610	1090	14,2	638	1276	818	114	2,90	95,96	171,6	191,9	76	23	33,5	14,50	94,2	240100	24207	2,64	149	643	134	541	
380	380	149	20,5	306	13,7	8,2	3,63	22,3	107	84,0	24010	1260	15,0	741	1482	975	131	3,02	109,8	196,4	219,6	82	23	33,5	15,29	115	318700	24262	2,65	155	672	140	565	
400	400	155	21,6	323	14,4	8,6	3,59	22,4	118	92,4	29210	1460	15,7	857	1714	1160	149	3,13	125,5	223,5	251,0	86	23	34,5	16,18	140	419600	24270	2,65	161	696	145	586	
425	425	163	23,0	343	15,3	9,2	3,54	22,4	132	104	36970	1740	16,7	1020	2040	1440	176	3,30	148,1	264,0	296,2	88	25	37,5	17,30	177	587500	24280	2,63	170	734	153	618	
450	450	170	24,3	363	16,2	9,7	3,50	22,4	147	115	45850	2040	17,7	1200	2400	1730	203	3,43	170,7	304,5	341,4	94	25	38,0	18,35	220	791100	24306	2,65	176	764	159	643	
475	475	178	25,6	384	17,1	10,3	3,48	22,5	163	128	56480	2380	18,6	1400	2800	2090	235	3,60	197,5	352,5	394,9	96	28	41,0	19,37	270	1067000	24318	2,67	185	803	167	675	
500	500	185	27,0	404	18,0	10,8	3,43	22,4	179	141	68740	2750	19,6	1620	3240	2480	268	3,72	225,7	402,2	451,4	100	28	42,5	20,53	329	1403000	24375	2,65	191	831	172	699	
550	550	200	30,0	445	19,0	11,9	3,33	23,4	212	166	99180	3610	21,6	2120	4240	3490	349	4,02	292,3	523,5	584,6	110	28	45,0	23,00	472	2389000	24188	2,69	207	892	186	750	
600	600	215	32,4	485	21,6	13,0	3,32	22,5	254	199	139000	4630	23,4	2730	5460	4670	434	4,30	368,4	651,6	736,7	120	28	47,5	24,88	667	3821000	24544	2,64	221	967	199	814	

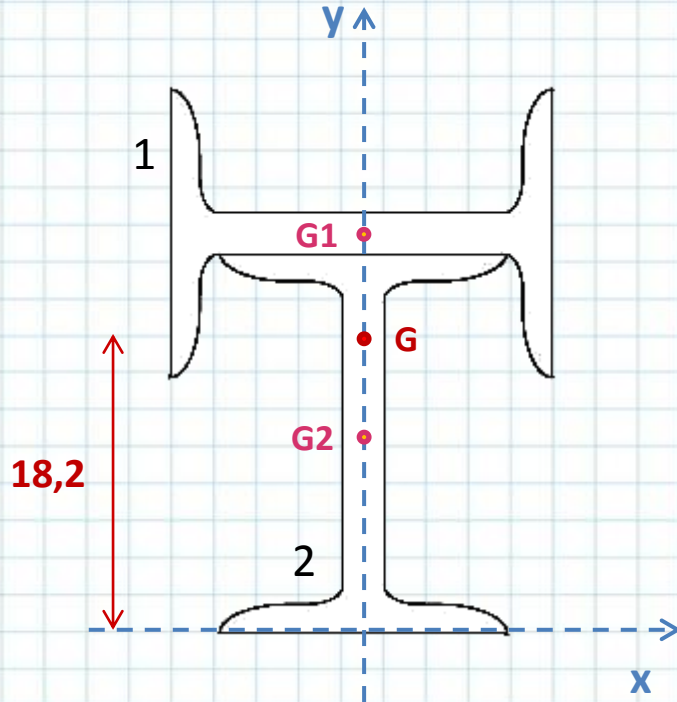
## Ejemplo

a) Determinar analíticamente el baricentro de la figura compuesta

TEMA

TP8

GEOMETRÍA  
DE LAS MASAS



$$A_1 = 46,1 \text{ cm}^2$$

$$A_2 = 46,1 \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{total}} = A_1 + A_2 = 92,2 \text{ cm}^2$$

Cálculo analítico de la posición del baricentro

$$y_G = \frac{S_x}{A_{\text{total}}}$$

$$y_G := \frac{A_1 \cdot y_1 + A_2 \cdot y_2}{A_1 + A_2} = 18,2175 \text{ cm}$$

$$x_G = \frac{S_y}{A_{\text{total}}}$$

$$x_G := \frac{A_1 \cdot x_1 + A_2 \cdot x_2}{A_1 + A_2} = 0 \text{ m}$$

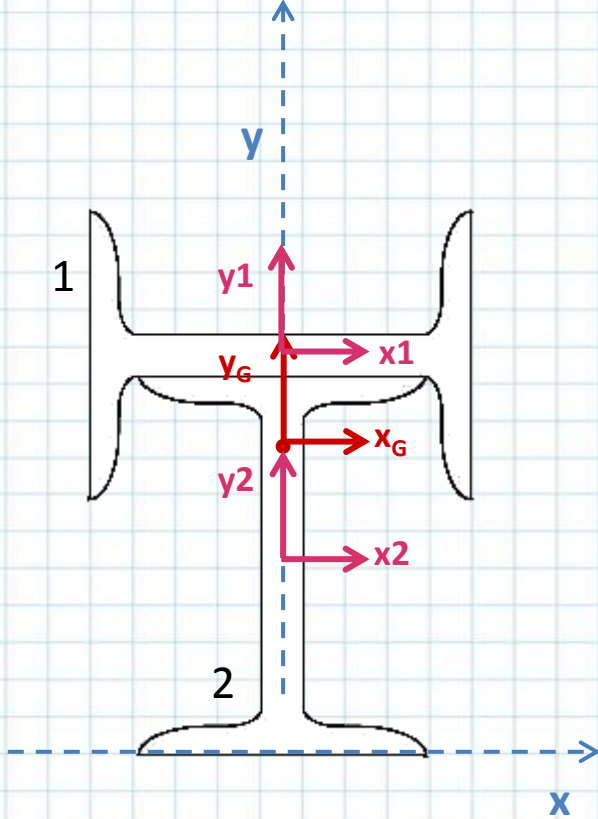
## Ejemplo

b) Determinar los momentos de inercia y centrífugo  $J_x$ ,  $J_y$  y  $J_{xy}$

TEMA

TP8

GEOMETRÍA  
DE LAS MASAS



Para hallar  $J_{xG}$  y  $J_{yG}$  traslado los momentos de inercia de 1 y 2 al baricentro G aplicando el Teorema de Steiner

$$J_{x'} = J_x + d^2 \cdot A$$

$$J_{y'} = J_y + d^2 \cdot A$$

Busco los datos que necesito en la tabla:

\* $J_{x1}$  \* $J_{y1}$  \* $J_{x2}$  \* $J_{y2}$

b) Determinar los momentos de inercia y centrífugo Jx, Jy y Jxy

IPN según  
IRAM-IAS  
U 500-511

TEMA

TP8

GEOMETRÍA  
DE LAS MASAS

F.I.U.B.A.

