4 EQUILIBRIO DE CUERPOS VINCULADOS — 2017 — 1º C

Análisis Cinemático

EJERCICIO Nº		CASO	TIPO
4.	01	Teoría	G

INDICE

1 ¿Qué es el *análisis cinemático* de un sistema de puntos materiales?

2 ¿En qué consiste?

3 ¿Cómo se demuestra la *inmovilidad* de cada chapa?

4 ¿A qué se denomina *vinculación aparente*?

5 ¿Cuál es el *indicio analítico* de que un sistema presenta *vinculación aparente*?

6 ¿Qué significa que un sistema de puntos materiales sea *cinemáticamente estable?*

7 ¿Cuáles son las *conclusiones importantes de la cinemática plana* que deben emplearse para *demostrar* que un sistema rígido de puntos materiales es *isostático y cinemáticamente estable?*

8 Ejemplo.

----oOo----

B

RESOLUCIÓN

1 ¿Qué es el *análisis cinemático* de un sistema de puntos materiales?

El *análisis cinemático* de un sistema de puntos materiales es, tal como su nombre lo indica, un *análisis de la estructura que se realiza previamente a la determinación* de *las reacciones de vínculo externo* (RVE) y que se lleva a cabo con *total prescindencia de las cargas que actúan sobre el sistema*, para demostrar que éste se halla correctamente vinculado (o sustentado), de modo que *no existe ninguna posibilidad de movimiento, sea cual fuere el estado de cargas que incida sobre él.*

2 ¿En qué consiste?

En el caso más general de una *cadena cinemática* constituida por varias chapas, el análisis cinemático consiste en *demostrar que cada una de ellas posee, en si misma o mediante la colaboración de las restantes, las tres condiciones de vínculo que se requieren para que se halle isostáticamente sustentada y que no presenta, a la vez, vinculación aparente.*

3 ¿Cómo se demuestra la *inmovilidad* de cada chapa?

La inmovilidad de cada una de las chapas se demuestra *aislándola mentalmente del* resto de *la cadena*. Si la chapa *posee ella misma las tres condiciones de vínculo que* son requeridas para que sea *isostática* y se constata que no existe *vinculación aparente*, puede asegurarse, directamente, que el sistema de puntos materiales que la constituye es *cinemáticamente estable*; caso contrario, deberá estudiarse cuál es o cuáles son las *condiciones de vínculo adicionales (internas)* que le aporta el resto del sistema, *verificando luego su isostaticidad y la ausencia de vinculación aparente.*

4 ¿A qué se denomina *vinculación aparente*?

Se dice que un sistema presenta *vinculación aparente* cuando, a pesar de tener aplicado el número mínimo de condiciones de vínculo indispensable para asegurar que se halla *isostáticamente sustentado*, *los vínculos (externos o internos) están* mal aplicados, es decir, que el sistema, en el *campo de los pequeños desplazamientos*, es aún pasible de *experimentar algún movimiento*, es decir, que constituye un *mecanismo* (o sistema hipostático).

5 **¿Cuál es el *indicio analítico* de que un sistema presenta *vinculación aparente*?**

Según sabemos, la determinación analítica de las reacciones de vínculo nos conduce al planteo de un sistema de ecuaciones lineales, que tendrá solución única si el determinante de los coeficientes de las incógnitas es distinto que cero. Por lo tanto, si el sistema presenta vinculación aparente, es decir, que es pasible de experimentar algún movimiento, el indicio analítico que lo pondrá en evidencia será la incompatibilidad del sistema de ecuaciones, dada por el hecho de que aquel determinante será igual a 0.

6 **¿Qué significa que un sistema de puntos materiales sea *cinemáticamente estable?***

Decimos que un sistema es *cinemáticamente estable* cuando satisface las condiciones de ser *isostático* (número de grados de libertad igual al número de las condiciones de vínculo aplicadas) y de *no poseer vinculación aparente*. Esto significa que la *geometría del sistema es invariable*, o sea, que las *coordenadas de los puntos que componen el sistema material permanecen fijas*.

