

OBJETIVOS DEL CAPÍTULO

- Mostrar cómo usar el método de las secciones para determinar las cargas internas en un miembro.
- Generalizar este procedimiento formulando ecuaciones que puedan ser graficadas de manera que describan la fuerza interna cortante y el momento en todo un miembro.
- Analizar las fuerzas y estudiar la geometría de cables que soportan una carga.

7.1 Fuerzas internas desarrolladas en miembros estructurales

El diseño de cualquier miembro estructural o mecánico requiere un estudio de la carga que actúa dentro de él para asegurarnos de que el material puede resistir esta carga. Las cargas internas pueden ser determinadas usando el *método de las secciones*. Para ilustrar el procedimiento, considere la viga "soportada simplemente" que muestra la figura 7-1a, la cual está sometida a las fuerzas F_1 y F_2 y a las *reacciones de soporte* A_x , A_y y B_y , figura 7-1b. Si las *cargas internas* que actúan en la sección transversal en el punto C deben ser determinadas, entonces se pasa por la viga una sección imaginaria, cortándola en dos segmentos. Al hacer esto, las cargas internas en la sección se vuelven *externas* en el diagrama de cuerpo libre de

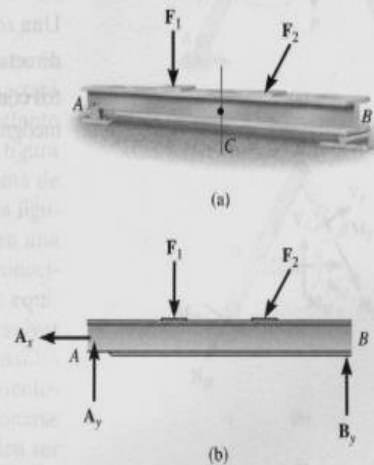


Fig. 7-1

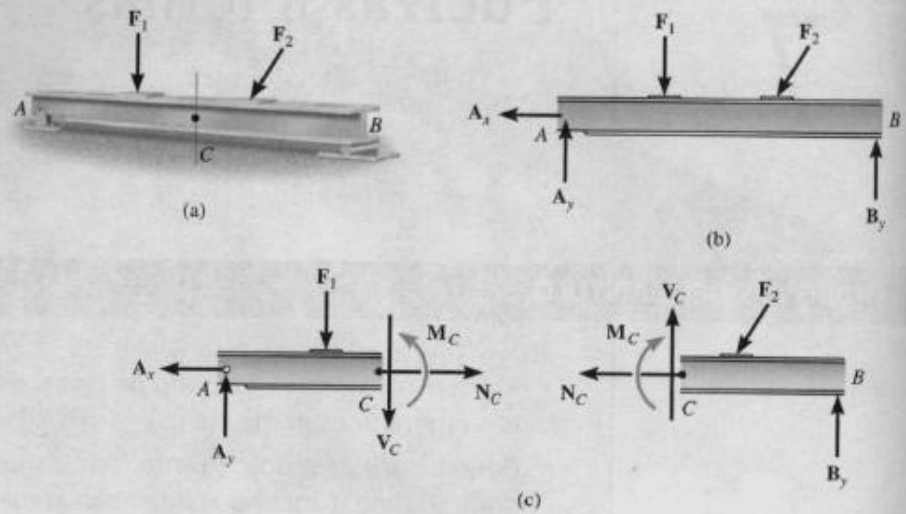


Fig. 7-1

cada segmento, figura 7-1c. Como ambos segmentos (AC y CB) estaban en equilibrio *antes* de seccionar la viga, el equilibrio de cada segmento es mantenido siempre que en la sección sean desarrollados componentes rectangulares de fuerza N_C y V_C y un momento de par resultante M_C . Observe que esas cargas deben ser iguales en magnitud y opuestas en dirección en cada uno de los segmentos (Tercera ley de Newton). La magnitud de cada una de esas cargas puede ser determinada ahora aplicando las tres ecuaciones de equilibrio a cualquiera de los segmentos AC o CB . Una *solución directa* para N_C resulta de aplicar $\Sigma F_x = 0$; V_C se obtiene directamente a partir de $\Sigma F_y = 0$; y M_C es determinado sumando momentos con respecto al punto C , $\Sigma M_C = 0$, para eliminar los momentos de las incógnitas N_C y V_C .

Para ahorrar material, las vigas usadas para soportar el techo de esta estructura fueron abusadas ya que la carga del techo produce un mayor momento interno en los centros de las vigas que en sus extremos.



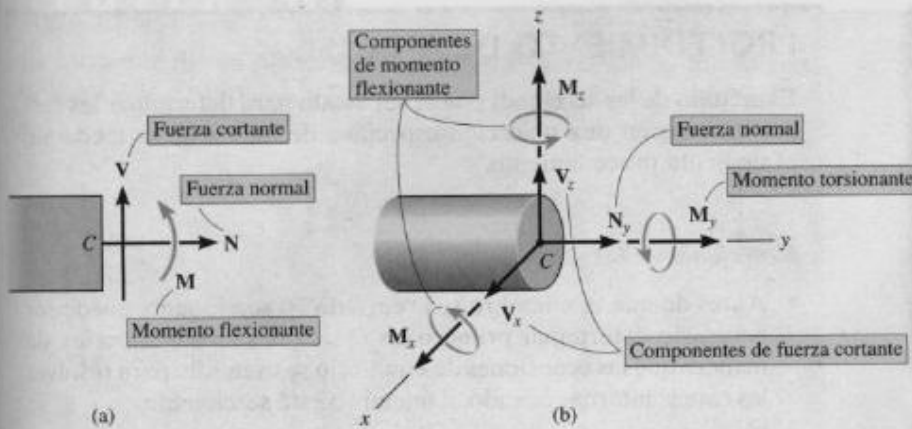


Fig. 7-2

En mecánica, las componentes de fuerzas N , actuando normalmente a la viga en la sección cortada, y V , actuando tangencialmente a la sección, son llamadas la *fuerza normal o axial* y la *fuerza cortante*, respectivamente. El momento de par M se denomina *momento flexionante*, figura 7-2a. En tres dimensiones, una fuerza interna general y un momento de par resultante actuarán en la sección. Las componentes x, y, z de esas cargas se muestran en la figura 7-2b. Aquí, N_y es la *fuerza normal*, y V_x y V_z son las *componentes de la fuerza cortante*. M_y es un *momento torsionante*, y M_x y M_z son *componentes del momento flexionante*. En la mayoría de las aplicaciones, esas *cargas resultantes* actúan en el centro geométrico o centroide (C) del área de la sección transversal de la sección. Aunque por lo general la magnitud de cada carga será diferente en varios puntos a lo largo del eje del miembro, el método de las secciones simple puede ser usado para determinar sus valores.

Diagramas de cuerpo libre. Como los bastidores y las máquinas están compuestos de *miembros multifuerza*, cada uno de esos miembros estará generalmente sometido a cargas internas de los tipos normal, cortante y flexionante. Por ejemplo, considere el bastidor mostrado en la figura 7-3a. Si se pasa la sección en azul H, G y F , el resultante diagrama de cuerpo libre de la porción superior de esta sección se muestra en la figura 7-3b. En cada punto donde un miembro es seccionado existen una fuerza normal, una fuerza cortante y un momento flexionante desconocidos. En consecuencia, no podemos aplicar las *tres ecuaciones de equilibrio* a esta sección para obtener esas *nueve incógnitas*.^{*} Para resolver este problema debemos *desmembrar primero* el bastidor y determinar las reacciones en las conexiones de los miembros usando los procedimientos de la sección 6.6. Una vez hecho esto, *cada miembro* podrá seccionarse en su punto apropiado, y las tres ecuaciones de equilibrio pueden ser aplicadas entonces para determinar N, V y M . Por ejemplo, el diagrama de cuerpo libre del segmento DG , figura 7-3c, puede usarse para determinar las cargas internas en G siempre que se conozcan las reacciones del pasador D_x y D_y .

^{*}Recuerde que este método de análisis funcionó bien para armaduras ya que los miembros de armaduras son *miembros rectos de dos fuerzas* que soportan sólo una carga axial o normal.

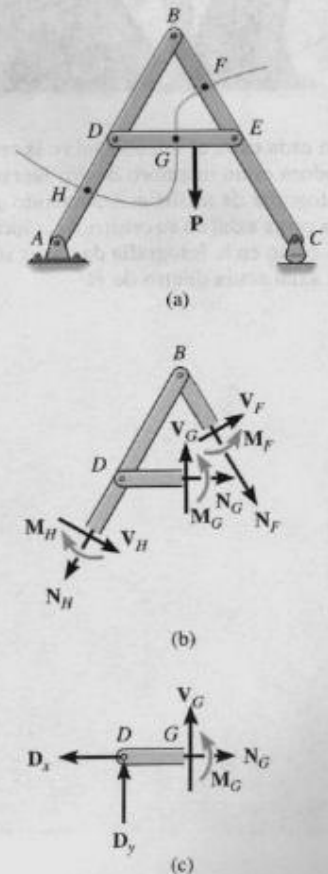
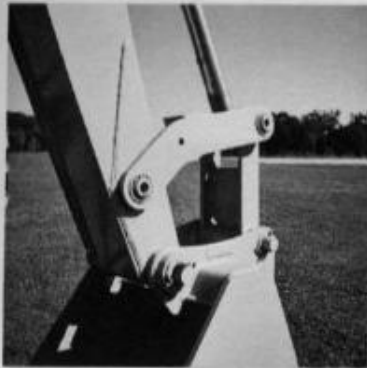


Fig. 7-3



En cada caso, el eslabón sobre la retroexcavadora es un miembro de dos fuerzas. En la fotografía de arriba está sometido a flexión y a carga axial en su centro. Al colocarlo recto, como en la fotografía de abajo, sólo fuerza axial actúa dentro de él.



PROCEDIMIENTO DE ANÁLISIS

El método de las secciones puede ser usado para determinar las cargas internas en una ubicación específica de un miembro mediante el siguiente procedimiento.

Reacciones en los soportes.

- Antes de que el miembro sea "cortado" o seccionado, puede ser necesario determinar primero las reacciones en sus soportes, de manera que las ecuaciones de equilibrio se usen sólo para resolver las cargas internas cuando el miembro esté seccionado.
- Si el miembro es parte de un bastidor o de una máquina, las reacciones en sus conexiones son determinadas usando los métodos de la sección 6.6.

Diagrama de cuerpo libre.

- Mantenga todas las cargas distribuidas, momentos de par y fuerzas que estén actuando sobre el miembro en sus *ubicaciones exactas*, luego pase una sección imaginaria por el miembro, perpendicularmente a su eje en el punto en que la carga interna va a ser determinada.
- Después de realizar la sección, trace un diagrama de cuerpo libre del segmento que tenga el menor número de cargas, e indique las componentes x , y , z de las resultantes de fuerza y los momentos de par en la sección.
- Si el miembro está sometido a un sistema *coplanar* de fuerzas, sólo N , V y M actúan en la sección.
- En muchos casos puede ser posible decir por inspección el sentido correcto de las cargas desconocidas; sin embargo, si esto resulta difícil, el sentido puede ser supuesto.

Ecuaciones de equilibrio.

- Los momentos deben ser sumados en la sección con respecto a ejes que pasen por el *centroide* o centro geométrico del área transversal del miembro para eliminar las fuerzas normal y cortante desconocidas y con ello obtener soluciones directas para las componentes de momento.
- Si la solución de las ecuaciones de equilibrio resulta en un escalar negativo, el sentido supuesto de la cantidad es contrario al mostrado en el diagrama de cuerpo libre.

EJEMPLO 7.1

La barra está fija en sus extremos y está cargada como se muestra en la figura 7-4a. Determine la fuerza normal interna en los puntos B y C.

Solución

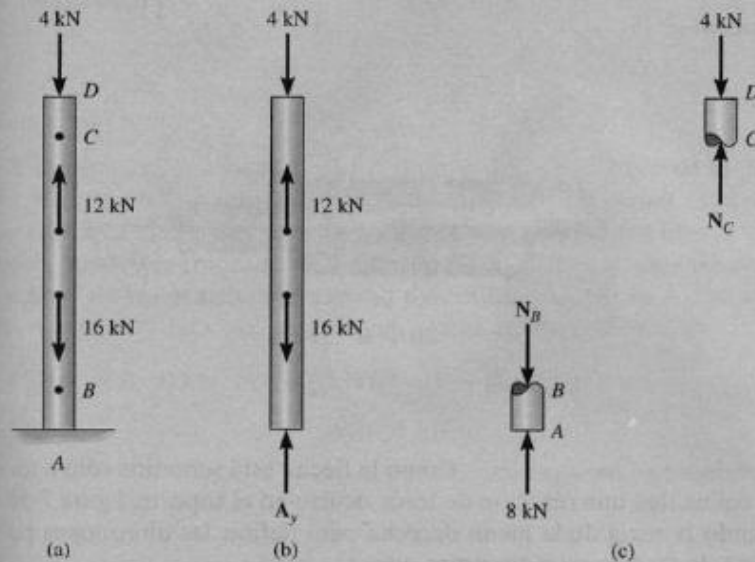


Fig. 7-4

Reacciones en los soportes. Un diagrama de cuerpo libre de toda la barra se muestra en la figura 7-4b. Por inspección, sólo una fuerza normal A_y actúa en el soporte fijo ya que las cargas están aplicadas simétricamente a lo largo del eje de la barra. ($A_x = 0$, $M_A = 0$.)

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0; \quad A_y - 16 \text{ kN} + 12 \text{ kN} - 4 \text{ kN} = 0 \quad A_y = 8 \text{ kN}$$

Diagramas de cuerpo libre. Las fuerzas internas en B y C se encontrarán mediante los diagramas de cuerpo libre de la barra seccionada que muestra la figura 7-4c. Ninguna fuerza cortante o momento actúan sobre las secciones ya que no son requeridos por equilibrio. En particular, los segmentos AB y DC serán elegidos aquí, ya que contienen el menor número de fuerzas.

Ecuaciones de equilibrio.

Segmento AB

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0; \quad 8 \text{ kN} - N_B = 0 \quad N_B = 8 \text{ kN} \quad \text{Resp.}$$

Segmento DC

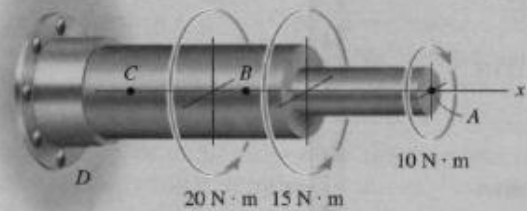
$$+\uparrow \Sigma F_y = 0; \quad N_C - 4 \text{ kN} = 0 \quad N_C = 4 \text{ kN} \quad \text{Resp.}$$

Trate de resolver este problema de la siguiente manera: Determine N_B a partir del segmento BD. (Observe que este enfoque *no requiere* solución para la reacción de soporte en A). Usando el resultado para N_B , aisle el segmento BC para determinar N_C .