DTO. ESTABILIDAD  
84.02 /64.11  
ESTABILIDAD 1

2 CUAT. 2020

CURSO 4  
PARENTE

Designación	Dimensiones						Relaciones		Ag	Peso	X - X					Y - Y					Agujeros en el Ala		Distancia agujero al borde		Esp.	J	Cw	X <sub>c</sub>	X <sub>c</sub> (10) <sup>5</sup>	L <sub>p</sub>	L <sub>r</sub>	L <sub>p</sub>	L <sub>r</sub>
	d	bf	tf	hw	tw	r <sub>1</sub>	bf	hw			lx	Sx	rx	Qx	Zx	ly	Sy	ry	Qy	1,5.Sy	Zy	w <sub>1</sub>	d <sub>1</sub>	w <sub>2</sub>									
mm	mm	mm	mm	mm	mm	2tf	tw	cm <sup>2</sup>	Kg/m	cm <sup>4</sup>	cm <sup>2</sup>	cm	cm <sup>2</sup>	cm <sup>3</sup>	cm <sup>4</sup>	cm <sup>2</sup>	cm	cm <sup>2</sup>	cm <sup>3</sup>	mm	mm	mm	mm	cm <sup>4</sup>	cm <sup>4</sup>	MPa	MPa <sup>2</sup>	cm	cm	cm	cm		
80	80	42	5,9	59	3,5	2,3	3,56	15,1	7,57	5,94	77,8	19,5	3,20	11,4	22,8	6,29	3,00	0,91	2,46	4,50	4,93	22	6,4	10	4,43	0,71	87,5	32815	0,70	47	260	42	230
100	100	50	6,8	75	4,5	2,7	3,68	16,7	10,6	8,34	171	34,2	4,01	19,9	39,8	12,2	4,88	1,07	4,02	7,32	8,04	28	6,4	11	5,05	1,31	268	30082	1,00	55	283	49	248
120	120	58	7,7	92	5,1	3,1	3,77	18,0	14,2	11,1	328	54,7	4,81	31,8	63,6	21,5	7,41	1,23	6,12	11,12	12,24	32	8,4	13	5,67	2,23	685	28382	1,29	63	309	57	269
140	140	66	8,6	109	5,7	3,4	3,84	19,1	18,2	14,3	573	81,9	5,61	47,7	95,4	35,2	10,7	1,40	8,85	16,05	17,70	34	11	16	6,29	3,56	1540	27117	1,56	72	339	65	293
160	160	74	9,5	125	6,3	3,8	3,89	19,8	22,8	17,9	935	117	6,40	68,0	136	54,7	14,8	1,55	12,28	22,20	24,55	40	11	17	6,91	5,40	3138	26190	1,80	80	365	72	313
180	180	82	10,4	142	6,9	4,1	3,94	20,6	27,9	21,9	1450	161	7,20	93,4	187	81,3	19,8	1,71	16,50	29,70	33,00	44	13	19	7,53	7,89	5924	25442	2,04	88	393	79	335
200	200	90	11,3	159	7,5	4,5	3,98	21,2	33,4	26,2	2140	214	8,00	125	250	117	26,0	1,87	21,58	39,00	43,16	48	13	21	8,15	11,2	10520	24894	2,22	96	422	86	359
220	220	98	12,2	176	8,1	4,9	4,02	21,7	39,5	31,1	3060	278	8,80	162	324	162	31,1	2,02	27,61	49,65	55,21	52	13	23	8,77	15,3	17760	24432	2,42	104	450	93	381
240	240	106	13,1	192	8,7	5,2	4,05	22,1	46,1	36,2	4250	354	9,59	206	412	221	31,7	2,20	34,68	62,55	69,37	56	17	25	9,39	20,6	28730	24017	2,58	113	484	102	407
260	260	113	14,1	208	9,4	5,6	4,01	22,1	53,3	41,9	5740	442	10,4	257	514	268	31,0	2,32	42,58	76,50	85,11	60	17	26,5	10,15	27,5	44070	23925	2,65	119	509	107	428
280	280	119	15,2	225	10,1	6,1	3,91	22,3	61,0	47,9	7590	542	11,1	316	632	364	31,2	2,45	51,07	91,80	102,1	62	17	28,5	11,04	36,4	64580	24009	2,64	126	539	113	454
300	300	125	16,2	241	10,8	6,5	3,86	22,3	69,0	54,2	9800	653	11,9	381	762	451	31,2	2,56	60,29	108,3	120,6	64	21	30,5	11,83	46,7	91850	23987	2,68	132	563	118	473
320	320	131	17,3	258	11,5	6,9	3,79	22,4	77,7	61,0	12510	782	12,7	457	914	555	31,7	2,67	70,96	127,1	141,9	70	21	30,5	12,72	59,7	128800	24038	2,67	137	589	123	495
340	340	137	18,3	274	12,2	7,3	3,74	22,5	86,7	68,0	15700	923	13,5	540	1080	674	31,8	2,80	82,35	147,6	164,7	74	21	31,5	13,51	74,3	176300	24009	2,71	144	617	130	518
360	360	143	19,5	290	13,0	7,8	3,67	22,3	97,0	76,1	19610	1090	14,2	638	1276	818	31,9	2,90	95,96	171,6	191,9	76	23	33,5	14,50	94,2	240100	24207	2,64	149	643	134	541
380	380	149	20,5	306	13,7	8,2	3,63	22,3	107	84,0	24010	1260	15,0	741	1482	975	31,9	3,02	109,8	196,4	219,6	82	23	33,5	15,29	115	318700	24262	2,65	155	672	140	565
400	400	155	21,6	323	14,4	8,6	3,59	22,4	118	92,4	29210	1460	15,7	857	1714	1160	31,9	3,13	125,5	223,5	251,0	86	23	34,5	16,18	140	419600	24270	2,65	161	696	145	586
425	425	163	23,0	343	15,3	9,2	3,54	22,4	132	104	36970	1740	16,7	1020	2040	1440	31,9	3,30	148,1	264,0	296,2	88	25	37,5	17,30	177	587500	24280	2,63	170	734	153	618
450	450	170	24,3	363	16,2	9,7	3,50	22,4	147	115	45850	2040	17,7	1200	2400	1730	31,9	3,43	170,7	304,5	341,4	94	25	38,0	18,35	220	791100	24306	2,65	176	764	159	643
475	475	178	25,6	384	17,1	10,3	3,48	22,5	163	128	56480	2380	18,6	1400	2800	2090	31,9	3,60	197,5	352,5	394,9	96	28	41,0	19,37	270	1067000	24318	2,67	185	803	167	675
500	500	185	27,0	404	18,0	10,8	3,43	22,4	179	141	68740	2750	19,6	1620	3240	2480	31,9	3,72	225,7	402,2	451,4	100	28	42,5	20,53	329	1403000	24375	2,65	191	831	172	699
550	550	200	30,0	445	19,0	11,9	3,33	23,4	212	166	99180	3610	21,6	2120	4240	3490	31,9	4,02	292,3	523,5	584,6	110	28	45,0	23,00	472	2389000	24188	2,69	207	892	186	750
600	600	215	32,4	485	21,6	13,0	3,32	22,5	254	199	139000	4630	23,4	2730	5460	4670	31,9	4,30	368,4	651,6	736,7	120	28	47,5	24,88	667	3821000	24544	2,64	221	967	199	814



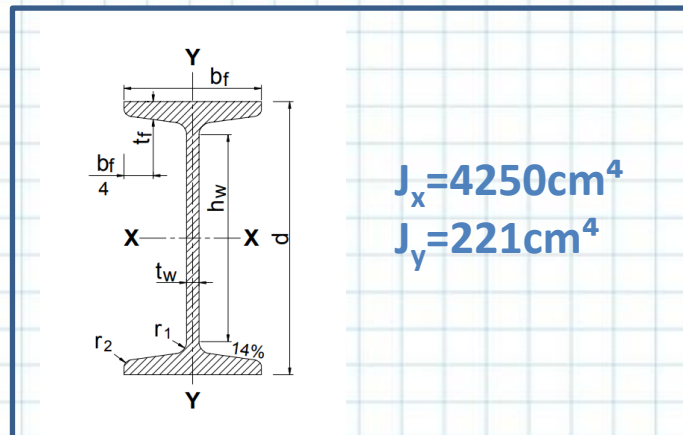
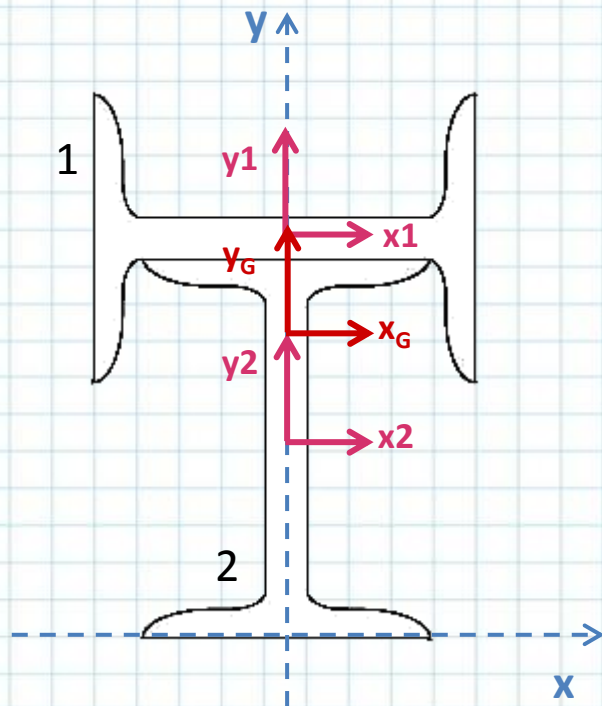
# Ejemplo

b) Determinar los momentos de inercia y centrífugo  $J_x$ ,  $J_y$  y  $J_{xy}$

TEMA

TP8

GEOMETRÍA  
DE LAS MASAS



$$J_{x_1} = 221 \text{ cm}^4$$

$$J_{y_1} = 4250 \text{ cm}^4$$

$$J_{x_2} = 4250 \text{ cm}^4$$

$$J_{y_2} = 221 \text{ cm}^4$$

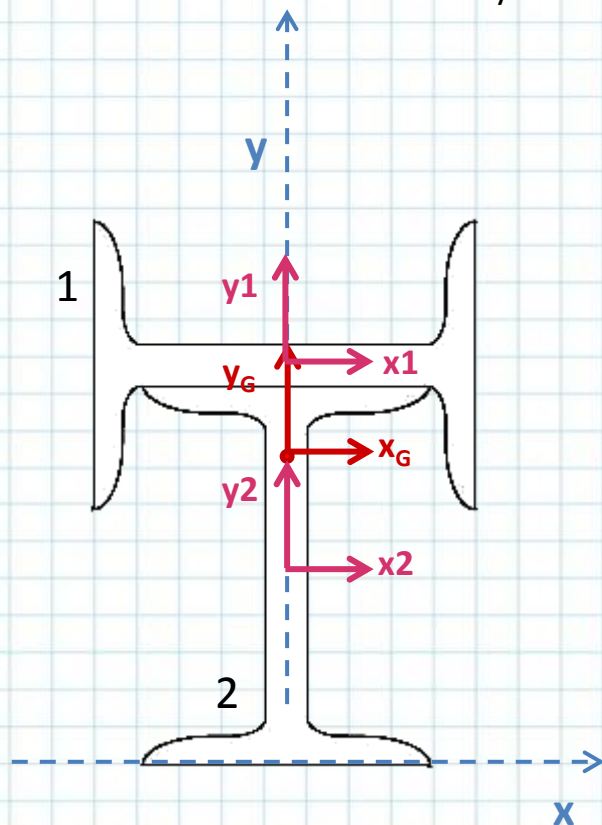
## Ejemplo

b) Determinar los momentos de inercia y centrífugo  $J_x$ ,  $J_y$  y  $J_{xy}$

TEMA

TP8

GEOMETRÍA  
DE LAS MASAS



Reemplazo en la fórmula

$$J_{xG1} := J_{x1} + (y_1 - y_G)^2 \cdot A_1 = (2.003 \cdot 10^3) \text{ cm}^4$$

$$J_{xG2} := J_{x2} + (y_2 - y_G)^2 \cdot A_2 = (6.032 \cdot 10^3) \text{ cm}^4$$

$$J_{xG} := J_{xG1} + J_{xG2} = (8.035 \cdot 10^3) \text{ cm}^4$$

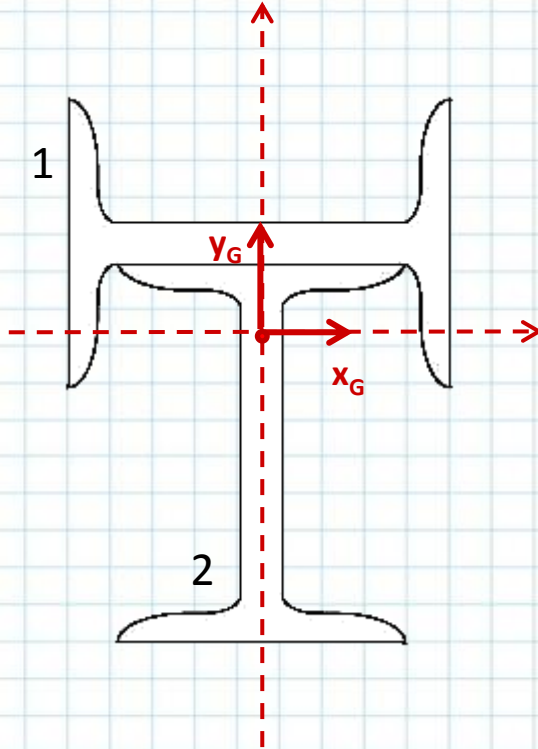
$$J_{yG1} := J_{y1} + (x_1 - x_G)^2 \cdot A_1 = (4.25 \cdot 10^3) \text{ cm}^4$$

