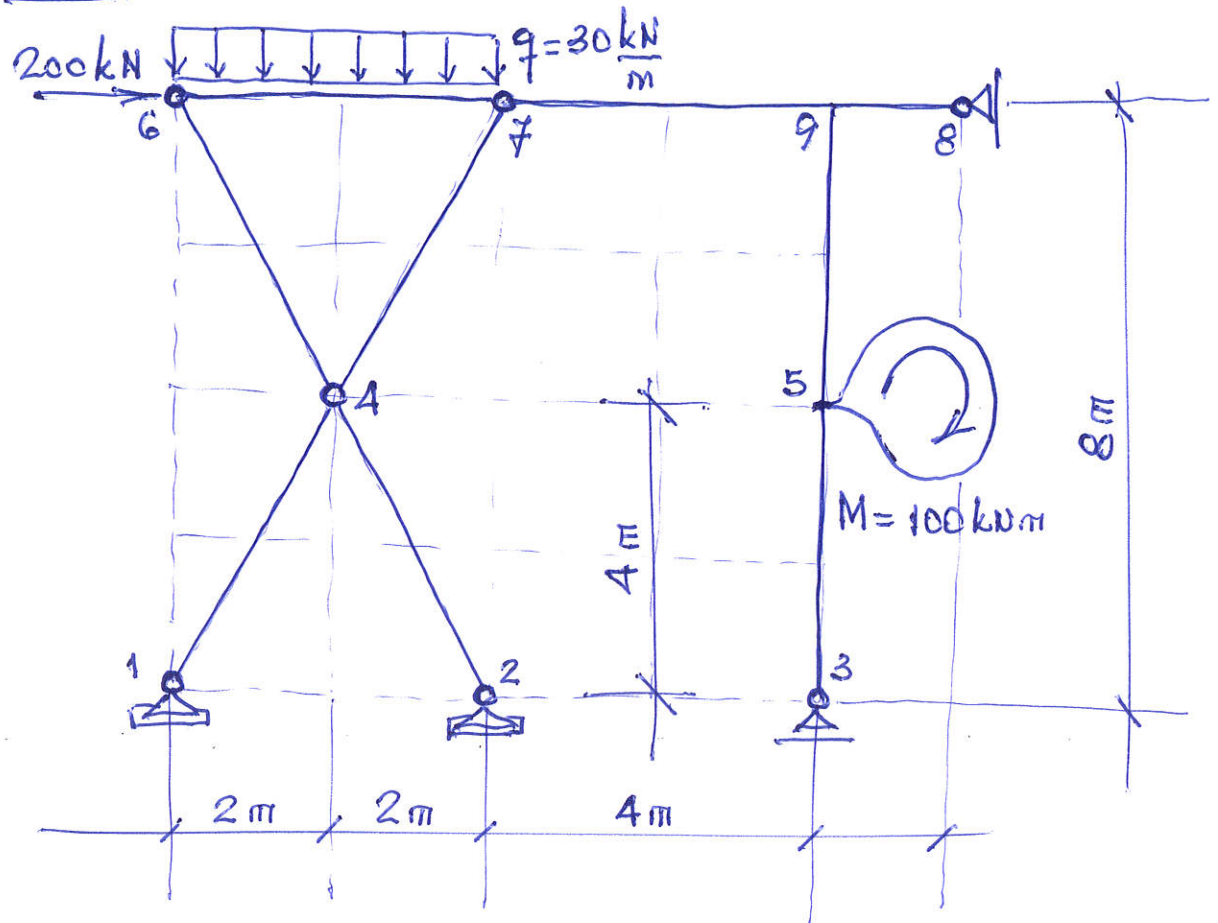


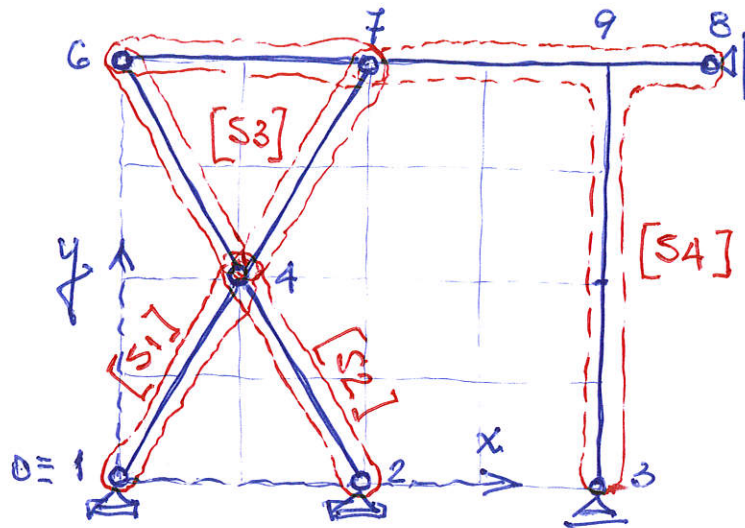
(84.02) ESTABILIDAD I / T.P.4 / Ejercicio 12①. - DATOS:

②. - ANÁLISIS CINEMÁTICO: a pesar de que de un primer golpe de vista el sistema pueda parecerse complicado, una observación atenta nos permitirá concluir lo siguiente:

- 2.1.- La barra 1-4 constituye una chapa.
- 2.2.- La barra 2-4 constituye, también, una chapa.
- 2.3.- Las barras 4-6, 4-7 y 6-7 constituyen una cadena cinemática cerrada de 3 chapas, comportándose, desde el punto de vista cinemático, como si fuese una sola.

