

HOJA

1

TEMA

TP3

CUERPOS
VINCULADOS

CUERPOS VINCULADOS – PARTE 1

TRABAJO PRÁCTICO Nº3

CURSO 4 – CARNICER – PARENTE

F.I.U.B.A.
DTO. ESTABILIDAD
84.02 /64.11
ESTABILIDAD 1

2 CUAT. 2020

CURSO 4
PARENTE

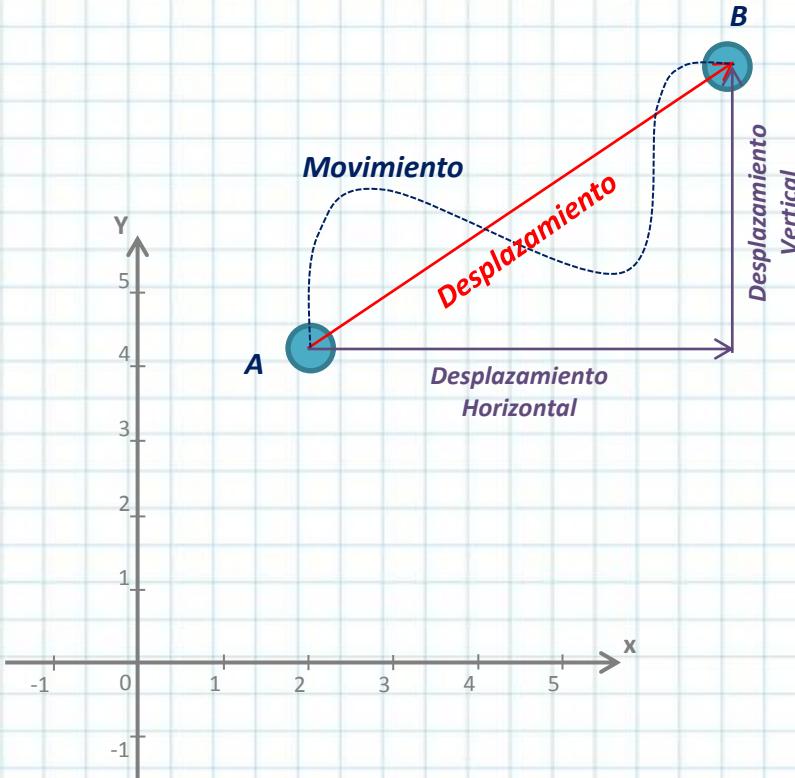
SEGUNDO CUAT. 2020
MODALIDAD ONLINE



Movimiento y desplazamiento de una partícula

TEMA

TP3

CUERPOS
VINCULADOS

Una partícula, en el plano, puede experimentar un desplazamiento que lo puedo descomponer en dos direcciones respecto a ejes coordenados.

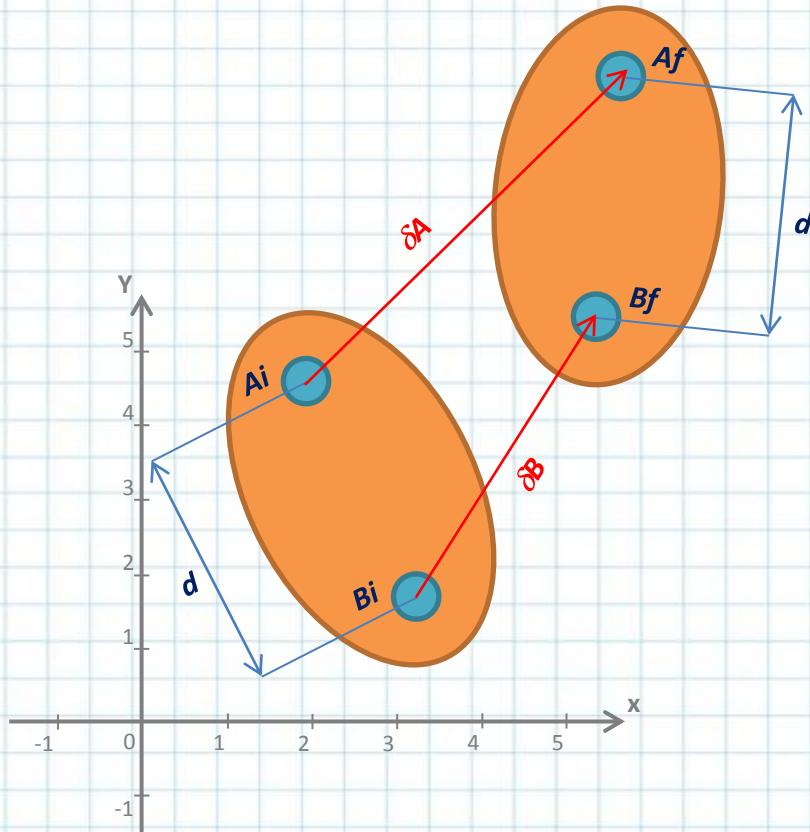
En el espacio puedo descomponer el desplazamiento en tres direcciones.

Decimos que un partícula en:

-El plano tiene 2 grados de libertad

-En el espacio tiene 3 grados de libertad

Condición de rigidez

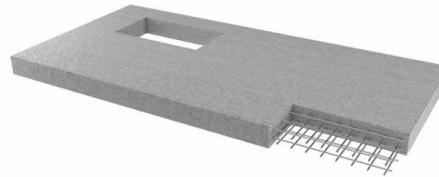
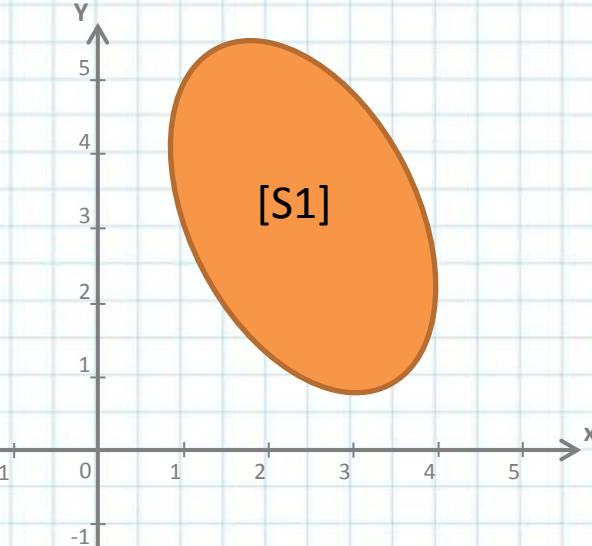


Condición que establece que la distancia entre dos puntos cualesquiera del mismo permanezca constante, para todo desplazamiento de dicho sistema.

Los cuerpos indeformables no existen en la práctica pero la condición de rigidez es una buena aproximación.

Sistema rígido plano o chapa es un conjunto plano de puntos móviles sujetos a la condición de rigidez.

Los cuerpos indeformables no existen en la práctica pero la condición de rigidez es una buena aproximación.



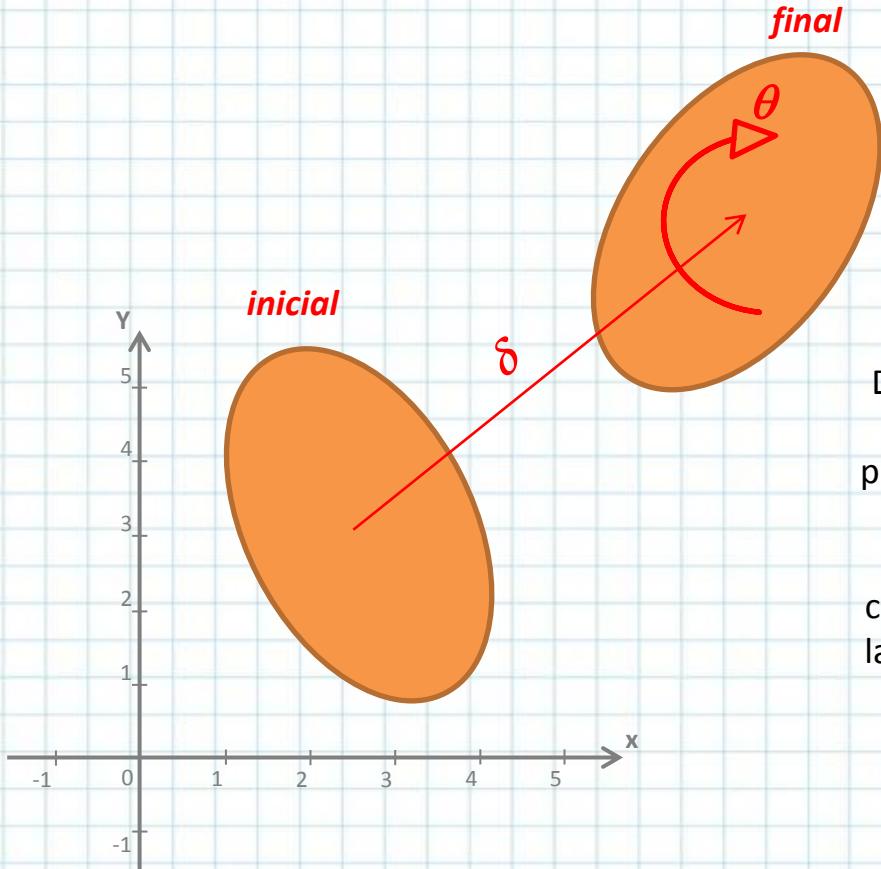
Grados de libertad de una chapa

TEMA

TP3

CUERPOS
VINCULADOSF.I.U.B.A.
DTO. ESTABILIDAD
84.02 /64.11
ESTABILIDAD 1

2 CUAT. 2020

CURSO 4
PARENTE

El movimiento general que una chapa puede experimentar en el plano es roto-translatorio. Dado que, tanto la translación como la rotación son magnitudes vectoriales, ambos vectores pueden descomponerse según las direcciones de los tres ejes coordenados de referencia.

La translación, en la de los dos ejes que constituyen el plano al que pertenece la chapa y la rotación según la dirección del tercero, que es ortogonal a los anteriores.

Una chapa posee 3 grados de libertad

Grados de libertad en cuerpos espaciales

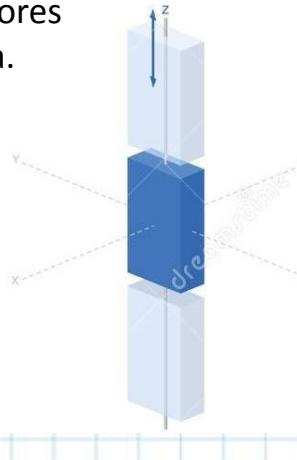
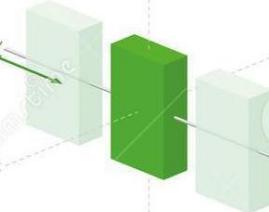
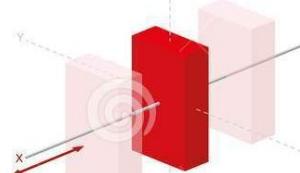
El movimiento general que un cuerpo puede experimentar en el espacio es roto-translatorio. Dado que, tanto la translación como la rotación son magnitudes vectoriales, ambos vectores pueden descomponerse según las direcciones de los tres ejes coordenados de referencia.

TEMA

TP3

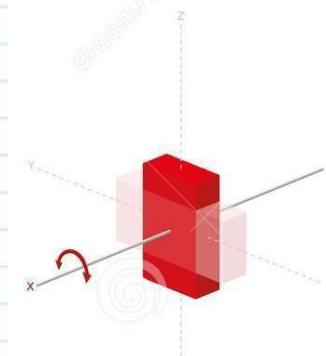
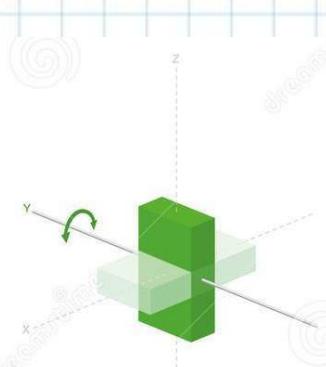
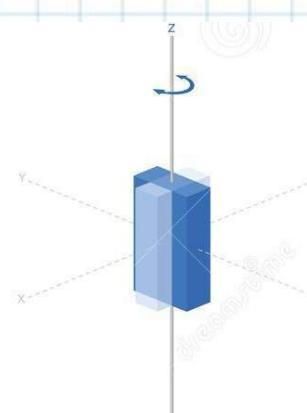
CUERPOS
VINCULADOS

3 Traslaciones



+

3 Rotaciones



=

6 Grados de libertad

Relación entre giro y desplazamiento

TEMA

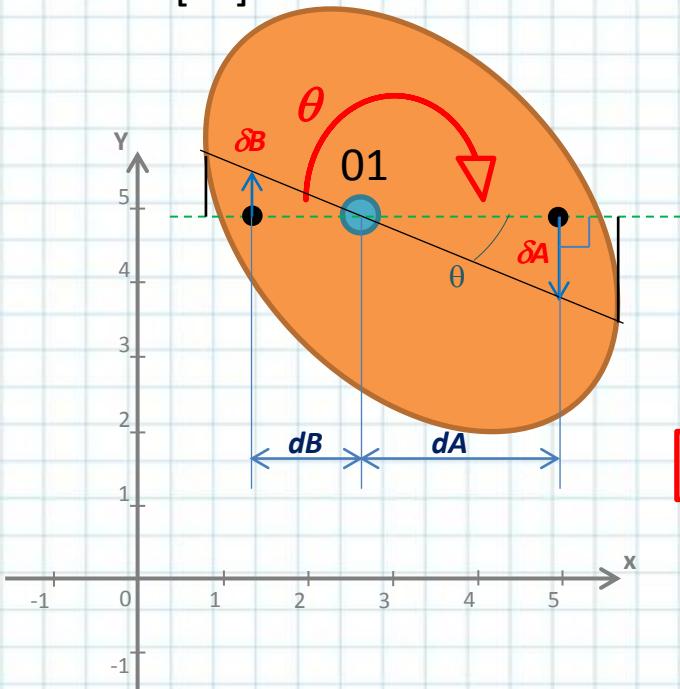
TP3

CUERPOS
VINCULADOSF.I.U.B.A.
DTO. ESTABILIDAD
84.02 / 64.11
ESTABILIDAD 1

2 CUAT. 2020

CURSO 4
PARENTE

[S1]



Polo de rotación: punto material o no material, propio o impropio, alrededor del cual puede admitirse que gira una chapa.