$$J_{yG2} := J_{y2} + (x_2 - x_G)^2 \cdot A_2 = 221 \text{ cm}^4$$

$$J_{yG} := J_{yG1} + J_{yG2} = (4.471 \cdot 10^3) \text{ cm}^4$$

## Ejemplo

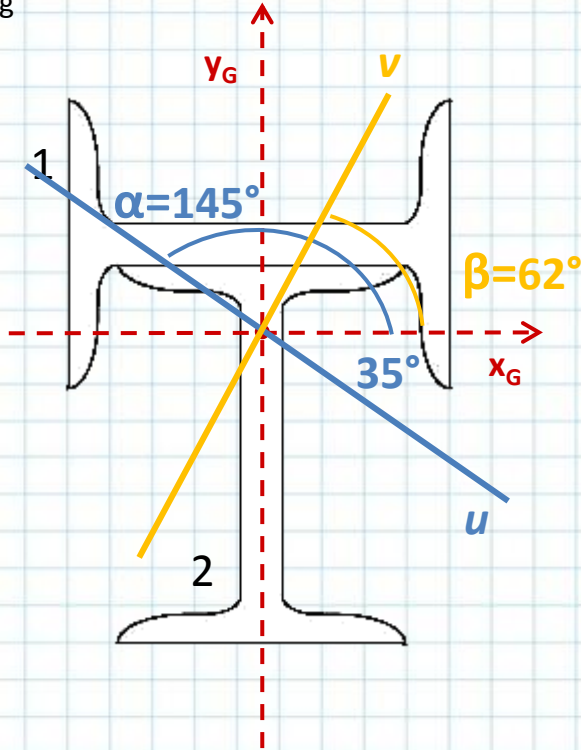
- b) Determinar los momentos de inercia y centrífugo  $J_{xg}$ ,  $J_{yg}$  y  $J_{xyg}$ .
- c) Determinar la dirección de los ejes principales de inercia baricéntricos y sus momentos de inercia.



El eje  $y_G$  es de simetría, y es ortogonal a  $x_G$ , son ejes principales de inercia baricéntricos.  
Entonces  $J_{xy} = 0$

## Ejemplo

d) Determinar el eje conjugado de inercia de un eje "u", que se encuentra girado 35° horario respecto del eje X<sub>G</sub>



Si el eje  $u$  forma un ángulo  $\alpha$  con el eje  $x$ , entonces su conjugado forma con  $x$  un ángulo  $\beta$  tal que:

$$\tan(\beta) := \frac{J_{xG} - J_{xyG} \cdot \tan(\alpha)}{J_{xyG} - J_{yG} \cdot \tan(\alpha)}$$

$\alpha$  y  $\beta$  medidos en sentido antihorario

$$\beta = 61.713^\circ$$

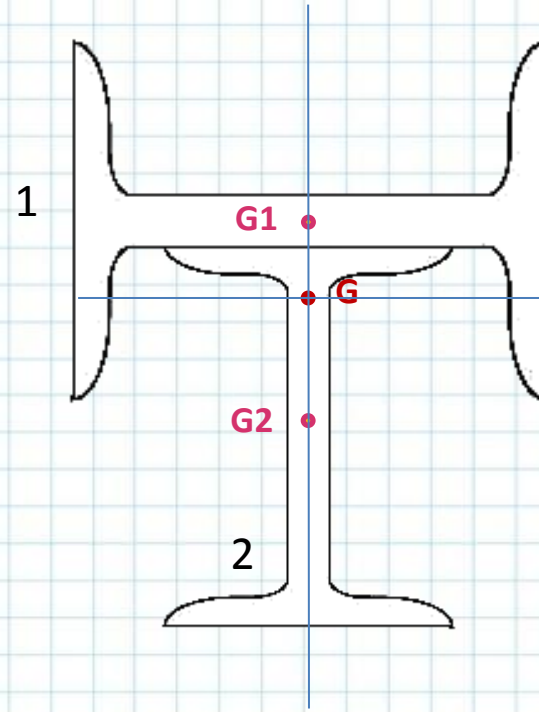
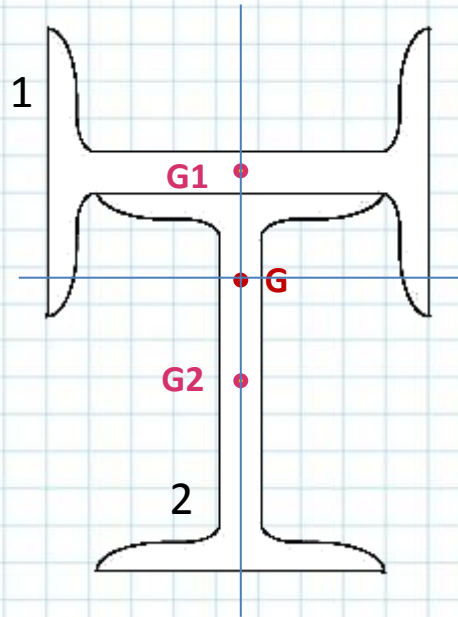
## Ejemplo

¿Qué pasa si cambiamos el perfil 1?

TEMA

TP8

GEOMETRÍA  
DE LAS MASAS



## Ejemplo

¿Qué pasa si cambiamos el perfil 1?

Designación 1	Posición del baricentro [cm]		JxG1	JyG1	JxG2	JyG2	Área total [cm <sup>2</sup> ]	JxG	JyG
	y [cm]	x [cm]	[cm <sup>4</sup> ]	[cm <sup>4</sup> ]	[cm <sup>4</sup> ]	[cm <sup>4</sup> ]		[cm <sup>4</sup> ]	[cm <sup>4</sup> ]
140	15,4772473	0	1447,09245	573	4807,40656	35,2	64,3	6254,49901	608,2
160	16,0752105	0	1602,68621	935	5015,59838	54,7	68,9	6618,28459	989,7
180	16,6543987	0	1731,45524	1450	5248,68398	81,3	74	6980,13922	1531,3
200	17,1990566	0	1836,90507	2140	5496,09174	117	79,5	7332,9968	2257
220	17,7242699	0	1924,97013	3060	5760,57094	162	85,6	7685,54107	3222
240	18,2175	0	2003,10182	4250	6032,10182	221	92,2	8035,20364	4471
260	18,6866298	0	2070,74488	5740	6311,17792	288	99,4	8381,9228	6028
280	19,1223623	0	2131,34012	7590	6588,56285	364	107,1	8719,90297	7954
300	19,5174631	0	2191,58552	9800	6855,21478	451	115,1	9046,8003	10251
320	19,8923869	0	2258,71744	12510	7121,55845	555	123,8	9380,27589	13065
340	20,2325828	0	2335,32642	15700	7374,44687	674	132,8	9709,77328	16374

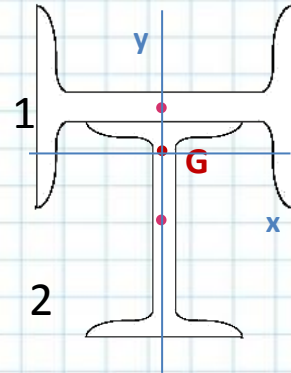
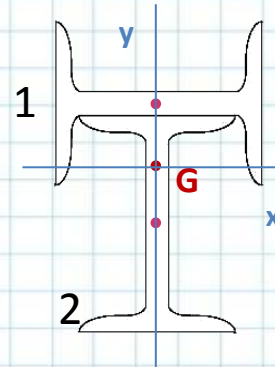
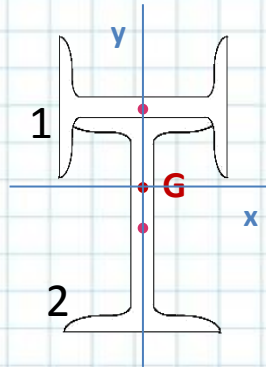
TEMA

TP8

GEOMETRÍA  
DE LAS MASAS

$$I_x = \int_A y^2 \cdot dA$$

$$I_y = \int_A x^2 \cdot dA$$



F.I.U.B.A.  
D.T.O. ESTABILIDAD  
84.02 / 64.11  
ESTABILIDAD 1

2 CUAT. 2020

CURSO 4  
PARENTE

## Problema de geometría de las masas

Dados los momentos de inercia y centrífugo asociados a los ejes X1 e Y1 y el área, se pide:

- A) Verificar si el signo del momento centrífugo es correcto.
- B) Calcular los momentos de inercia asociados a los ejes X2 e Y2.
- C) Calcular el momento centrífugo asociados a los ejes X2 e Y2.