7 **¿Cuáles son las *conclusiones importantes de la cinemática plana* que deben emplearse para *demostrar* que un sistema rígido de puntos materiales es *cinemáticamente estable*?**

7.1 Si una chapa posee capacidad de movimiento, éste, que en su forma más general es *roto-traslatorio*, consiste, en definitiva, en una *rotación* en torno de un punto denominado *polo*, que puede ser *propio* o *impropio* (ubicado en el infinito). Si el polo es propio, el movimiento de la chapa es una rotación propiamente dicha; si el polo es impropio, el movimiento de la chapa será una traslación.

Resumiendo: ***toda chapa libre se mueve en el plano al que pertenece rotando alrededor de un polo propio o impropio***.

7.2 *Se colige de lo anterior que, desde el punto de vista práctico, el análisis cinemático consiste en examinar si las diferentes chapas que componen una cadena cinemática, poseen o no un polo de rotación (un único punto fijo). En caso negativo, la chapa carece de capacidad de movimiento (está fija).*

7.3 Si una cadena cinemática de chapas constituye un mecanismo (sistema hipostático), ***los polos de dos chapas estarán alineados (ubicados sobre la misma recta) con la articulación relativa correspondiente***.

7.4 *La **colaboración que una chapa de la cadena le aporta a la adyacente** se pone en evidencia por medio de una **biela virtual**, cuya dirección surge de unir el posible polo de rotación de la primera chapa con la articulación relativa correspondiente, lo que a su vez es equivalente a la consideración de un **apoyo móvil ficticio** que le impide a la articulación relativa corrimientos en la dirección de la biela virtual.*

7.5 *La **articulación relativa entre dos chapas vinculadas entre sí mediante dos bielas** se ubica en la intersección de las rectas que contienen a los ejes de las bielas.*

8 Ejemplo.

A continuación, llevaremos a cabo el análisis cinemático de una *cadena cinemática de tres chapas*, para mostrar el *modus operandi* correspondiente.
No se dibujan las cargas actuantes sobre cada chapa dado que, según hemos recordado arriba, ***este análisis es exclusivamente geométrico***, **es decir, totalmente** independiente **del estado de cargas que incide sobre la estructura**.
Además, dado que el análisis será cualitativo, no se asignarán dimensiones.

8.1 ***Cadena cinemática a analizar:***

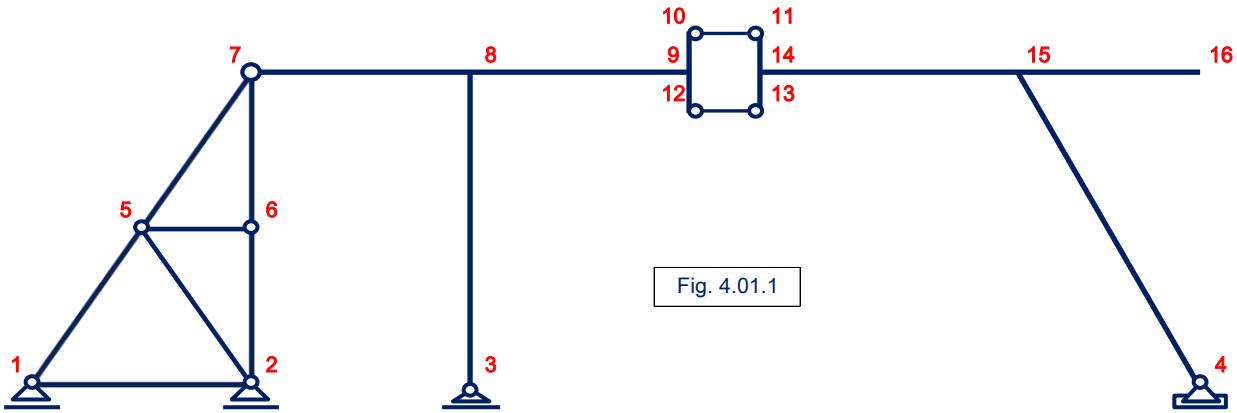

Fig. 4.01.1

8.2 ***Tipo de cadena cinemática:*** **abierta.**

8.3 ***Cantidad "n" de chapas:*** **n = 3** (ver fig. 4.01.2)