Es un punto que no tiene desplazamiento, por lo tanto lo llamamos punto fijo de la chapa.

$$\delta_A = d_A \cdot \tan(\theta)$$

$$\delta_B = d_B \cdot \tan(\theta)$$

$$\theta \approx 0^\circ \Rightarrow \sin(\theta) \approx \tan(\theta) \approx \theta \wedge \cos(\theta) = 1$$

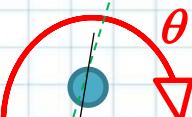
$$\delta_A = d_A \cdot \theta$$

$$\delta_B = d_B \cdot \theta$$

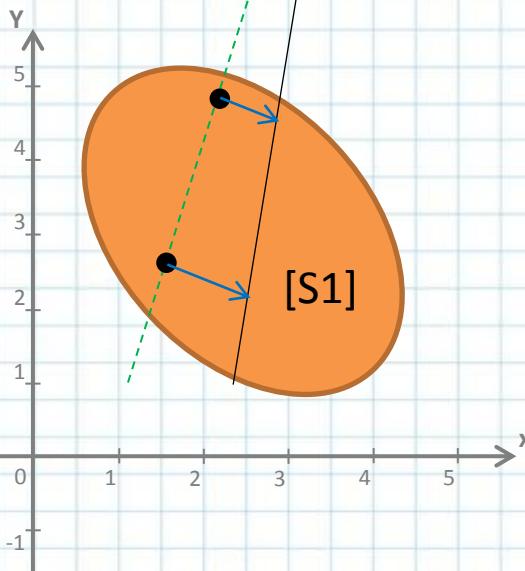
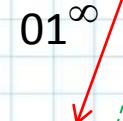
Hipótesis de Linealidad Cinemática
Corrimientos pequeños

Relación entre giro y desplazamiento

Polo de rotación:
punto material o no material, propio o impropio.



01

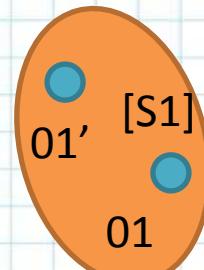
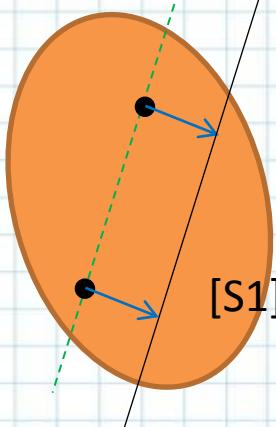
01[∞]

Polo de rotación: punto material o no material, propio o impropio.

Una rotación de la chapa respecto al impropio, es un desplazamiento de la misma.

El desplazamiento es perpendicular a la recta de acción del impropio.

Un desplazamiento puede ser considerado como una rotación en el impropio.



Una chapa con dos polos, es una chapa que no puede experimentar movimiento. **Cinemáticamente estable.**

Problemas lineales

Un problema lineal corresponde a una relación proporcional entre la causa y el efecto.

CAUSA \propto EFECTO CARGAS \propto REACCIONES / SOLICITACIONES

En estática un problema es lineal cuando se cumplen las linealidades:

1) Linealidad mecánica: Materiales lineales, Hooke. Relación lineal entre carga y deformación.

2) Linealidad geométrica:

a) Linealidad cinemática: pequeños corrimientos.

b) Linealidad estática: Evaluación de equilibrio en posición sin deformar.

PROBLEMA LINEAL, PODEMOS APLICAR EL PRINCIPIO DE SUPERPOSICION DE EFECTOS

Aº TRACCION <https://youtu.be/jKi2ID9zYik>

VIGA DE Hº <https://youtu.be/SDPm9yjgtyg>

Hº TRACCION <https://youtu.be/ubmJd8iadMI>

EDIFICIO EN SISMO https://youtu.be/gEg_DYgMzzw

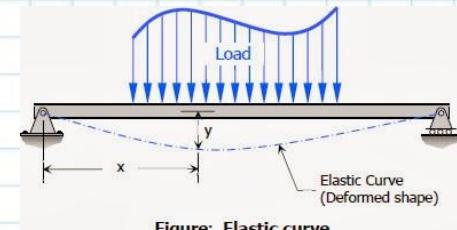
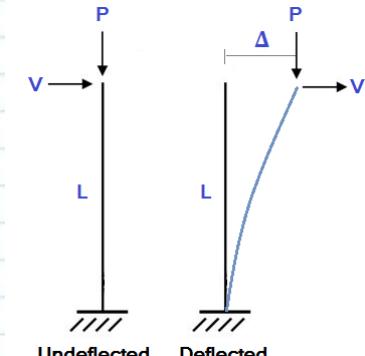
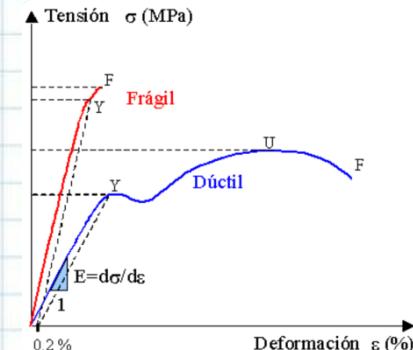


Figure: Elastic curve



Vínculo (ó soporte)

toda condición geométrica que limite la posibilidad de movimiento de un cuerpo.

Si un vínculo previene la traslación de un cuerpo en una dirección dada, entonces una fuerza es desarrollada sobre el cuerpo en esa dirección. Igualmente, si el vínculo impide una rotación, sobre el cuerpo se ejerce un momento.

Por todo vínculo que limita un movimiento, se dirá que se ha impuesto 1 condición de vínculo (CV)



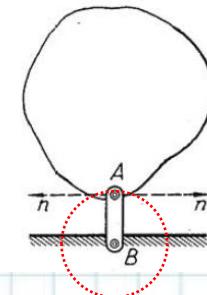
| Nombre | CV | Símbolo | Materialización | Movimientos permitidos | Movimientos impedidos | Reacción |
|--------------------------|----|---------|-----------------|------------------------|-----------------------|----------|
| Móvil 1era Especie | 1 | | | | | |
| Fijo 2da Especie | 2 | | | | | |
| Empotrado 3ra Especie | 3 | | | | | |

Vínculos - Bielas

Se denomina *biela* a un tipo de *vínculo* en forma de *barra*, *infinitamente rígido en la dirección de su eje y sin otro tipo de rigidez* y que por su naturaleza mantiene *invariable la distancia entre los puntos que vincula*. Impone, por tanto, una sola condición de vínculo, justamente, *en la dirección de su eje*:

TEMA

TP3

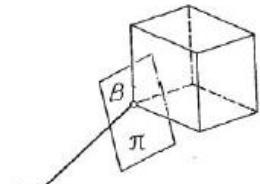
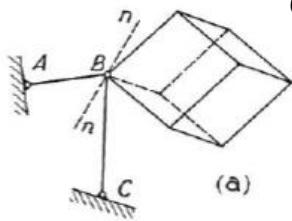
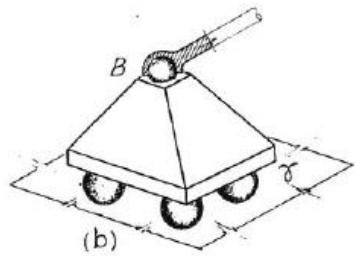
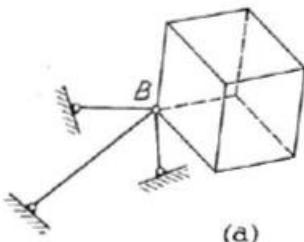
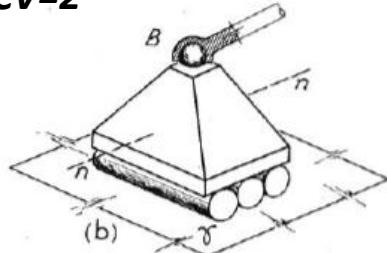
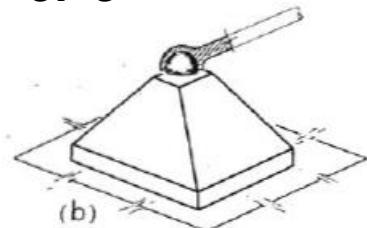
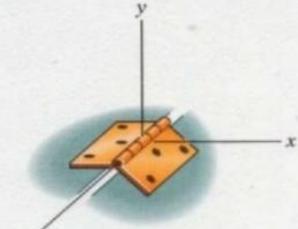


CUERPOS VINCULADOS



| Nombre | CV | Símbolo | En bielas | Reacciones |
|--------------------------|----|---------|-----------|------------|
| Móvil 1era Especie | 1 | | | |
| Fijo 2da Especie | 2 | | | |
| Empotrado 3ra Especie | 3 | | | |

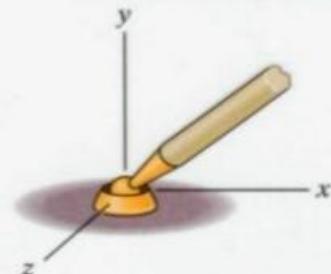
Vínculos en el espacio

**CV=1****CV=2****CV=3****CV=5**

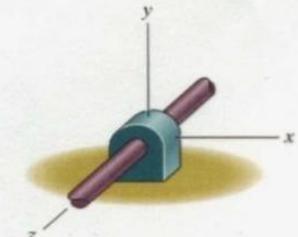
Hinge
(The z axis is parallel to the hinge axis.)



Built-in (Fixed) Support



Ball and Socket Support

CV=3

Bearing
(The z axis is parallel to the axis of the supported shaft.)

CV=4

Sustentación de sistemas

Para que un sistema estructural sea cinemáticamente estable debe cumplirse:

TEMA

TP3

CUERPOS

VINCULADOS

- 1) Que tenga la cantidad de vínculos necesarios para restringir los grados de libertad de la estructura.
- 2) Que no exista vinculación aparente

Notar que no depende del sistema de carga, es intrínseco a la geometría de la estructura.

Si se cumple que es isostático y no hay vinculación aparente se dice que es:

SISTEMA CINEMATICAMENTE ESTABLE



Podemos plantear las ecuaciones de equilibrio.

- Isostáticos : $GL = CV$
- Hiperestáticos : $GL < CV$
- Hipostáticos : $GL > CV$

Dónde:

- GL: Grados libertad
- CV : número de Condiciones de Vínculos

Vinculación aparente: cuando la condición geométrica impuesta a un cuerpo no altera las posibilidades de desplazamiento del mismo.

Sistema de única chapa

Una chapa tiene 3 grados de libertad, por lo que para que el sistema sea isostático necesitamos 3 condiciones de vínculo.

$$GL = CV \rightarrow 3 = 3$$

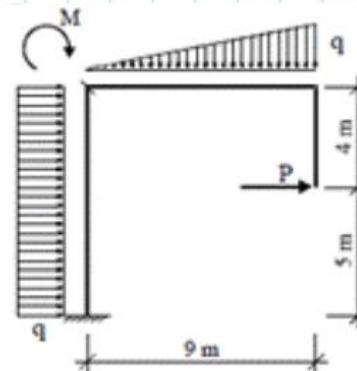
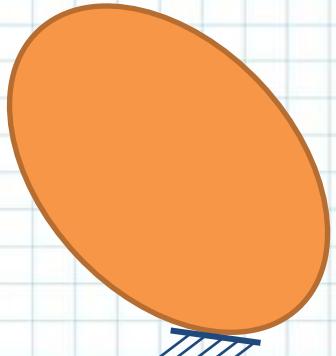
TEMA

TP3

CUERPOS
VINCULADOS

Caso A) Empotrado

El empotramiento en el plano restringe 3 grados de libertad. Por tratarse de una única chapa que tiene restringido sus grados de libertad por el empotramiento, No hay vinculación aparente. **SISTEMA CINEMATICAMENTE ESTABLE**



Sistema de única chapa

Una chapa tiene 3 grados de libertad, por lo que para que el sistema sea isostático necesitamos 3 condiciones de vínculo.

$$GL = CV \rightarrow 3 = 3$$

TEMA

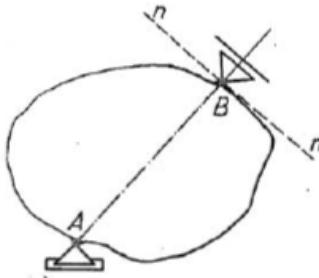
TP3

CUERPOS
VINCULADOS

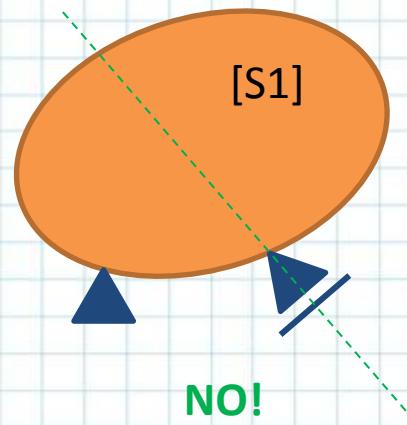
Caso B) 1 Apoyo fijo (2) + 1 Apoyo móvil (1)

$$GL = 3 \text{ y } CV = 2 + 1 = 3$$

¿Vinculación aparente?



SI!



NO!

Análisis cinemático:

La chapa S1 tiene 3 CV por lo tanto es un sistema isostático. Además como la recta de acción del apoyo móvil no pasa por el punto fijo (Apoyo fijo, polo) no hay vinculación aparente. Conclusión: El sistema es Cinemáticamente estable

Sistema de única chapa

Una chapa tiene 3 grados de libertad, por lo que para que el sistema sea isostático necesitamos 3 condiciones de vínculo.

$$GL = CV \rightarrow 3 = 3$$

TEMA

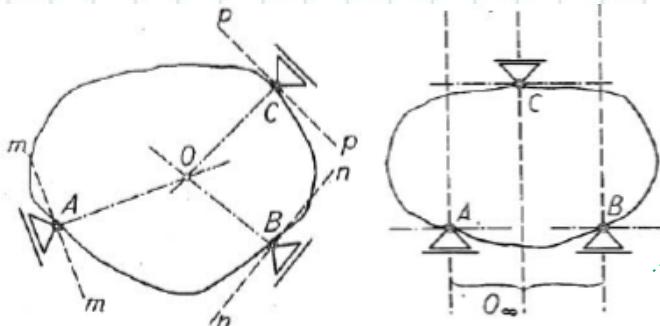
TP3

CUERPOS VINCULADOS

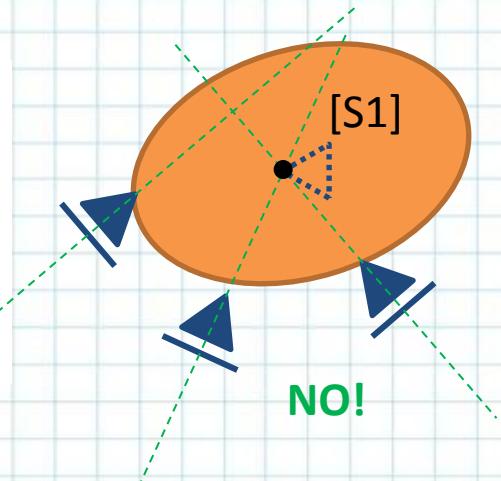
Caso C) 3 Apoyos móviles (1)

$$GL = 3 \text{ y } CV = 3 \times 1 = 3$$

¿Vinculación aparente?



SI!



Análisis cinemático:

La chapa S1 tiene 3 CV por lo tanto es un sistema isostático. Además como las rectas de acción de los apoyos móviles no concurren a punto, no hay vinculación aparente.

Otra manera: En el punto de intersección de los dos móviles tengo un apoyo fijo ficticio. Y la recta de acción del móvil restante no pasa por este punto fijo, no hay vinculación aparente.