Datos:

$$J_{X1}^{F1} = 30100 \text{ cm}^4$$

$$J_{Y1}^{F1} = 1080100 \text{ cm}^4$$

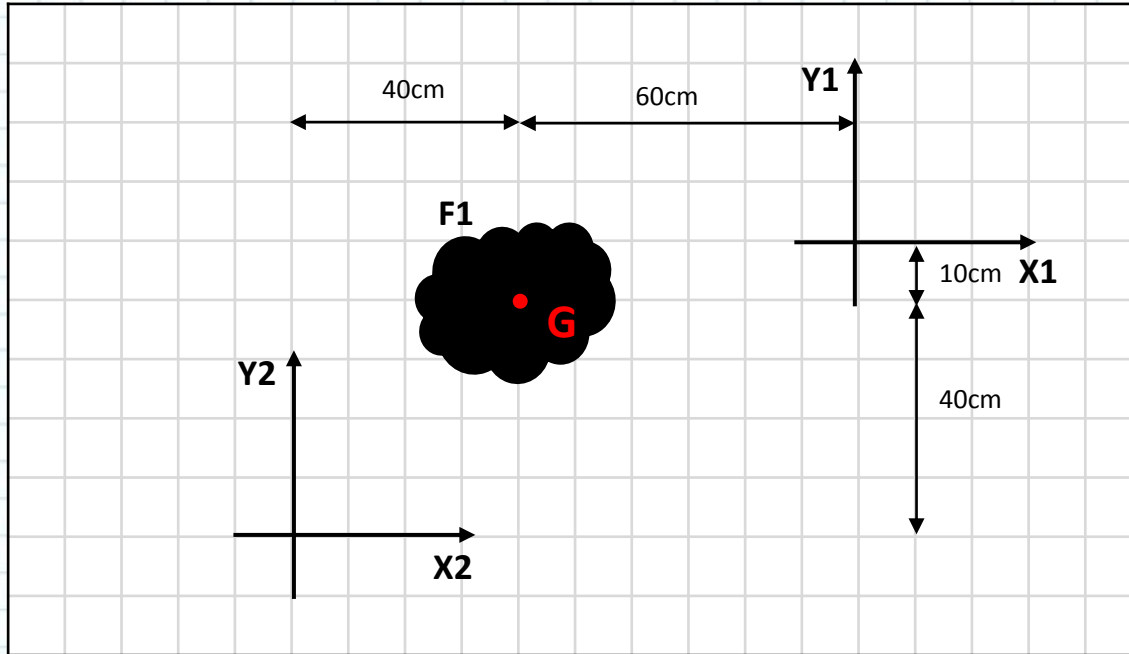
$$J_{Y1X1}^{F1} = -180000 \text{ cm}^4$$

$$A^{F1} = 300 \text{ cm}^2$$

TEMA

TP7

GEOMETRÍA  
DE LAS  
MASAS



## Problema de geometría de las masas

Dados los momentos de inercia y centrífugo asociados a los ejes X1 e Y1 y el área, se pide:

- A) Verificar si el signo del momento centrífugo es correcto.
- B) Calcular los momentos de inercia asociados a los ejes X2 e Y2.
- C) Calcular el momento centrífugo asociados a los ejes X2 e Y2.

Datos:

$$J_{X1}^{F1} = 30100 \text{ cm}^4$$

$$J_{Y1}^{F1} = 1080100 \text{ cm}^4$$

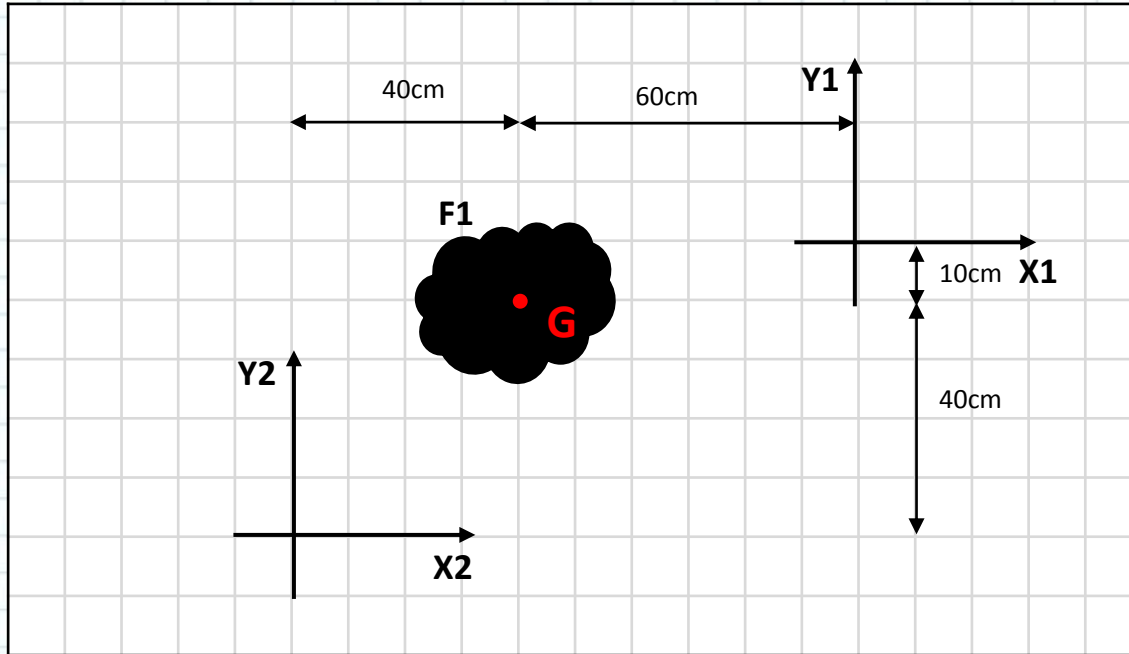
$$J_{Y1X1}^{F1} = -180000 \text{ cm}^4$$

$$A^{F1} = 300 \text{ cm}^2$$

TEMA

TP7

GEOMETRÍA  
DE LAS  
MASAS

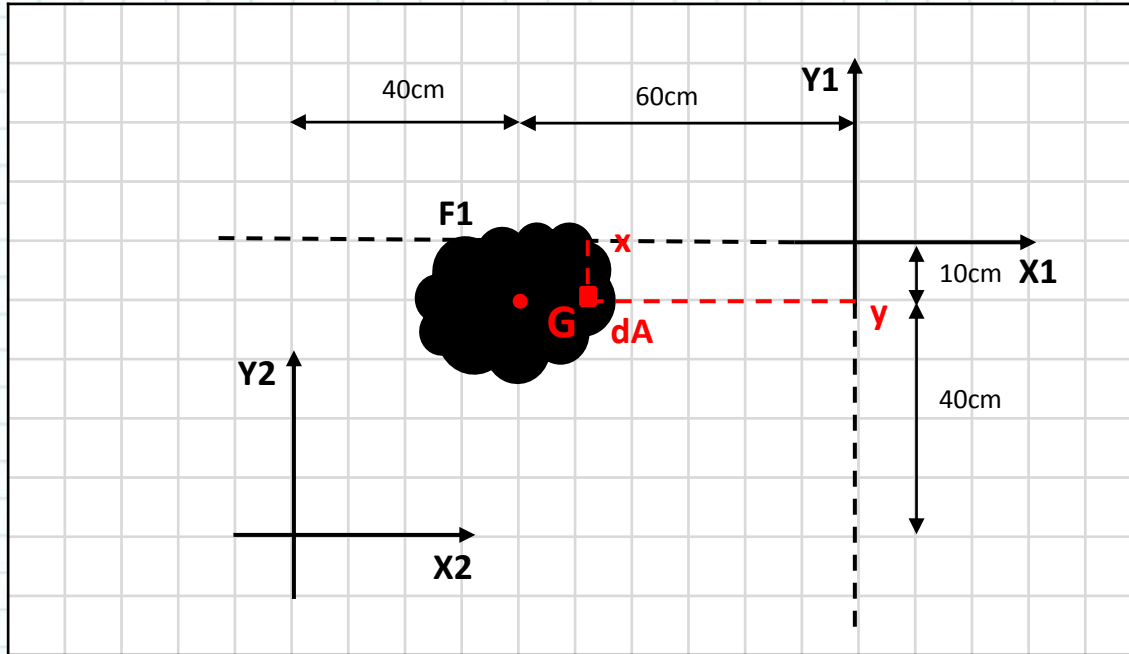




## Problema de geometría de las masas

Dados los momentos de inercia y centrífugo asociados a los ejes X1 e Y1 y el área, se pide:

- Verificar si el signo del momento centrífugo es correcto.
- Calcular los momentos de inercia asociados a los ejes X2 e Y2.
- Calcular el momento centrífugo asociados a los ejes X2 e Y2.



Datos:

$$J_{X1}^{F1} = 30100 \text{ cm}^4$$

$$J_{Y1}^{F1} = 1080100 \text{ cm}^4$$

$$J_{Y1X1}^{F1} = -180000 \text{ cm}^4$$

$$A^{F1} = 300 \text{ cm}^2$$

El momento centrífugo asociado a los ejes X1, Y1 y para la superficie F1, se define como:

$$J_{X1Y1}^{F1} = \int_{F1} xy dA$$

## Problema de geometría de las masas

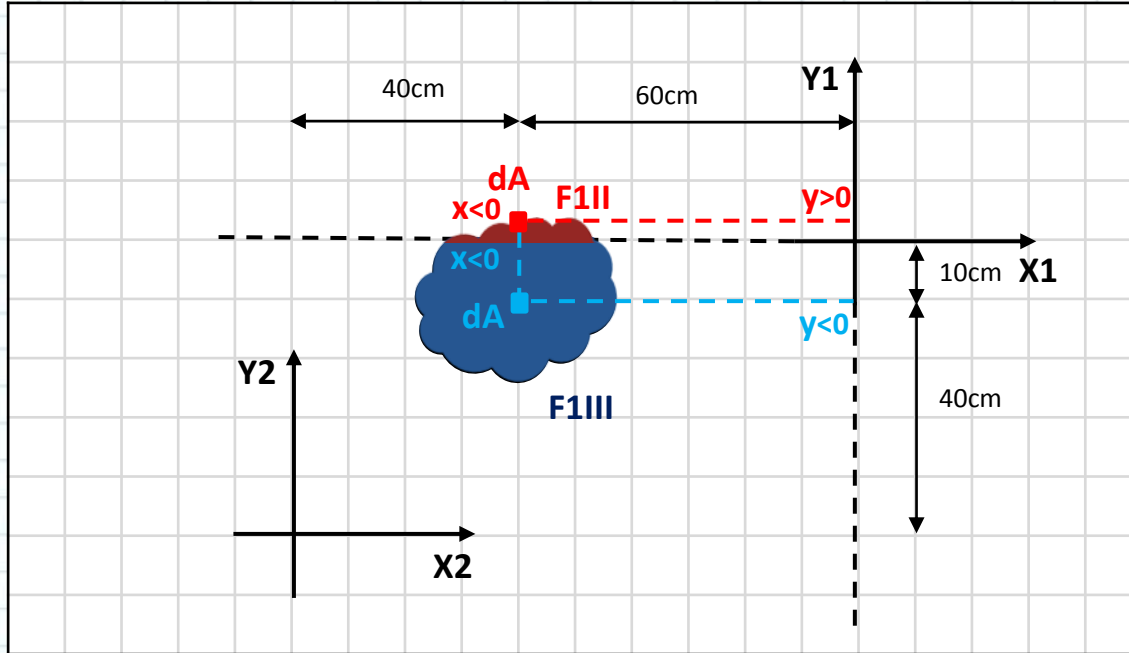
Dados los momentos de inercia y centrífugo asociados a los ejes X1 e Y1 y el área, se pide:

- Verificar si el signo del momento centrífugo es correcto.
- Calcular los momentos de inercia asociados a los ejes X2 e Y2.
- Calcular el momento centrífugo asociados a los ejes X2 e Y2.