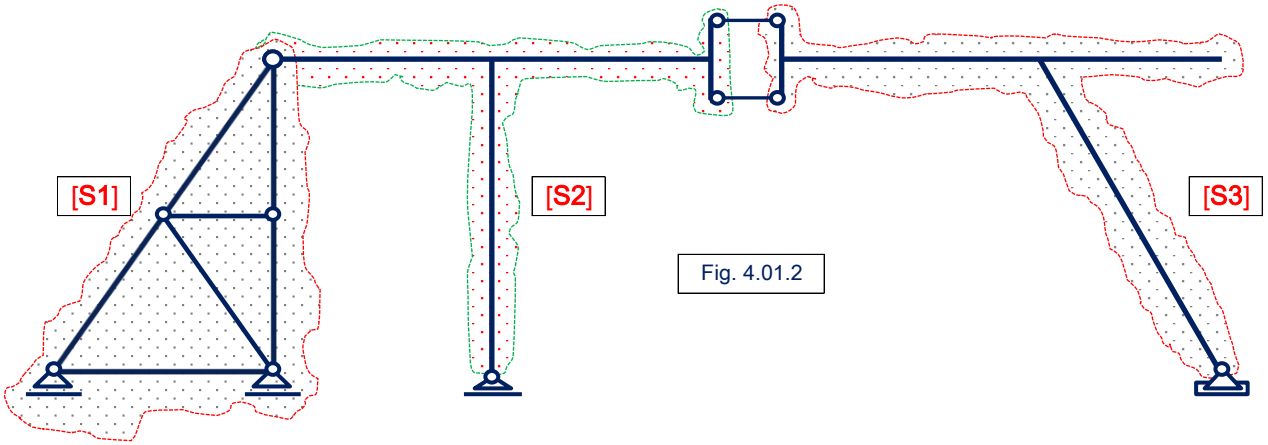

Fig. 4.01.2

8.3 *Número de grados de libertad de la cadena cinemática:*

$$GL = n + 2 = 5$$

8.4 *Número de condiciones de vínculo impuestas a la cadena cinemática:*

$$CV = 1 + 1 + 1 + 2 = 5$$

- 2 → Impuestos por el APOYO FIJO aplicado en el punto 4.
- 1 → Impuesto por el APOYO MÓVIL aplicado en el punto 3.
- 1 → Impuesto por el APOYO MÓVIL aplicado en el punto 2.
- 1 → Impuesto por el APOYO MÓVIL aplicado en el punto 1.

8.5 *Primera conclusión importante:*

GL = CV => El sistema se encuentra *isostáticamente sustentado* .

8.6 *Segunda conclusión importante:*

La observación de la cadena cinemática nos permite establecer que:

a) *La chapa [S1] aislada de las otras dos posee 1 grado de libertad.*
b) *La chapa [S2] aislada de las otras dos posee 2 grados de libertad.*
c) *La chapa [S3] aislada de las otras dos posee 1 grado de libertad.*

Lo anterior nos permite concluir que cada una de ellas necesitará de la colaboración de las otras dos para estar isostáticamente sustentada y constituir un sistema cinemáticamente estable.