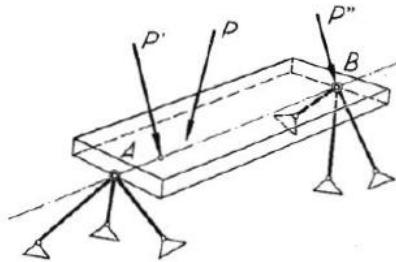
Conclusión: El sistema es Cinemáticamente estable

Sistema de único cuerpo

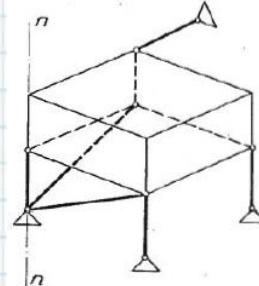
6 bielas (1) / $GL = 6$ y $CV = 6 \times 1 = 6$

¿Vinculación aparente?

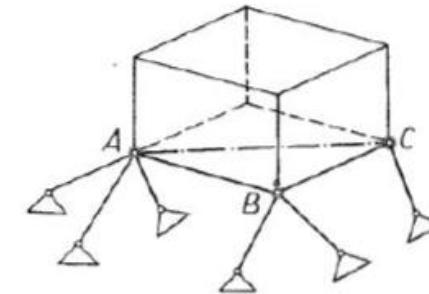
En un sólido sustentado a tierra mediante seis bielas hay vínculo aparente cuando existe una recta que corta las seis bielas.



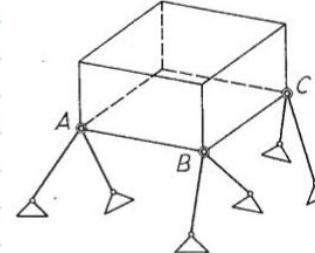
SI!



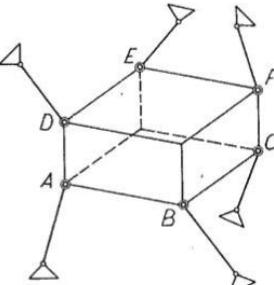
$$GL = CV \rightarrow 6 = 6$$



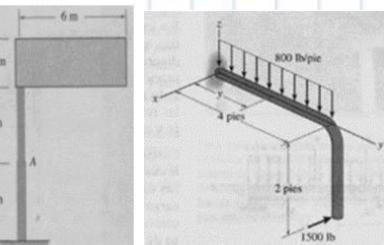
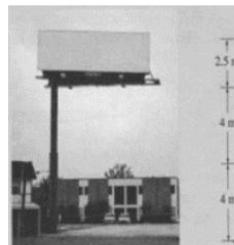
NO!



NO!



Empotramiento (6)
 $GL = 6$ y $CV = 6$
 ¿Vinculación aparente?
 Nunca para un único cuerpo

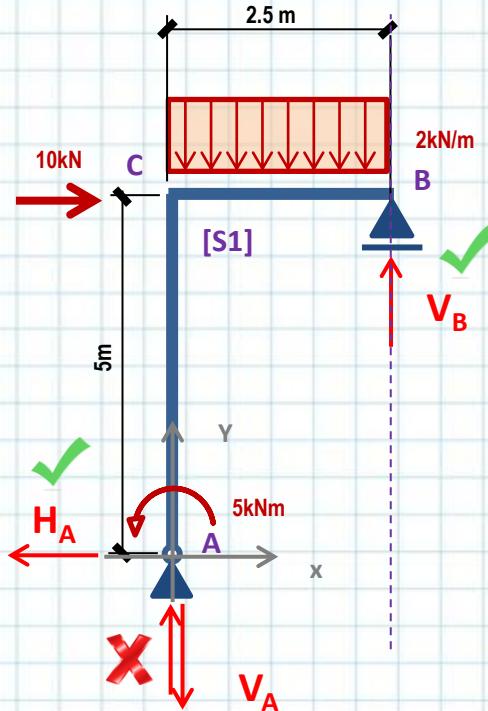


Problema Chapa

TEMA

TP3

CUERPOS VINCULADOS



Dada la siguiente estructura se pide:

- Analisis cinemático.
- Reacciones de vínculo externo

a) Análisis cinemático:

La chapa S1 tiene 3 CV, un fijo en A, un móvil en B.

CV=3

GL=3

por lo tanto es un sistema isostático.

Además como la recta de acción del apoyo móvil aplicado en B no pasa por el punto fijo en A, por lo tanto no hay vinculación aparente.

Conclusión: El sistema es Cinemáticamente estable

b) Reacciones de vínculo externo:

Primero vamos a poner en evidencia las reacciones de acuerdo a los apoyos. También elegimos un sistema de referencia.

Luego planteo equilibrio, estamos en un sistema de fuerzas no concurrentes plano, por lo que voy a poder plantear 3 ecuaciones.

$$\sum F_x = -H_A + 10kN = 0 \Rightarrow H_A = 10kN$$

$$\sum F_y = V_A + V_B - 2 \frac{kN}{m} \cdot 2.5m = 0$$

$$\sum M^A = + 2.5m \cdot V_B + 5kNm - 5m \cdot 10kN - 1.25m \cdot 5kN = 0 \Rightarrow V_B = 20.5kN$$

$$\therefore V_A = -15.5kN$$

$$\text{Chequeo} \Rightarrow \sum M^C = -5m \cdot 10kN + 5kNm - 1.25m \cdot 5kN + 2.5m \cdot 20.5kN = 0$$

Problema Chapa

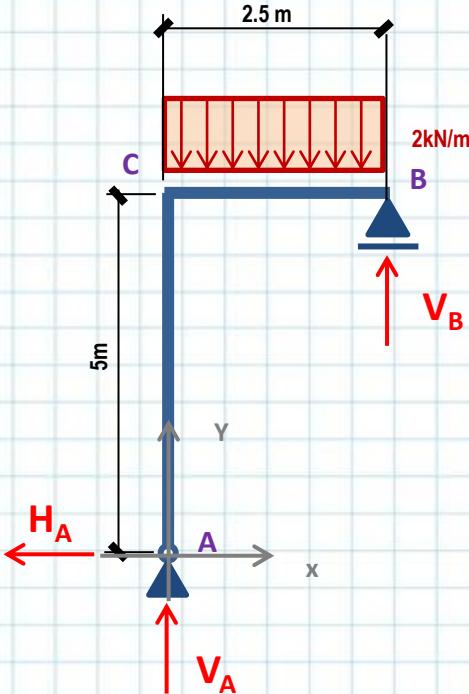
SUPERPOSICION DE EFECTOS

TEMA

TP3

CUERPOS
VINCULADOSF.I.U.B.A.
DTO. ESTABILIDAD
84.02 /64.11
ESTABILIDAD 1

2 CUAT. 2020

CURSO 4
PARENTE

CAUSA 1: FUERZA DISTRIBUIDA

EFFECTO 1: REACCIONES DE VINCULO DEBIDO FUERZA DISTRIBUIDA

$$\sum F_x = -H_A = 0 \Rightarrow H_A = 0 \text{ kN}$$

$$\sum F_y = V_A + V_B - 2 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \cdot 2.5\text{m} = 0$$

$$\sum M^A = +2.5\text{m} \cdot V_B - 1.25\text{m} \cdot 5\text{kN} = 0 \Rightarrow V_B = 2.5\text{kN}$$

$$\therefore V_A = 2.5\text{kN}$$

Problema Chapa

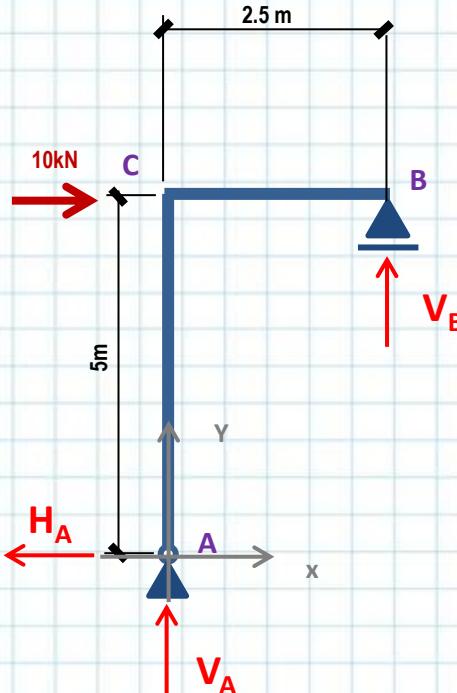
SUPERPOSICION DE EFECTOS

TEMA

TP3

CUERPOS
VINCULADOSF.I.U.B.A.
DTO. ESTABILIDAD
84.02 /64.11
ESTABILIDAD 1

2 CUAT. 2020

CURSO 4
PARENTE

CAUSA 2: FUERZA CONCENTRADA

EFFECTO 2: REACCIONES DE VINCULO DEBIDO FUERZA CONCENTRADA

$$\sum F_x = -H_A - 10kN = 0 \Rightarrow H_A = 10kN$$

$$\sum F_y = V_A + V_B = 0$$

$$\sum M^A = +2.5m \cdot V_B - 5m \cdot 10kN = 0 \Rightarrow V_B = 20kN$$

$$\therefore V_A = -20kN$$

Problema Chapa

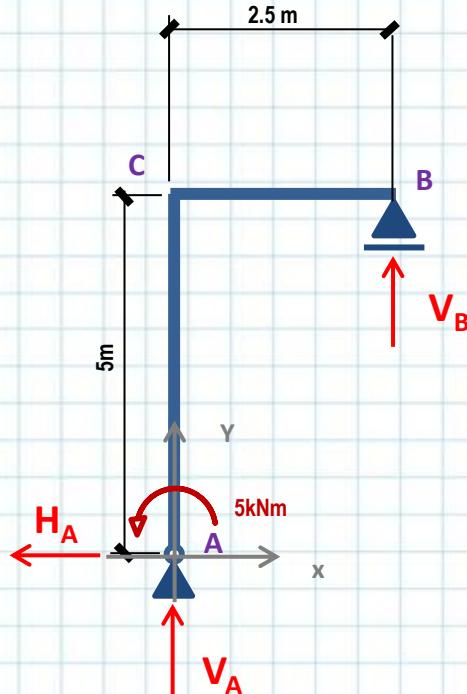
SUPERPOSICION DE EFECTOS

TEMA

TP3

CUERPOS
VINCULADOSF.I.U.B.A.
DTO. ESTABILIDAD
84.02 /64.11
ESTABILIDAD 1

2 CUAT. 2020

CURSO 4
PARENTE

CAUSA 3: MOMENTO

EFFECTO 3: REACCIONES DE VINCULO DEBIDO A MOMENTO

$$\sum F_x = -H_A = 0 \Rightarrow H_A = 0 \text{ kN}$$

$$\sum F_y = V_A + V_B = 0$$

$$\sum M_A = +2.5m \cdot V_B + 5 \text{ kNm} = 0 \Rightarrow V_B = -2 \text{ kN}$$

$$\therefore V_A = 2 \text{ kN}$$

Problema Chapa

SUPERPOSICION DE EFECTOS

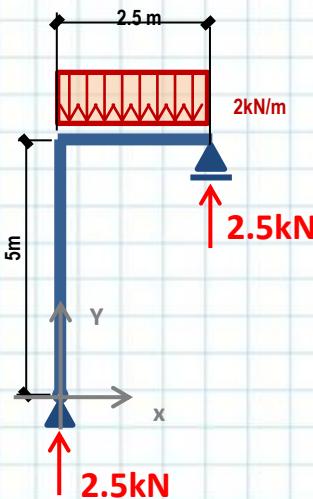
TEMA

TP3

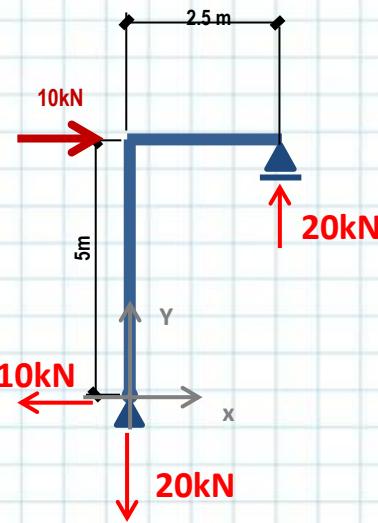
CUERPOS

VINCULADOS

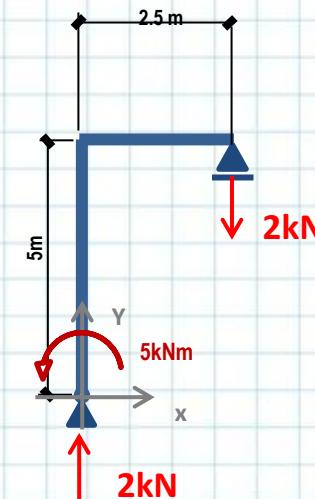
CAUSA 1 / EFECTO 1



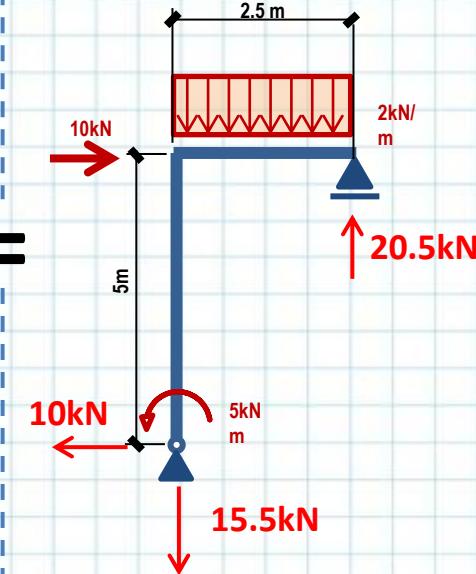
CAUSA 2 / EFECTO 2



CAUSA 3 / EFECTO 3



SUPERPOSICION DE EFECTOS



Problema cuerpo

Dada la siguiente estructura se pide:

- a) Análisis cinematográfico.
 - b) Reacciones de vínculo externo

Datos: $P=10\text{kN}$, $M=10\text{kNm}$

TEMA

TP3

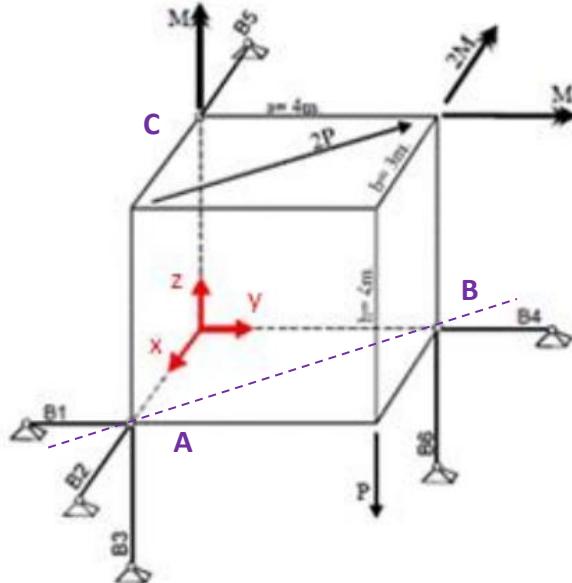
CUERPOS VINCULADOS

F.I.U.B.A.
DTO. ESTABILIDAD
84.02 / 64.11
ESTABILIDAD 1

2 CUAT. 2020

CURSO 4

PARENTE



a) Análisis cinematográfico:

El cuerpo tiene 6 grados de libertad $GL=6$, posee 6 bielas cada una nos da 1 condición de vínculo $CV=6$.

