

*Universidad de Buenos Aires
Argentina*

Isoestaticidad de cadenas cerradas de 4 chapas

Jorge G. Laiun

jlaiun@srk.com.ar

Universidad de Buenos Aires

RESUMEN: Se presenta un enfoque alternativo para el estudio de la isoestaticidad de cuerpos constituidos por 4 chapas rígidas vinculadas en forma de anillo cerrado. El enfoque consiste en visualizar, cuando sea posible, la similitud existente entre este tipo de cuerpos con la de los arcos triarticulados, estructura sencilla cuyo análisis de isoestaticidad es simple e intuitivo.

Palabras clave: Isoestaticidad – cuerpo rígido – arco triarticulado – cuatro chapas – cerrado.

1 INTRODUCCIÓN

El estudio de la isoestaticidad de un cuerpo formado por 4 chapas rígidas vinculadas formando un anillo cerrado presenta un nivel de dificultad tal que requiere de un análisis detallado, ya que, en general, no alcanza con un rápido análisis mental intuitivo.

Las dificultades con las que generalmente se topa un alumno cuando estudia este tipo de cuerpos son las siguientes:

- Definir los límites entre cada una de las chapas, y por ende, de la cantidad de chapas que componen el cuerpo en estudio.
- Determinar si los vínculos externos, aún estando en cantidad necesaria y suficiente (condición necesaria), se encuentran correctamente distribuidos y orientados para generar una estructura isoestática (condición suficiente).

Estas dificultades pueden superarse mediante un cambio de perspectiva, que permita entender al problema desde otro punto de vista.

En este artículo se describe un método para analizar la isoestaticidad de un cuerpo de 4 chapas cerrado mediante su similitud a la de un arco triarticulado.

2 ISOESTATICIDAD DE UN ARCO TRI-ARTICULADO

2.1 Condición de rigidez

Este tipo de estructura es un caso particular de cadena abierta de chapas. Se puede demostrar que la condición de rigidez se satisface si se cumple la Ec.(1), siendo CV_E la cantidad de vínculos externos y N_{CH} la cantidad de chapas que compone el sistema.

$$CV_E = N_{CH} + 2 \quad (1)$$

2.2 Análisis isoestaticidad

En la Fig. 1 se muestra esquemáticamente un arco tri-articulado. Se observa que cada chapa tiene un vínculo de segunda especie, o su equivalente en dos vínculos de primera especie. En su caso más general,

la vinculación entre ambas chapas se materializa por dos bielas de cualquier inclinación. En caso de no existir los vínculos de externos en cada chapa, los cuerpos serían capas de girar uno respecto del otro respecto del punto donde se interceptan ambas bielas. En consecuencia, ese punto conforma una articulación entre ambas chapas, la que puede ser *propia* en caso de que las bielas se intercepten en un punto propio, o ser *impropia* cuando las bielas son paralelas y se interceptan en un punto impropio definido por la dirección de las bielas. Cuando la vinculación entre las chapas es por medio de dos bielas, se dice que la articulación relativa es *virtual*, y cuando es directamente por medio de una articulación, se dice que es *real*.

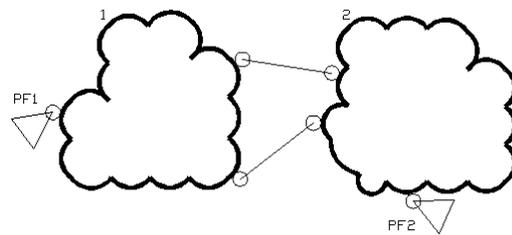
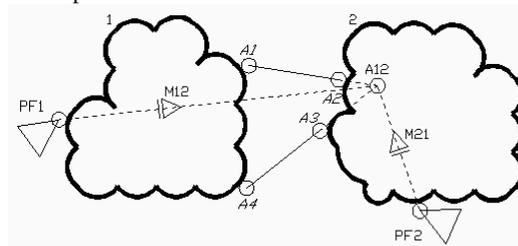


Figura 1. Arco tri-articulado.

El análisis de isoestaticidad consiste en determinar que la cantidad de vínculos de primera especie de cada chapa sean 3 y no exista vinculación aparente.

En la Fig. 2 se detalla el análisis realizado. La chapa 1 se comporta como una biela para el cuerpo 2. Se observa que el móvil M12 que la chapa 1 le provee a la chapa 2 no pasa por el punto fijo de la chapa 2 (PF2), por lo que no hay vinculación aparente. Similar análisis puede hacerse con la chapa 1.

La falta de alineación entre el PF1, A12 y PF2 garantiza la no existencia de vinculación aparente y el cumplimiento de la condición suficiente.