EJEMPLO 7.2

La flecha circular está sometida a tres torcas concentradas como se muestra en la figura 7-5a. Determine las torcas internas en los puntos B y C .

Solución

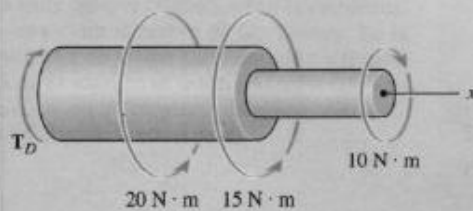


(a)

Reacciones en los soportes. Como la flecha está sometida sólo a torcas colineales, una reacción de torca ocurre en el soporte, figura 7-5b. Usando la regla de la mano derecha para definir las direcciones positivas de las torcas, requerimos que

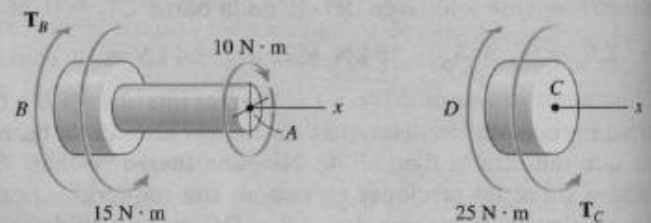
$$\Sigma M_x = 0; \quad -10 \text{ N}\cdot\text{m} + 15 \text{ N}\cdot\text{m} + 20 \text{ N}\cdot\text{m} - T_D = 0$$

$$T_D = 25 \text{ N}\cdot\text{m}$$



(b)

Fig. 7-5



(c)

Diagramas de cuerpo libre. Las torcas internas en B y C se encontrarán usando los diagramas de cuerpo libre de los segmentos de flecha AB y CD mostrados en la figura 7-5c.

Ecuaciones de equilibrio. Aplicando la ecuación de equilibrio de momentos a lo largo del eje de la flecha, tenemos

Segmento AB

$$\Sigma M_x = 0; \quad -10 \text{ N}\cdot\text{m} + 15 \text{ N}\cdot\text{m} - T_B = 0 \quad T_B = 5 \text{ N}\cdot\text{m} \quad \text{Resp.}$$

Segmento CD

$$\Sigma M_x = 0; \quad T_C - 25 \text{ N}\cdot\text{m} = 0 \quad T_C = 25 \text{ N}\cdot\text{m} \quad \text{Resp.}$$

Trate de encontrar a T_C usando el segmento CA . Observe que este enfoque *no requiere* una solución para la reacción del soporte en D .

EJEMPLO 7.3

La viga soporta la carga mostrada en la figura 7-6a. Determine la fuerza normal interna, la fuerza cortante y el momento flexionante que actúan justo a la izquierda, punto B , y justo a la derecha, punto C , de la fuerza de 6 kN.

Solución

Reacciones en los soportes. El diagrama de cuerpo libre de la viga se muestra en la figura 7-6b. Al determinar las *reacciones externas*, observe que el momento de par de $9 \text{ kN} \cdot \text{m}$ es un vector libre, y por tanto, puede ser colocado en *cualquier parte* en el diagrama de cuerpo libre de la viga completa. Aquí determinaremos sólo A_y , ya que los segmentos AB y AC serán usados para efectuar el análisis.

$$\downarrow + \Sigma M_D = 0; \quad 9 \text{ kN} \cdot \text{m} + (6 \text{ kN})(6 \text{ m}) - A_y(9 \text{ m}) = 0$$

$$A_y = 5 \text{ kN}$$

Diagramas de cuerpo libre. Los diagramas de cuerpo libre de los segmentos izquierdos AB y AC de la viga están mostrados en las figuras 7-6c y 7-6d. En este caso, el momento de par de $9 \text{ kN} \cdot \text{m}$ *no se incluye* en esos diagramas ya que debe ser mantenido en su *posición original* hasta *después* que se hace la sección y el apropiado cuerpo es aislado. En otras palabras, los diagramas de cuerpo libre de los segmentos izquierdos de la viga no muestran el momento de par ya que este momento realmente no actúa sobre esos segmentos.

Ecuaciones de equilibrio.
Segmento AB

$$\rightarrow \Sigma F_x = 0; \quad N_B = 0 \quad \text{Resp.}$$

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0; \quad 5 \text{ kN} - V_B = 0 \quad V_B = 5 \text{ kN} \quad \text{Resp.}$$

$$\downarrow + \Sigma M_B = 0; \quad -(5 \text{ kN})(3 \text{ m}) + M_B = 0 \quad M_B = 15 \text{ kN} \cdot \text{m} \quad \text{Resp.}$$

Segmento AC

$$\rightarrow \Sigma F_x = 0; \quad N_C = 0 \quad \text{Resp.}$$

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0; \quad 5 \text{ kN} - 6 \text{ kN} + V_C = 0 \quad V_C = 1 \text{ kN} \quad \text{Resp.}$$

$$\downarrow + \Sigma M_C = 0; \quad -(5 \text{ kN})(3 \text{ m}) + M_C = 0 \quad M_C = 15 \text{ kN} \cdot \text{m} \quad \text{Resp.}$$

Aquí el brazo de momento para la fuerza de 5 kN en ambos casos es aproximadamente de 3 m ya que B y C son “casi” coincidentes.

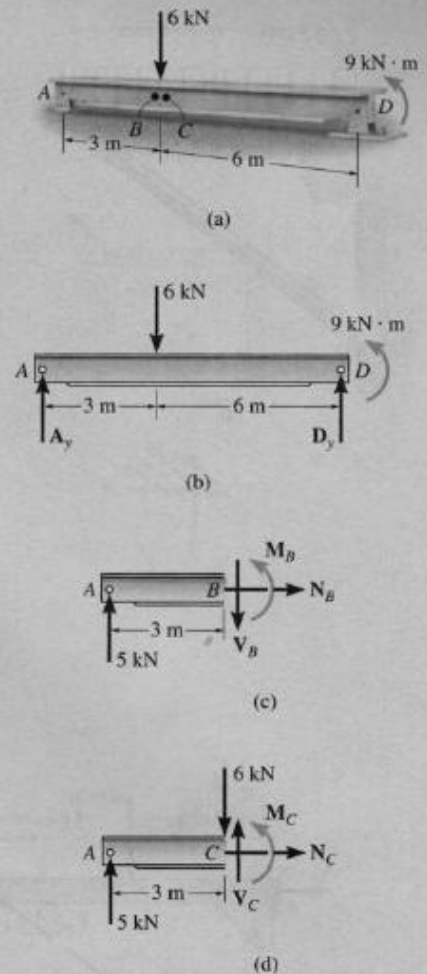
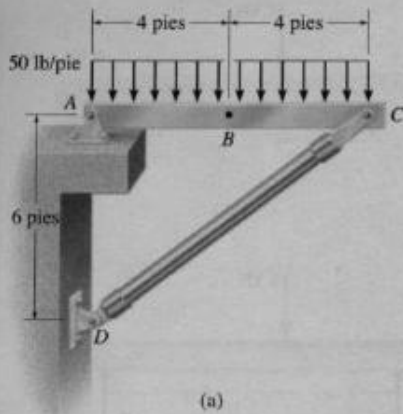


Fig. 7-6

EJEMPLO 7.4



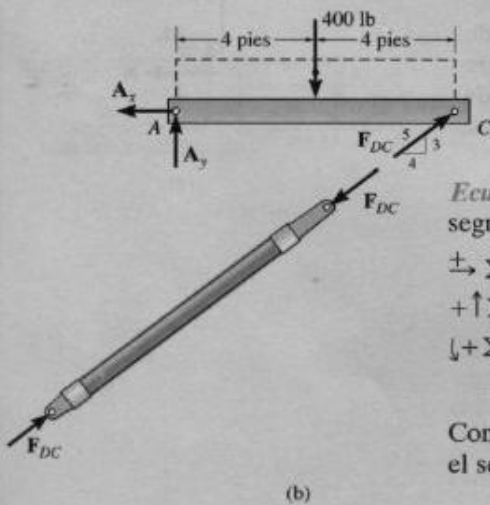
Determine la fuerza interna normal, la fuerza cortante y el momento flexionante que actúan en el punto B de la estructura de dos miembros mostrada en la figura 7-7a.

Solución

Reacciones en los soportes. Un diagrama de cuerpo libre de cada miembro se muestra en la figura 7-7b. Como CD es un miembro de dos fuerzas, las ecuaciones de equilibrio tienen que aplicarse sólo al miembro AC.

$$\begin{aligned} \downarrow + \Sigma M_A = 0; & \quad -400 \text{ lb}(4 \text{ pies}) + \left(\frac{3}{5}\right)F_{DC}(8 \text{ pies}) = 0 & \quad F_{DC} = 333.3 \text{ lb} \\ \rightarrow \Sigma F_x = 0; & \quad -A_x + \left(\frac{4}{5}\right)(333.3 \text{ lb}) = 0 & \quad A_x = 266.7 \text{ lb} \\ \uparrow \Sigma F_y = 0; & \quad A_y - 400 \text{ lb} + \frac{3}{5}(333.3 \text{ lb}) = 0 & \quad A_y = 200 \text{ lb} \end{aligned}$$

Diagramas de cuerpo libre. Pasando una sección imaginaria perpendicular al eje del miembro AC a través del punto B se obtienen los diagramas de cuerpo libre de los segmentos AB y BC mostrados en la figura 7-7c. Al construir esos diagramas, es importante mantener la carga distribuida exactamente como está hasta después de que se haga la sección. Sólo entonces puede ser reemplazada por una sola fuerza resultante. ¿Por qué? Observe también que N_B , V_B y M_B actúan con igual magnitud pero sentido opuesto sobre cada segmento (Tercera ley de Newton).



Ecuaciones de equilibrio. Aplicando las ecuaciones de equilibrio al segmento AB, tenemos

$$\begin{aligned} \rightarrow \Sigma F_x = 0; & \quad N_B - 266.7 \text{ lb} = 0 & \quad N_B = 267 \text{ lb} \quad \text{Resp.} \\ \uparrow \Sigma F_y = 0; & \quad 200 \text{ lb} - 200 \text{ lb} - V_B = 0 & \quad V_B = 0 \quad \text{Resp.} \\ \downarrow + \Sigma M_B = 0; & \quad M_B - 200 \text{ lb}(4 \text{ pies}) + 200 \text{ lb}(2 \text{ pies}) = 0 \\ & \quad M_B = 400 \text{ lb} \cdot \text{pies} & \quad \text{Resp.} \end{aligned}$$

Como un ejercicio, trate de obtener esos mismos resultados usando el segmento BC.

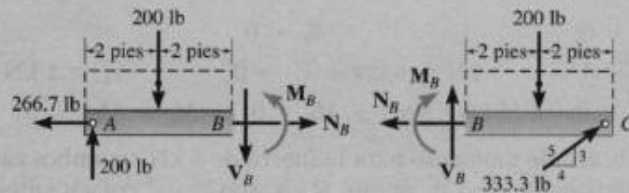
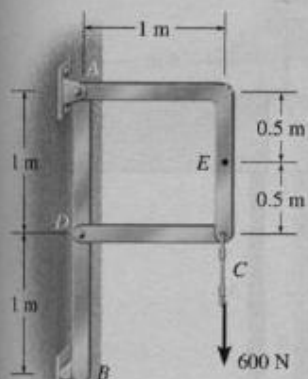


Fig. 7-7

(c)

EJEMPLO 7.5

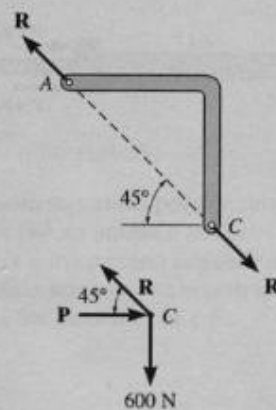
Determine la fuerza normal, la fuerza cortante y el momento flexionante que actúan en el punto E de la estructura cargada como se muestra en la figura 7-8a.



(a)



(b)


Solución

Reacciones en los soportes. Por inspección, los miembros AC y CD son miembros de dos fuerzas, figura 7-8b. Para determinar las cargas internas en E , primero debemos determinar la fuerza R en el extremo del miembro AC . Para hacer esto debemos analizar el equilibrio del pasador colocado en C . ¿Por qué?

Sumando fuerzas en la dirección vertical sobre el pasador, figura 7-8b, tenemos

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0; \quad R \sin 45^\circ - 600 \text{ N} = 0 \quad R = 848.5 \text{ N}$$

Diagrama de cuerpo libre. El diagrama de cuerpo libre del segmento CE se muestra en la figura 7-8c.

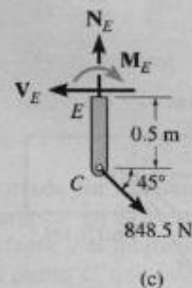
Ecuaciones de equilibrio.

$$\rightarrow \Sigma F_x = 0; \quad 848.5 \cos 45^\circ \text{ N} - V_E = 0 \quad V_E = 600 \text{ N} \quad \text{Resp.}$$

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0; \quad -848.5 \sin 45^\circ \text{ N} + N_E = 0 \quad N_E = 600 \text{ N} \quad \text{Resp.}$$

$$\curvearrowright \Sigma M_E = 0; \quad 848.5 \cos 45^\circ \text{ N}(0.5 \text{ m}) - M_E = 0 \quad M_E = 300 \text{ N} \cdot \text{m} \quad \text{Resp.}$$

Estos resultados indican un diseño pobre. El miembro AC debería ser *recto* (de A a C) para que la flexión dentro del miembro se *elimine*. Si AC fuera recto entonces la fuerza interna generaría sólo tensión en el miembro. Vea el ejemplo 6.21.

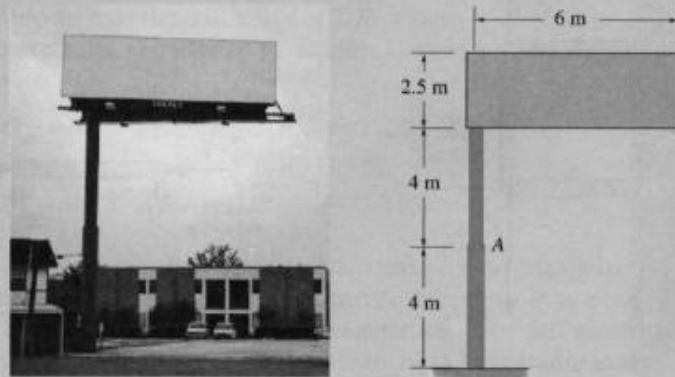


(c)

Fig. 7-8

EJEMPLO 7.6

El letrero uniforme mostrado en la figura 7-9a tiene una masa de 650 kg y está soportado mediante la columna empotrada. Los códigos de diseño indican que la carga de viento máxima uniforme esperada que ocurrirá en el área donde el letrero está localizado es de 900 Pa. Determine las cargas internas en A.