GL=CV, el sistema es isostático.

El cuerpo tiene un apoyo fijo en A, entonces este punto no puede desplazarse en ninguna dirección.

Luego por condición de rigidez le suministra una biela ficticia al punto B que se suma a las dos que existente, en consecuencia el punto B también es un punto fijo de la estructura.

Con estos dos puntos fijos podemos concluir que el cuerpo puede girar alrededor de un eje pasante por A y B.

Dado que la biela en C su recta de acción de corta a dicho eje, el cuerpo se ve impedido de rotar alrededor del eje.

Concluimos que el sistema es Cinemáticamente Estable.

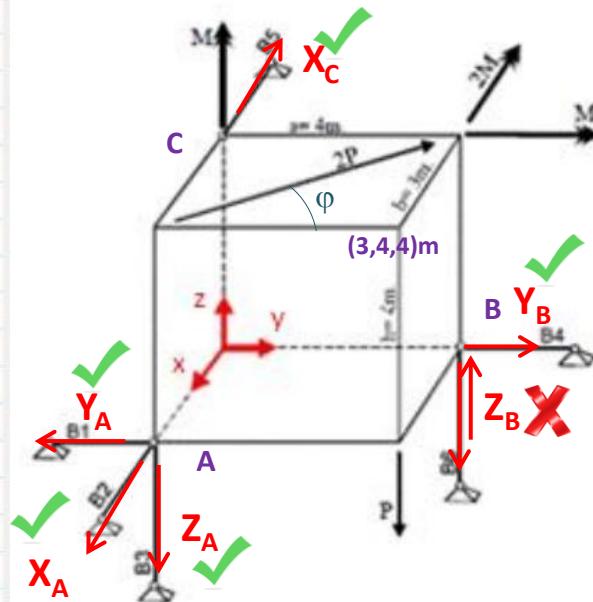
RESOLUCION EN YOUTUBE

Problema cuerpo

Dada la siguiente estructura se pide:

- Analisis cinemático.
- Reacciones de vínculo externo

Datos: $P=10\text{kN}$, $M=10\text{kNm}$



b) Reacciones de vínculo externo:

Primero vamos a poner en evidencia las reacciones de acuerdo a las bielas. También elegimos un sistema de referencia.

Luego planteo equilibrio, estamos en un sistema de fuerzas no concurrentes en el espacio, por lo que voy a poder plantear 6 ecuaciones.

$$\varphi = \tan^{-1}\left(\frac{3}{4}\right) = 36.87^\circ$$

$$\sum F_x = X_A - X_C - 2 \cdot 10\text{kN} \cdot \sin(\varphi) = 0 \Rightarrow X_A - X_C = 12\text{kN}$$

$$\sum F_y = -Y_A + Y_B + 2 \cdot 10\text{kN} \cdot \cos(\varphi) = 0 \Rightarrow -Y_A + Y_B = -16\text{kN}$$

$$\sum F_z = -Z_A - Z_B - 10\text{kN} = 0 \Rightarrow -Z_A - Z_B = 10\text{kN}$$

$$\sum M_x^0 = -4m \cdot Z_B - 4m \cdot 2 \cdot 10\text{kN} \cdot \cos(\varphi) - 4m \cdot 10\text{kN} - 2 \cdot 10\text{kNm} = 0$$

$$\Rightarrow Z_B = -31\text{kN} \Rightarrow Z_A = 21\text{kN}$$

$$\sum M_y^0 = +3m \cdot Z_A - 4m \cdot X_C - 4m \cdot 2 \cdot 10\text{kN} \cdot \sin(\varphi) + 3m \cdot 10\text{kN} + 10\text{kNm} = 0$$

$$\Rightarrow X_C = 13.75\text{kN} \Rightarrow X_A = 25.75\text{kN}$$

$$\sum M_z^0 = -3m \cdot Y_A + 3m \cdot 2 \cdot 10\text{kN} \cdot \cos(\varphi) + 10\text{kNm} = 0$$

$$\Rightarrow Y_A = 19.33\text{kN} \Rightarrow Y_B = 3.33\text{kN}$$

RESOLUCION EN YOUTUBE

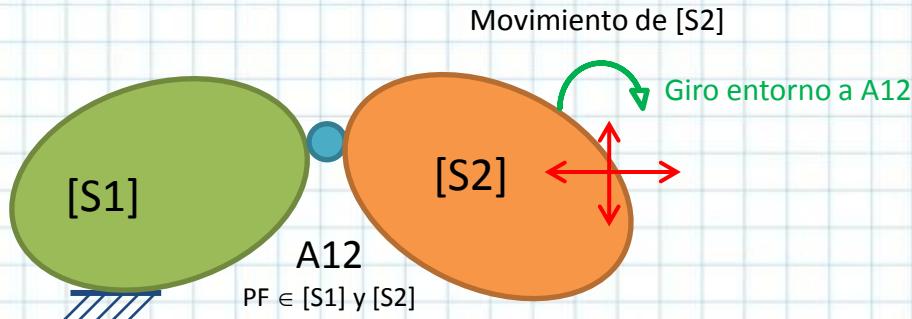
Vinculación interna - Articulaciones

Articulación propia, rotula.

TEMA

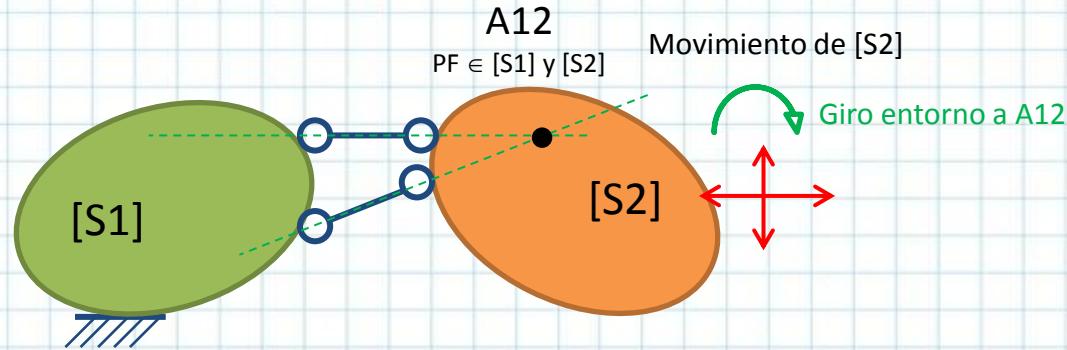
TP3

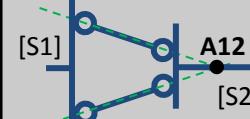
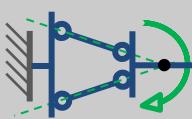
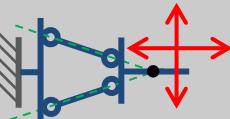
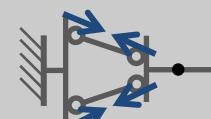
CUERPOS VINCULADOS



| Nombre | Tipo | CVI | Símbolo | Movimientos permitidos | Movimientos impididos | Reacciones internas | Ecuación de equilibrio |
|----------------------------|--------|-----|------------------|------------------------|-----------------------|---------------------|------------------------|
| ARTICULACIÓN PROPIA ROTULA | Propia | 2 | [S1] [S2] A12 | | | | $\sum M^{A12} = 0$ |

Vinculación interna - Articulaciones



| Nombre | Tipo | CV I | Símbolo | Movimientos permitidos | Movimientos impedidos | Reacciones internas | Ecuación de equilibrio |
|----------------------------------|--------|---------|---|--|---|---|------------------------|
| ARTICULACIÓN PROPIA ROTULA | Propia | 2 |  |  |  |  | $\sum M^{A12} = 0$ |

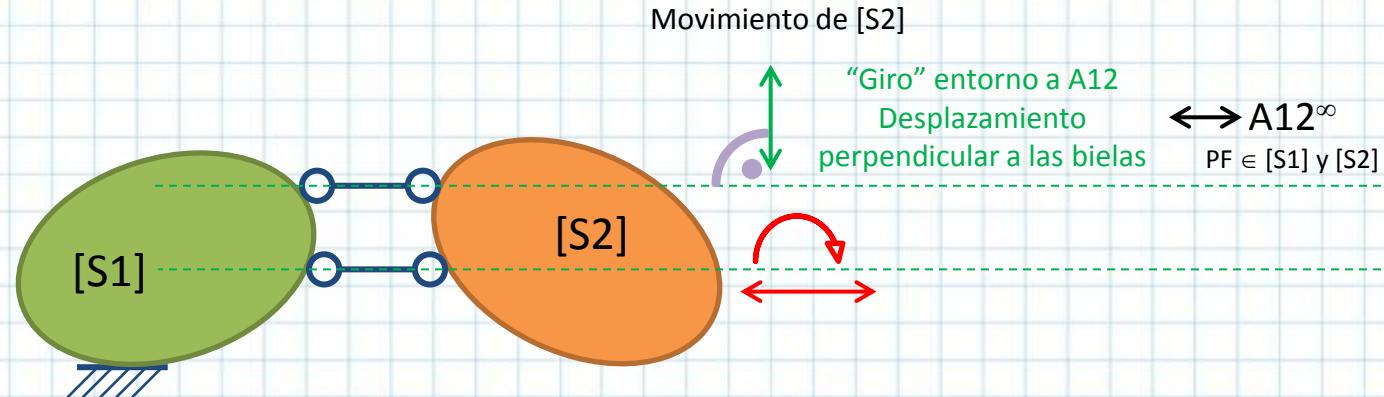
Vinculación interna - Articulaciones

Articulación impropia: formada por bielas paralelas horizontales

TEMA

TP3

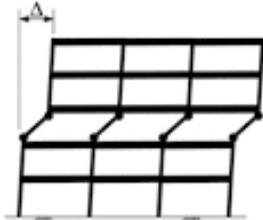
CUERPOS VINCULADOS



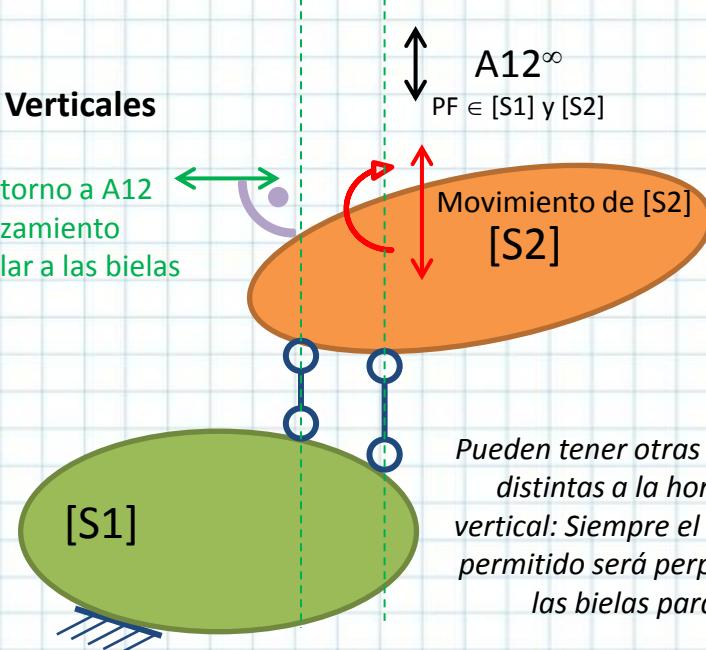
| Nombre | Tipo | CVI | Símbolo | Movimientos permitidos | Movimientos impedidos | Reacciones internas | Ecuación de equilibrio |
|--|----------|-----|---------|------------------------|-----------------------|---------------------|------------------------|
| ARTICULACIÓN IMPROPIA BIELAS PARALELAS HORIZONTAL | Impropia | 2 | | | | | $\sum F_V^{A12} = 0$ |

Vinculación interna - Articulaciones

Articulación impropia: formada por bielas paralelas Verticales



“Giro” entorno a A12
Desplazamiento perpendicular a las bielas



Pueden tener otras direcciones, distintas a la horizontal o vertical: Siempre el movimiento permitido será perpendicular a las bielas paralelas.

| Nombre | Tipo | CVI | Símbolo | Movimientos permitidos | Movimientos impididos | Reacciones internas | Ecuación de equilibrio |
|--|----------|-----|---------|------------------------|-----------------------|---------------------|------------------------|
| ARTICULACIÓN IMPROPIA BIELAS PARALELAS VERTICALES | Impropia | 2 | | | | | $\sum F_H^{A12} = 0$ |

Cadena cinemática de n chapas abiertas

El sistema constituido por **n** chapas articuladas recibe el nombre de **cadena cinemática abierta de n chapas**.

Como vimos los dispositivos de articulación restringen dos grados de libertad al sistema.

Consideremos **dos chapas [S1] y [S2], n=2**

Cada chapa tiene 3 grados de libertad, por lo que el conjunto de dos chapas tendrían 6 grados de libertad.

Vinculamos entre sí ambas chapas con una articulación relativa A12, por lo que nos restringe 2 grados de libertad.

Resulta que los grados de libertad del sistema nos queda $GL=6-2=4$.

Por lo tanto necesitaremos 4 condiciones de vínculo para que el sistema sea isostático.

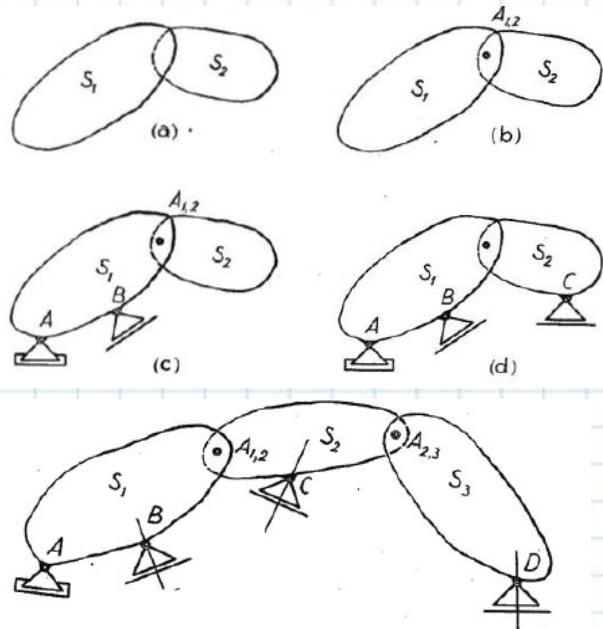
Consideremos **tres chapas [S1], [S2] y [S3], n=3**

Cada chapa tiene 3 grados de libertad, por lo que el conjunto de tres chapas tendrían 9 grados de libertad.

Vinculamos entre sí las chapas con dos articulación relativa A12 y A23, por lo que nos restringe 2 grados de libertad cada una. 4 en total.

Resulta que los grados de libertad del sistema nos queda $GL=9-4=5$.

Por lo tanto necesitaremos 5 condiciones de vínculo para que el sistema sea isostático.