TEMA

TP7

GEOMETRÍA  
DE LAS  
MASAS



Datos:

$$J_{X1}^{F1} = 30100 \text{ cm}^4$$

$$J_{Y1}^{F1} = 1080100 \text{ cm}^4$$

$$J_{Y1X1}^{F1} = -180000 \text{ cm}^4$$

$$A^{F1} = 300 \text{ cm}^2$$

El momento centrífugo asociado a los ejes X1, Y1 y para la superficie F1, se define como:

$$J_{X1Y1}^{F1} = \int_{F1} xy dA$$

Al ser una integral, la podemos separar en dos figuras:

$$J_{X1Y1}^{F1} = \int_{F1III} xy dA + \int_{F1III} xy dA$$

## Problema de geometría de las masas

Dados los momentos de inercia y centrífugo asociados a los ejes X1 e Y1 y el área, se pide:

- Verificar si el signo del momento centrífugo es correcto.
- Calcular los momentos de inercia asociados a los ejes X2 e Y2.
- Calcular el momento centrífugo asociados a los ejes X2 e Y2.

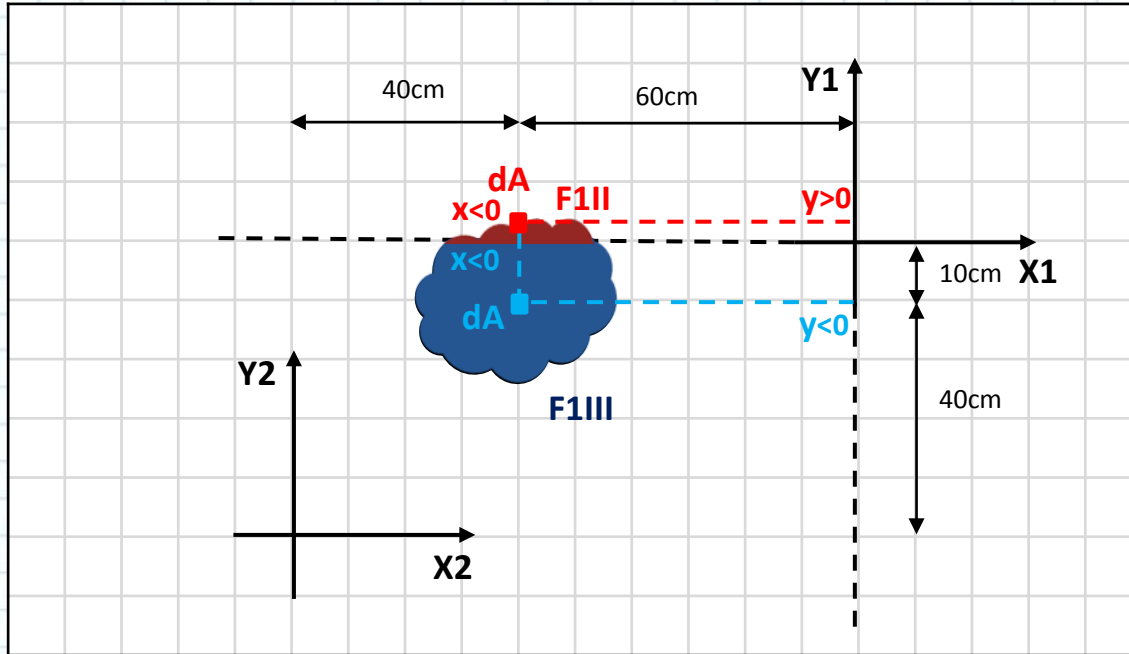
Datos:

$$J_{X1}^{F1} = 30100 \text{ cm}^4$$

$$J_{Y1}^{F1} = 1080100 \text{ cm}^4$$

$$J_{Y1X1}^{F1} = +180000 \text{ cm}^4$$

$$A^{F1} = 300 \text{ cm}^2$$



El momento centrífugo asociado a los ejes X1, Y1 y para la superficie F1, se define como:

$$J_{X1Y1}^{F1} = \int_{F1} xy dA$$

Al ser una integral, la podemos separar en dos figuras:

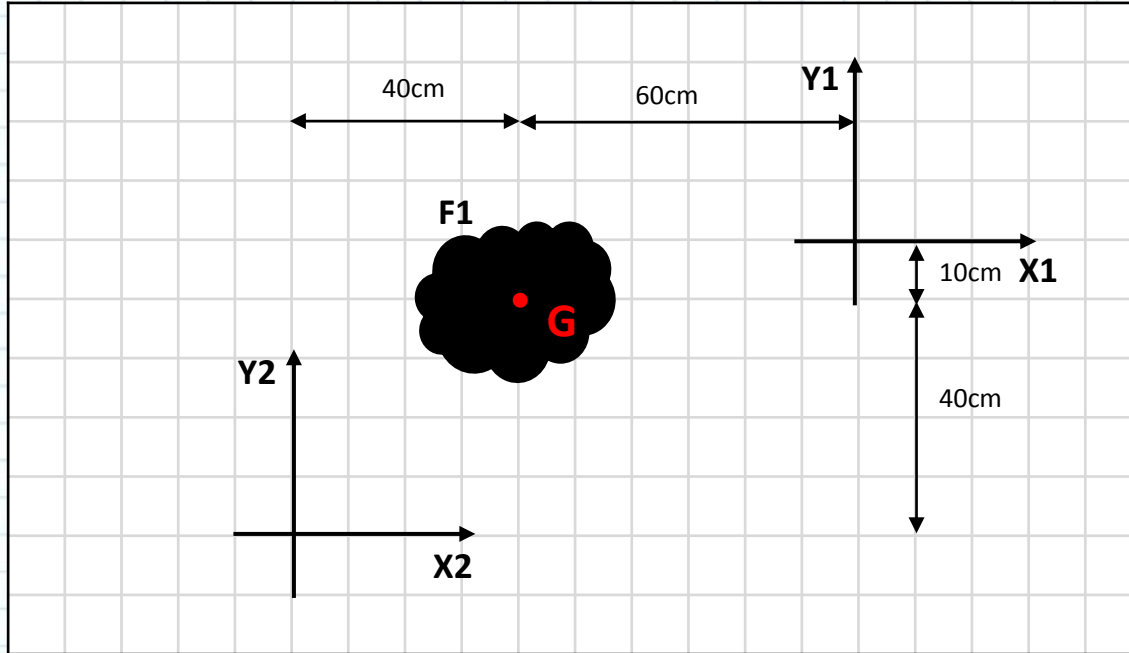
El momento centrífugo debería ser positivo!

$$J_{X1Y1}^{F1} = \int_{F1III} xy dA + \int_{F1II} xy dA$$

## Problema de geometría de las masas

Dados los momentos de inercia y centrífugo asociados a los ejes X1 e Y1 y el área, se pide:

- A) Verificar si el signo del momento centrífugo es correcto.
- B) Calcular los momentos de inercia asociados a los ejes X2 e Y2.
- C) Calcular el momento centrífugo asociados a los ejes X2 e Y2.



Datos:

$$J_{X1}^{F1} = 30100 \text{ cm}^4$$

$$J_{Y1}^{F1} = 1080100 \text{ cm}^4$$

$$J_{Y1X1}^{F1} = 180000 \text{ cm}^4$$

$$A^{F1} = 300 \text{ cm}^2$$

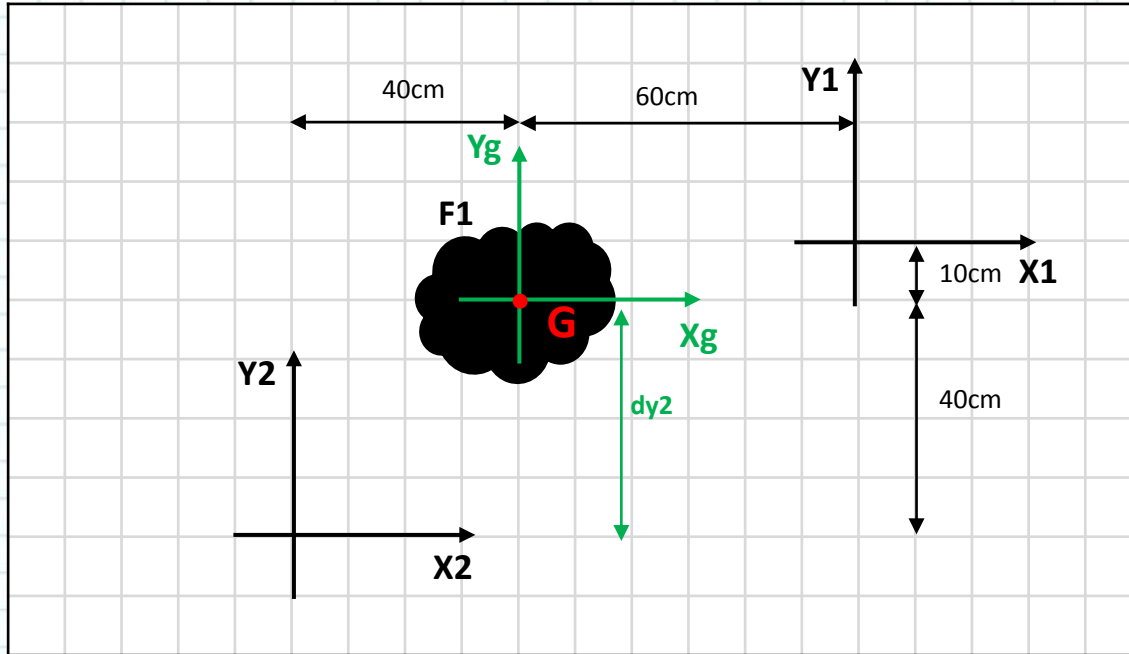
Recordemos el teorema  
de Steiner:

$$J_{X'}^{F1} = J_{X_g}^{F1} + d_y^2 \cdot A^{F1}$$

## Problema de geometría de las masas

Dados los momentos de inercia y centrífugo asociados a los ejes X1 e Y1 y el área, se pide:

- A) Verificar si el signo del momento centrífugo es correcto.
- B) Calcular los momentos de inercia asociados a los ejes X2 e Y2.
- C) Calcular el momento centrífugo asociados a los ejes X2 e Y2.