2.4.- Por último, las barras 7-8 y 3-9 forman la última chapa del sistema. 2

Resumiendo: el sistema dado puede concebirse así:



Nota: recordemos que hemos denominado CHAPA a un conjunto de puntos materiales vinculados entre sí por la condición de rigidez (distancia entre dos puntos cualquiera = etc.)

Prosiguiendo nuestro análisis, podemos concluir lo siguiente:

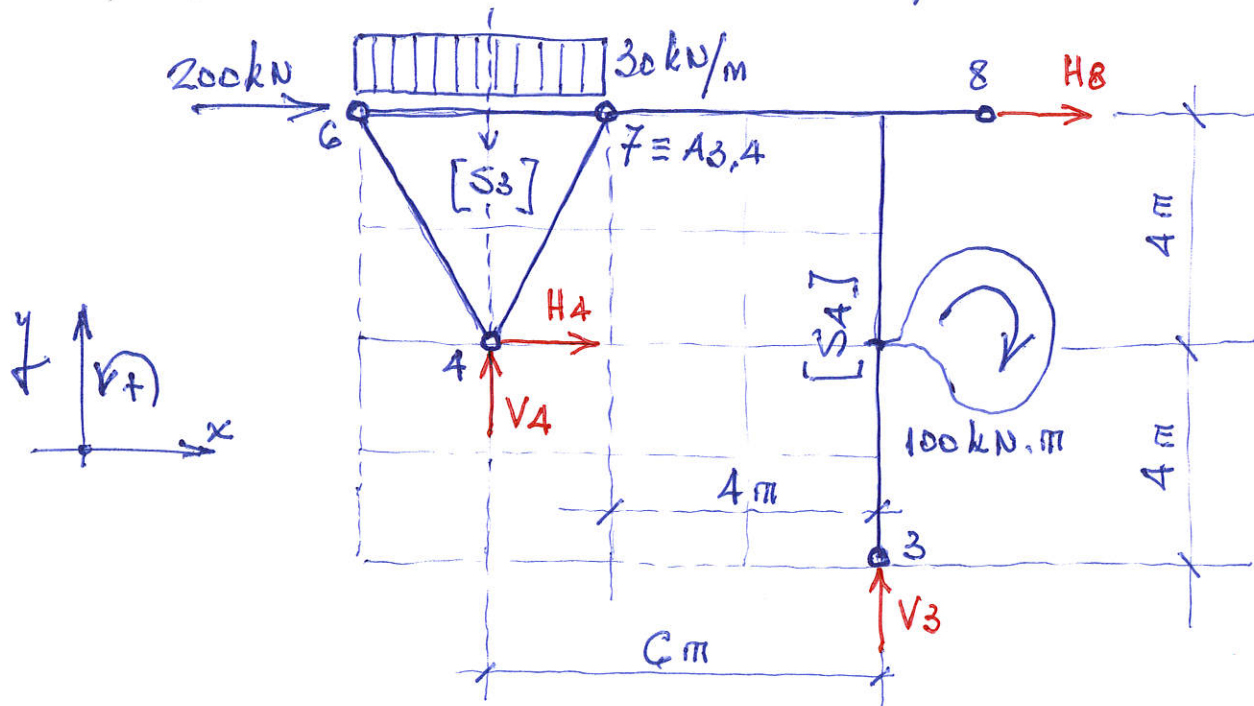
2.5.- Las chapas [S1] y [S2] forman un ARCO A TRES ARTICULACIONES, que no están alineados, lo que implica que no existe vinculación aparente. En consecuencia, podemos afirmar que el nodo 4 está fijo (sus coordenadas no cambian).