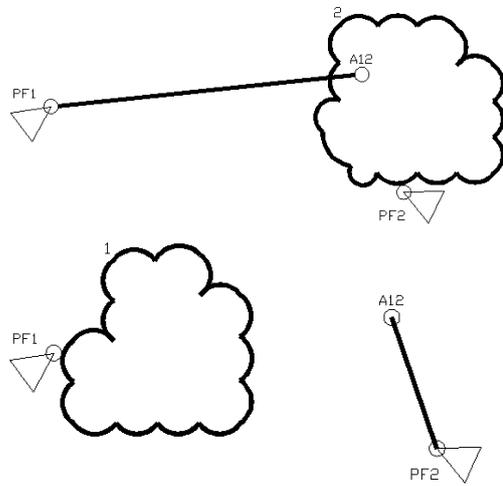


Figura 2. Análisis isoestático de un arco tri-articulado.

3 ISOESTATICIDAD DE UN CUERPO DE CUATRO CHAPAS

3.1 Condición de rigidez

Para el caso de una estructura de 4 chapas cerrada, se puede demostrar que la condición de rigidez se satisface si se cumple la Ec.(2).

$$CV_E = N_{CH} \quad (2)$$

Por lo tanto, como condición necesaria, se requiere de 4 vínculos de primera especie para que una cadena cerrada de cuatro chapas sea isoestática. La condición suficiente, surge de verificar que no se genere vinculación aparente. Se identifican varias situaciones según sea la distribución de los vínculos en cada chapa. Por ejemplo, el caso 2-0-2-0 refiere a una distribución de 2, 0, 2 y 0 vínculos de primera especie para cada una de las chapas siguiendo un sentido horario. En los siguientes capítulos se tratan todos los casos posibles de vinculación de cadenas isoestáticas de cuatro chapas cerradas.

3.2 Caso 2-0-2-0

El análisis de este sistema es un caso trivial y consiste en reinterpretar a las bielas de vinculación del arco tri-articulado como dos chapas. En la Fig. 3

se muestra el análisis para las chapas 1 y 2, similar al realizado en la Fig. 2. En la Fig. 4 se muestra el análisis realizado para las chapas 3 y 4. Como estas chapas no poseen ningún vínculo externo, reciben un vínculo de primera especie de cada chapa aledaña. Si el punto fijo de la chapa 3 (PF3), el de la chapa 4 (PF4) y la articulación entre la chapa 3 y 4 (A34) no están alineados, entonces no hay vinculación aparente.

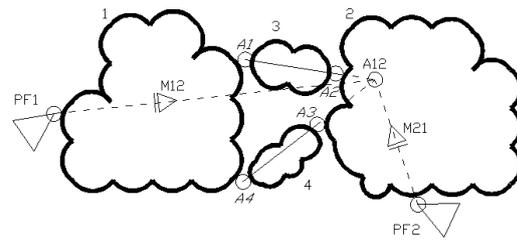


Figura 3. Caso 2-0-2-0. Análisis isoestático chapas 1 y 2.

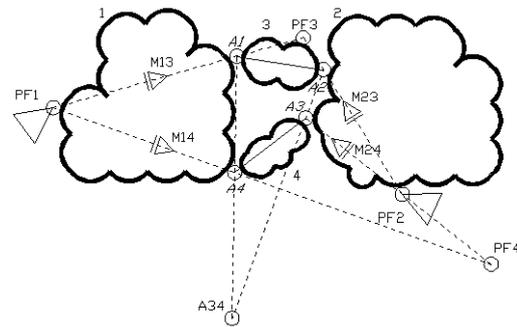


Figura 4. Caso 2-0-2-0. Análisis isoestático chapas 3 y 4.

3.3 Caso 2-2-0-0

La Fig. 5 esquematiza el caso analizado. Las chapas 1 y 3 conforman un arco tri-articulado, debiéndose verificar la falta de alineación entre las articulaciones PF1, A1 y PF3 para garantizar que no haya vinculación aparente. Es de notar que las chapas 2 y 4 no producen ningún tipo de restricción a las chapas 1 y 3. Estas no poseen vínculos externos, conforman una cadena abierta de 2 chapas con 4 grados de libertad, que al vincularse a las chapas 1 y 3 mediante las articulaciones A2 y A4 (las cuales restringen 2 grados de libertad cada una), queda con 0 grados de libertad o restricción.