(a)

(b)

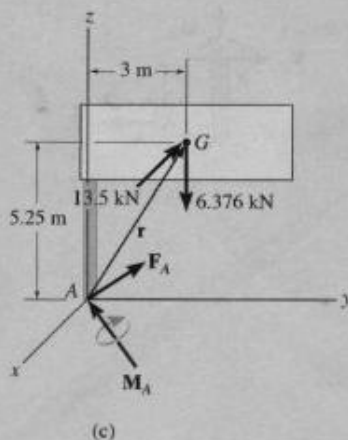


Fig. 7-9

Solución

El modelo idealizado para el letrero se muestra en la figura 7-9b, indicando las dimensiones necesarias. Podemos considerar el diagrama de cuerpo libre de una sección arriba del punto A ya que ahí no aparecen las reacciones de soporte.

Diagrama de cuerpo libre. El letrero tiene un peso de $W = 650(9.81) = 6.376$ kN, y el viento genera una fuerza resultante de $F_w = 900 \text{ N/m}^2(6 \text{ m})(2.5 \text{ m}) = 13.5$ kN que es perpendicular a la cara del letrero. Estas cargas se muestran en el diagrama de cuerpo libre, figura 7-9c.

Ecuaciones de equilibrio. Como el problema es tridimensional, usaremos un análisis vectorial.

$$\Sigma \mathbf{F} = \mathbf{0}; \quad \mathbf{F}_A - 13.5\mathbf{i} - 6.376\mathbf{k} = \mathbf{0}$$

$$\mathbf{F}_A = \{13.5\mathbf{i} + 6.38\mathbf{k}\} \text{ kN}$$

Resp.

$$\Sigma \mathbf{M}_A = \mathbf{0}; \quad \mathbf{M}_A + \mathbf{r} \times (\mathbf{F}_w + \mathbf{W}) = \mathbf{0}$$

$$\mathbf{M}_A + \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 0 & 3 & 5.25 \\ -13.5 & 0 & 6.376 \end{vmatrix} = \mathbf{0}$$

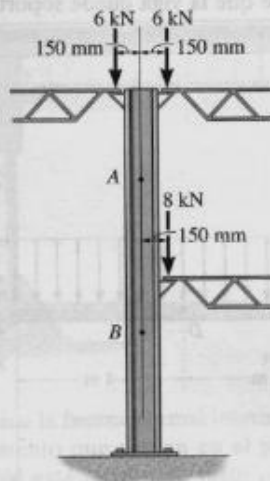
$$\mathbf{M}_A = \{-19.1\mathbf{i} + 70.9\mathbf{j} + 40.5\mathbf{k}\} \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Resp.

Aquí $\mathbf{F}_{A_z} = \{6.38\mathbf{k}\}$ kN representa la fuerza normal N , mientras que $\mathbf{F}_{A_x} = \{13.5\mathbf{i}\}$ kN es la fuerza cortante. El momento torsionante es $\mathbf{M}_{A_z} = \{40.5\mathbf{k}\}$ kN · m, y el momento flexionante es determinado a partir de sus componentes $\mathbf{M}_{A_x} = \{-19.1\mathbf{i}\}$ kN · m y $\mathbf{M}_{A_y} = \{-70.9\mathbf{j}\}$ kN · m; se obtiene entonces, $M_b = \sqrt{M_x^2 + M_y^2}$.

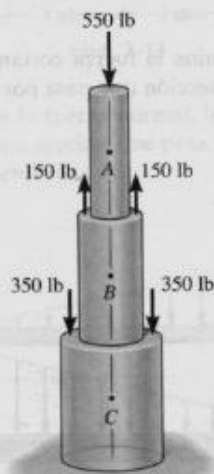
PROBLEMAS

7-1. La columna está empotrada en el suelo y es sometida a las cargas mostradas. Determine la fuerza interna normal, la fuerza cortante y el momento en los puntos *A* y *B*.



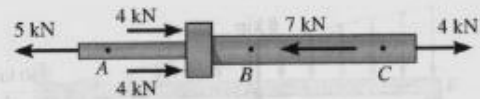
Prob. 7-1

7-2. La barra está sometida a las fuerzas mostradas. Determine la fuerza normal interna en los puntos *A*, *B* y *C*.



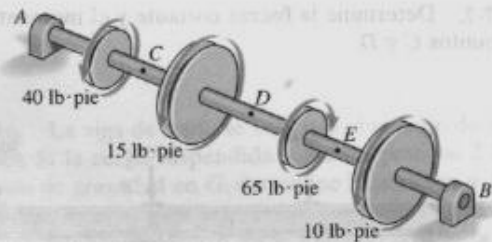
Prob. 7-2

7-3. Las fuerzas actúan sobre la flecha mostrada. Determine la fuerza normal interna en los puntos *A*, *B* y *C*.



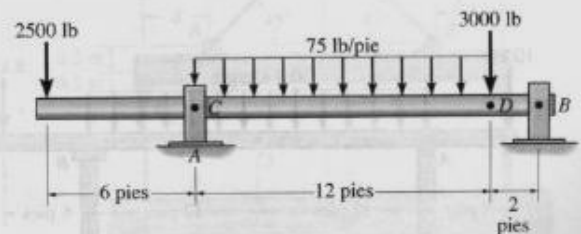
Prob. 7-3

*7-4. La flecha está soportada por dos chumaceras lisas, *A* y *B*. Las cuatro poleas unidas a la flecha se usan para transmitir potencia a maquinaria adyacente. Si las torcas aplicadas a las poleas son como se muestra, determine las torcas internas en los puntos *C*, *D* y *E*.



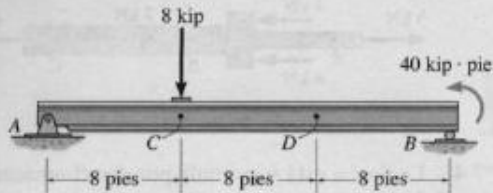
Prob. 7-4

7-5. La flecha está soportada por una chumacera lisa en *A* y una chumacera de empuje en *B*. Determine la fuerza normal, la fuerza cortante y el momento en una sección que pasa por (a) el punto *C*, que está justo a la derecha de la chumacera en *A*, y (b) el punto *D*, el cual está justo a la izquierda de la fuerza de 3000 lb.



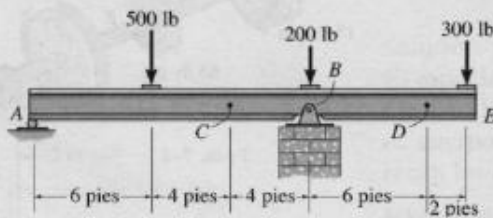
Prob. 7-5

7-6. Determine la fuerza normal interna, la fuerza cortante y el momento flexionante en la viga en los puntos *C* y *D*. Suponga que el soporte en *B* es un rodillo. El punto *C* está localizado justo a la derecha de la carga de 8 kips.



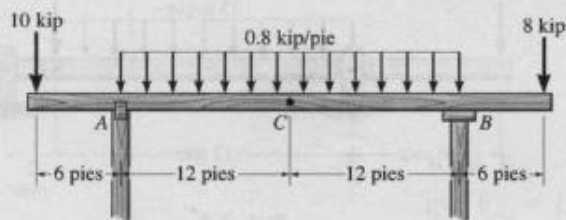
Prob. 7-6

7-7. Determine la fuerza cortante y el momento en los puntos *C* y *D*.



Prob. 7-7

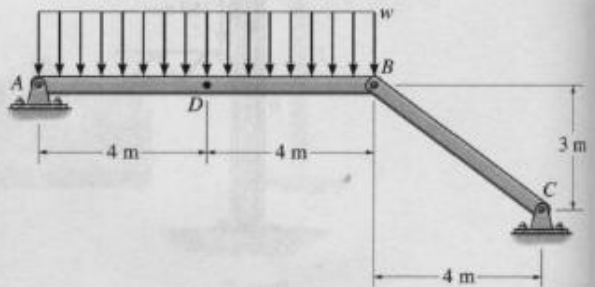
7-8. Determine la fuerza normal, la fuerza cortante y el momento en una sección que pasa por el punto *C*. Suponga que el soporte en *A* puede ser aproximado mediante un pasador y el soporte en *B* como un rodillo.



Prob. 7-8

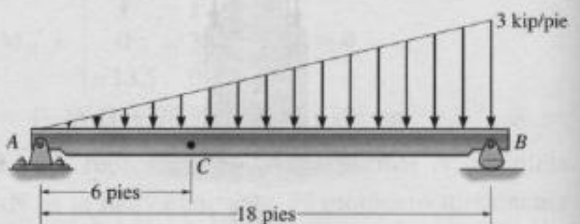
7-9. Determine la fuerza normal, la fuerza cortante y el momento en una sección que pasa por el punto *D*. Considere $w = 150 \text{ N/m}$.

7-10. La viga *AB* fallará si el momento interno máximo en *D* alcanza el valor de $800 \text{ N} \cdot \text{m}$, o si la fuerza normal en el miembro *BC* alcanza los 1500 N . Determine la carga w más grande que la viga puede soportar.



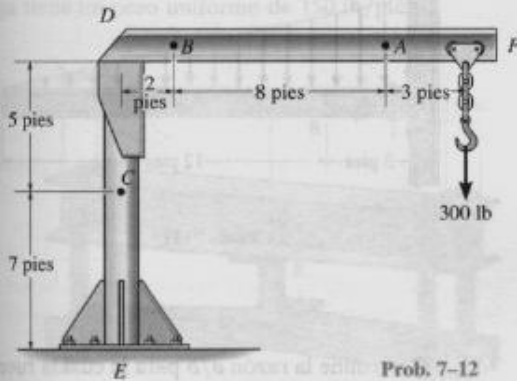
Probs. 7-9/10

7-11. Determine la fuerza cortante y el momento que actúa en una sección que pasa por el punto *C* en la viga.



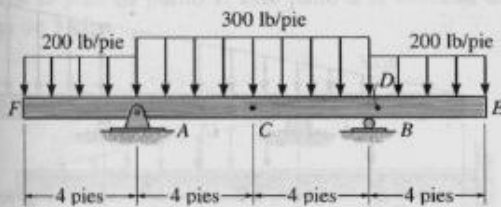
Prob. 7-11

7-12. El pescante DF de la grúa y la columna DE tienen un peso uniforme de 50 lb/pie . Si el gancho y su carga pesan 300 lb , determine la fuerza normal, la fuerza cortante y el momento en la grúa en secciones que pasan por los puntos A , B y C . *Sugerencia:* (Trate la punta del pescante, más allá del gancho, sin peso).



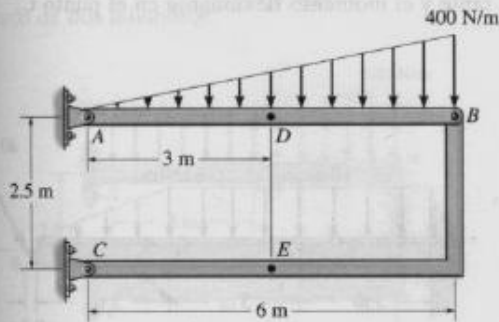
Prob. 7-12

7-13. Determine la fuerza normal interna, la fuerza cortante y el momento que actúan en el punto C y en el punto D , el cual está localizado justo a la derecha del soporte de rodillo ubicado en B .



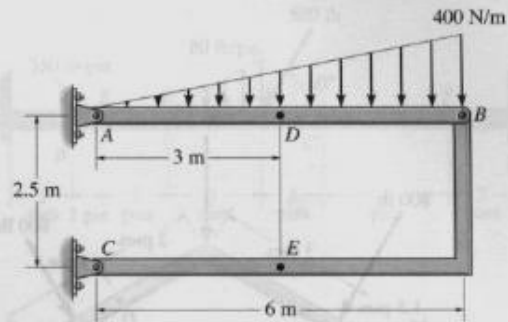
Prob. 7-13

7-14. Determine la fuerza normal, la fuerza cortante y el momento en una sección que pasa por el punto D del marco de dos miembros.



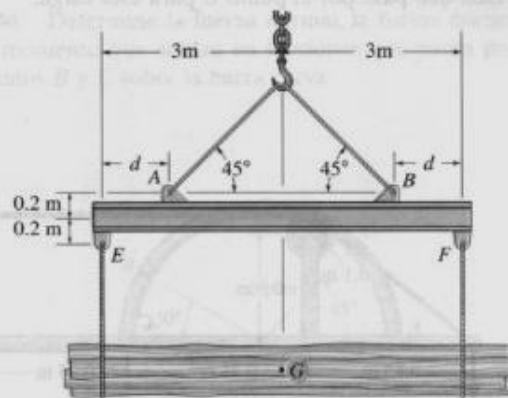
Prob. 7-14

7-15. Determine la fuerza normal, la fuerza cortante y el momento en una sección que pasa por el punto E del marco de dos miembros.



Prob. 7-15

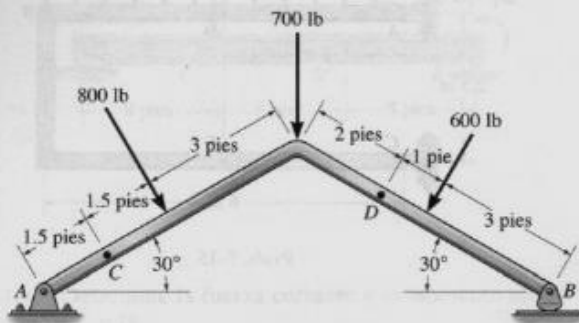
7-16. La viga de izado se usa para el manejo de materiales. Si la carga suspendida tiene un peso de 2 kN y centro de gravedad en G , determine la posición d de las cartelas sobre la parte superior de la viga para que no se tengan momentos dentro de la longitud AB de la viga. La cuerda de izado tiene dos ramas situadas a 45° , como se muestra.



Prob. 7-16

7-17. Determine la fuerza normal, la fuerza cortante y el momento que actúan en una sección que pasa por el punto *C*.

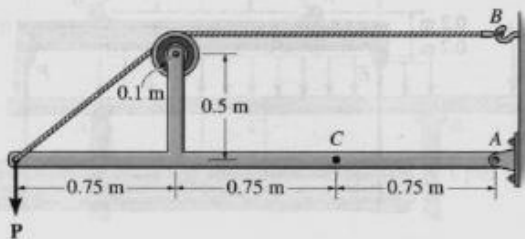
7-18. Determine la fuerza normal, la fuerza cortante y el momento que actúan en una sección que pasa por el punto *D*.



Probs. 7-17/18

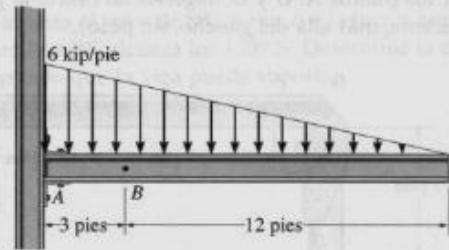
7-19. Determine la fuerza normal, la fuerza cortante y el momento en una sección que pasa por el punto *C*. Considere $P = 8 \text{ kN}$.