Conclusión

Para una cadena cinemática abierta de n chapas, $GL = n + 2$

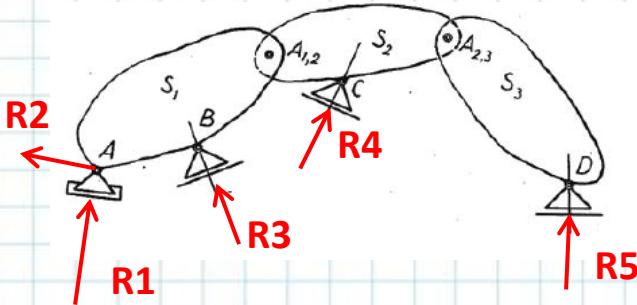
Para que el sistema sea isostático necesitamos $RVE = n + 2$

Cadena cinemática de n chapas abiertas

Conclusión

Para una cadena cinemática abierta de n chapas, $GL = n + 2$

Para que el sistema sea isostático necesitamos $RVE = n + 2$



$n=3$

$GL=5$

$RVE=5$

¿Vinculación aparente?

5 incógnitas = 5 ecuaciones

3 Equilibrio general

1 Equilibrio relativo desde A12

1 Equilibrio relativo desde A23

Si a un cadena cinemática abierta de n chapas le coloco $n+2$ vínculos. ¿Es suficiente?

No, es condición necesaria que $RVE=n+2$ pero no suficiente.

Debo comprobar que no hay vinculación aparente.

Supongamos que es Cinemáticamente estable y quiero hallar las reacciones $n+2$ vínculos. Si es un sistema plano de fuerzas NO concurrentes solo puedo plantear 3 ecuaciones ¿De donde sale el resto?

Ecuaciones de equilibrio general :3 ecuaciones.

Equilibrio relativo: puedo plantear una ecuación por cada articulación relativa.

Equilibrio del todo

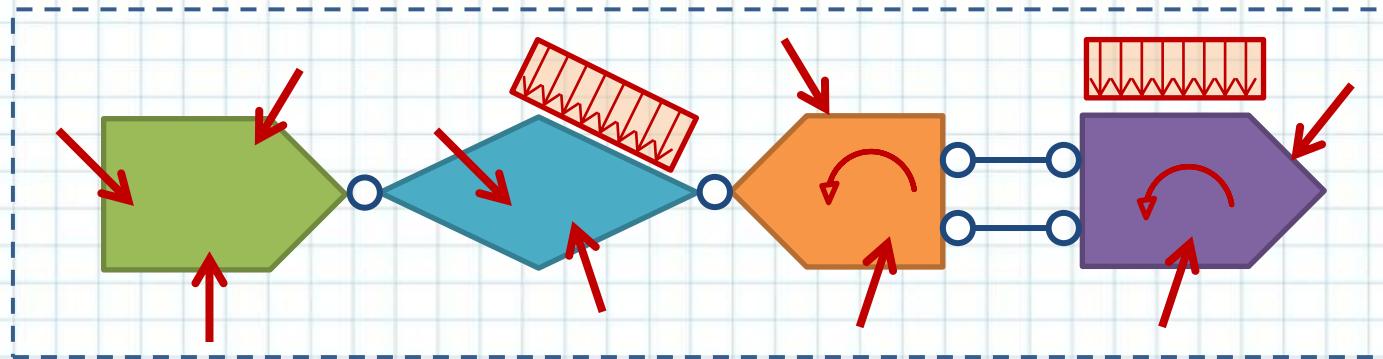
Si el todo está en equilibrio, sus partes también lo están.

TEMA

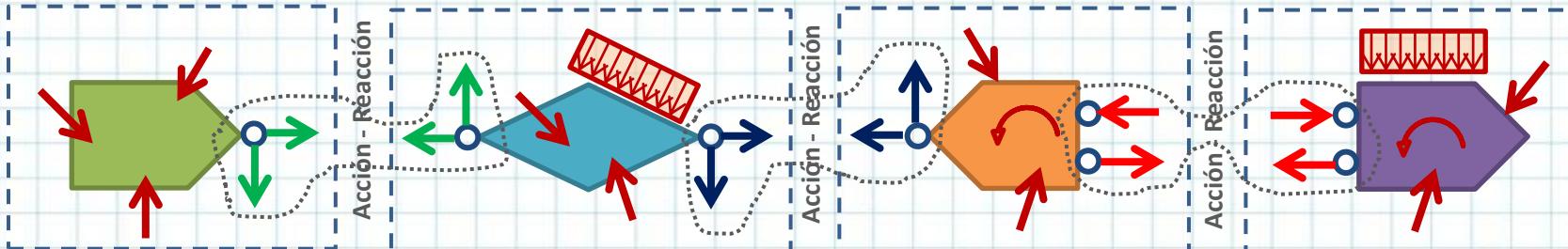
TP3

CUERPOS
VINCULADOS

**Todo en
equilibrio**



Partes en equilibrio



Cadena cinemática abierta de dos chapas

 $n=2$

$$GL = 2 + 2 = 4$$

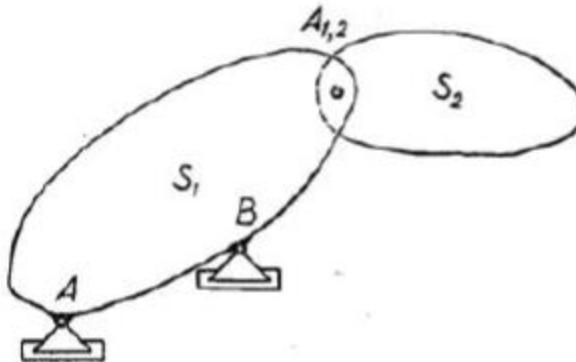
 $RVE = 2 + 2 = 4 \Rightarrow$ Sistema isostático.

TEMA

TP3

CUERPOS
VINCULADOS

| CV sobre chapa | |
|-------------------|------|
| [S1] | [S2] |
| 4 | 0 |
| 3 | 1 |
| 2 | 2 |



- 1) Si pongo 4 CV a una chapa, deja de ser un sistema isostático para pasar a ser un sistema hiperestático.
- 2) La chapa [S2] sin CV puede girar entorno a la articulación A1,2. No es cinemáticamente estable.

Conclusión:

Una chapa puede tener hasta 3 CVE

Cadena cinemática abierta de dos chapas

n=2

$$GL = 2 + 2 = 4$$

RVE = 2 + 2 = 4 => Sistema isostático

TEMA

TP3

CUERPOS
VINCULADOS

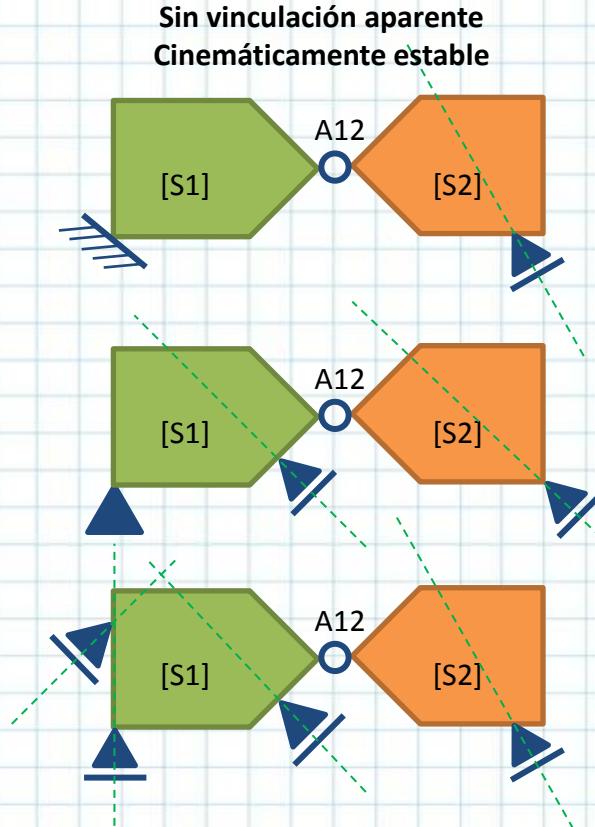
| CV sobre chapa | |
|-------------------|------|
| [S1] | [S2] |
| 3 | 1 |
| 2 | 2 |

Las 3 CVE en [S1] puede estar compuesta por:

- a) Un empotramiento
- b) Un fijo y un móvil
- c) Tres móviles

La CVE en [S2]

- a) Un móvil



Con vinculación aparente

Sí [S1] está fija, A12 es un PF de [S2] como la recta de acción del móvil pasa por el punto fijo de [S2] A12, hay vinculación aparente.

Cadena cinemática abierta de dos chapas

n=2

$$GL = 2 + 2 = 4$$

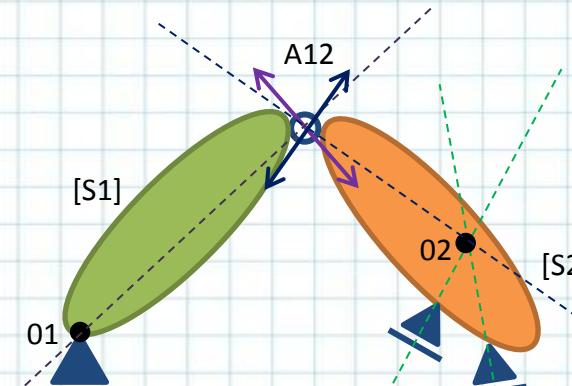
RVE = 2 + 2 = 4 \Rightarrow Sistema isostático

TEMA

TP3

CUERPOS
VINCULADOS

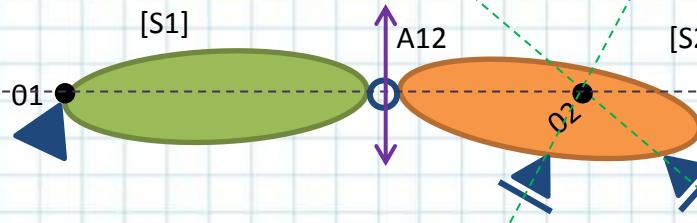
| CV sobre chapa | |
|-------------------|------|
| [S1] | [S2] |
| 3 | 1 |
| 2 | 2 |



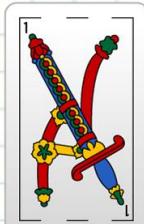
Sin vinculación aparente
Cinemáticamente estable

Las 2 CVE en [S1] y [S2] pueden
estar compuesta por:

- a) Un fijo
- b) Dos móviles



Con vinculación aparente



Cuando tengamos una cadena cinemática abierta de dos chapas conectadas con una articulación (propia o impropria) y cada de una de ella tenga dos condiciones de vínculo (un punto fijo o polo) vamos a llamarlo **ARCO DE TRES ARTICULACIONES** o **ARCO TRIARTICULADO** y la condición para que **no exista vinculación aparente** es que las articulaciones (polos + articulación) **NO ESTEN ALINEADAS**.

Cadena cinemática abierta de dos chapas

$n=2$

$$GL = 2 + 2 = 4$$

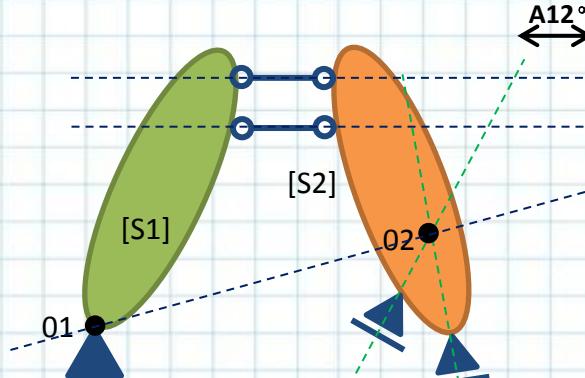
$RVE = 2 + 2 = 4 \Rightarrow$ Sistema isostático

TEMA

TP3

CUERPOS VINCULADOS

| CV sobre chapa | |
|----------------|------|
| [S1] | [S2] |
| 3 | 1 |
| 2 | 2 |



Arco de tres articulaciones sin las articulaciones alineadas.
Sin vinculación aparente
Cinemáticamente estable

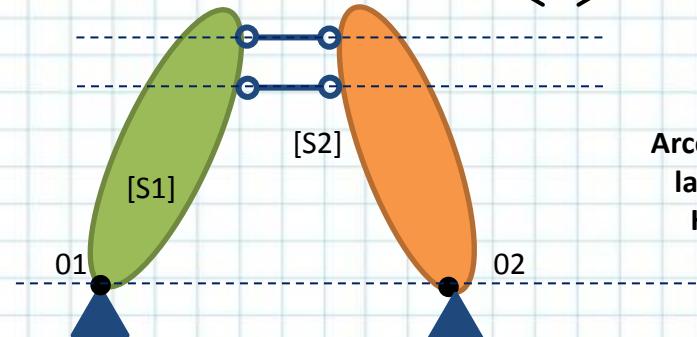
Las 2 CVE en [S1] y [S2] pueden estar compuesta por:

- a) Un fijo
- b) Dos móviles

F.I.U.B.A.
DTO. ESTABILIDAD
84.02 /64.11
ESTABILIDAD 1

2 CUAT. 2020

CURSO 4
PARENTE

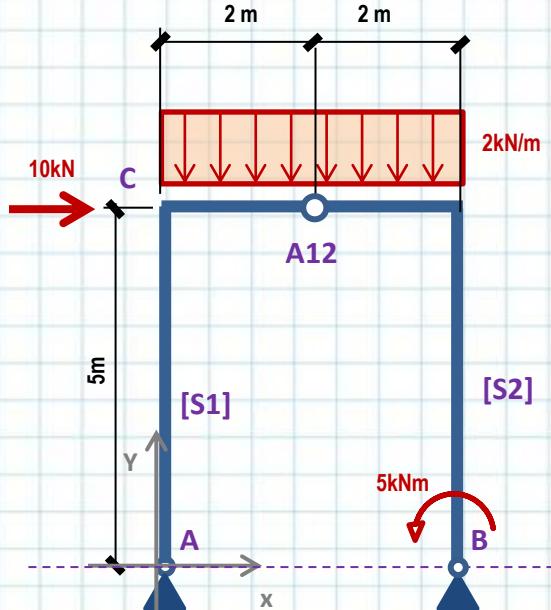


Arco de tres articulaciones CON las articulaciones alineadas.
HAY vinculación aparente

Cadena cinemática abierta de dos chapas

Dada la siguiente estructura se pide:

- Analisis cinemático.
- Reacciones de vínculo externo
- Diagrama de cuerpo libre



a) Análisis cinemático:

$n=2$, $GL=4$, $RVE=4$: Un fijo en A (2) y un fijo en B (2) por lo tanto sistema isostático. Estamos en presencia de un arco de tres articulaciones con sus articulaciones no alineadas por lo que no hay vinculación aparente. El sistema es cinemáticamente estable.

b) Reacciones de vínculo externo:

Primero vamos a poner en evidencia las reacciones de acuerdo a los apoyos. También elegimos un sistema de referencia.

Planteo de ecuaciones de equilibrio general y relativo

$$\sum F_x = 0 \quad \textbf*Equilibrio general*$$

Sistema plano de fuerzas no concurrentes: 3 Ecuaciones.

$$\sum F_y = 0 \quad \text{En general, dos de proyección en los ejes coordinados y}$$

$$\sum M^A = 0 \quad \text{una de momento respecto a un punto.}$$

Aquí participa todo el sistema de fuerzas.

$$\sum M_{[S1]}^{A12} = 0 \vee \sum M_{[S2]}^{A12} = 0$$

Equilibrio relativo

Ecuación que nos da la articulación entre chapas.