Datos:

$$J_{X1}^{F1} = 30100 \text{ cm}^4$$

$$J_{Y1}^{F1} = 1080100 \text{ cm}^4$$

$$J_{Y1X1}^{F1} = 180000 \text{ cm}^4$$

$$A^{F1} = 300 \text{ cm}^2$$

Recordemos el teorema de Steiner:

$$J_{X'}^{F1} = J_{X_g}^{F1} + d_y^2 \cdot A^{F1}$$

En nuestro caso:

$$J_{X2}^{F1} = J_{X_g}^{F1} + d_{y2}^2 \cdot A^{F1}$$

Cuidado que Steiner relaciona un eje cualquiera con uno baricéntrico paralelo

## Problema de geometría de las masas

Dados los momentos de inercia y centrífugo asociados a los ejes X1 e Y1 y el área, se pide:

- Verificar si el signo del momento centrífugo es correcto.
- Calcular los momentos de inercia asociados a los ejes X2 e Y2.
- Calcular el momento centrífugo asociados a los ejes X2 e Y2.

Datos:

$$J_{X1}^{F1} = 30100 \text{ cm}^4$$

$$J_{Y1}^{F1} = 1080100 \text{ cm}^4$$

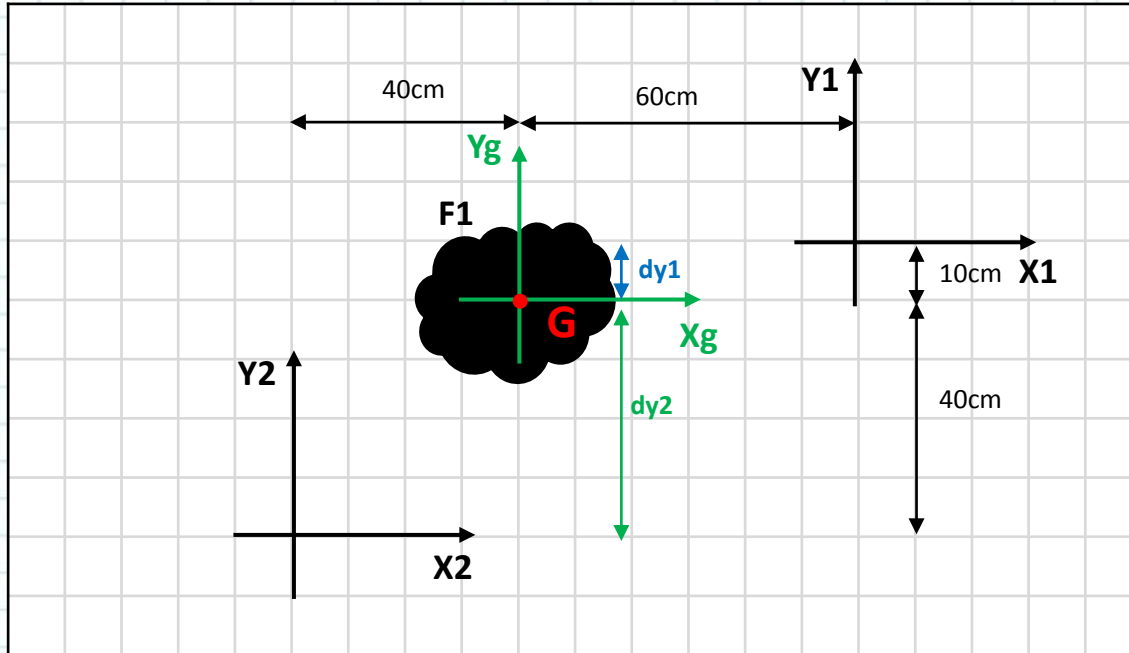
$$J_{Y1X1}^{F1} = 180000 \text{ cm}^4$$

$$A^{F1} = 300 \text{ cm}^2$$

TEMA

TP7

GEOMETRÍA  
DE LAS  
MASAS



Recordemos el teorema  
de Steiner:

$$J_{X'}^{F1} = J_{Xg}^{F1} + d_y^2 \cdot A^{F1}$$

En nuestro caso:

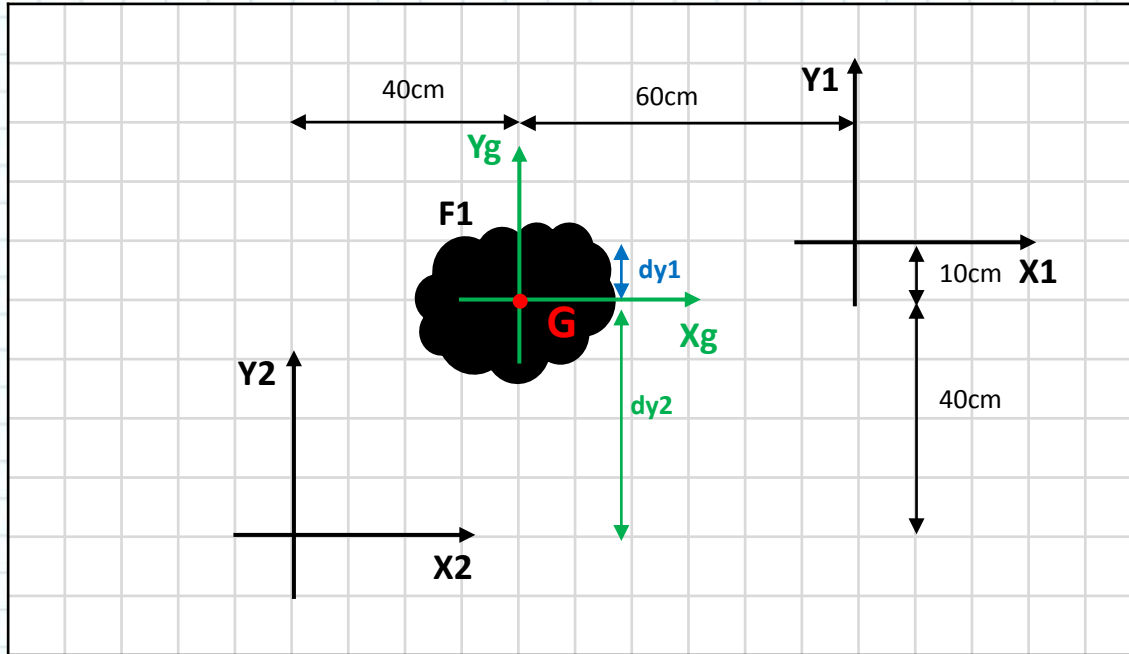
$$J_{X2}^{F1} = J_{Xg}^{F1} + d_{y2}^2 \cdot A^{F1}$$

$$J_{X1}^{F1} = J_{Xg}^{F1} + d_{y1}^2 \cdot A^{F1}$$

## Problema de geometría de las masas

Dados los momentos de inercia y centrífugo asociados a los ejes X1 e Y1 y el área, se pide:

- Verificar si el signo del momento centrífugo es correcto.
- Calcular los momentos de inercia asociados a los ejes X2 e Y2.
- Calcular el momento centrífugo asociados a los ejes X2 e Y2.



Datos:

$$J_{X1}^{F1} = 30100 \text{ cm}^4$$

$$J_{Y1}^{F1} = 1080100 \text{ cm}^4$$

$$J_{Y1X1}^{F1} = 180000 \text{ cm}^4$$

$$A^{F1} = 300 \text{ cm}^2$$

Recordemos el teorema de Steiner:

$$J_{X'}^{F1} = J_{X_g}^{F1} + d_y^2 \cdot A^{F1}$$

En nuestro caso:

$$J_{X2}^{F1} = J_{X_g}^{F1} + d_{y2}^2 \cdot A^{F1}$$

$$J_{X1}^{F1} = J_{X_g}^{F1} + d_{y1}^2 \cdot A^{F1}$$

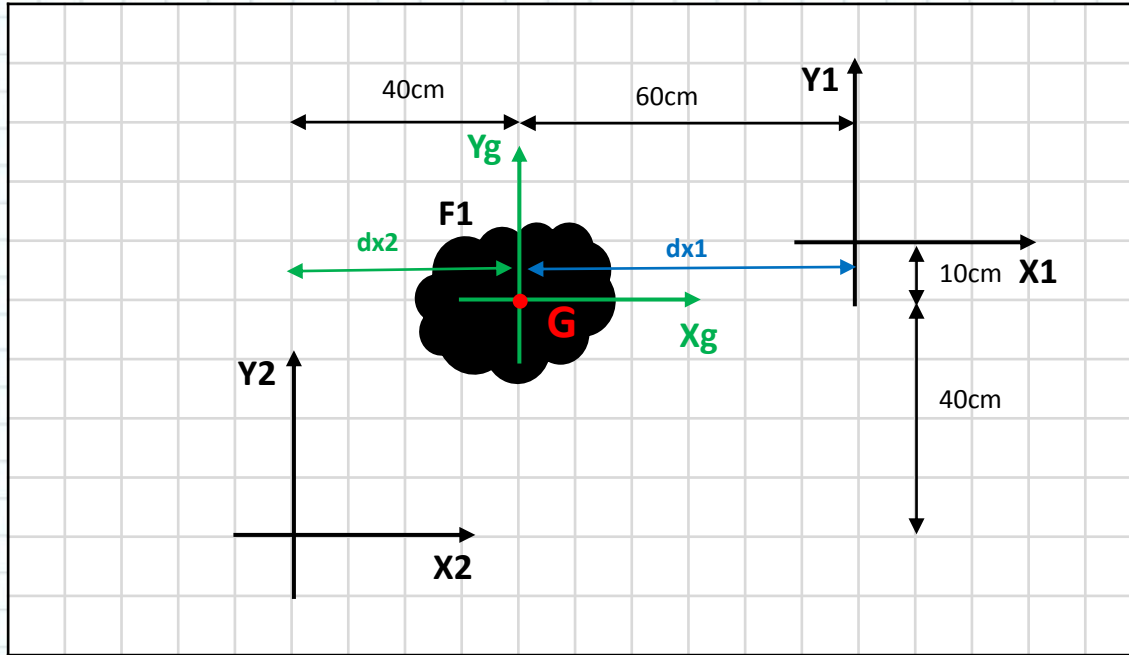
Dos ecuaciones con dos incógnitas. Podemos despejar  $J_{X2}$

$$J_{X2}^{F1} = J_{X1}^{F1} + d_{y2}^2 \cdot A^{F1} - d_{y1}^2 \cdot A^{F1} \quad J_{X2}^{F1} = 480100 \text{ cm}^4$$