*7-20. El cable fallará cuando esté sometido a una tensión de 2 kN . Determine la carga vertical P más grande que puede soportar la estructura y calcule la fuerza normal interna, la fuerza cortante y el momento en una sección que pase por el punto *C* para esta carga.



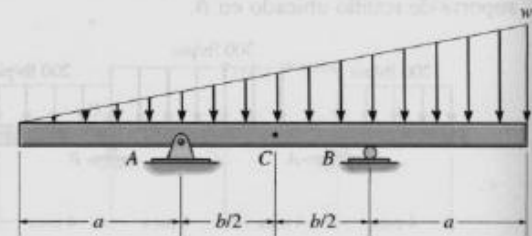
Probs. 7-19/20

7-21. Determine la fuerza normal interna, la fuerza cortante y el momento flexionante en la viga en el punto *B*.



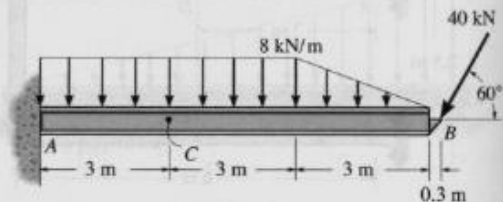
Prob. 7-21

7-22. Determine la razón a/b para la cual la fuerza cortante será cero en el punto medio *C* de la viga.



Prob. 7-22

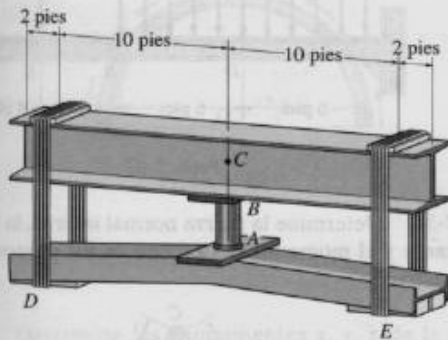
7-23. Determine la fuerza normal interna, la fuerza cortante y el momento flexionante en el punto *C*.



Prob. 7-23

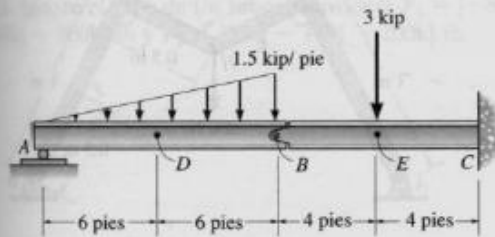
7-24. El gato AB se usa para enderezar la viga doblada DE mediante el arreglo mostrado. Si la fuerza axial de compresión en el gato es de 5000 lb, determine el momento interno desarrollado en el punto C de la viga superior. Ignore el peso de las vigas.

7-25. Resuelva el problema 7-24 suponiendo que cada viga tiene un peso uniforme de 150 lb/pie.



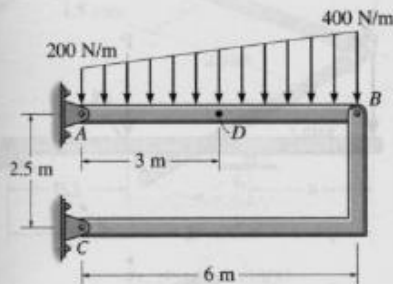
Probs. 7-24/25

7-26. Determine la fuerza normal, la fuerza cortante y el momento en la viga en secciones que pasan por los puntos D y E . El punto E está justo a la derecha de la carga de 3 kips.



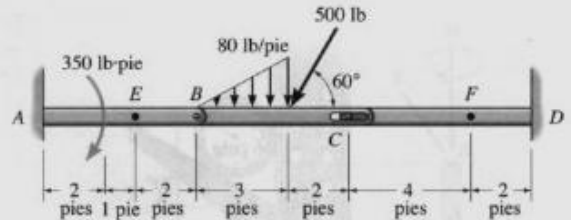
Prob. 7-26

7-27. Determine la fuerza normal, la fuerza cortante y el momento en una sección que pasa por el punto D del marco de dos miembros.



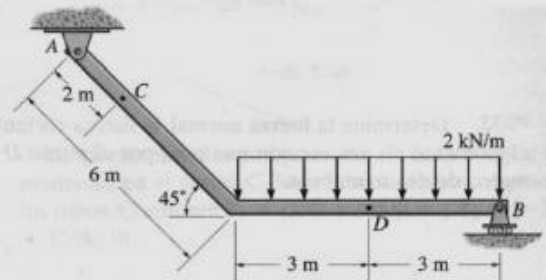
Prob. 7-27

7-28. Determine la fuerza normal, la fuerza cortante y el momento en secciones que pasan por los puntos E y F . El miembro BC está articulado en B y tiene una ranura lisa en C . El pasador situado en C está fijo al miembro CD .



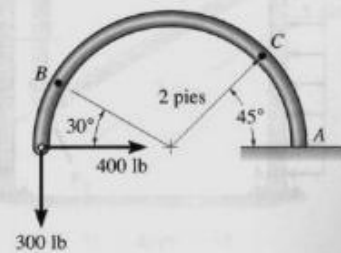
Prob. 7-28

7-29. Determine la fuerza normal interna, la fuerza cortante y el momento en los puntos C y D .



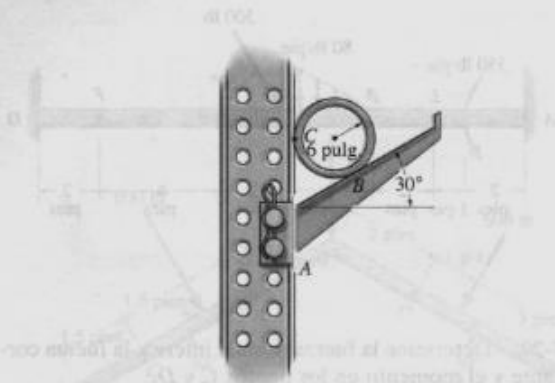
Prob. 7-29

7-30. Determine la fuerza normal, la fuerza cortante y el momento que actúan en secciones que pasan por los puntos B y C sobre la barra curva.



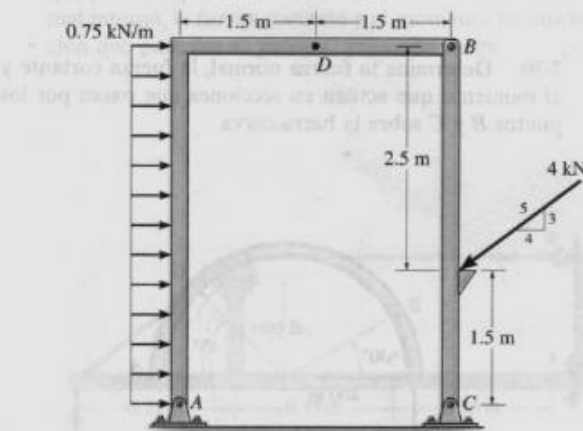
Prob. 7-30

7-31. El brazo en voladizo se usa para soportar cada extremo de un tubo liso que tiene un peso total de 300 lb. Determine la fuerza normal, la fuerza cortante y el momento que actúan en su soporte fijo *A* a lo largo de una sección vertical.



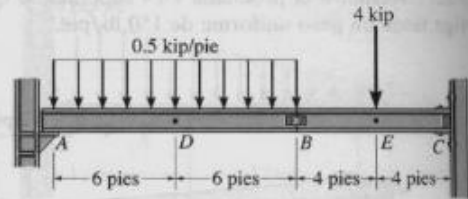
Prob. 7-31

7-32. Determine la fuerza normal, la fuerza cortante y el momento en una sección que pasa por el punto *D* del marco de dos miembros.



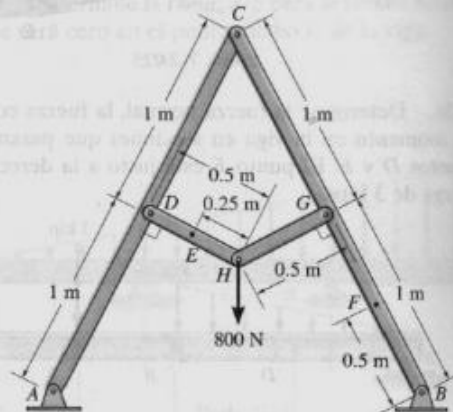
Prob. 7-32

7-33. Determine la fuerza normal interna, la fuerza cortante y el momento flexionante en la viga en los puntos *D* y *E*. El punto *E* está justo a la derecha de la carga de 4 kips. Suponga que *A* es un soporte de rodillo, el empalme ubicado en *B* es un pasador, y *C* es un empotramiento.



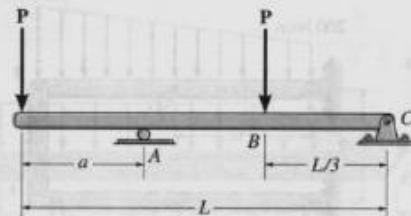
Prob. 7-33

7-34. Determine la fuerza normal interna, la fuerza cortante y el momento flexionante en los puntos *E* y *F* del marco.



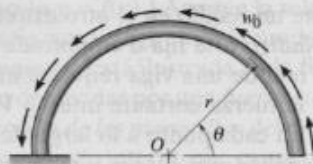
Prob. 7-34

7-35. Determine la distancia *a* como una fracción de la longitud *L* de la viga para localizar el rodillo de soporte de manera que el momento en el punto *B* de la viga sea cero.



Prob. 7-35

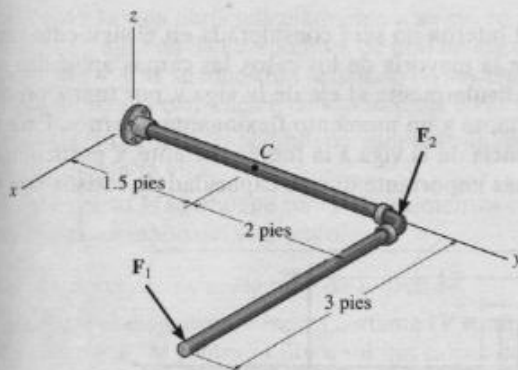
*7-36. El arco semicircular está sometido a una carga uniforme distribuida a lo largo de su eje de w_0 por longitud unitaria. Determine la fuerza normal interna, la fuerza cortante y el momento en el arco cuando $\theta = 45^\circ$.



Probs. 7-36/37

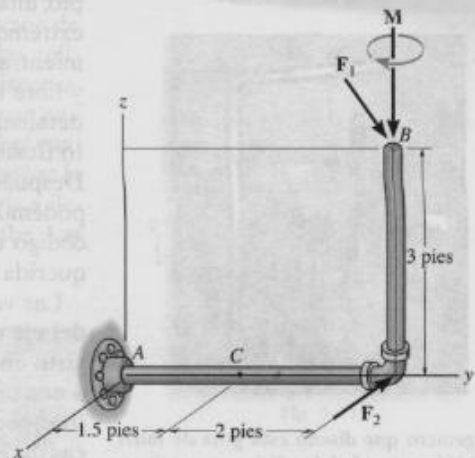
7-38. Determine las componentes x, y, z de la carga interna en una sección que pasa por el punto C en la tubería. Ignore el peso de los tubos. Considere $\mathbf{F}_1 = \{350\mathbf{j} - 400\mathbf{k}\}$ lb y $\mathbf{F}_2 = \{150\mathbf{i} - 300\mathbf{k}\}$ lb.

7-39. Determine las componentes x, y, z de la carga interna en una sección que pasa por el punto C en la tubería. Ignore el peso de los tubos. Considere $\mathbf{F}_1 = \{-80\mathbf{i} + 200\mathbf{j} - 300\mathbf{k}\}$ lb y $\mathbf{F}_2 = \{250\mathbf{i} - 150\mathbf{j} - 200\mathbf{k}\}$ lb.



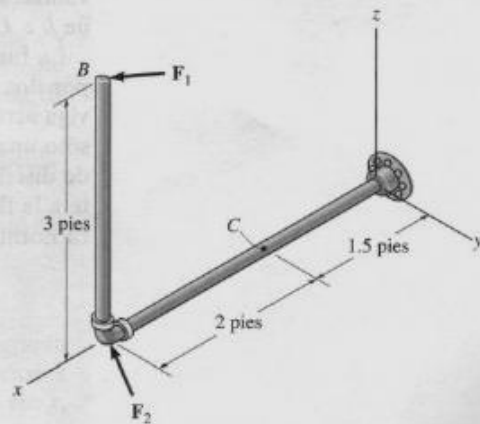
Probs. 7-38/39

*7-40. Determine las componentes de fuerza x, y, z y el momento en el punto C de la tubería. Ignore el peso de los tubos. La carga que actúa en $(0, 3.5 \text{ pies}, 3 \text{ pies})$ es $\mathbf{F}_1 = \{-24\mathbf{i} - 10\mathbf{k}\}$ lb y $\mathbf{M} = \{-30\mathbf{k}\}$ lb · pie, y en el punto $(0, 3.5 \text{ pies}, 0)$ $\mathbf{F}_2 = \{-80\mathbf{j}\}$ lb.



Prob. 7-40

7-41. Determine las componentes de fuerza x, y, z y el momento en el punto C de la tubería. Ignore el peso de los tubos. Considere $\mathbf{F}_1 = \{350\mathbf{i} - 400\mathbf{j}\}$ lb y $\mathbf{F}_2 = \{-300\mathbf{j} + 150\mathbf{k}\}$ lb.



Prob. 7-41

*7.2 Ecuaciones y diagramas de fuerza cortante y de momento



El ingeniero que diseñó esta grúa de taller percibió la necesidad de adicionar un refuerzo alrededor del nudo para prevenir una severa flexión interna en éste cuando una gran carga fuese suspendida de la cadena.

Las *vigas* son miembros estructurales diseñados para soportar cargas aplicadas perpendicularmente a sus ejes. En general, las vigas son barras largas, rectas, que tienen un área de sección transversal constante. A menudo, se clasifican con respecto a cómo están soportadas. Por ejemplo, una *viga soportada simplemente* es aquella que está articulada en un extremo y soportada mediante un rodillo en el otro extremo, figura 7-10, mientras que una *viga en voladizo* está fija o empotrada en un extremo y libre en el otro. El diseño real de una viga requiere un conocimiento detallado de la *variación* de la fuerza cortante interna V y del momento flexionante M que actúan en cada punto a lo largo del eje de la viga. Después de completar este análisis por fuerza y momento flexionante, podemos aplicar la teoría de la mecánica de materiales y un apropiado código de diseño para determinar el área de la sección transversal requerida de una viga.