¿Por qué momento? Por que es un articulación propia.

¿Las dos? No solo una, momentos desde A12 de las fuerzas que están sobre S1 o S2. Participan solo las fuerzas que están sobre la chapa elegida.

Si tomo las dos, el sistema de ecuaciones de convierte en indeterminado. Hay combinación lineal.

Cadena cinemática abierta de dos chapas

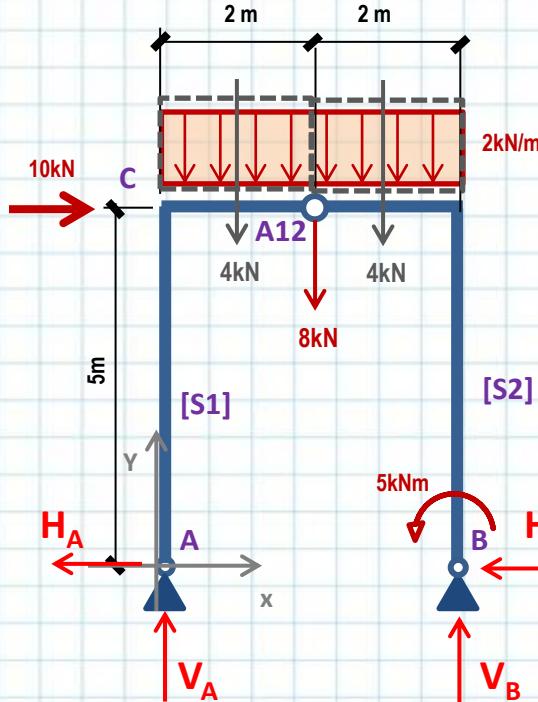
Dada la siguiente estructura se pide:

- Analisis cinemático.
- Reacciones de vínculo externo**
- Diagrama de cuerpo libre

TEMA

TP3

CUERPOS VINCULADOS



$$\sum F_x = 10kN - H_A - H_B = 0$$

$$\sum F_y = -4m \cdot 2 \frac{kN}{m} + V_A + V_B = 0$$

$$\sum M^A = -5m \cdot 10kN - 2m \cdot 4m \cdot 2 \frac{kN}{m} + 5kNm + 4m \cdot V_B = 0$$

$$\Rightarrow V_B = 15.25kN \therefore V_A = -7.25kN$$

$$\sum M^{A12}_{[s1]} = +1m \cdot 4kN - 2m \cdot V_A - 5m \cdot H_A = 0$$

ó

$$\sum M^{A12}_{[s1]} + \sum M^{A12}_{[s2]} = \sum M^{A12}_{[TODO]}$$

~~$$\sum M^{A12}_{[s2]} = -1m \cdot 4kN + 5kNm - 5m \cdot H_B + 2m \cdot V_B = 0$$~~

$$\sum M^{A12}_{[s1]} = +1m \cdot 4kN - 2m \cdot V_A - 5m \cdot H_A = 0$$

$$H_A = 3.7kN \therefore H_B = 6.3kN$$

F.I.U.B.A.
DTO. ESTABILIDAD
84.02 /64.11
ESTABILIDAD 1

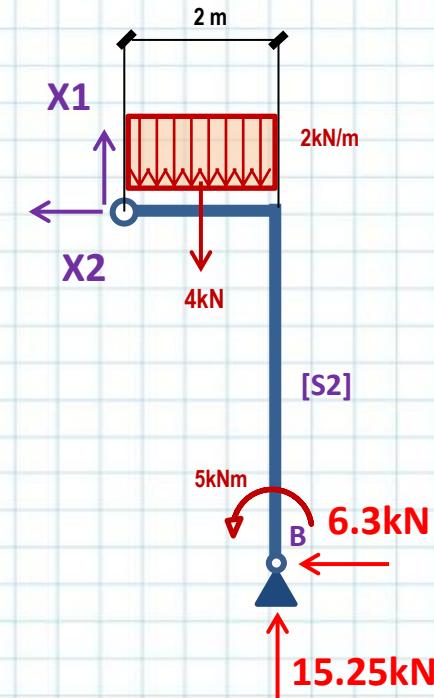
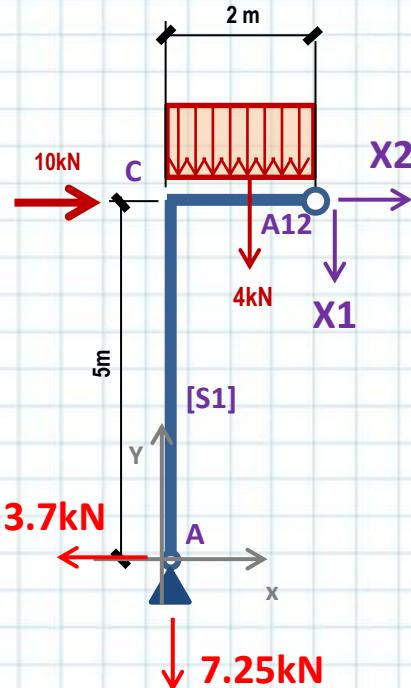
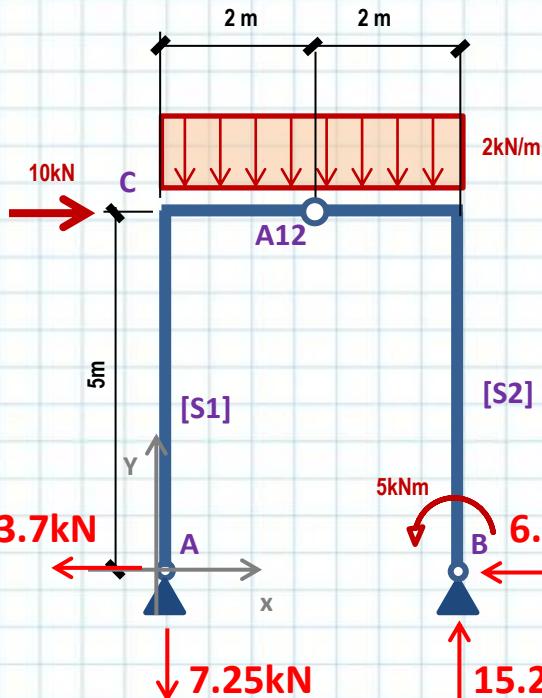
2 CUAT. 2020

CURSO 4
PARENTE

Cadena cinemática abierta de dos chapas

Dada la siguiente estructura se pide:

- Analisis cinemático.
- Reacciones de vínculo externo
- Diagrama de cuerpo libre



$$\sum F_x = -3.7kN + 10kN + X_2 = 0 \Rightarrow X_2 = -6.3kN$$

$$\sum F_y = -4kN - 7.25kN - X_1 = 0 \Rightarrow X_1 = -11.25kN$$

$$\text{Chequeo} \Rightarrow \sum M^C = -2m \cdot X_1 - 1m \cdot 4kN - 5m \cdot 3.7kN = 0$$

Cadena cinemática abierta de dos chapas

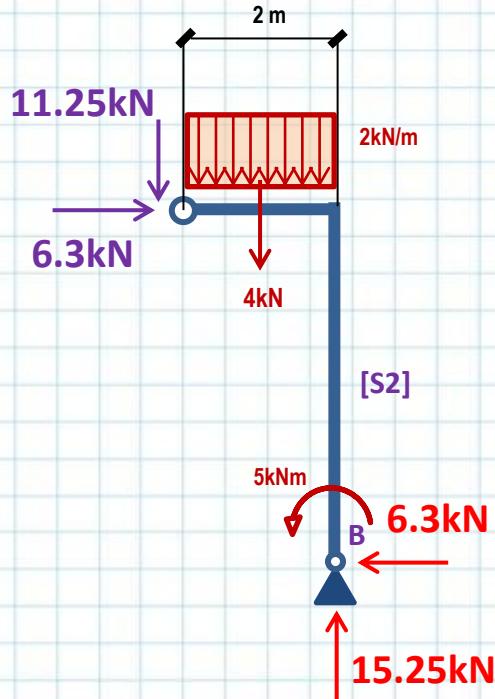
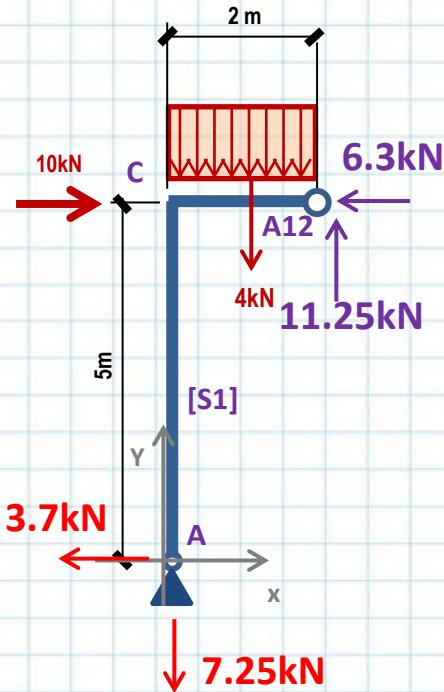
Dada la siguiente estructura se pide:

- a) Análisis cinematográfico.
 - b) Reacciones de vínculo externo
 - c) **Diagrama de cuerpo libre**

TEMA

TP3

CUERPOS VINCULADOS



Chequeo

$$\sum F_x = -6.3kN + 6.3kN = 0$$

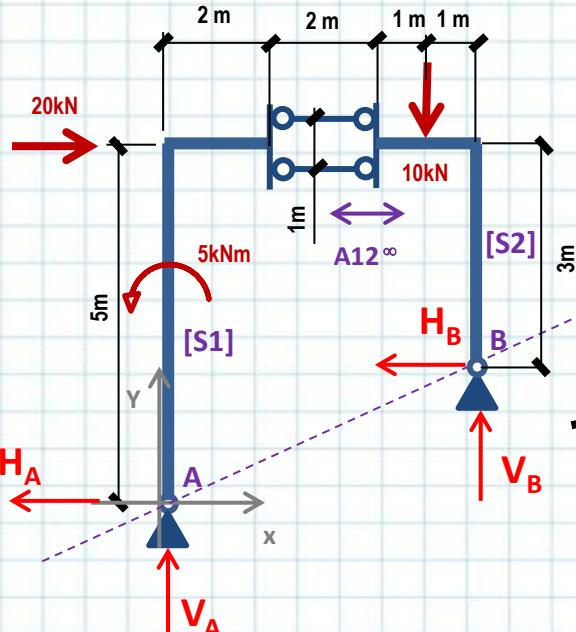
$$\sum F_y = -4kN - 11.25kN + 15.25kN = 0$$

$$\sum M^B = +5kNm + 1m \cdot 4kN + 2m \cdot 11.25kN - 5m \cdot 6.3kN = 0$$

Cadena cinemática abierta de dos chapas

Dada la siguiente estructura se pide:

- Analisis cinemático.
- Reacciones de vínculo externo
- Diagrama de cuerpo libre



a) Análisis cinemático:

$n=2$, $GL=4$, $RVE=4$: Un fijo en A (2) y un fijo en B (2) por lo tanto sistema isostático. Estamos en presencia de un arco de tres articulaciones con sus articulaciones no alineadas por lo que no hay vinculación aparente. El sistema es cinemáticamente estable.

b) Reacciones de vínculo externo:

Primero vamos a poner en evidencia las reacciones de acuerdo a los apoyos. También elegimos un sistema de referencia.

Planteo de ecuaciones de equilibrio general y relativo

$$\sum F_x = 20kN - H_A - H_B = 0$$

$$\sum F_y = 10kN + V_A + V_B = 0$$

$$\sum M^A = -5m \cdot 20kN - 5m \cdot 10kN + 5kNm + 6m \cdot V_B + 2m \cdot H_B = 0$$

~~$$\sum F_{V_{[S1]}}^{A12} = 0 \vee \sum F_{V_{[S2]}}^{A12} = 0$$~~

$$\sum F_{V_{[S2]}}^{A12} = -10kN + V_B = 0 \Rightarrow V_B = 10kN \therefore V_A = 0kN$$

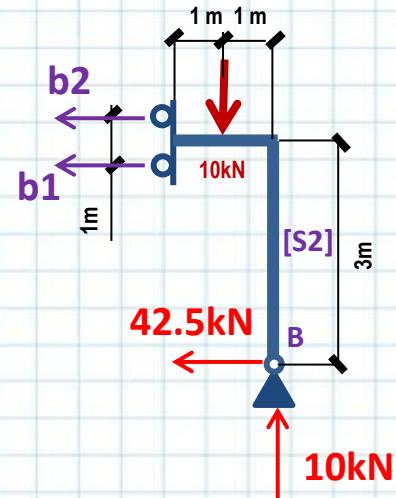
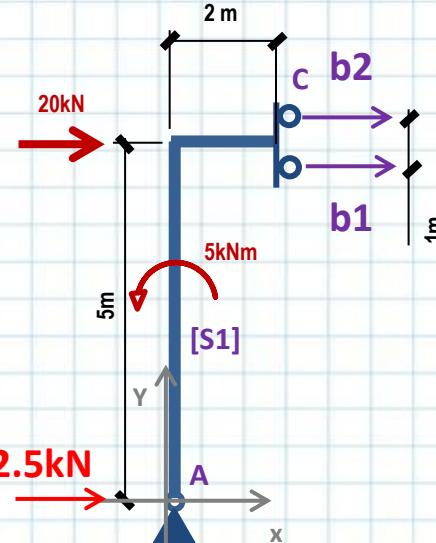
$$H_B = 42.5kN \therefore H_A = -22.5kN$$

**RESOLUCION
EN YOUTUBE**

Cadena cinemática abierta de dos chapas

Dada la siguiente estructura se pide:

- Analisis cinemático.
- Reacciones de vínculo externo
- Diagrama de cuerpo libre



$$\sum F_x = 20kN + 22.5kN + b1 + b2 = 0$$

$$\sum F_y = 0$$

$$\sum M^c = +1m \cdot b1 + 5kNm + 5.5m \cdot 22.5kN + 0.5m \cdot 20kN = 0$$

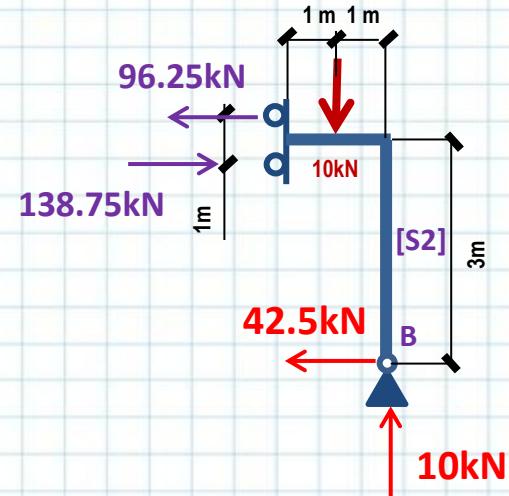
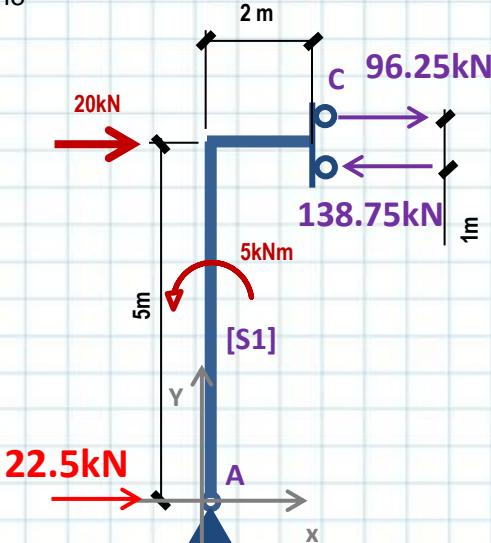
$$b1 = -138.75kN \therefore b2 = 96.25kN$$