2.6.- Si el nodo 4 está fijo, dado que la chapa [S4] posee un punto fijo virtual en 9, también [S3] y [S4] constituyen un ARCO TRIARTICULADO, con los nodos 4, 7 y 9 no alineados $\Rightarrow$ [S3] y [S4] fijas.

2.7.- Siendo $[S_1]$ y $[S_2]$ las chapas que se hallan ³ directamente vinculadas a Tierra, el sistema $[S_3]$ - $[S_4]$, necesita de ellas para estar inmóvil ($\equiv$ equilibrio). Por lo tanto, tendremos que resolver primero el sistema $[S_3]$ - $[S_4]$ y después el $[S_1]$ - $[S_2]$, aplicando en el nodo 4 las acciones que $[S_3]$ le transmite.

③. RESOLUCIÓN DEL SISTEMA $[S_3]$ - $[S_4]$.

3.1.- Esquema de cuerpo libre: (se liberan las coordenadas según las cuales están impuestas las condiciones de vínculo y se ponen en evidencia las magnitudes estáticas asociadas a ellas, que son las RVE).



3.2.- Ecuaciones de equilibrio ABSOLUTO

Son las ecuaciones que nos aporta la Estática. Como en este caso el sistema de fuerzas es plano y NO concurrente, las ecuaciones serán 3. Nosotros elegiremos 2 de proyección y 1 de momentos.

$$3.2.1.- \sum P_x = R_x = 0 \quad (\nexists R \text{ sobre } x)$$

$$\Rightarrow H_4 + H_8 + 200 \text{ kN} = 0$$

$$3.2.2.- \sum P_y = R_y = 0 \quad (\nexists R \text{ sobre } y)$$

$$\Rightarrow V_3 + V_4 - 30 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \cdot 4 \text{ m} = 0$$

$\nexists R$

$$3.2.3.- \sum M^A = M_R^A = 0 \quad (\nexists R \text{ como par de fuerzas})$$

$$\Rightarrow -200 \text{ kN} \cdot 4 \text{ m} - 100 \text{ kN} \cdot \text{m} + V_3 \cdot 6 \text{ m} - H_8 \cdot 4 \text{ m} = 0$$

$$\Rightarrow 6V_3 - 4H_8 - 900 \text{ kN} \cdot \text{m} = 0$$

3.3.- Ecuación de equilibrio relativo

(No debe $\nexists$ rotación relativa entre $[S_3]$ y $[S_4] \Rightarrow R_3$ y R_4 deben poseer una recta de acción única, paralela por $A_{3,4} \equiv \nexists$).