Las *variaciones* de V y M como funciones de la posición x a lo largo del eje de la viga pueden obtenerse usando el método de las secciones visto en la sección 7.1. Sin embargo, aquí es necesario seccionar la viga a una distancia arbitraria x de un extremo en vez de hacerlo en un punto específico. Si los resultados se grafican, a las representaciones gráficas de V y M como funciones de x se les llama, respectivamente, *diagrama de fuerza cortante* y *diagrama de momento flexionante*.

En general, las funciones de fuerza cortante y de momento flexionante serán discontinuas, o sus pendientes serán discontinuas en puntos donde una carga distribuida cambia o donde son aplicadas fuerzas o momentos de par concentrados. Debido a esto, esas funciones deben ser determinadas para *cada segmento* de la viga localizado entre dos cualesquiera discontinuidades de la carga. Por ejemplo, las secciones localizadas en x_1 , x_2 y x_3 tendrán que usarse para describir la variación de V y M en toda la longitud de la viga en la figura 7-10. Esas funciones serán válidas *sólo* dentro de las regiones de O a a para x_1 , de a a b para x_2 , y de b a L para x_3 .

La fuerza normal interna no será considerada en el siguiente análisis por dos razones. En la mayoría de los casos, las cargas aplicadas a una viga actúan perpendicularmente al eje de la viga y, por tanto, producen sólo una fuerza cortante y un momento flexionante internos. Para fines de diseño, la resistencia de la viga a la fuerza cortante, y particularmente a la flexión, es más importante que su capacidad de resistir una fuerza normal.

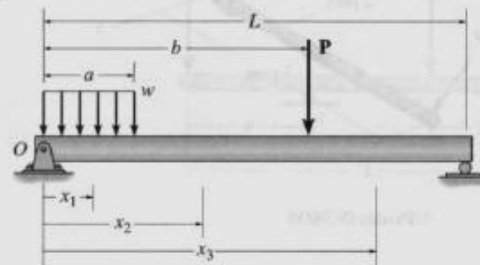


Fig. 7-10

Convención de signos. Antes de presentar un método para determinar la fuerza cortante y el momento flexionante como funciones de x y luego graficar esas funciones (diagramas de fuerza cortante y de momento flexionante), primero es necesario establecer una *convención de signos* para definir una fuerza cortante y un momento flexionante “positivos” y “negativos” actuando en la viga. [Esto es análogo a asignar las direcciones coordenadas x positiva hacia la derecha y y positiva hacia arriba al graficar una función $y = f(x)$.] Aunque la selección de una convención de signos es arbitraria, aquí elegiremos la usada para la mayoría de las aplicaciones en ingeniería. Está ilustrada en la figura 7-11. Aquí las direcciones positivas son denotadas por una *fuerza cortante* interna que causa una *rotación en el sentido de las manecillas del reloj* del miembro sobre el cual actúa, y por un *momento* interno que causa *compresión o empuje sobre la parte superior* del miembro. También, un momento positivo tendería a flexionar el miembro, si éste fuera elástico, con concavidad hacia arriba. Las cargas opuestas a éstas se consideran negativas.



Convención de signos en vigas

Fig. 7-11

PROCEDIMIENTO DE ANÁLISIS

Los diagramas de fuerza cortante y de momento flexionante para una viga pueden ser construidos usando el siguiente procedimiento.

Reacciones en los soportes.

- Determine todas las fuerzas y los momentos de par reactivos actuando sobre la viga, y resuelva todas las fuerzas en componentes actuando perpendicular y paralelamente al eje de la viga.

Funciones de fuerza cortante y momento.

- Especifique coordenadas x separadas con origen en el *extremo izquierdo* de la viga y extendiéndose a regiones de la viga *entre* fuerzas y/o momentos de par concentrados, o donde no haya discontinuidades de la carga distribuida.
- Seccione la viga perpendicularmente a su eje en cada distancia x y trace el diagrama de cuerpo libre de uno de los segmentos. Asegúrese que V y M se muestran actuando en sus *sentidos positivos*, de acuerdo con la convención de signos dada en la figura 7-11.
- La fuerza cortante V se obtiene sumando fuerzas perpendiculares al eje de la viga.
- El momento M se obtiene sumando momentos con respecto al extremo seccionado del segmento.

Diagramas de fuerza cortante y de momento.

- Grafique el diagrama de fuerza cortante (V contra x) y el diagrama de momento (M contra x). Si los valores calculados de las funciones que describen V y M son *positivos*, se grafican arriba del eje x , mientras que valores *negativos* se grafican debajo del eje x .
- En general, es conveniente graficar los diagramas de fuerza cortante y de momento flexionante directamente abajo del diagrama de cuerpo libre de la viga.

EJEMPLO 7.7

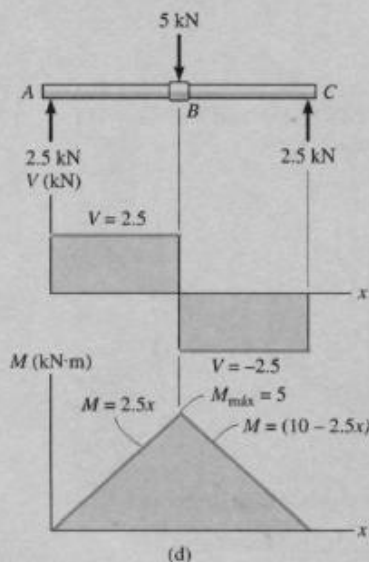
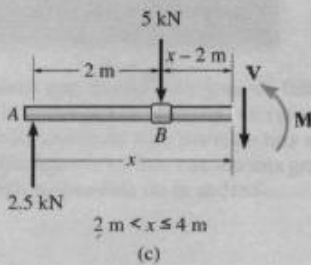
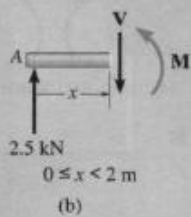
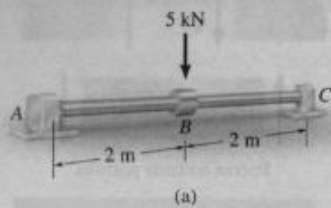


Fig. 7-12

Trace los diagramas de fuerza cortante y de momento flexionante para la flecha mostrada en la figura 7-12a. El soporte en A es una chumacera de empuje y el soporte en C es una chumacera lisa.

Solución

Reacciones en los soportes. Las reacciones en los soportes ya han sido calculadas, como se muestra sobre el diagrama de cuerpo libre de la flecha, figura 7-12d.

Funciones de fuerza cortante y de momento. La flecha es seccionada a una distancia arbitraria x desde el punto A, extendiéndose dentro de la región AB, y el diagrama de cuerpo libre del segmento izquierdo se muestra en la figura 7-12b. Las incógnitas V y M son supuestas actuando en *sentido positivo* sobre la cara derecha del segmento de acuerdo con la convención establecida de signos. ¿Por qué? Aplicando las ecuaciones de equilibrio resulta

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0; \quad V = 2.5 \text{ kN} \quad (1)$$

$$\curvearrowleft + \Sigma M = 0; \quad M = 2.5x \text{ kN} \cdot \text{m} \quad (2)$$

Un diagrama de cuerpo libre para un segmento izquierdo de la flecha que se extiende una distancia x dentro de la región BC se muestra en la figura 7-12c. Como siempre, V y M se muestran actuando en sentido positivo. Por tanto,

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0; \quad 2.5 \text{ kN} - 5 \text{ kN} - V = 0 \quad (3)$$

$$V = -2.5 \text{ kN}$$

$$\curvearrowleft + \Sigma M = 0; \quad M + 5 \text{ kN}(x - 2 \text{ m}) - 2.5 \text{ kN}(x) = 0 \quad (4)$$

$$M = (10 - 2.5x) \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Diagramas de fuerza cortante y de momento. Cuando se grafican las ecuaciones de la 1 a la 4 dentro de las regiones en que son válidas, se obtienen los diagramas de fuerza cortante y de momento flexionante mostrados en la figura 7-12d. El diagrama de fuerza cortante indica que la fuerza cortante interna es siempre de 2.5 kN (positiva) dentro del segmento de flecha AB. Justo a la derecha del punto B, la fuerza cortante cambia de signo y permanece en el valor constante de -2.5 kN para el segmento BC. El diagrama de momento comienza en cero, se incrementa linealmente hasta el punto B en $x = 2 \text{ m}$, donde $M_{\text{máx}} = 2.5 \text{ kN}(2 \text{ m}) = 5 \text{ kN} \cdot \text{m}$, y después disminuye de regreso a cero.

En la figura 7-12d se ve que la gráfica de los diagramas de fuerza cortante y de momento es discontinua en puntos de fuerza concentrada, esto es, en los puntos A, B y C. Por esta razón, como se indicó antes, es necesario expresar por separado las funciones de fuerza cortante y de momento flexionante para regiones entre cargas concentradas. Sin embargo, debe quedar claro que todas las discontinuidades de carga son matemáticas, que surgen de la *idealización de una fuerza concentrada y de un momento de par*. Físicamente, las cargas son siempre aplicadas sobre un área finita, y si la variación de la carga pudiese realmente ser tomada en cuenta, los diagramas de fuerza cortante y de momento flexionante serían continuos sobre toda la longitud de la flecha.

EJEMPLO 7.8

Trace los diagramas de fuerza cortante y de momento flexionante para la viga mostrada en la figura 7-13a.

Solución

Reacciones en los soportes. Las reacciones en los soportes ya han sido calculadas como se muestra en el diagrama de cuerpo libre de la viga, figura 7-13c.

Funciones de fuerza cortante y de momento. Un diagrama de cuerpo libre para un segmento izquierdo de la viga que tiene longitud x se muestra en la figura 7-13b. La carga distribuida que actúa sobre este segmento tiene una intensidad de $\frac{2}{3}x$ en su extremo y es reemplazada por una fuerza resultante *después* que el segmento es aislado como un diagrama de cuerpo libre. La *magnitud* de la fuerza resultante es igual a $\frac{1}{2}(x)(\frac{2}{3}x) = \frac{1}{3}x^2$. Esta fuerza *actúa a través del centroide* del área de carga distribuida, a una distancia $\frac{1}{3}x$ desde el extremo derecho. Aplicando las dos ecuaciones de equilibrio resulta

$$\begin{aligned}
 +\uparrow \Sigma F_y = 0; \quad & 9 - \frac{1}{3}x^2 - V = 0 \\
 & V = \left(9 - \frac{x^2}{3}\right) \text{ kN} \quad (1)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \zeta + \Sigma M = 0; \quad & M + \frac{1}{3}x^2\left(\frac{x}{3}\right) - 9x = 0 \\
 & M = \left(9x - \frac{x^3}{9}\right) \text{ kN} \cdot \text{m} \quad (2)
 \end{aligned}$$

Diagramas de fuerza cortante y de momento. Los diagramas de fuerza cortante y de momento flexionante mostrados en la figura 7-13c se obtienen graficando las ecuaciones 1 y 2.

El punto de *fuerza cortante cero* se puede encontrar usando la ecuación 1:

$$\begin{aligned}
 V = 9 - \frac{x^2}{3} &= 0 \\
 x &= 5.20 \text{ m}
 \end{aligned}$$

En la sección 7.3 se verá que este valor de x representa el punto sobre la viga donde ocurre el *momento máximo*. Usando la ecuación (2), tenemos

$$\begin{aligned}
 M_{\text{máx}} &= \left(9(5.20) - \frac{(5.20)^3}{9}\right) \text{ kN} \cdot \text{m} \\
 &= 31.2 \text{ kN} \cdot \text{m}
 \end{aligned}$$

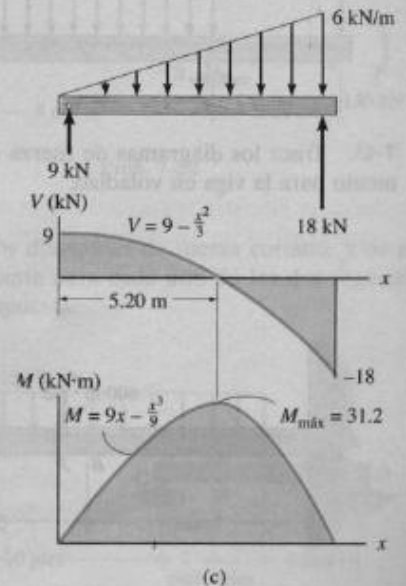
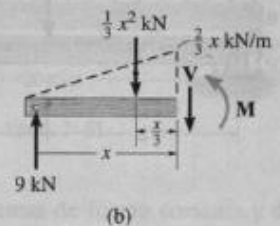
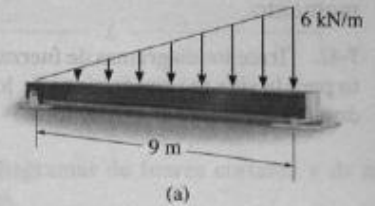
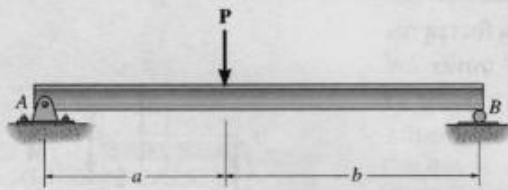


Fig. 7-13

PROBLEMAS

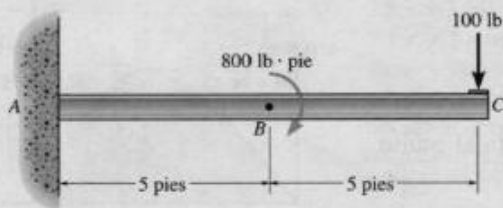
Para cada uno de los siguientes problemas, establezca el eje x con el origen en el lado izquierdo de la viga, y obtenga la fuerza cortante interna y el momento como una función de x . Use esos resultados para graficar los diagramas de fuerza cortante y de momento.

7-42. Trace los diagramas de fuerza cortante y de momento para la viga (a) en términos de los parámetros mostrados; (b) considere $P = 600$ lb, $a = 5$ pies, $b = 7$ pies.



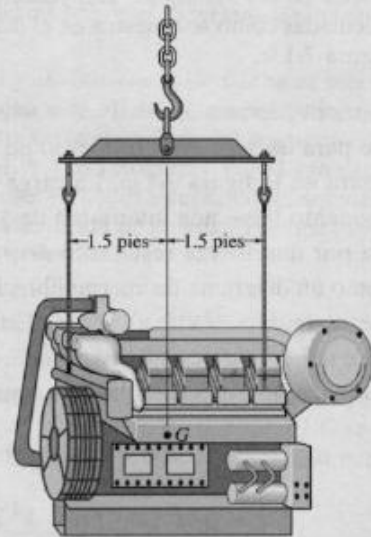
Prob. 7-42

7-43. Trace los diagramas de fuerza cortante y de momento para la viga en voladizo.