**RESOLUCION
EN YOUTUBE**

Cadena cinemática abierta de dos chapas

Dada la siguiente estructura se pide:

- Analisis cinemático.
- Reacciones de vínculo externo
- Diagrama de cuerpo libre



$$\sum F_x = -96.25kN + 138.75kN - 42.5kN = 0$$

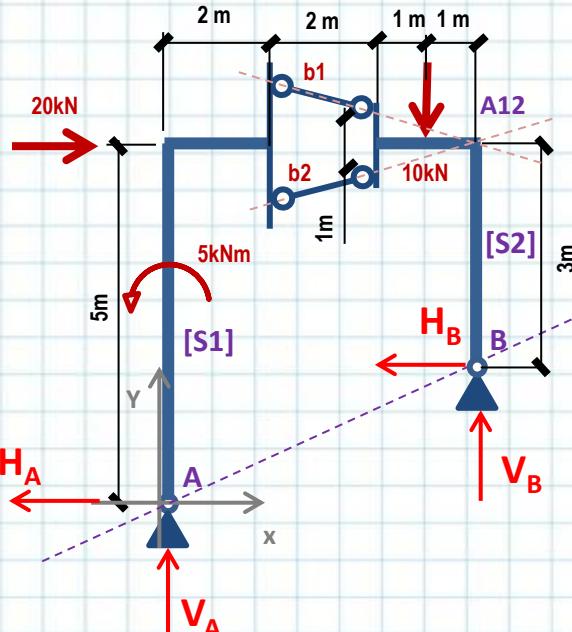
$$\sum F_y = -10kN + 10kN = 0$$

$$\sum M^B = +3.5m \cdot 96.25kN - 2.5m \cdot 138.75kN + 1m \cdot 10kNm = 0$$

Cadena cinemática abierta de dos chapas

Dada la siguiente estructura se pide:

- Analisis cinemático.
- Reacciones de vínculo externo
- Diagrama de cuerpo libre



a) Análisis cinemático:

$n=2$, $GL=4$, $RVE=4$: Un fijo en A (2) y un fijo en B (2) por lo tanto sistema isostático. Estamos en presencia de un arco de tres articulaciones con sus articulaciones no alineadas por lo que no hay vinculación aparente. El sistema es cinemáticamente estable.

b) Reacciones de vínculo externo:

Primero vamos a poner en evidencia las reacciones de acuerdo a los apoyos. También elegimos un sistema de referencia.

Planteo de ecuaciones de equilibrio general y relativo

$$\sum F_x = 20kN - H_A - H_B = 0$$

$$\sum F_y = 10kN + V_A + V_B = 0$$

$$\sum M^A = -5m \cdot 20kN - 5m \cdot 10kN + 5kNm + 6m \cdot V_B + 2m \cdot H_B = 0$$

~~$$\sum M_{[S1]}^{A12} = 0 \vee \sum M_{[S2]}^{A12} = 0$$~~

$$\sum M_{[S2]}^{A12} = +1m \cdot 10kN - 3m \cdot H_B = 0 \Rightarrow H_B = 3.3kN \therefore H_A = 16.7kN$$

$$V_B = 23.07kN \therefore V_A = -13.07kN$$

$$b1 = -28.63kN \wedge b2 = 25.2kN$$

**RESOLUCION
EN YOUTUBE**

Cadena cinemática abierta de tres chapas

n=3

$$GL = 3 + 2 = 5$$

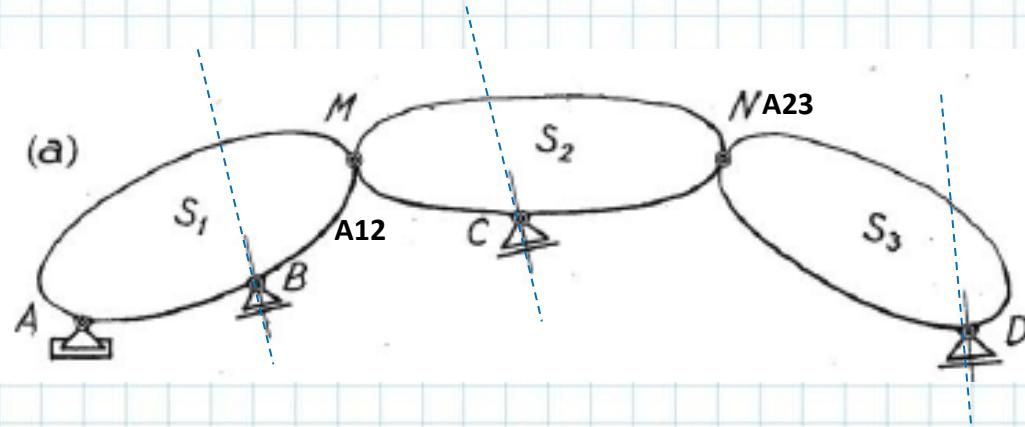
 $RVE = 3 + 2 = 5 \Rightarrow$ Sistema isostático

TEMA

TP3

CUERPOS
VINCULADOS

| CV sobre chapa | | |
|----------------|------|------|
| [S1] | [S2] | [S4] |
| 3 | 1 | 1 |
| 2 | 2 | 1 |
| 3 | 0 | 2 |
| 1 | 3 | 1 |
| 2 | 1 | 2 |



Recta de acción de móvil B no pasa por A entonces [S1] Fija

A12 PF

Recta de acción de móvil C no pasa por A12, [S2] Fija.

A23 PF

Recta de acción de móvil D no pasa por A23, [S3] Fija.

No hay vinculación aparente. Cinemáticamente estable

Cadena cinemática abierta de tres chapas

 $n=3$

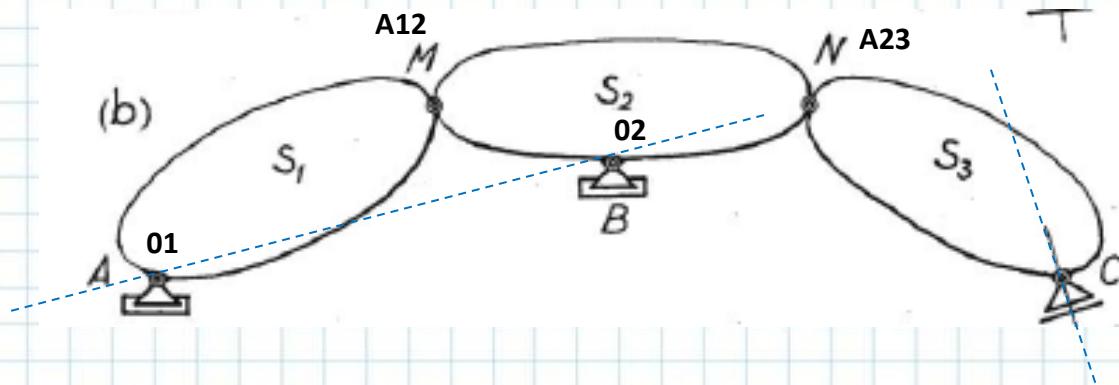
$$GL = 3 + 2 = 5$$

 $RVE = 3 + 2 = 5 \Rightarrow$ Sistema isostáticoTEMA

TP3

CUERPOS VINCULADOS

| CV sobre chapa | | |
|----------------|------|------|
| [S1] | [S2] | [S4] |
| 3 | 1 | 1 |
| 2 | 2 | 1 |
| 3 | 0 | 2 |
| 1 | 3 | 1 |
| 2 | 1 | 2 |



$[S1]$ y $[S2]$ forman un arco de tres articulaciones no alineadas por lo tanto $[S1]$ y $[S2]$ están fijas.

A23 PF

Recta de acción de móvil C no pasa por A23, $[S3]$ Fija.**No hay vinculación aparente. Cinemáticamente estable**

Cadena cinemática abierta de tres chapas

 $n=3$

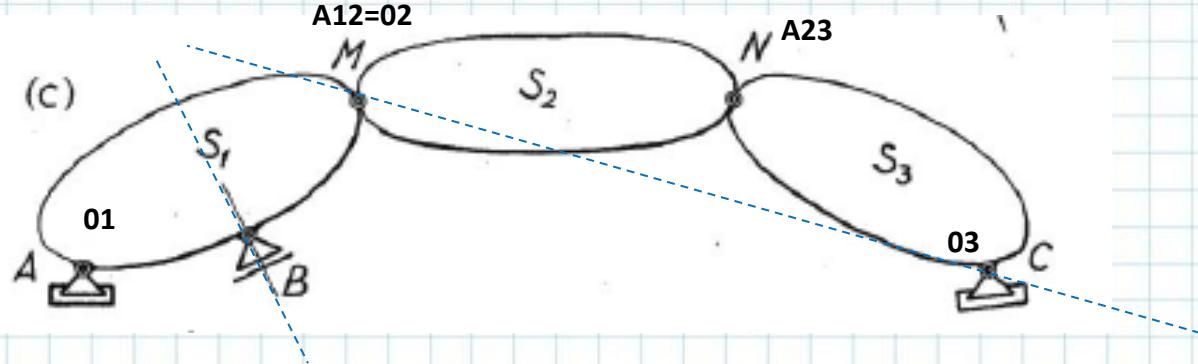
$$GL = 3 + 2 = 5$$

 $RVE = 3 + 2 = 5 \Rightarrow$ Sistema isostáticoTEMA

TP3

CUERPOS VINCULADOS

| CV sobre chapa | | |
|----------------|------|------|
| [S1] | [S2] | [S4] |
| 3 | 1 | 1 |
| 2 | 2 | 1 |
| 3 | 0 | 2 |
| 1 | 3 | 1 |
| 2 | 1 | 2 |



Recta de acción de móvil B no pasa por A entonces [S1] está fija.

A12 PF

[S2] y [S3] forman un arco de tres articulaciones no alineadas por lo tanto [S2] y [S3] están fijas.

No hay vinculación aparente. Cinemáticamente estable

Cadena cinemática abierta de tres chapas

 $n=3$

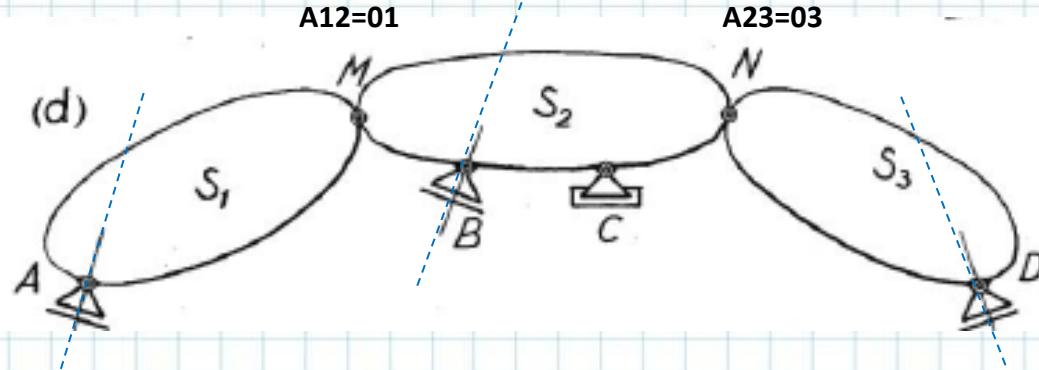
$$GL = 3 + 2 = 5$$

 $RVE = 3 + 2 = 5 \Rightarrow$ Sistema isostáticoTEMA

TP3

CUERPOS
VINCULADOS

| CV sobre chapa | | |
|----------------|------|------|
| [S1] | [S2] | [S4] |
| 3 | 1 | 1 |
| 2 | 2 | 1 |
| 3 | 0 | 2 |
| 1 | 3 | 1 |
| 2 | 1 | 2 |



Recta de acción de móvil B no pasa por C entonces [S2] está fija.

A12 y A23 son PF

Recta de acción de móvil A no pasa por 01 entonces [S1] está fija.

Recta de acción de móvil D no pasa por 03 entonces [S1] está fija.

No hay vinculación aparente. Cinemáticamente estable

Cadena cinemática abierta de tres chapas

n=3

$$GL = 3 + 2 = 5$$

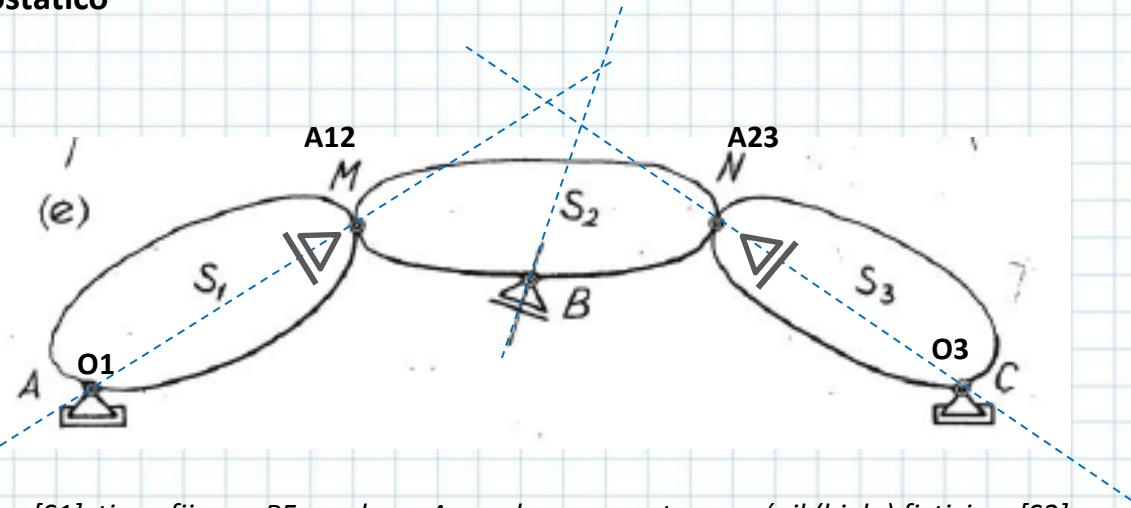
RVE = 3 + 2 = 5 => Sistema isostático

TEMA

TP3

CUERPOS VINCULADOS

| CV sobre chapa | | |
|----------------|------|------|
| [S1] | [S2] | [S4] |
| 3 | 1 | 1 |
| 2 | 2 | 1 |
| 3 | 0 | 2 |
| 1 | 3 | 1 |
| 2 | 1 | 2 |



[S1] tiene fijo, un PF o polo en A, por lo que aporta un móvil (biela) ficticio a [S2] en la articulación A12.