$$\sum M_{izg}^{\nexists}(S_3) = M_{R_3}^{\nexists} = \underbrace{\sum M_{der}^{\nexists}(S_4) = M_{R_4}^{\nexists}}_{\text{Se elige}}$$

$$\therefore 4V_3 - 100 \text{ kN} \cdot \text{m} = 0 \Rightarrow \boxed{V_3 = 25 \text{ kN} (\uparrow)}$$

• Reemplazando en 3.3.3 :

$$6 \cdot 25 \text{ kN} - 4H_8 - 900 \text{ kN} \cdot \text{m} = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{H_8 = \frac{150 \text{ kN} \cdot \text{m} - 900 \text{ kN} \cdot \text{m}}{4 \text{ m}} = -187,5 \text{ kN} (\leftarrow)}$$

• Reemplazando en 3.3.1 :

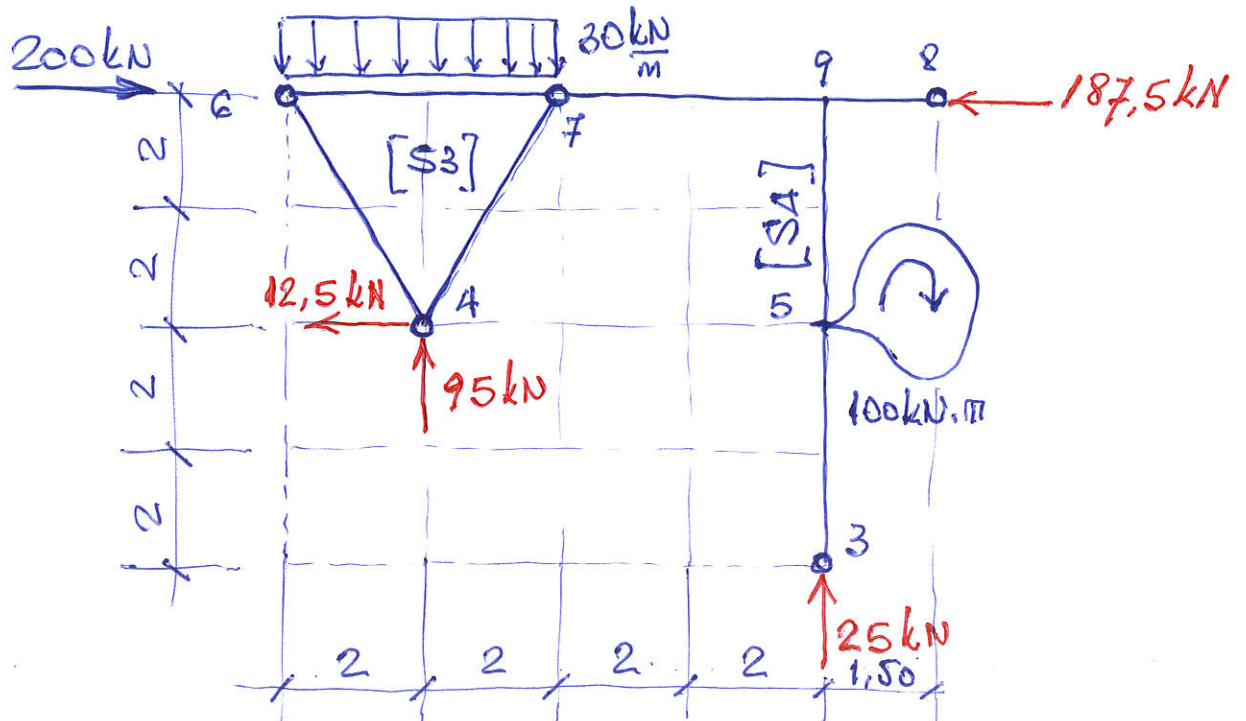
$$\boxed{H_4 = -H_8 - 200 \text{ kN} = (187,5 - 200) \text{ kN} = -12,5 \text{ kN} (\leftarrow)}$$