Prob. 7-43

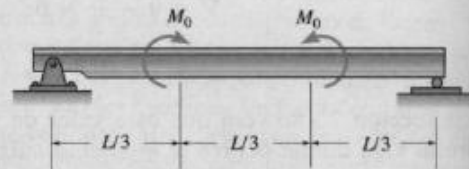
*7-44. La barra de suspensión soporta el motor de 600 lb. Trace los diagramas de fuerza cortante y momento de para la barra.



Prob. 7-44

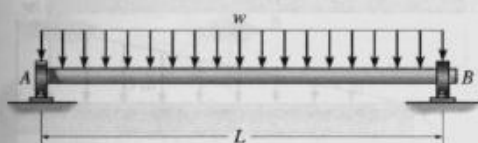
7-45. Trace los diagramas de fuerza cortante y de momento para la viga (a) en términos de los parámetros mostrados; (b) considere $M_O = 500$ N · m, $L = 8$ m.

7-46. Si $L = 9$ m, la viga fallará cuando la fuerza cortante máxima sea $V_{m\acute{a}x} = 5$ kN o el momento flexionante máximo sea $M_{m\acute{a}x} = 2$ kN · m. Determine la magnitud M_O de los momentos más grandes que la viga soportará.



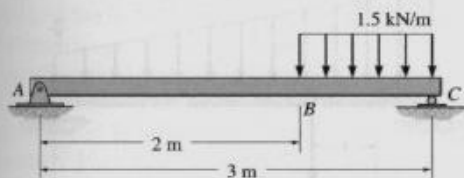
Probs. 7-45/46

7-47. La flecha está soportada por una chumacera de empuje en A y una chumacera lisa en B . Si $L = 10$ pies, la flecha fallará cuando el momento máximo sea $M_{\text{máx}} = 5$ kip · pie. Determine la carga máxima w , distribuida uniformemente, que la flecha soportará.



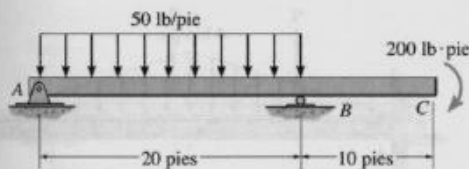
Prob. 7-47

*7-48. Trace los diagramas de fuerza cortante y de momento para la viga.



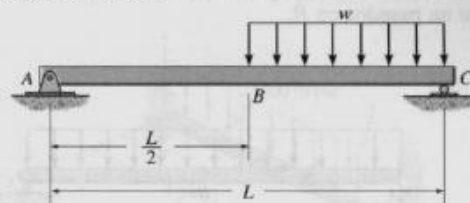
Prob. 7-48

7-49. Trace los diagramas de fuerza cortante y de momento flexionante para la viga.



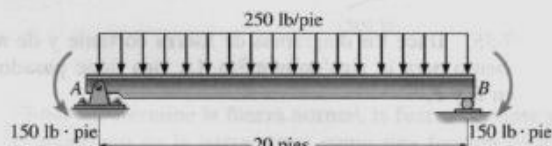
Prob. 7-49

7-50. Trace los diagramas de fuerza cortante y de momento para la viga.



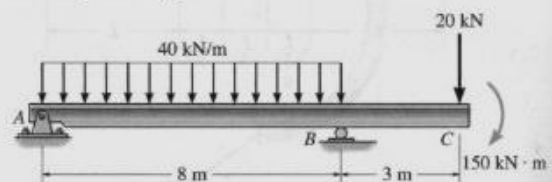
Prob. 7-50

7-51. Trace los diagramas de fuerza cortante y de momento para la viga.



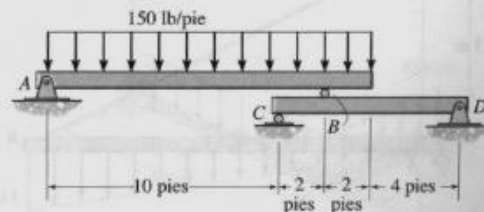
Prob. 7-51

*7-52. Trace los diagramas de fuerza cortante y de momento para la viga.



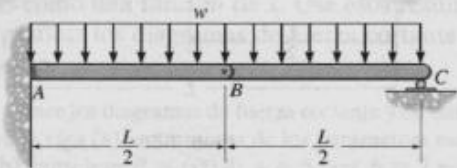
Prob. 7-52

7-53. Trace los diagramas de fuerza cortante y de momento flexionante para cada uno de los dos segmentos de la viga compuesta.



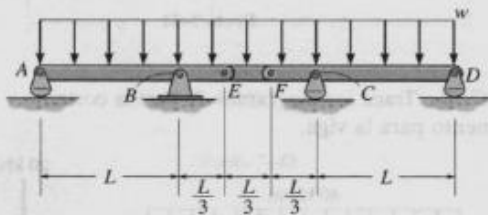
Prob. 7-53

7-54. Trace los diagramas de fuerza cortante y de momento flexionante para la viga ABC . Observe que se tiene un pasador en B .



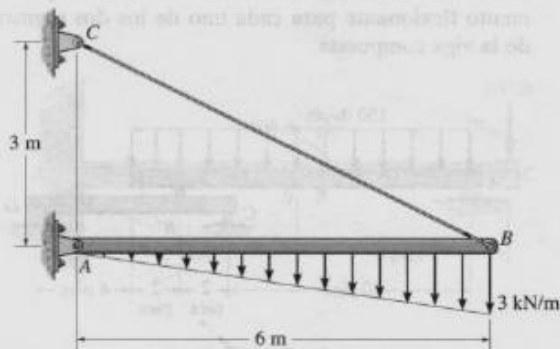
Prob. 7-54

7-55. Trace los diagramas de fuerza cortante y de momento para la viga compuesta. La viga tiene pasadores en E y F .



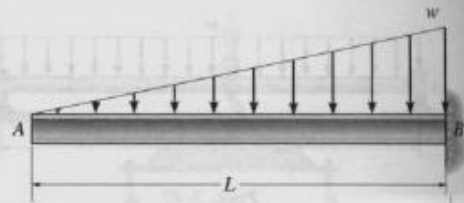
Prob. 7-55

*7-56. Trace los diagramas de fuerza cortante y de momento para la viga.



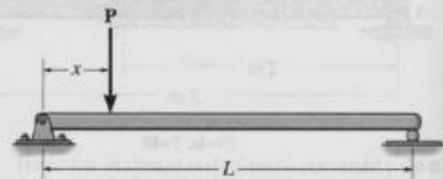
Prob. 7-56

7-57. Si $L = 18$ pies, la viga fallará cuando la fuerza cortante máxima sea $V_{\text{máx}} = 800$ lb, o el momento máximo sea $M_{\text{máx}} = 1200$ lb · pie. Determine la intensidad w más grande de la carga distribuida que la viga soportará.



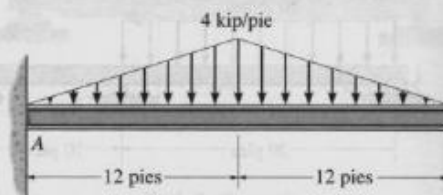
Prob. 7-57

7-58. La viga fallará cuando el momento interno máximo sea $M_{\text{máx}}$. Determine la posición x de la fuerza concentrada P y su menor magnitud que causará la falla.



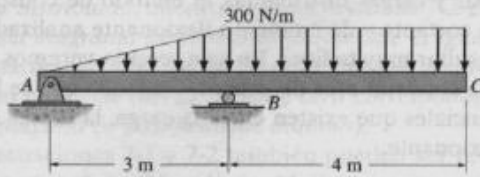
Prob. 7-58

7-59. Trace los diagramas de fuerza cortante y de momento para la viga.



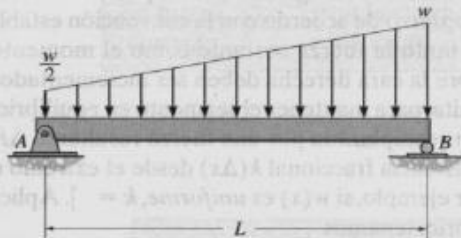
Prob. 7-59

*7-60. Trace los diagramas de fuerza cortante y de momento flexionante para la viga.



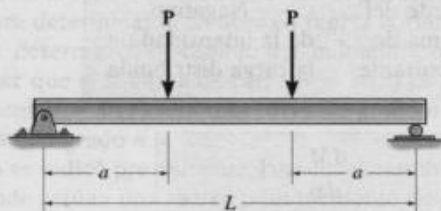
Prob. 7-60

7-61. Trace los diagramas de fuerza cortante y de momento para la viga.



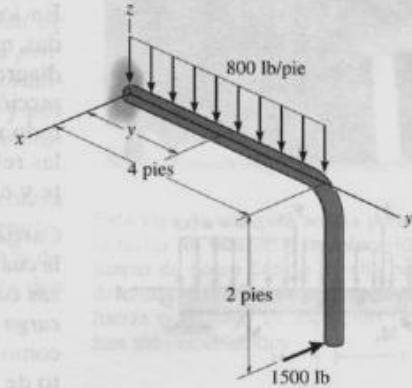
Prob. 7-61

7-62. Trace los diagramas de fuerza cortante y de momento para la viga (a) en términos de los parámetros mostrados; (b) considere $P = 800$ lb, $a = 5$ pies, $L = 12$ pies.



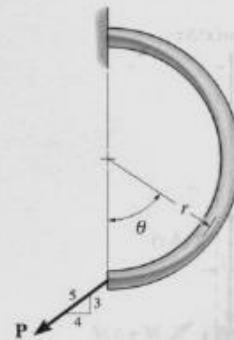
Prob. 7-62

7-63. Exprese las componentes x, y, z de carga interna en la barra como función de y , donde $0 \leq y \leq 4$ pies.



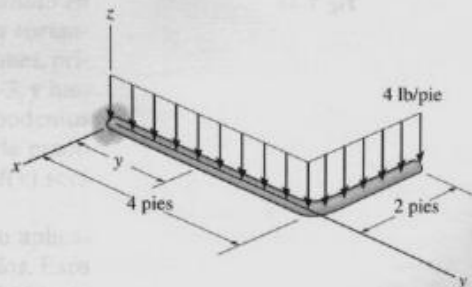
Prob. 7-63

*7-64. Determine la fuerza normal, la fuerza cortante y el momento en la barra curva como una función de θ .



Prob. 7-64

7-65. Exprese las componentes internas de fuerza cortante y de momento que actúan en la barra como una función de y , donde $0 \leq y \leq 4$ pies.



Prob. 7-65

***7.3 Relaciones entre carga distribuida, fuerza cortante y momento**

En los casos en que una viga está sometida a varias cargas concentradas, momentos de par y cargas distribuidas, el método de construir los diagramas de fuerza cortante y de momento flexionante analizado en la sección 7.2 puede resultar muy tedioso. En esta sección veremos un método más simple para construir esos diagramas —método que se basa en las relaciones diferenciales que existen entre la carga, la fuerza cortante y el momento flexionante.

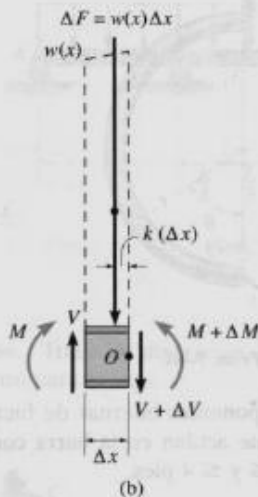
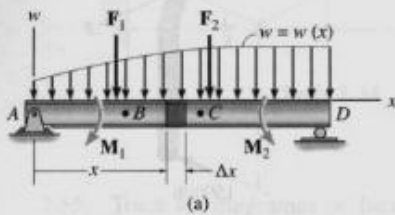


Fig. 7-14

Carga distribuida. Considere la viga *AD* mostrada en la figura 7-14a, la cual está sometida a una carga arbitraria $w = w(x)$ y a una serie de fuerzas concentradas y momentos de par. En la siguiente argumentación, la *carga distribuida* se considerará *positiva* cuando la *carga actúe hacia abajo* como se muestra. Un diagrama de cuerpo libre para un pequeño segmento de la viga con una longitud Δx se elige en un punto x a lo largo de la viga que *no* esté sometida a una fuerza concentrada o momento de par, figura 7-14b. Por tanto cualquier resultado que se obtenga no se aplicará en puntos de carga concentrada. La fuerza cortante y el momento flexionante internos mostrados en el diagrama de cuerpo libre son supuestos actuando en *sentido positivo* de acuerdo con la convención establecida de signos. Observe que tanto la fuerza cortante como el momento flexionante que actúan sobre la cara derecha deben ser incrementados en una cantidad pequeña, finita, para mantener el segmento en equilibrio. La carga distribuida ha sido reemplazada por una fuerza resultante $\Delta F = w(x)\Delta x$ que actúa a una distancia fraccional $k(\Delta x)$ desde el extremo derecho, donde $0 < k < 1$ [por ejemplo, si $w(x)$ es *uniforme*, $k = \frac{1}{2}$]. Aplicando las ecuaciones de equilibrio, tenemos

$$\begin{aligned}
 +\uparrow \Sigma F_y = 0; \quad & V - w(x)\Delta x - (V + \Delta V) = 0 \\
 & \Delta V = -w(x)\Delta x \\
 \downarrow + \Sigma M_O = 0; \quad & -V\Delta x - M + w(x)\Delta x[k(\Delta x)] + (M + \Delta M) = 0 \\
 & \Delta M = V\Delta x - w(x)k(\Delta x)^2
 \end{aligned}$$

Dividiendo entre Δx y tomando el límite cuando $\Delta x \rightarrow 0$, esas dos ecuaciones se convierten en

$$\frac{dV}{dx} = -w(x)$$

Pendiente del diagrama de fuerza cortante = Negativo de la intensidad de la carga distribuida
(7-1)

$$\frac{dM}{dx} = V$$

Pendiente del diagrama de momento = Fuerza cortante
(7-2)

Estas dos ecuaciones proporcionan un medio conveniente para graficar los diagramas de fuerza cortante y momento para una viga. En un punto específico de una viga, la ecuación 7-1 establece que la *pendiente del diagrama de fuerza cortante es igual al negativo de la intensidad de la carga distribuida*, mientras que la ecuación 7-2 establece que la *pendiente del diagrama de momento flexionante es igual a la fuerza cortante*. En particular, si la fuerza cortante es igual a cero, $dM/dx = 0$, y por tanto un *punto de fuerza cortante cero corresponde a un punto de momento máximo (o posiblemente mínimo)*.