8.7 *Análisis de la chapa [S1]:*

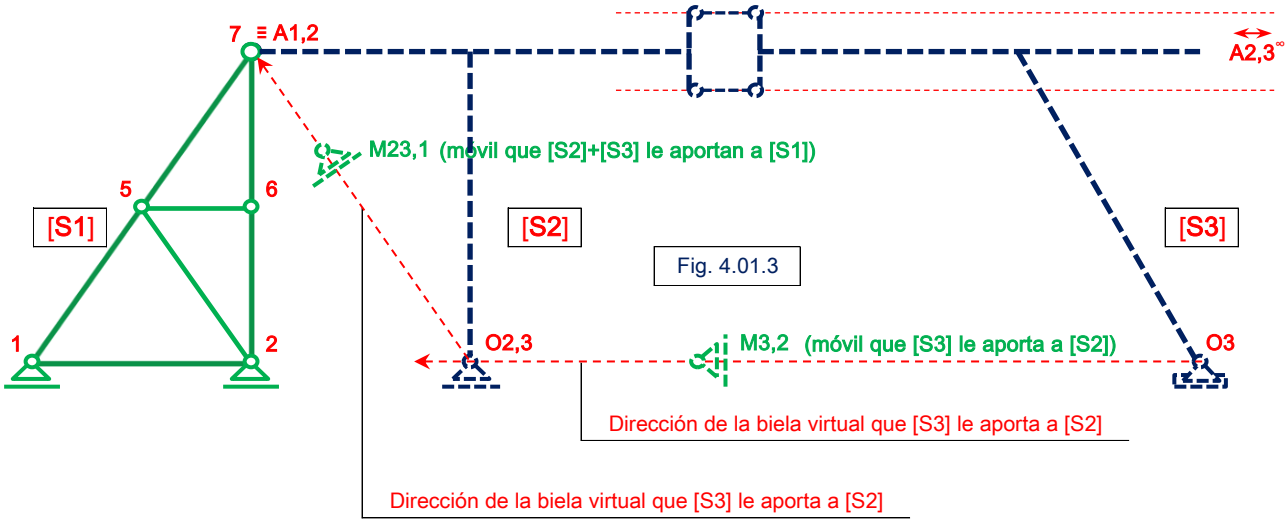

Fig. 4.01.3

Explicación: tal como lo comentamos más arriba, la chapa [S1] posee un grado de libertad, dado que los dos apoyos móviles que le están aplicados le restringen un grado de libertad cada uno y debe ser, por lo tanto, el conjunto formado por las otras dos chapas el que debe aportar la condición de vínculo que le falta.

Por otra parte, el conjunto formado por las chapas [S1] y [S2], constituye una cadena cinemática de dos chapas, que de sus cuatro grados de libertad (n+2) tiene tres restringidos, por lo que ambas componen un mecanismo de un grado de libertad, pasible de experimentar un movimiento, rotando cada chapa, como sabemos, alrededor de un polo propio o impropio (ver 7.1).

El polo de la chapa [S3] debe, necesariamente, coincidir con el punto 4, ya que allí se halla aplicado un apoyo de segunda especie, por lo que 4 es un punto fijo.

De acuerdo con lo dicho en 7.3, los polos de las chapas [S2] y [S3] deben estar alineados con la articulación relativa correspondiente. Dado que la misma está materializada por dos bielas paralelas, aquélla se ubica en el infinito, por lo que unirla con O3 significa trazar por este polo una recta paralela a la dirección de las bielas, obteniéndose así la dirección de la biela virtual que materializa la colaboración que la chapa [S3] le aporta a la [S2], o, lo que es equivalente, el apoyo móvil virtual que hemos designado M3,2. Esto significa, ahora, que la chapa [S2] tiene aplicados dos apoyos móviles, el propio y el M3,2, lo que implica que en el punto 3 se halla el polo O2 de la chapa [S2].

Por último, uniendo O2 con la articulación relativa entre [S1] y [S2], obtenemos la dirección de la biela virtual que representa la colaboración que las chapas [S2] y [S3] le aportan a [S1], o, lo que es equivalente, la del apoyo móvil ficticio M23,1.

Podemos observar, entonces, que ahora la chapa [S1] tiene aplicados tres apoyos móviles: dos propios, en los puntos 1 y 2, y un tercero, el M23,1, aplicado en el punto 7, articulación relativa entre [S1] y [S2], único punto a través del cual puede "hacerse sentir" (pasar) la colaboración que las chapas [S2] y [S3] le aportan a [S1] para que no se mueva.