Como las chapas 1 y 3 se encuentran isostáticamente sustentadas, todos los puntos pertenecientes a estas chapas son puntos fijos, incluyendo a las articulaciones A2 y A4. En consecuencia, se visualiza que las chapas 2 y 4 conforman otro arco tri-articulado definido por las articulaciones A2, A3 y A4, debiéndose verificar la falta de alineación entre ellas para descartar vinculación aparente.

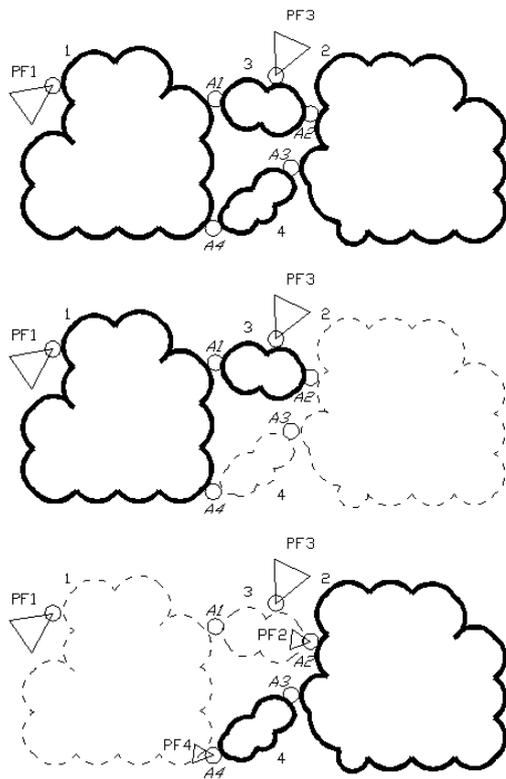


Figura 5. Caso 2-2-0-0. Análisis isoestaticidad.

3.4 Caso 2-1-1-0, 2-1-0-1

La estrategia de análisis consiste en encontrar el punto fijo de la chapa 2. Para ello debemos trasladar la vinculación de primera especie que la chapa 1 le da a la 3, mediante el móvil M13. Con la intersección entre los móviles M3 y M13 podemos encontrar el punto fijo de la chapa 3, indicado como PF3 en la Fig. 6. A su vez, la chapa 3 le aporta a la chapa 2 el apoyo móvil M32, que junto con el vínculo externo M2 de la chapa 2 encontramos el punto fijo PF2. El PF1, PF2 y la articulación A12 entre las chapas 1 y 2, conforman un arco tri-

articulado, debiéndose verificar la condición de suficiencia para garantizar la isoestaticidad de la estructura.

Similar análisis puede realizarse para el caso 2-1-0-1.

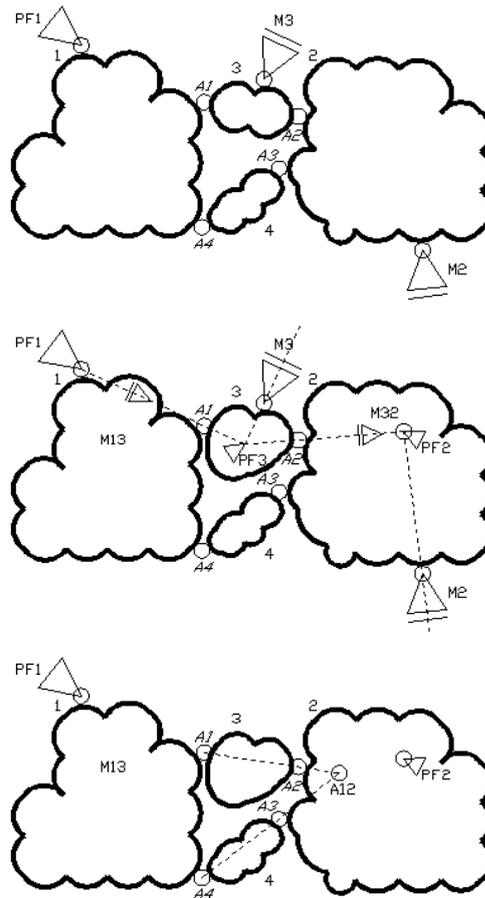


Figura 6. Caso 2-1-1-0. Análisis de isoestaticidad.

3.5 Caso 3-1-0-0, 3-0-1-0

La chapa 1 posee los 3 vínculos necesarios para que sea isoestática. Las chapas 2, 3 y 4 no le aportan ningún tipo de vinculación o restricción a la chapa 1. Estas conforman una cadena abierta de 3 chapas con solo un vínculo exterior de primera especie, por lo que posee 4 grados de libertad. La vinculación de estas 3 chapas a la chapa 1 por medio de las articulaciones A1 y A4 le quitan los 4 grados de

libertad que tenían, por lo que no queda ningún tipo de restricción al movimiento de la chapa 1.