Las ecuaciones 7-1 y 7-2 también pueden ser reescritas en la forma $dV = -w(x) dx$ y $dM = V dx$. Al observar que $w(x) dx$ y $V dx$ representan áreas diferenciales bajo los diagramas de carga distribuida y de fuerza cortante, respectivamente, podemos integrar esas áreas entre dos puntos B y C a lo largo de la viga, figura 7-14a, y escribir

$$\Delta V_{BC} = - \int w(x) dx$$

Cambio en fuerza cortante	=	Negativo del área bajo la curva de carga	(7-3)
---------------------------------	---	--	-------

y

$$\Delta M_{BC} = \int V dx$$

Cambio en mo- mento	=	Área bajo diagrama de fuerza cortante	(7-4)
---------------------------	---	---	-------

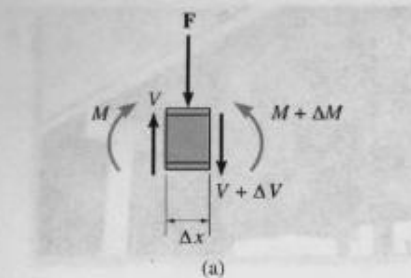
La ecuación 7-3 establece que el *cambio en fuerza cortante entre los puntos B y C es igual al negativo del área bajo la curva de carga distribuida entre esos puntos*. Similarmente, a partir de la ecuación 7-4, el *cambio en momento entre B y C es igual al área bajo el diagrama de fuerza cortante dentro de la región BC* . Como están implicadas dos integraciones, primero para determinar el cambio en fuerza cortante, ecuación 7-3, y luego para determinar el cambio en momento, ecuación 7-4, podemos establecer que si la curva de carga $w = w(x)$ es un polinomio de grado n , entonces $V = V(x)$ será una curva de grado $n + 1$, y $M = M(x)$ será una curva de grado $n + 2$.

Como se indicó previamente, las ecuaciones anteriores no son aplicables donde actúan una fuerza o un momento de par *concentrados*. Esos dos casos especiales crean *discontinuidades* en los diagramas de fuerza cortante y de momento, y en consecuencia, cada uno debe ser tratado por separado.



Esta viga de concreto se usa para soportar el techo. Su tamaño y la colocación del refuerzo de acero dentro de ella pueden ser determinados una vez que los diagramas de fuerza cortante y de momento flexionante han sido establecidos.





Este diagrama ilustra el equilibrio de fuerzas en un segmento de viga. La fuerza cortante cambia de V a $V + \Delta V$ debido a la aplicación de la fuerza F . El momento cambia de M a $M + \Delta M$.

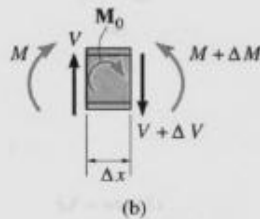


Fig. 7-15



Cada separador similar al AB que soporta esta grúa actúa como una viga sujeta al bastidor de la grúa en un extremo, y está sometido a una fuerza F sobre la base en su otro extremo. Un diseño apropiado requiere que el separador pueda resistir sus máximos momento y fuerza cortante internos. Los diagramas de fuerza cortante y de momento indican que la fuerza cortante será constante en toda la longitud, y que el momento máximo ocurre en el soporte A .

Fuerza. Un diagrama de cuerpo libre de un pequeño segmento de la viga que aparece en la figura 7-14a, tomado debajo de una de las fuerzas, se muestra en la figura 7-15a. Aquí puede verse que el equilibrio de fuerzas requiere

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0; \quad \Delta V = -F \quad (7-5)$$

Así, el cambio en fuerza cortante es negativo, de manera que en el diagrama de fuerza cortante ésta "saltará" hacia abajo cuando F actúe hacia abajo sobre la viga. Igualmente, el salto en fuerza cortante (ΔV) es hacia arriba cuando F actúa hacia arriba.

Momento de par. Si retiramos un segmento de la viga de la figura 7-14a que esté localizado en el momento de par, obtendremos el diagrama de cuerpo libre mostrado en la figura 7-15b. En este caso, haciendo $\Delta x \rightarrow 0$, el equilibrio por momento requiere

$$\downarrow + \Sigma M = 0; \quad \Delta M = M_0 \quad (7-6)$$

Así, el cambio en momento es positivo, o el diagrama de momento "saltará" hacia arriba si M_0 es en el sentido de las manecillas del reloj. Igualmente, el salto ΔM es hacia abajo cuando M_0 es en el sentido opuesto al de las manecillas del reloj.

Los ejemplos que siguen ilustran la aplicación de las ecuaciones anteriores para la construcción de los diagramas de fuerza cortante y de momento. Después de estudiarlos, es recomendable que los ejemplos 7-7 y 7-8 sean resueltos usando este método.

PUNTOS IMPORTANTES

- La pendiente del diagrama de fuerza cortante es igual al negativo de la intensidad de la carga distribuida, donde la carga distribuida positiva es hacia abajo, esto es, $dV/dx = -w(x)$.
- Si una fuerza concentrada actúa hacia abajo sobre la viga, la fuerza cortante saltará hacia abajo una cantidad igual a su valor.
- El cambio en la fuerza cortante ΔV entre dos puntos es igual al negativo del área bajo la curva de carga distribuida entre los puntos.
- La pendiente del diagrama de momento es igual a la fuerza cortante, esto es, $dM/dx = V$.
- El cambio en el momento ΔM entre dos puntos es igual al área bajo el diagrama de fuerza cortante entre los dos puntos.
- Si un momento de par que sea en el sentido de las manecillas del reloj actúa sobre la viga, la fuerza cortante no será afectada; sin embargo, el diagrama de momento saltará hacia arriba una cantidad igual al valor del momento de par.
- Los puntos de fuerza cortante cero representan puntos de momento máximo o mínimo ya que $dM/dx = 0$.

EJEMPLO 7.9

Trace los diagramas de fuerza cortante y de momento para la viga mostrada en la figura 7-16a.

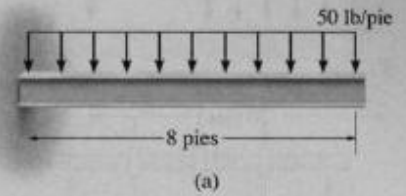
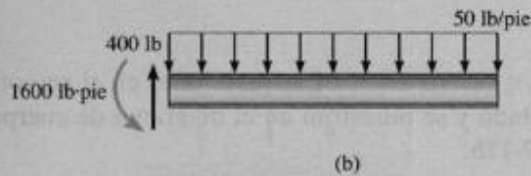
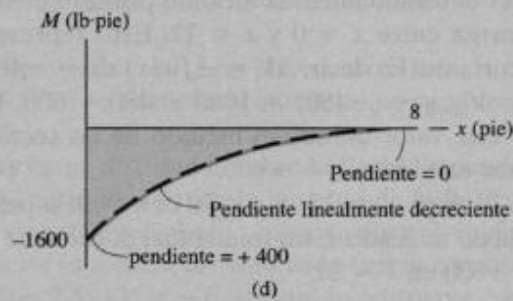
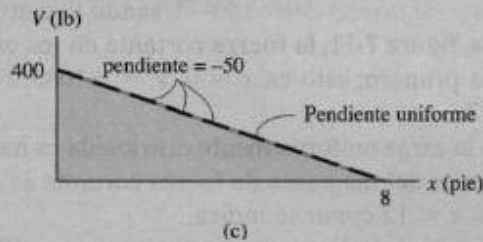


Fig. 7-16



Solución

Reacciones en los soportes. Las reacciones en el soporte fijo han sido calculadas y se muestran en el diagrama de cuerpo libre de la viga, figura 7-16b.

Diagrama de fuerza cortante. Se grafica primero la fuerza cortante en los puntos extremos, figura 7-16c. A partir de la convención de signos, figura 7-11, $V = +400$ en $x = 0$ y $V = 0$ en $x = 8$. Como $dV/dx = -w = -50$, una línea recta, de pendiente *negativa*, conecta los puntos extremos.

Diagrama de momento. A partir de nuestra convención de signos, figura 7-11, los momentos en los puntos extremos de la viga, $M = -1600$ en $x = 0$ y $M = 0$ en $x = 8$, son graficados primero, figura 7-16d. Valores sucesivos de la fuerza cortante tomados del diagrama, figura 7-16c, indican que la *pendiente* $dM/dx = V$ del diagrama de momento, figura 7-16d, es siempre positiva y *linealmente decreciente* desde $dM/dx = 400$ en $x = 0$ hasta $dM/dx = 0$ en $x = 8$. Así, debido a las integraciones, la constante w resulta en una línea inclinada (curva de primer grado) para V , y para M da una parábola (curva de segundo grado).

EJEMPLO 7.10

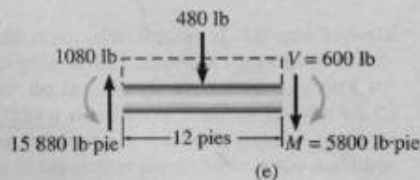
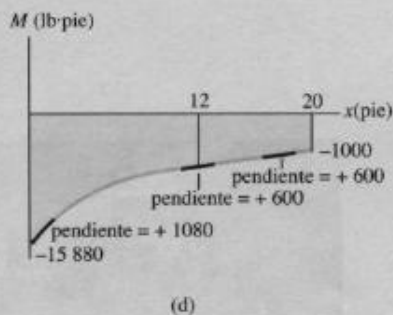
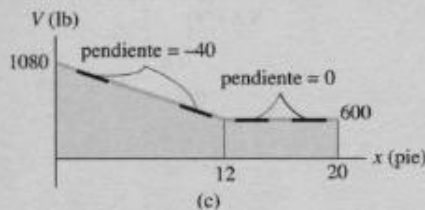
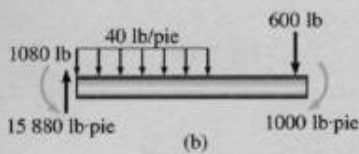
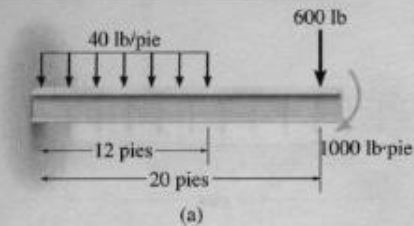


Fig. 7-17

Trace los diagramas de fuerza cortante y de momento para la viga en voladizo mostrada en la figura 7-17a.

Solución

Reacciones en los soportes. Las reacciones en el empotramiento ya se han calculado y se muestran en el diagrama de cuerpo libre de la viga, figura 7-17b.

Diagrama de fuerza cortante. Usando la convención de signos establecida, figura 7-11, la fuerza cortante en los extremos de la viga es graficada primero; esto es, $x = 0, V = +1080$; $x = 20, V = +600$, figura 7-17c.

Como la carga uniformemente distribuida es hacia abajo y constante, la pendiente del diagrama de fuerza cortante es $dV/dx = -w = -40$ para $0 \leq x < 12$ como se indica.

La magnitud de la fuerza cortante en $x = 12$ es $V = +600$. Ésta puede ser determinada encontrando primero el área bajo el diagrama de carga entre $x = 0$ y $x = 12$. Esto representa el cambio en fuerza cortante. Es decir, $\Delta V = -\int w(x) dx = -40(12) = -480$. Así, $V|_{x=12} = V|_{x=0} + (-480) = 1080 - 480 = 600$. También podemos obtener este valor usando el método de las secciones, figura 7-17e, donde por equilibrio $V = +600$.

Como la carga entre $12 < x \leq 20$ es $w = 0$, la pendiente $dV/dx = 0$ como quedó indicado. Esto trae la fuerza cortante al valor requerido de $V = +600$ en $x = 20$.

Diagrama de momento. De nuevo, usando la convención de signos establecida, se grafican primero los momentos en los extremos de la viga; esto es, $x = 0, M = -15880$; $x = 20, M = -1000$, figura 7-17d.

Cada valor de la fuerza cortante da la pendiente del diagrama de momento ya que $dM/dx = V$. Como se indica, en $x = 0, dM/dx = +1080$; y en $x = 12, dM/dx = +600$. Para $0 \leq x < 12$, los valores específicos del diagrama de fuerza cortante son positivos pero disminuyen linealmente. Por tanto, el diagrama de momento es parabólico con una pendiente positiva disminuyendo linealmente.

La magnitud del momento en $x = 12$ es -5800 . Esto se puede encontrar determinando primero el área trapezoidal bajo el diagrama de fuerza cortante, el cual representa el cambio en momento, $\Delta M = \int V dx = 600(12) + (1080 - 600)(12) = +10080$. Así, $M|_{x=12} = M|_{x=0} + 10080 = -15880 + 10080 = -5800$. El método más "básico" de las secciones también puede usarse, donde el equilibrio en $x = 12$ requiere que $M = -5800$, figura 7-17e.

El diagrama de momento tiene una pendiente constante para $12 < x \leq 20$ ya que a partir del diagrama de fuerza cortante, $dM/dx = V = +600$. Esto da el valor de $M = -1000$ en $x = 20$, como es requerido.

EJEMPLO 7.12

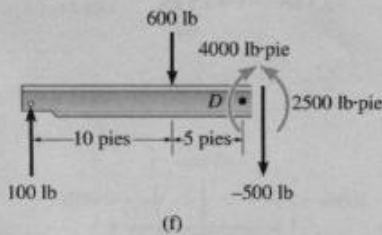
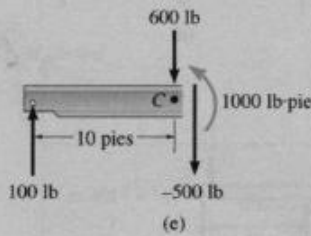
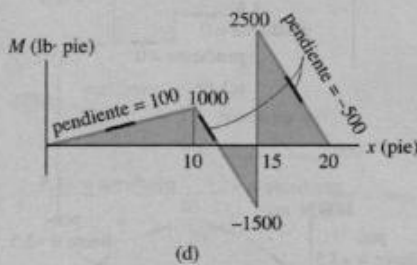
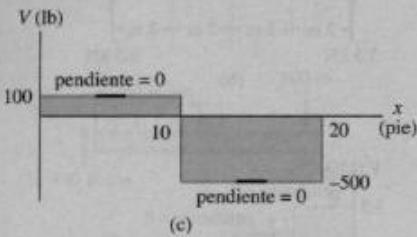
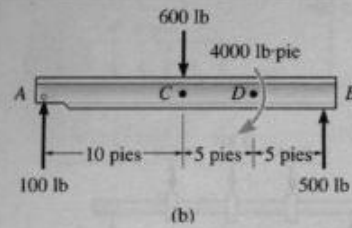
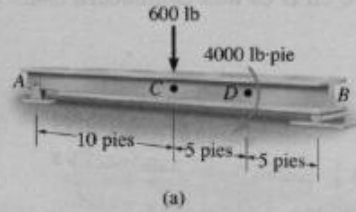


Fig. 7-19

Trace los diagramas de fuerza cortante y de momento para la viga mostrada en la figura 7-19a.



Solución

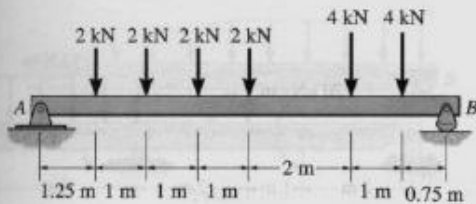
Reacciones en los soportes. Las reacciones están calculadas e indicadas en el diagrama de cuerpo libre, figura 7-19b.