Dado, entonces, que [S1] cuenta con las tres condiciones de vínculo que deben serle aplicadas para restringir sus tres grados de libertad, podemos asegurar que se cumple la *condición necesaria para que no se mueva,* esto es, [S1] está ***isostáticamente sustentada*** . Como, además, *las normales a las direcciones según las cuales los tres apoyos móviles les permiten moverse a los puntos 1, 2* y *7* no pasan simultáneamente por el mismo punto, podemos afirmar, también, *que la chapa [S1] no presenta* ***vinculación aparente*** , por lo que *constituye un* ***sistema cinemáticamente estable.***

8.8 *Análisis de la chapa [S2]:*

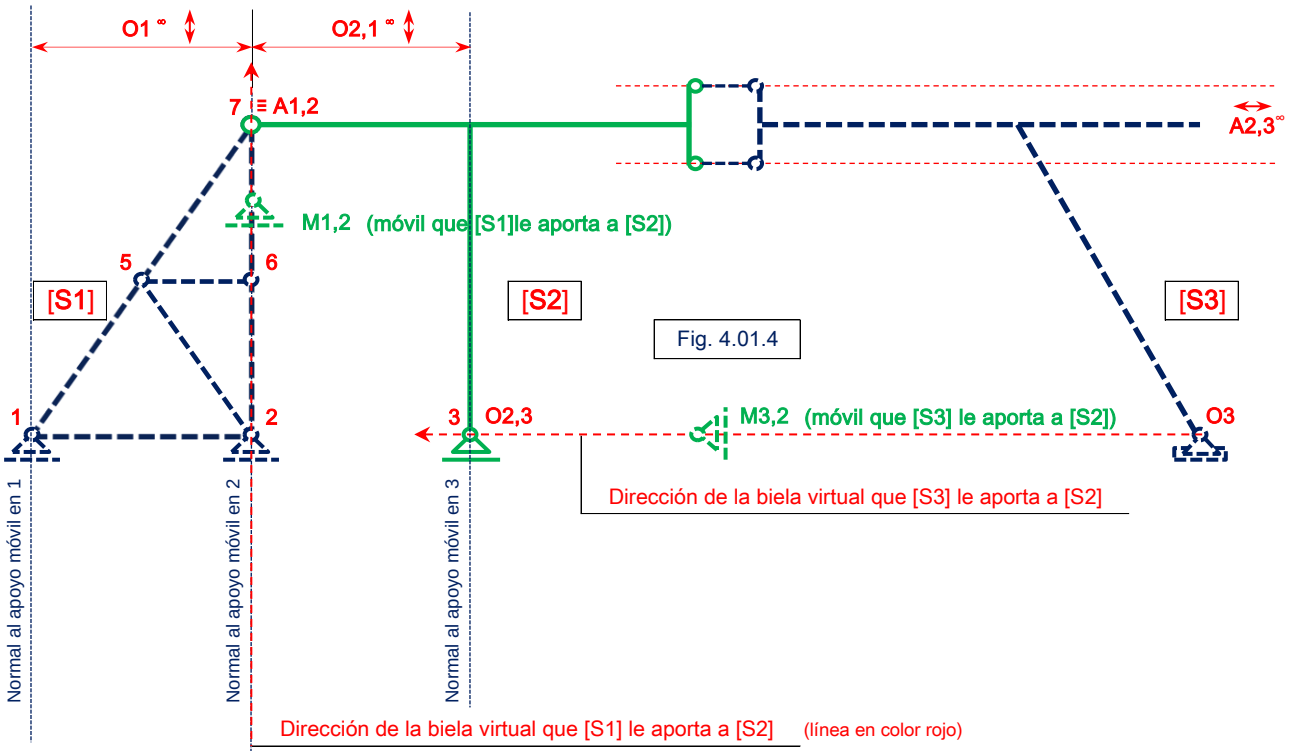

Fig. 4.01.4

Explicación: tal como lo comentamos más arriba, la chapa [S2] posee dos grados de libertad, dado que el único apoyo móvil que le está aplicado le restringe un grado de libertad, y debe ser, por lo tanto, el conjunto formado por las otras dos chapas el que debe aportar las dos condiciones de vínculo que le faltan.

Por otro lado, tanto [S1] como [S3], consideradas aisladas de la cadena cinemática, constituyen sendos mecanismos de un grado de libertad, por lo que son pasibles de experimentar un movimiento roto-traslatorio, que tendrá lugar, como ya sabemos, rotando cada chapa alrededor de un polo propio o impropio.

El polo de [S1] será impropio, ya que las normales a las direcciones según las cuales los apoyos móviles aplicados a los puntos 1 y 2 les permiten a estos moverse son parelas y, por lo tanto, se cortan en un punto infinitamente alejado (punto fijo de [S1]).