• Por último, de 3,3,2 :

5

$$\textcircled{V4} = -V3 + 120 \text{ kN} = (-25 + 120) \text{ kN} = \boxed{95 \text{ kN} (\uparrow)}$$

3.4.- Esquema de Cuerpo equilibrado :



3.5.- Verificación RVE : plantearemos como alternativa 3 ecuaciones de momento, con respecto a 3 puntos no alineados, que deberán ser iguales a 0, para que exista equilibrio.

$$3.5.1.- \sum M^G = -12,5 \text{ kN} \cdot 4 \text{ m} + 95 \text{ kN} \cdot 2 \text{ m} - 30 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \cdot 4 \text{ m} \cdot 2 \text{ m} - 100 \text{ kN} \cdot \text{m} + 25 \text{ kN} \cdot 8 \text{ m} = 0 \checkmark^{\text{m}}$$

$$3.5.2.- \sum M^7 = -12,5 \text{ kN} \cdot 4 \text{ m} - 95 \text{ kN} \cdot 2 \text{ m} + 30 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \cdot 4 \text{ m} \cdot 2 \text{ m} - 100 \text{ kN} \cdot \text{m} + 25 \text{ kN} \cdot 4 \text{ m} = 0 \checkmark$$

$$3.5.3.- \sum M^3 = 12,5 \text{ kN} \cdot 4 \text{ m} - 95 \text{ kN} \cdot 6 \text{ m} + 30 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \cdot 4 \text{ m} \cdot 6 \text{ m} + 187,5 \text{ kN} \cdot 8 \text{ m} - 100 \text{ kN} \cdot \text{m} - 200 \text{ kN} \cdot 8 \text{ m} = 0 \checkmark$$

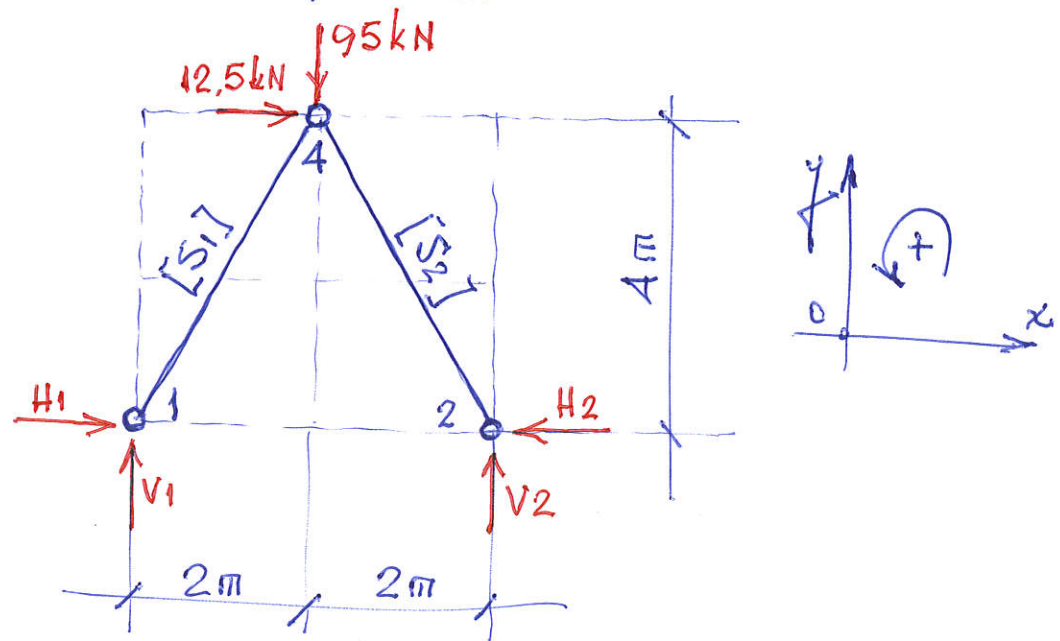
3.5.1 = 0, 3.5.2 = 0 y 3.5.3 = 0 $\Rightarrow$ [S3]-[S4] en equilibrio.