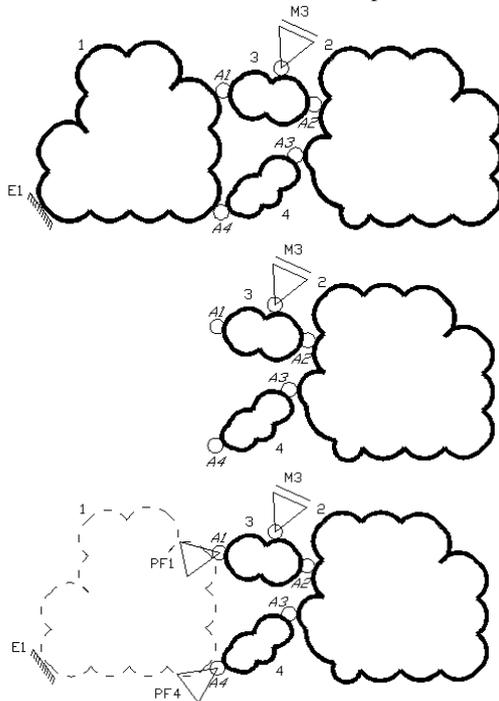


Figura 7. Caso 3-1-0-0. Análisis isoestaticidad.

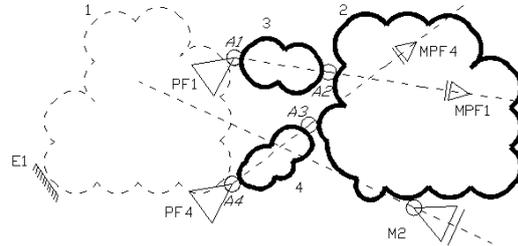
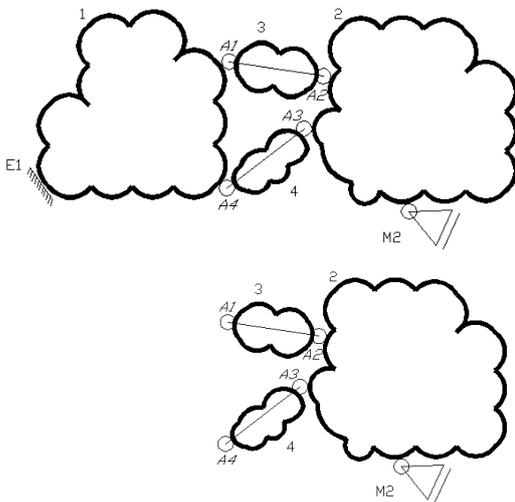


Figura 8. Caso 3-0-1-0. Análisis isoestaticidad.

En la Fig. 7 y Fig. 8 se muestran los dos vínculos fijos que la chapa 1 le aporta a las chapas 3 y 4 (PF1 y PF4). Las chapas 2, 3 y 4 se analizan como una estructura de 3 chapas abierta con los vínculos externos PF1, PF4 y M3 o M2.

En la Fig. 7, el PF1 y el móvil M3 conforman los 3 vínculos requeridos para la isoestaticidad de la chapa 3, convirtiendo al punto A2 en un punto fijo. La chapa 2 y 4, el punto fijo en A2 y A4, y la articulación entre las chapas 2 y 4 (A3), conforman un arco a tres-articulaciones, cuyo análisis de isoestaticidad queda verificado cuando no exista alineación entre las tres articulaciones.

En la Fig. 8, los PF1 y PF4 les transmiten dos apoyos móviles a la chapa 2 (MPF1 y MPF4). Estos dos apoyos junto con el vínculo externo de la chapa 2 (M2) conforman los 3 vínculo requeridos para verificar la isoestaticidad de esa chapa.

4 CASO 1-1-1-1

Verificada la condición de rigidez, este caso requiere de plantear el sistema de ecuaciones aportada por la Estática para garantizar el equilibrio de los cuerpos. Un sistema linealmente dependiente significará que existe vinculación aparente. Un sistema linealmente independiente, implicará una estructura correctamente sustentada e isoestática. No es posible mediante un análisis gráfico, como el elaborado en los casos anteriores, verificar previamente la isoestaticidad de un estructura con un vínculo de primera especie en cada chapa.

5 EJERCICIOS

5.1 Estructura reticulada

Una empresa de transporte aéreo de pasajeros planifica expandir su área de negocios de vuelos charter de lujo para ejecutivos en el Aeródromo de