El polo de la chapa [S3] debe, necesariamente, coincidir con el punto 4, ya que allí se halla aplicado un apoyo de segunda especie, por lo que 4 es un punto fijo.

Ahora bien, de acuerdo con lo recordado en el punto 7.3, los polos de dos chapas deben hallarse alineados con la articulación relativa correspondiente, por lo que, de acuerdo con 7.4, uniendo el polo O1 con la articulación relativa A1,2 entre [S1] y [S2], obtendremos la dirección de la biela que materializa la colaboración de [S1] a [S2], o lo que es equivalente, la del apoyo móvil virtual M1,2 (ver fig.4.01.4).

Lo mismo sucederá al unir el polo O3 de la chapa [S3] con la articulación relativa A2,3 (ubicada en el impropio horizontal), obteniendo la dirección del apoyo móvil virtual que hemos designado M3,2 (ver fig.4.01.4).

Podemos observar, así, que la chapa [S2] tiene aplicados ahora tres apoyos móviles, uno que le es propio y otros dos virtuales, provenientes desde las chapas [S1] y [S3].

Dado, entonces, que [S2] cuenta con las tres condiciones de vínculo que deben serle aplicadas para restringir sus tres grados de libertad, podemos asegurar que se cumple la *condición necesaria para que no se mueva,* esto es, [S2] está ***isostáticamente sustentada*** . Como, además, *las normales a las direcciones según las cuales los tres apoyos móviles les permiten moverse a los puntos 3* (fijo) y 7 no pasan simultáneamente por el mismo punto, podemos afirmar, también, *que no existe* ***vinculación aparente*** *, por lo que la chapa [S2] constituye un* ***sistema cinemáticamente estable.***