④. - Resolución del sistema [S1]-[S2] :

6

Las únicas acciones exteriores que recibe el arco triarticulado [S1]-[S2] son las fuerzas $-H_4$ y $-V_4$ que el sistema anterior le transmite en la articulación relativa "4", donde se "apoya" la chapa [S3].

4.1. - Esquema de cuerpo libre



4.2. - Ecs. de eq. absoluto :

$$4.2.1. - \sum P_x = R_x = 0 \Rightarrow H_1 - H_2 + 12,5 \text{ kN} = 0$$

$$4.2.2. - \sum P_y = R_y = 0 \Rightarrow V_1 + V_2 - 95 \text{ kN} = 0$$

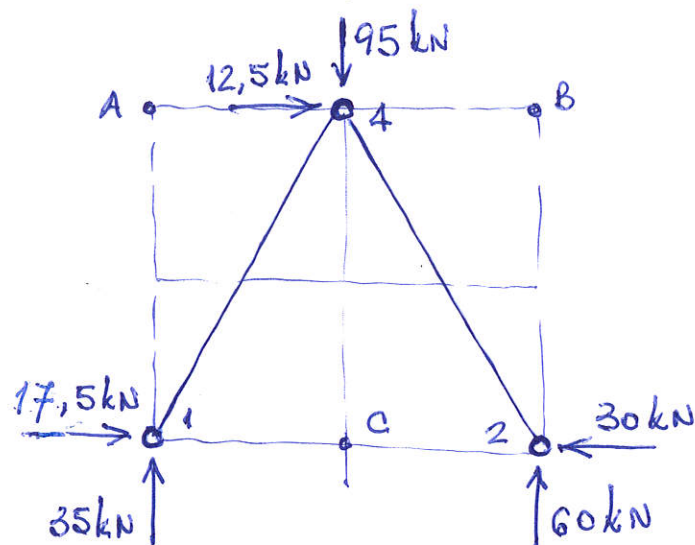
$$4.2.3. - \sum M' = M_R' = 0 \Rightarrow -12,5 \text{ kN} \cdot 4 \text{ m} - 95 \text{ kN} \cdot 2 \text{ m} + V_2 \cdot 4 \text{ m} = 0$$

4.3. - Ecs. de eq. relativo :

$$\sum M_{\text{der}}^4(S_2) = 0 \Rightarrow -H_2 \cdot 4 \text{ m} + V_2 \cdot 2 \text{ m} = 0$$

- De 4.2.3 : $V_2 = 60 \text{ kN} (\uparrow)$
- De 4.3 : $H_2 = 30 \text{ kN} (\leftarrow)$
- De 4.2.1 : $H_1 = (+30 - 12,5) \text{ kN} = 17,5 \text{ kN} (\rightarrow)$
- De 4.2.2 : $V_1 = 95 \text{ kN} - V_2 = 35 \text{ kN} (\uparrow)$

4.4.- Esquema de cuerpo equilibrado:



4.5.- Verificación RVE:

4.5.1.- $\sum M^A = (-95 \cdot 2 + 17,5 \cdot 4 - 30 \cdot 4 + 60 \cdot 4) \text{ kNm} = 0 \checkmark$

4.5.2.- $\sum M^B = (95 \cdot 2 + 17,5 \cdot 4 - 35 \cdot 4 - 30 \cdot 4) \text{ kNm} = 0 \checkmark$