Diagrama de fuerza cortante. Como en el ejemplo 7.11, el diagrama de fuerza cortante puede ser construido “siguiendo la carga” en el diagrama de cuerpo libre. Con respecto a esto, comenzando en A, la reacción es hacia arriba por lo que $V_A = +100$ lb, figura 7-19c. Ninguna carga actúa entre A y C, así que la fuerza cortante permanece constante, esto es, $dV/dx = -w(x) = 0$. En C la fuerza de 600 lb actúa hacia abajo, por lo que la fuerza cortante salta hacia abajo 600 lb, de 100 lb a -500 lb. De nuevo, la fuerza cortante es constante (ninguna carga) y termina en -500 lb en el punto B. Observe que ningún salto o discontinuidad en la fuerza cortante ocurren en D, el punto donde es aplicado el momento de par de 4000 lb·pie, figura 7-19b. Esto es debido a que, por equilibrio de fuerzas, $\Delta V = 0$ en la figura 7-15b.

Diagrama de momento. El momento en cada extremo de la viga es cero. Esos dos puntos se grafican primero, figura 7-19d. La pendiente del diagrama de momento desde A hasta C es constante ya que $dM/dx = V = +100$. El valor del momento en C puede ser determinado por el método de las secciones, figura 7-19e donde $M_C = +1000$ lb·pie; o calculando primero el área rectangular bajo el diagrama de fuerza cortante entre A y C para obtener el cambio en momento $\Delta M_{AC} = (100 \text{ lb})(10 \text{ pies}) = 1000 \text{ lb·pie}$. Como $M_A = 0$, entonces $M_C = 0 + 1000 \text{ lb·pie} = 1000 \text{ lb·pie}$. De C a D, la pendiente del diagrama de momento es $dM/dx = V = -500$, figura 7-19c. El área bajo el diagrama de fuerza cortante entre los puntos C y D es $\Delta M_{CD} = (-500 \text{ lb})(5 \text{ pies}) = -2500 \text{ lb·pie}$, por lo que $M_D = M_C + \Delta M_{CD} = 1000 - 2500 = -1500 \text{ lb·pie}$. En el punto D ocurre un salto en el diagrama de momento, el cual es causado por el momento de par concentrado de 4000 lb·pie. A partir de la ecuación 7-6, el salto es *positivo* ya que el momento de par tiene un sentido *igual al de las manecillas del reloj*. Así, en $x = 15^+$ pies, el momento es $M_D = -1500 + 4000 = 2500 \text{ lb·pie}$. Este valor *también* puede ser determinado por el método de las secciones, figura 7-19f. Desde el punto D la pendiente de $dM/dx = -500$ es mantenida hasta que el diagrama se acerca a cero en B, figura 7-19d.

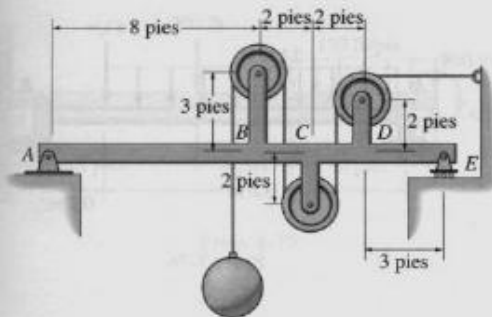
PROBLEMAS

7-66. Trace los diagramas de fuerza cortante y de momento para la viga.



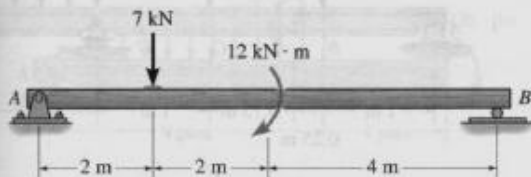
Prob. 7-66

7-67. Trace los diagramas de fuerza cortante y de momento para la viga *ABCDE*. Todas las poleas tienen radio de 1 pie. Ignore el peso de la viga y los arreglos de las poleas. La carga es de 500 lb.



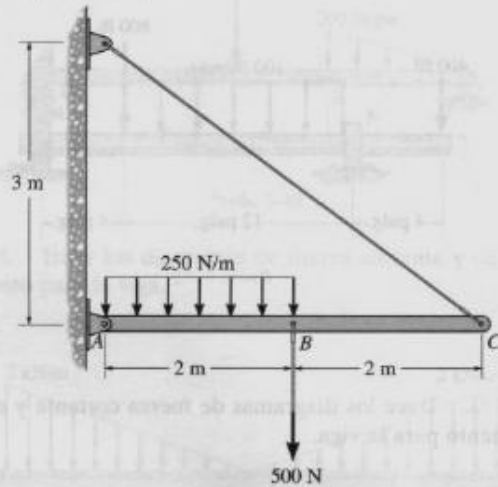
Prob. 7-67

7-68. Trace los diagramas de fuerza cortante y de momento para la viga.



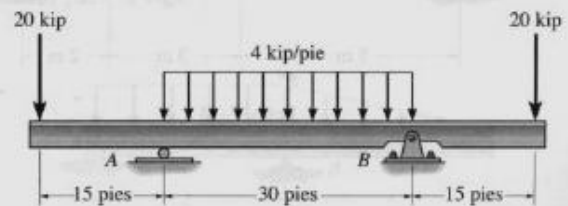
Prob. 7-68

7-69. Trace los diagramas de fuerza cortante y de momento para la viga.



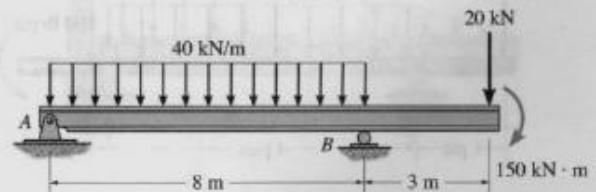
Prob. 7-69

7-70. Trace los diagramas de fuerza cortante y de momento para la viga.



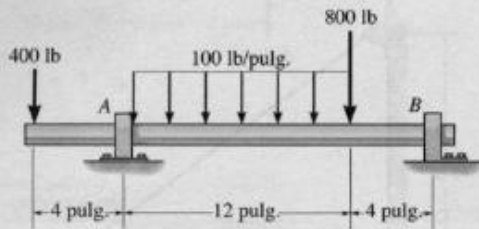
Prob. 7-70

7-71. Trace los diagramas de fuerza cortante y de momento para la viga.



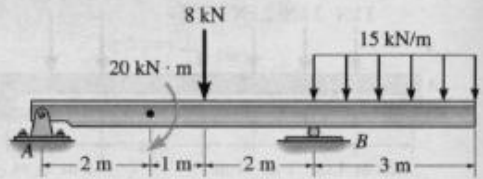
Prob. 7-71

*7-72. Trace los diagramas de fuerza cortante y de momento para la flecha. El soporte en A es una chumacera lisa y en B es una chumacera de empuje.



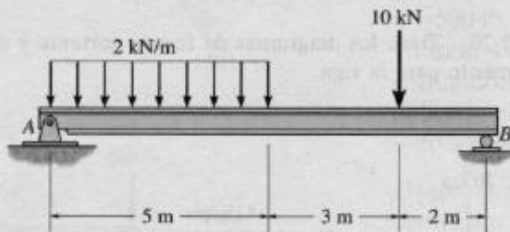
Prob. 7-72

7-75. Trace los diagramas de fuerza cortante y de momento para la viga.



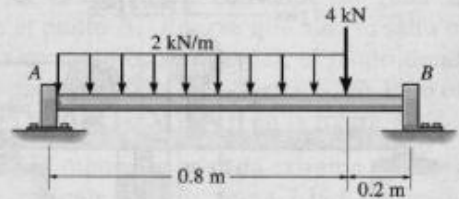
Prob. 7-75

7-73. Trace los diagramas de fuerza cortante y de momento para la viga.



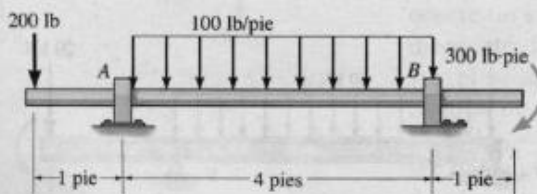
Prob. 7-73

*7-76. Trace los diagramas de fuerza cortante y de momento para la flecha. El soporte en A es una chumacera de empuje y en B es una chumacera lisa.



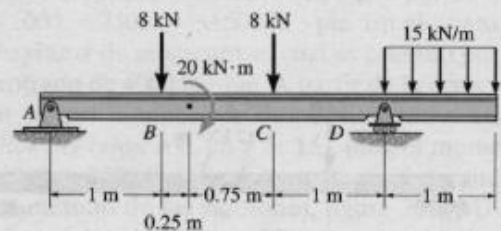
Prob. 7-76

7-74. Trace los diagramas de fuerza cortante y de momento para la flecha. El soporte en A es una chumacera lisa y en B es una chumacera de empuje.



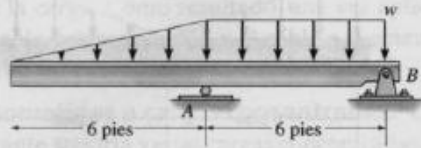
Prob. 7-74

7-77. Trace los diagramas de fuerza cortante y de momento para la viga.



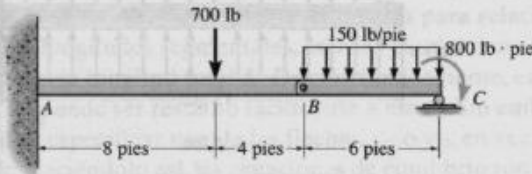
Prob. 7-77

7-78. La viga fallará cuando el momento máximo sea $M_{\text{máx}} = 30 \text{ kip} \cdot \text{pie}$ o la fuerza cortante máxima sea $V_{\text{máx}} = 8 \text{ kip}$. Determine la máxima carga distribuida w que la viga puede soportar.



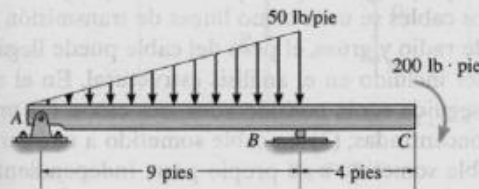
Prob. 7-78

7-79. La viga consiste en dos segmentos conectados mediante un pasador colocado en B. Trace los diagramas de fuerza cortante y de momento para la viga.



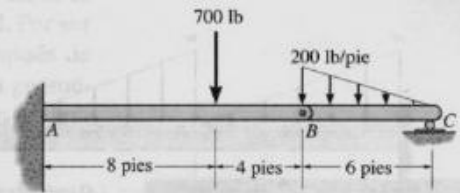
Prob. 7-79

*7-80. Trace los diagramas de fuerza cortante y de momento para la viga.



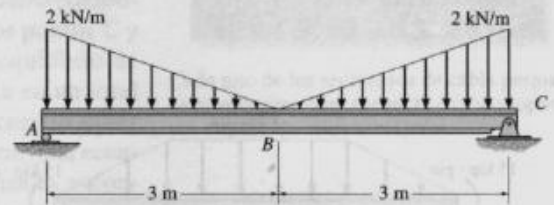
Prob. 7-80

7-81. La viga consiste en dos segmentos conectados mediante un pasador colocado en B. Trace los diagramas de fuerza cortante y de momento para la viga.



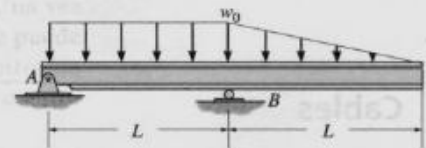
Prob. 7-81

7-82. Trace los diagramas de fuerza cortante y de momento para la viga.



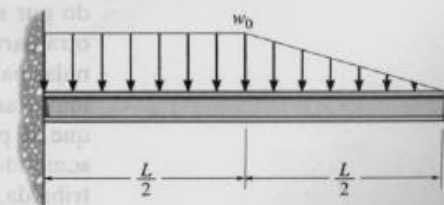
Prob. 7-82

7-83. Trace los diagramas de fuerza cortante y de momento para la viga.



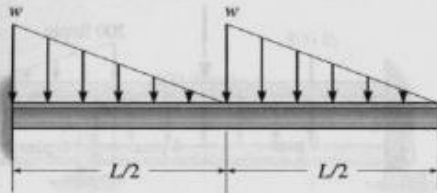
Prob. 7-83

*7-84. Trace los diagramas de fuerza cortante y de momento para la viga.



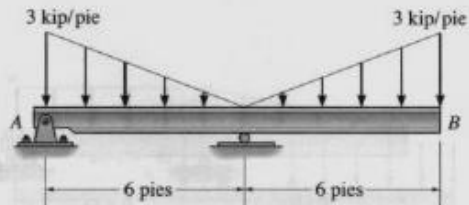
Prob. 7-84

7-85. Trace los diagramas de fuerza cortante y de momento para la viga.



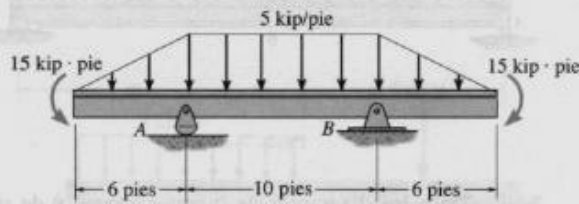
Prob. 7-85

7-87. Trace los diagramas de fuerza cortante y de momento para la viga.



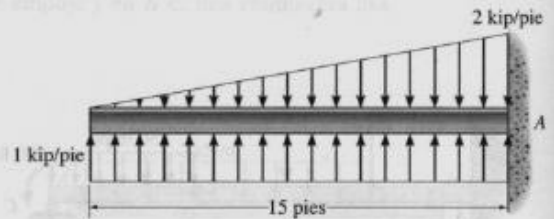
Prob. 7-87

7-86. Trace los diagramas de fuerza cortante y de momento para la viga.



Prob. 7-86

*7-88. Trace los diagramas de fuerza cortante y de momento para la viga.



Prob. 7-88

*7.4 Cables

Los cables y las cadenas flexibles a menudo son usados en estructuras ingenieriles para soportar y transmitir cargas de un miembro a otro. Cuando se utilizan para soportar puentes colgantes y ruedas de tranvía, los cables constituyen el elemento principal de carga de la estructura. En el análisis de fuerzas de tales sistemas, el peso del cable puede ser ignorado por ser a menudo pequeño comparado con la carga que lleva. Por otra parte, cuando los cables se usan como líneas de transmisión y retenidas para antenas de radio y grúas, el peso del cable puede llegar a ser importante y debe ser incluido en el análisis estructural. En el análisis que se presenta en seguida serán considerados tres casos: (1) un cable sometido a cargas concentradas; (2) un cable sometido a una carga distribuida, y (3) un cable sometido a su propio peso. Independientemente de qué condiciones de carga estén presentes, siempre que la carga sea coplanar con el cable, los requisitos de equilibrio son formulados de manera idéntica.