8.9 *Análisis de la chapa [S3]:*

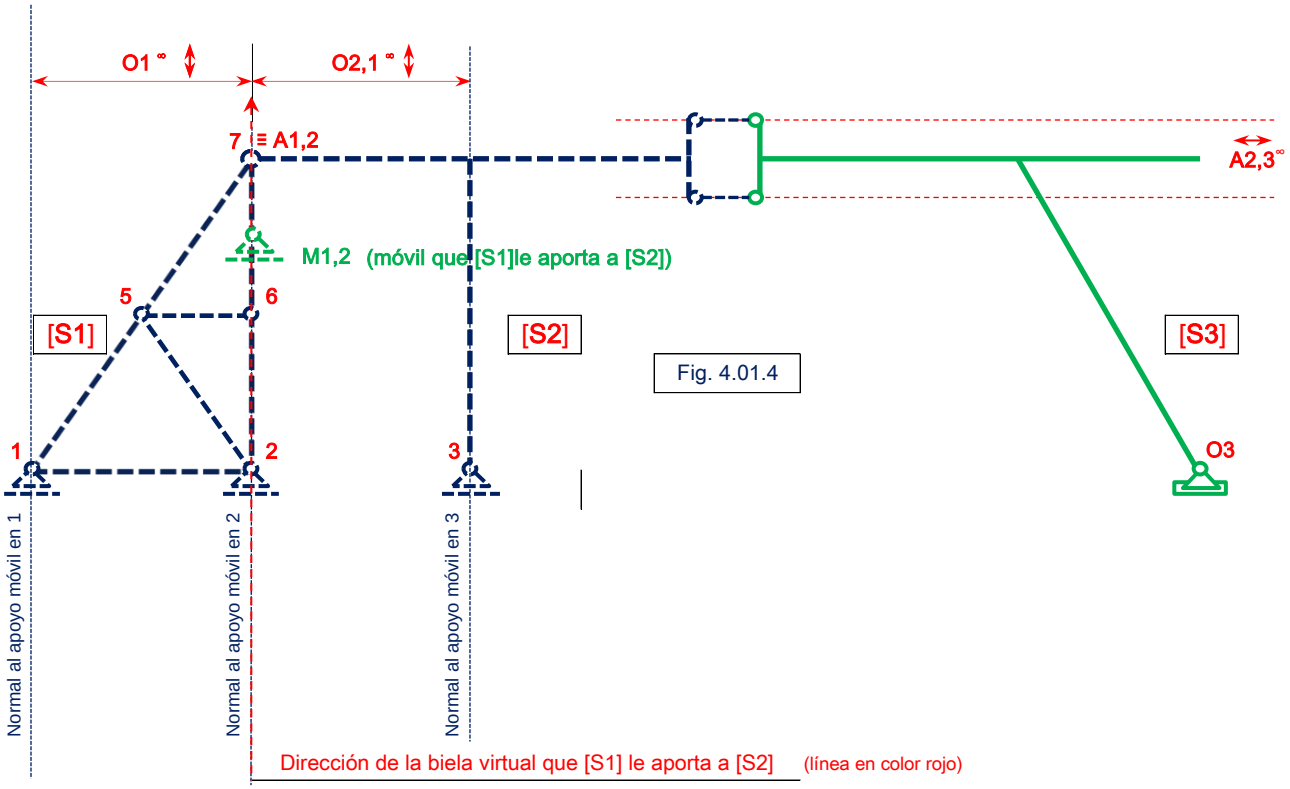

Fig. 4.01.4

Explicación: tal como lo comentamos más arriba, la chapa [S3] posee un grado de libertad, dado que el apoyo fijo que está aplicado en 4 le restringe dos grados de libertad, y debe ser, por lo tanto, el conjunto formado por las otras dos chapas el que debe aportar la única condición de vínculo que le falta.

Por otro lado, el conjunto [S1] + [S2], considerado aislado de la cadena cinemática, constituye un mecanismo de un grado de libertad (GL = n+2= 4 y CV = 3), por lo que cada chapa será pasible de experimentar un movimiento roto-traslatorio, que tendrá lugar, como ya sabemos, rotando cada una de ellas alrededor de un polo propio o impropio.

El polo de [S1] será impropio, ya que las normales a las direcciones según las cuales los apoyos móviles aplicados a los puntos 1 y 2 les permiten a estos moverse son parelas y, por lo tanto, se cortan en un punto infinitamente alejado (punto fijo de [S1]).

El polo de la chapa [S2] debe, necesariamente, estar alineado con el polo de [S1] y con la articulación relativa correspondiente, es decir, con A1,2. Como O1 está en el infinito de la dirección vertical, unirlo con A1,2 significa trazar por este punto una recta paralela a las que lo determinan, es decir, una recta vertical. Ésta será, entonces, la dirección de la biela virtual que representa la colaboración que [S1] le brinda a [S2], quedando determinada también la del apoyo móvil virtual equivalente. Luego, según sabemos, el punto de intersección de las normales a los dos apoyos móviles aplicados a [S2], uno propio y el otro suministrado por [S1] será un punto fijo, coincidente con el polo O2,1 de la chapa [S2], que estará, también, ubicado en el infinito de la dirección vertical.

Ahora, y en última instancia, si unimos el polo O2,1 de [S2] con la articulación A2,3 entre [S2] y [S3], ubicada en el punto impropio de la dirección horizontal, obtendremos la dirección del apoyo móvil virtual que pone de manifiesto la colaboración de las chapas [S1] y [S2] para con [S3]. Dado que los dos puntos a unir son impropios, la recta que se obtiene es la recta impropia del plano, infinitamente alejada y sobre la cual se ubica dicho apoyo móvi.

Observamos así que, ahora, la chapa [S3] tiene aplicadas las tres condiciones de vínculo que se requieren para que se halle ***isostáticamente sustentada*** . Como la recta impropia, que es la normal al apoyo móvil provisto por [S1] y [S2] no pasa por el posible polo de [S3], punto O3, coincidente con 4, podemos asegurar que también [S3] constituye un ***sistema cinemáticamente estable*** .

8.10 *Conclusión final:*

Habiendo demostrado que cada una de las tres chapas que constituyen la cadena cinemática que tenemos que resolver se encuentra isostáticamente sustentada y constituye un sistema cinemáticamente estable, queda terminado el análisis cinemático de la misma, y podemos asegurar que el sistema no se moverá, sea cual fuere el estado de cargas que actúe sobre él.

----oOo----