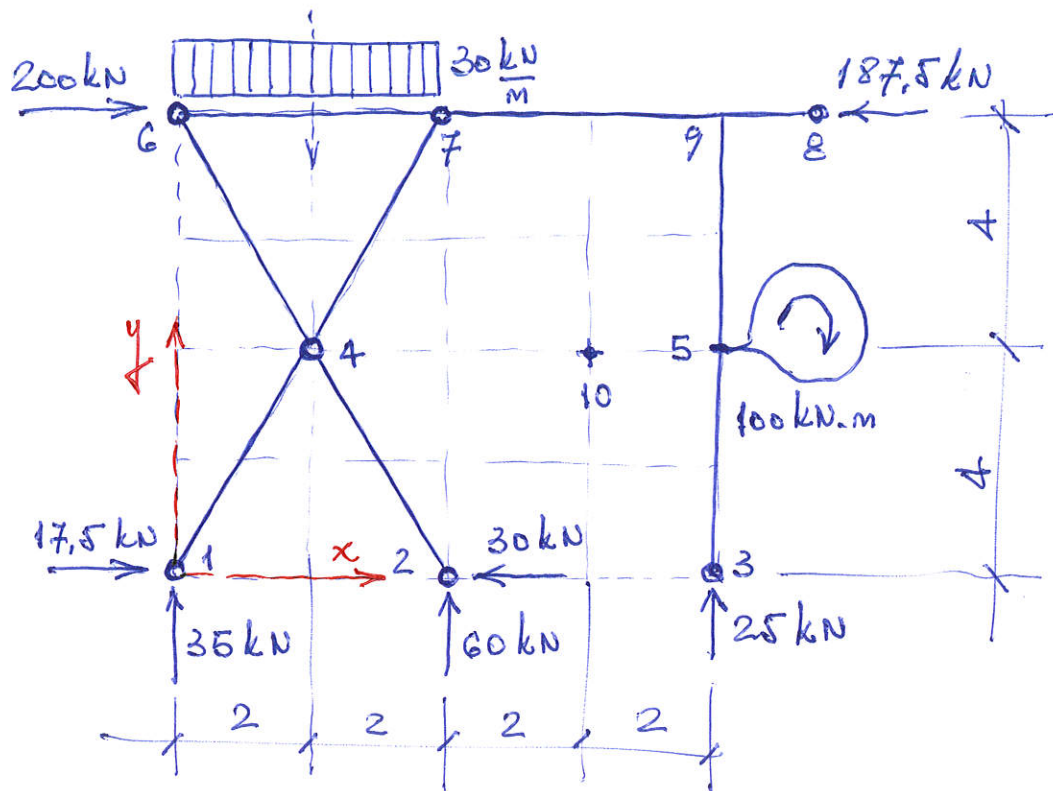
4.5.3.- $\sum M^C = (-12,5 \cdot 4 - 35 \cdot 2 + 60 \cdot 2) \text{ kNm} = 0 \checkmark$

4.5.1 = 0 , 4.5.2 = 0 y 4.5.3 = 0 $\Rightarrow$ [S₁] - [S₂] en equilibrio

⑤.- Sistema equilibrado completo:

8

5.1.- Sistema:



5.2.- Verificación:

$$5.2.1.- \sum M^4 = (-100 - 200 \cdot 4 + 17,5 \cdot 4 - 35 \cdot 2 + 60 \cdot 2 - 30 \cdot 4 + 187,5 \cdot 4 + 25 \cdot 6) \text{ kNm} = 0 \checkmark$$

$$5.2.2.- \sum M^{10} = (-100 - 200 \cdot 4 + 30 \cdot 4 \cdot 4 + 17,5 \cdot 4 - 35 \cdot 6 - 30 \cdot 4 - 60 \cdot 2 + 187,5 \cdot 4 + 25 \cdot 2) \text{ kNm} = 0 \checkmark$$

$$5.3.3.- \sum M_3 = (-100 - 200 \cdot 8 + 30 \cdot 4 \cdot 6 - 35 \cdot 8 - 60 \cdot 4 + 187,5 \cdot 8) \text{ kNm} = 0 \checkmark$$

$$\sum M^4 = 0, \sum M^{10} = 0 \text{ y } \sum M^3 = 0 \Rightarrow$$

$\Rightarrow$ Sistema completo en equilibrio. C.G.