## Problema de geometría de las masas

Dados los momentos de inercia y centrífugo asociados a los ejes X1 e Y1 y el área, se pide:

- Verificar si el signo del momento centrífugo es correcto.
- Calcular los momentos de inercia asociados a los ejes X2 e Y2.
- Calcular el momento centrífugo asociados a los ejes X2 e Y2.



Datos:

$$J_{X1}^{F1} = 30100 \text{ cm}^4$$

$$J_{Y1}^{F1} = 1080100 \text{ cm}^4$$

$$J_{Y1X1}^{F1} = 180000 \text{ cm}^4$$

$$A^{F1} = 300 \text{ cm}^2$$

Realizamos lo mismo  
para los ejes y:

$$J_{Y'}^{F1} = J_{Y_g}^{F1} + d_x^2 \cdot A^{F1}$$

En nuestro caso:

$$J_{Y2}^{F1} = J_{Y_g}^{F1} + d_{x2}^2 \cdot A^{F1}$$

$$J_{Y1}^{F1} = J_{Y_g}^{F1} + d_{x1}^2 \cdot A^{F1}$$

Dos ecuaciones con dos incógnitas. Podemos despejar  $J_{X2}$

$$J_{Y2}^{F1} = J_{Y1}^{F1} + d_{x2}^2 \cdot A^{F1} - d_{x1}^2 \cdot A^{F1} \quad J_{Y2}^{F1} = 480100 \text{ cm}^4$$



## Problema de geometría de las masas

Dados los momentos de inercia y centrífugo asociados a los ejes X1 e Y1 y el área, se pide:

- A) Verificar si el signo del momento centrífugo es correcto.
- B) Calcular los momentos de inercia asociados a los ejes X2 e Y2.
- C) Calcular el momento centrífugo asociados a los ejes X2 e Y2.

Datos:

$$J_{X1}^{F1} = 30100 \text{ cm}^4$$

$$J_{Y1}^{F1} = 1080100 \text{ cm}^4$$

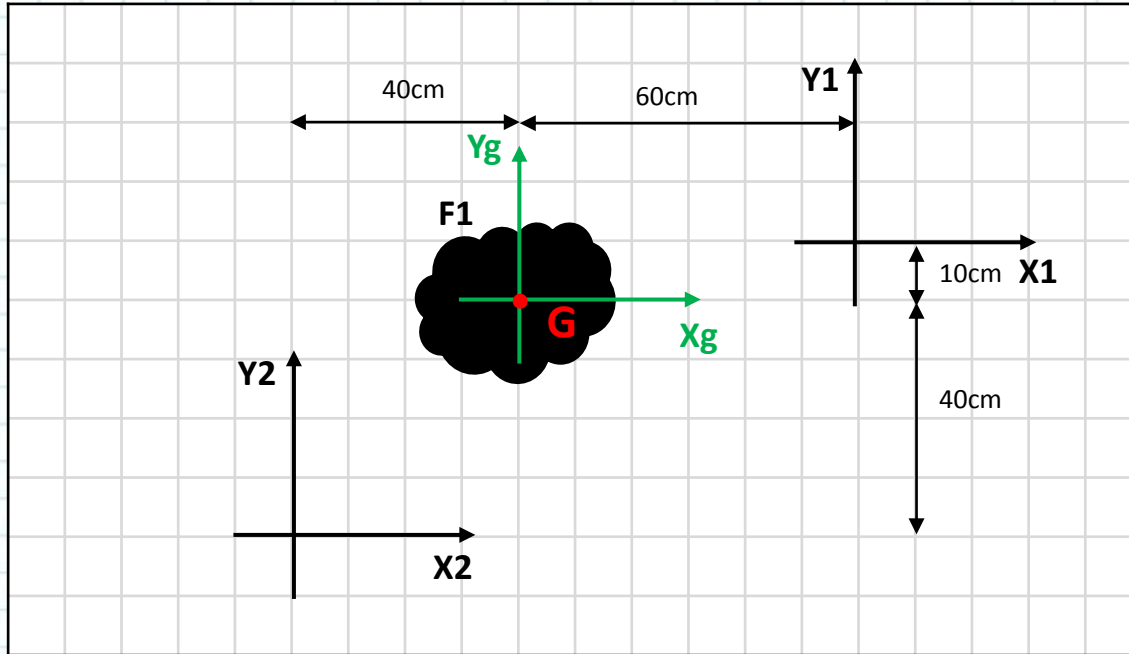
$$J_{Y1X1}^{F1} = 180000 \text{ cm}^4$$

$$A^{F1} = 300 \text{ cm}^2$$

TEMA

TP7

GEOMETRÍA  
DE LAS  
MASAS



F.I.U.B.A.  
D.T.O. ESTABILIDAD  
84.02 / 64.11  
ESTABILIDAD 1

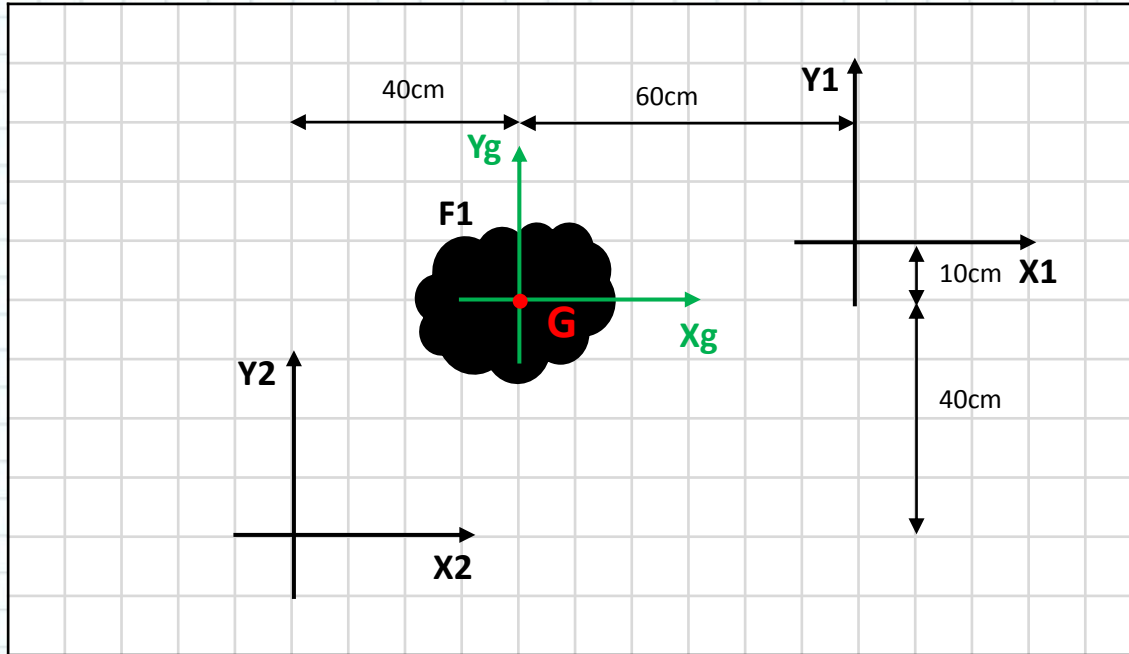
2 CUAT. 2020

CURSO 4  
PARENTE

## Problema de geometría de las masas

Dados los momentos de inercia y centrífugo asociados a los ejes X1 e Y1 y el área, se pide:

- A) Verificar si el signo del momento centrífugo es correcto.
- B) Calcular los momentos de inercia asociados a los ejes X2 e Y2.
- C) Calcular el momento centrífugo asociados a los ejes X2 e Y2.



Datos:

$$J_{X1}^{F1} = 30100 \text{ cm}^4$$

$$J_{Y1}^{F1} = 1080100 \text{ cm}^4$$

$$J_{Y1X1}^{F1} = 180000 \text{ cm}^4$$

$$A^{F1} = 300 \text{ cm}^2$$

**El teorema de Steiner  
nos dice que:**

$$J_{Y'X'}^{F1} = J_{X_g Y_g}^{F1} + d_x \cdot d_y \cdot A^{F1}$$

## Problema de geometría de las masas

Dados los momentos de inercia y centrífugo asociados a los ejes X1 e Y1 y el área, se pide:

- Verificar si el signo del momento centrífugo es correcto.
- Calcular los momentos de inercia asociados a los ejes X2 e Y2.
- Calcular el momento centrífugo asociados a los ejes X2 e Y2.

Datos:

$$J_{X1}^{F1} = 30100 \text{ cm}^4$$

$$J_{Y1}^{F1} = 1080100 \text{ cm}^4$$

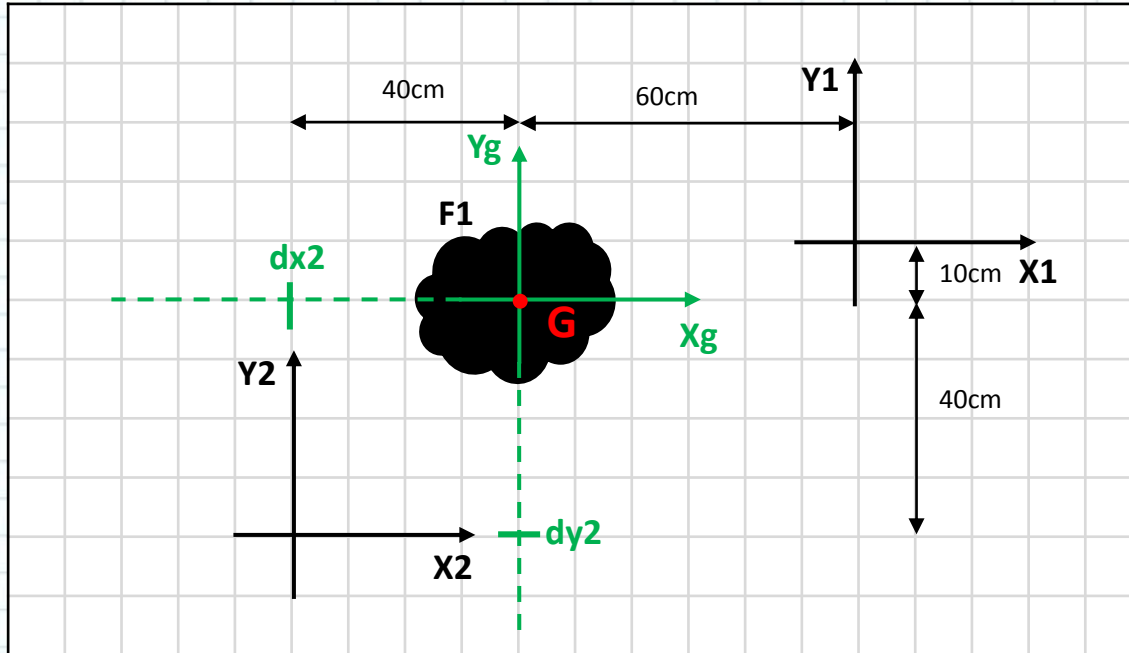
$$J_{Y1X1}^{F1} = 180000 \text{ cm}^4$$

$$A^{F1} = 300 \text{ cm}^2$$

TEMA

TP7

GEOMETRÍA  
DE LAS  
MASAS



**El teorema de Steiner nos dice que:**

$$J_{Y'X'}^{F1} = J_{X_g Y_g}^{F1} + d_x \cdot d_y \cdot A^{F1}$$

**En nuestro caso:**

$$J_{Y2X2}^{F1} = J_{X_g Y_g}^{F1} + d_{x2} \cdot d_{y2} \cdot A^{F1}$$

## Problema de geometría de las masas

Dados los momentos de inercia y centrífugo asociados a los ejes X1 e Y1 y el área, se pide:

- Verificar si el signo del momento centrífugo es correcto.
- Calcular los momentos de inercia asociados a los ejes X2 e Y2.
- Calcular el momento centrífugo asociados a los ejes X2 e Y2.

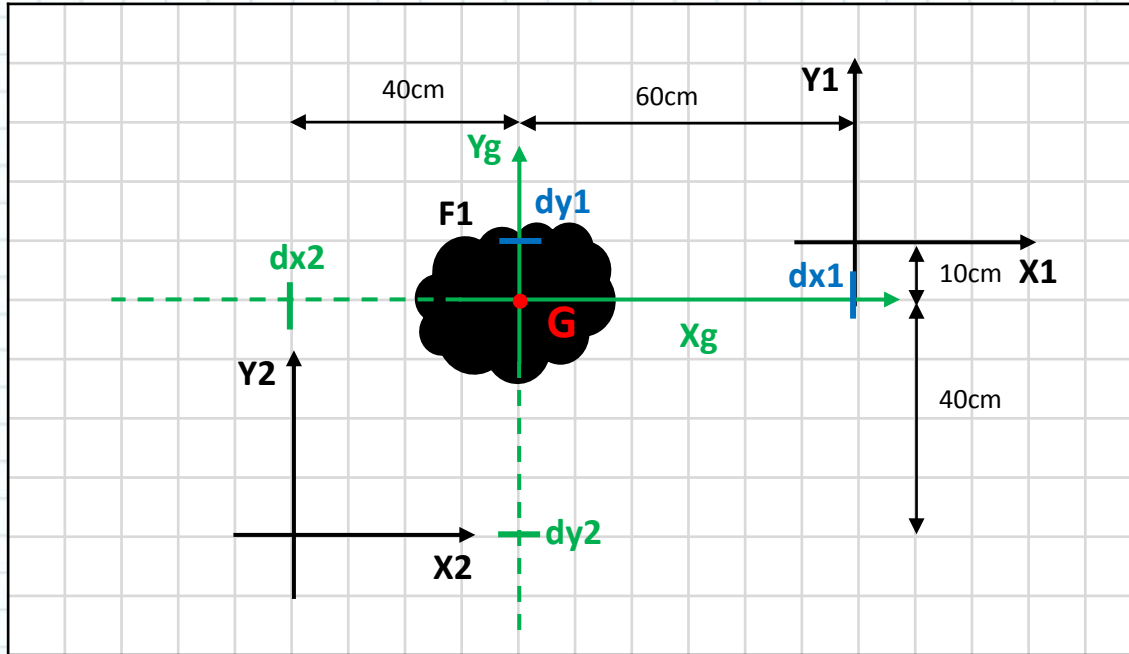
Datos:

$$J_{X1}^{F1} = 30100 \text{ cm}^4$$

$$J_{Y1}^{F1} = 1080100 \text{ cm}^4$$

$$J_{Y1X1}^{F1} = 180000 \text{ cm}^4$$

$$A^{F1} = 300 \text{ cm}^2$$



**El teorema de Steiner nos dice que:**

$$J_{Y'X'}^{F1} = J_{XgYg}^{F1} + d_x \cdot d_y \cdot A^{F1}$$

**En nuestro caso:**

$$J_{Y2X2}^{F1} = J_{XgYg}^{F1} + d_{x2} \cdot d_{y2} \cdot A^{F1}$$

$$J_{Y1X1}^{F1} = J_{XgYg}^{F1} + d_{x1} \cdot d_{y1} \cdot A^{F1}$$

## Problema de geometría de las masas

Dados los momentos de inercia y centrífugo asociados a los ejes X1 e Y1 y el área, se pide:

- Verificar si el signo del momento centrífugo es correcto.
- Calcular los momentos de inercia asociados a los ejes X2 e Y2.
- Calcular el momento centrífugo asociados a los ejes X2 e Y2.

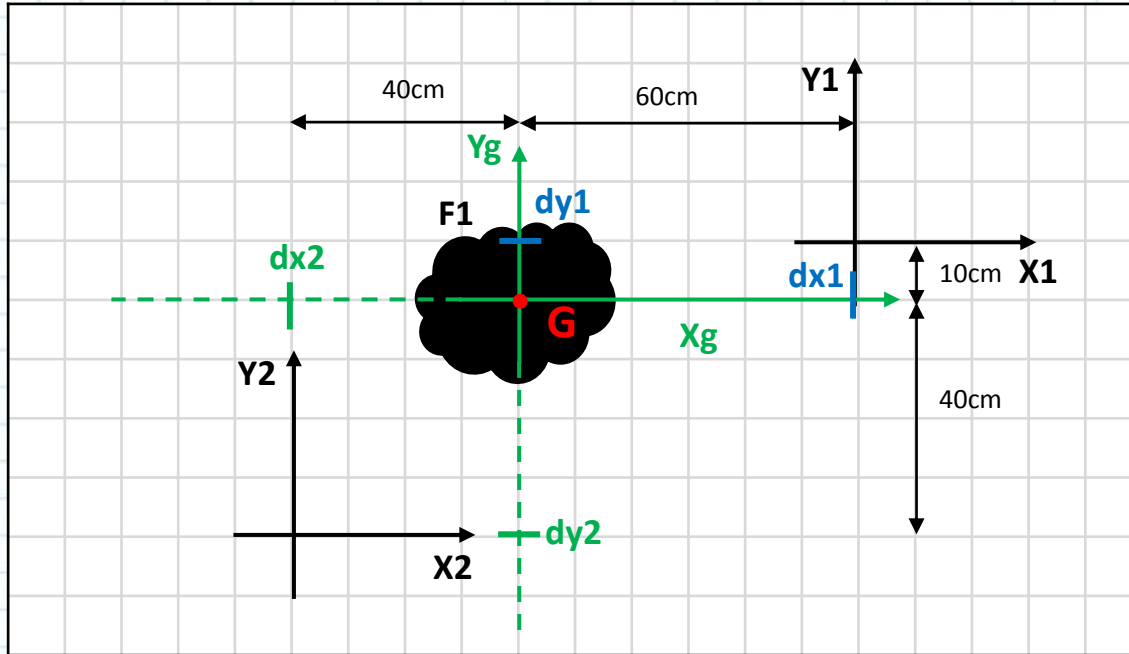
Datos:

$$J_{X1}^{F1} = 30100 \text{ cm}^4$$

$$J_{Y1}^{F1} = 1080100 \text{ cm}^4$$

$$J_{Y1X1}^{F1} = 180000 \text{ cm}^4$$

$$A^{F1} = 300 \text{ cm}^2$$



**El teorema de Steiner nos dice que:**

$$J_{Y'X'}^{F1} = J_{XgYg}^{F1} + d_x \cdot d_y \cdot A^{F1}$$

**En nuestro caso:**

$$J_{Y2X2}^{F1} = J_{XgYg}^{F1} + d_{x2} \cdot d_{y2} \cdot A^{F1}$$

$$J_{Y1X1}^{F1} = J_{XgYg}^{F1} + d_{x1} \cdot d_{y1} \cdot A^{F1}$$

Dos ecuaciones con dos incógnitas. Podemos despejar  $J_{Y2X2}$

$$J_{Y2X2}^{F1} = J_{X1Y1}^{F1} + d_{x2} \cdot d_{y2} \cdot A^{F1} - d_{x2} \cdot d_{y2} \cdot A^{F1} \quad J_{Y2X2}^{F1} = 480000 \text{ cm}^4$$