[S3] tiene fijo, un PF o polo en C, por lo que aporta un móvil (biela) ficticio a [S2] en la articulación A23.

[S2] tiene 3 móviles con sus rectas de acción no concurrentes a un punto, por lo tanto está fija.

A12 y A23 son PF

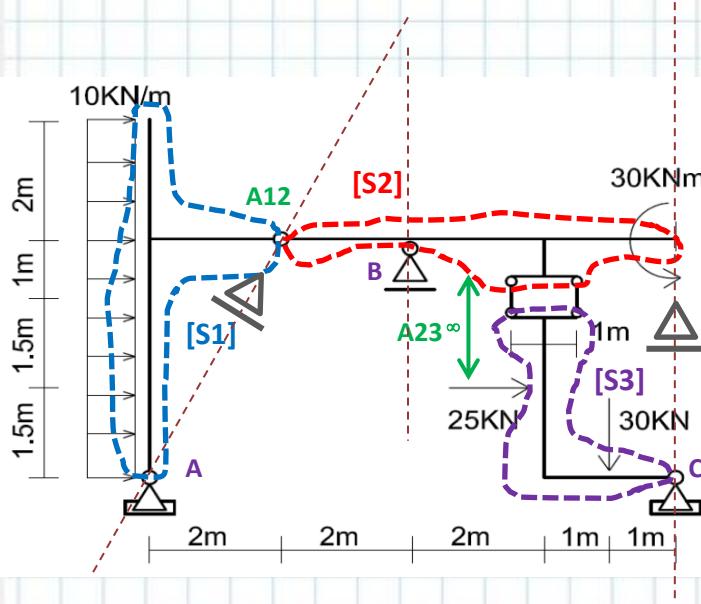
[S1] y [S3] tienen dos PF, están fijas.

No hay vinculación aparente. Cinemáticamente estable

Cadena cinemática abierta de tres chapas

Dada la siguiente estructura se pide:

- Analisis cinemático.
- Reacciones de vínculo externo
- Diagrama de cuerpo libre



a) Análisis cinemático:

$n=3$, $GL=5$, $RVE=5$: Un fijo en A (2), Un móvil en B (1) y un fijo en C (2) por lo tanto sistema isostático.

[S1] tiene un fijo, un PF o polo en A, por lo que aporta un móvil (biela) ficticio a [S2] en la articulación A12.

[S3] tiene fijo, un PF o polo en C, por lo que aporta un móvil (biela) ficticio a [S2] en la articulación A23 impropia.

[S2] tiene 3 móviles con sus rectas de acción no concurrentes a un punto, por lo tanto está fija.

A12 y A23 son PF

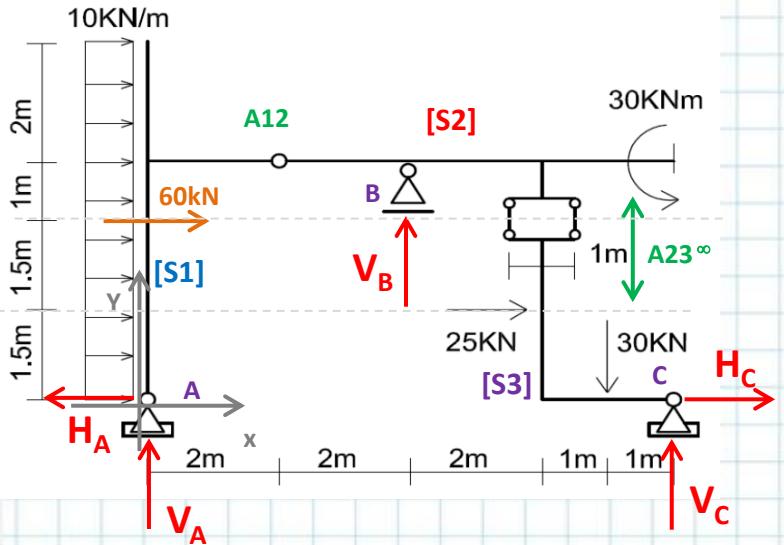
[S1] y [S3] tienen dos PF, están fijas.

No hay vinculación aparente. Cinemáticamente estable

Cadena cinemática abierta de tres chapas

Dada la siguiente estructura se pide:

- Analisis cinemático.
- Reacciones de vínculo externo**
- Diagrama de cuerpo libre



b) Reacciones de vínculo externo:

Primero vamos a poner en evidencia las reacciones de acuerdo a los apoyos. También elegimos un sistema de referencia.

Planteo de ecuaciones de equilibrio general y relativo

$$\sum F_x = 60kN + 25kN - H_A + H_C = 0$$

$$\sum F_y = -30kN + V_A + V_B + V_C = 0$$

$$\sum M^A = -3m \cdot 60kN - 1.5m \cdot 25kN - 7m \cdot 30kN + 30kNm + 4m \cdot V_B + 8m \cdot V_C = 0$$

$$\sum M_{[S1]}^{A12} = 0 \vee \sum M_{[S1,S2]}^{A12} = 0$$

$$\sum M_{[S1]}^{A12} = +1m \cdot 60kN - 2m \cdot V_A - 4m \cdot H_A = 0$$

$$\sum Fh_{[S3]}^{A23} = 0 \vee \sum Fh_{[S1,S2]}^{A23} = 0$$

$$\sum Fh_{[S3]}^{A23} = 25kN + H_C = 0$$

$$H_C = -25kN$$

$$H_A = 60kN$$

$$V_A = -90kN$$

$$V_C = -20.625kN$$

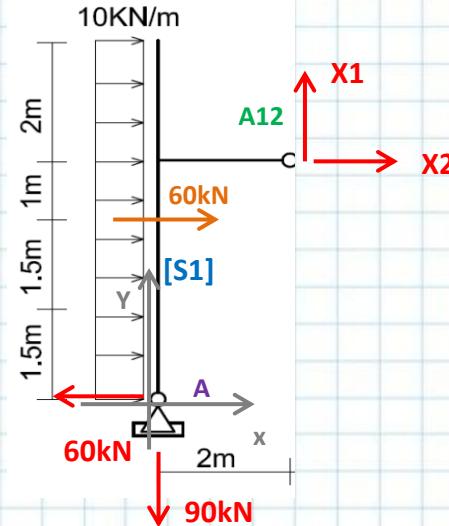
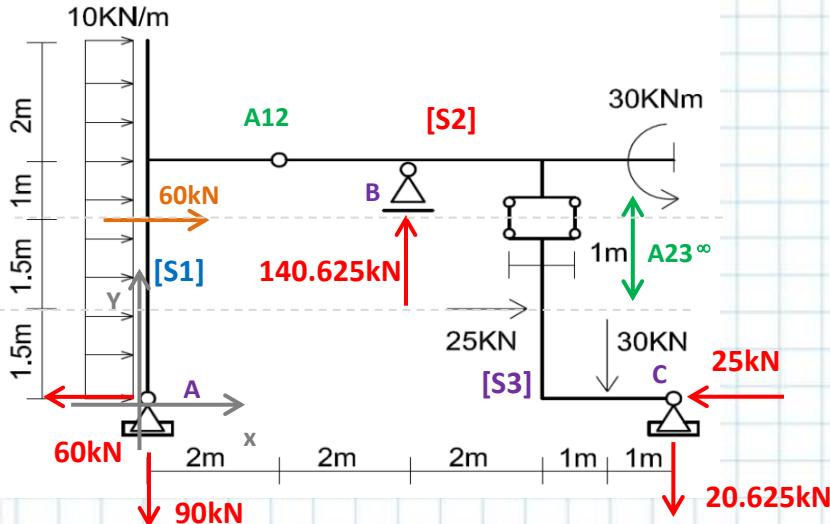
$$V_B = 140.625kN$$

**RESOLUCION
EN YOUTUBE**

Cadena cinemática abierta de tres chapas

Dada la siguiente estructura se pide:

- Analisis cinemático.
- Reacciones de vínculo externo
- Diagrama de cuerpo libre



$$\sum F_x = -60kN + 60kN + X_2 = 0 \Rightarrow X_2 = 0$$

$$\sum F_y = -90kN + X_1 = 0 \Rightarrow X_1 = 90kN$$

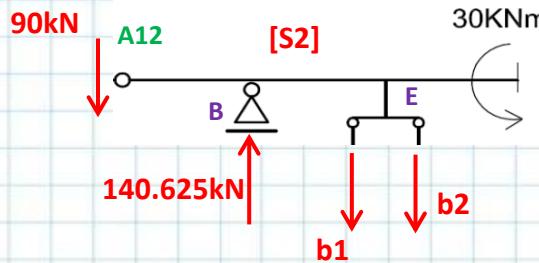
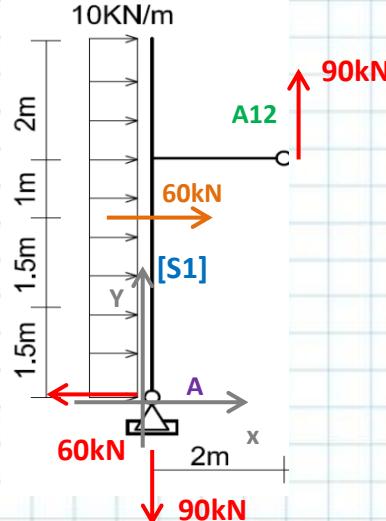
$$\sum M^A = -3m \cdot 60kN + 2m \cdot 90kN = 0$$

**RESOLUCION
EN YOUTUBE**

Cadena cinemática abierta de tres chapas

Dada la siguiente estructura se pide:

- Analisis cinemático.
- Reacciones de vínculo externo
- Diagrama de cuerpo libre



$$\sum F_x = 0$$

$$\sum F_y = -90kN + 140.625kN - b_1 - b_2 = 0$$

$$\sum M^E = +4.5m \cdot 90kN - 2.5m \cdot 140.625kN + 30kNm + 1m \cdot b_1 = 0$$

$$b_1 = -83.44kN$$

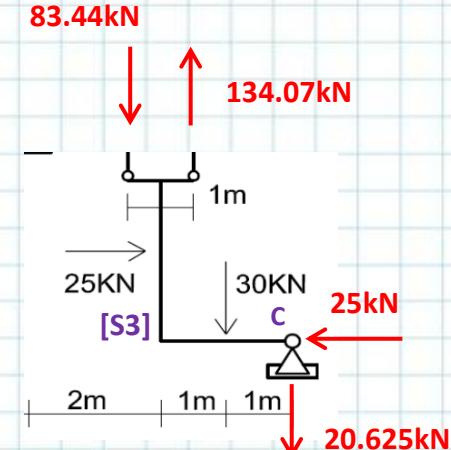
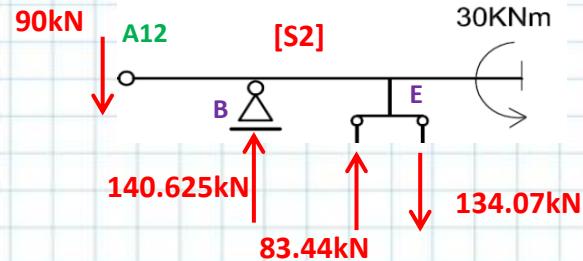
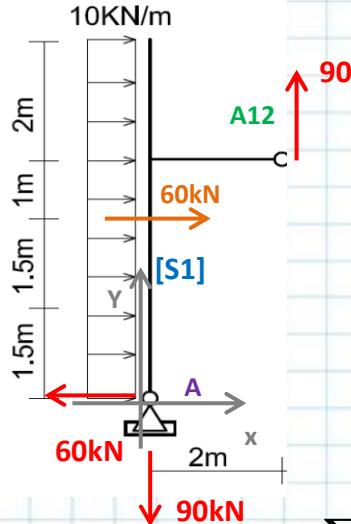
$$b_2 = 134.07kN$$

**RESOLUCION
EN YOUTUBE**

Cadena cinemática abierta de tres chapas

Dada la siguiente estructura se pide:

- Analisis cinemático.
- Reacciones de vínculo externo
- Diagrama de cuerpo libre



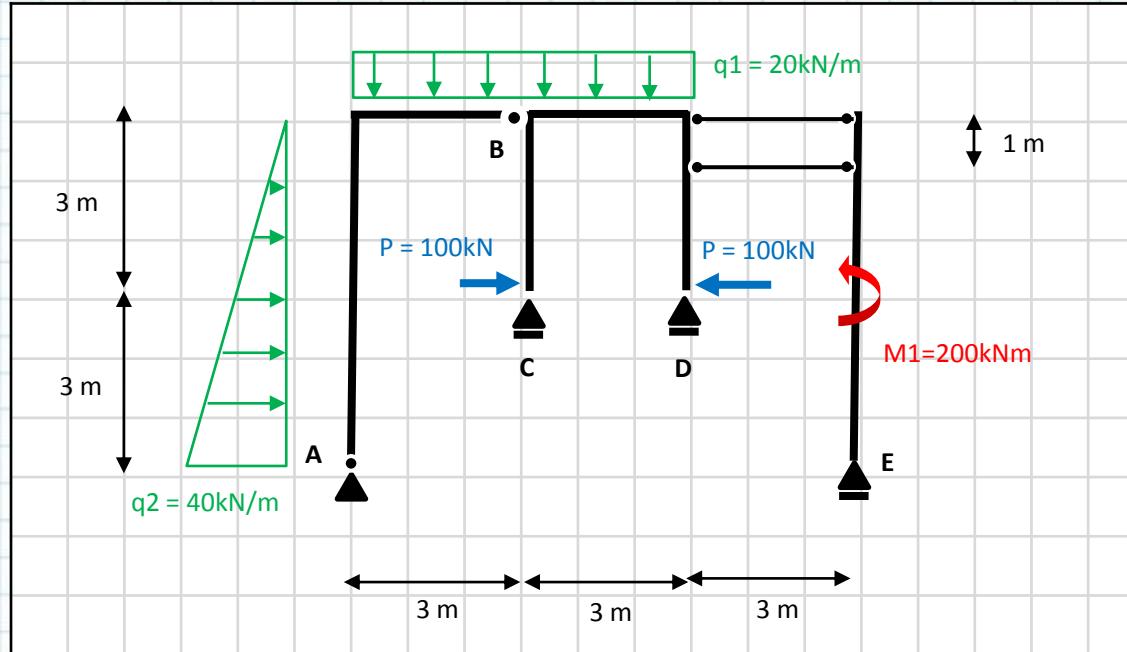
$$\sum F_x = 25kN - 25kN = 0$$

$$\sum F_y = -83.44kN + 134.07kN - 30kN - 20.625kN = 0$$

$$\sum M^C = +2.5m \cdot 83.44kN - 1.5m \cdot 134.07kN - 1.5m \cdot 25kN + 1m \cdot 30kN = 0$$

Problema de fuerzas distribuidas

- A) Realizar el análisis cinemático de la estructura.
- B) Obtener las reacciones de vínculo externo.
- C) Obtener las reacciones de vínculo interno y hacer el despiece de la estructura.



RESOLUCION EN YOUTUBE

Problema de fuerzas distribuidas

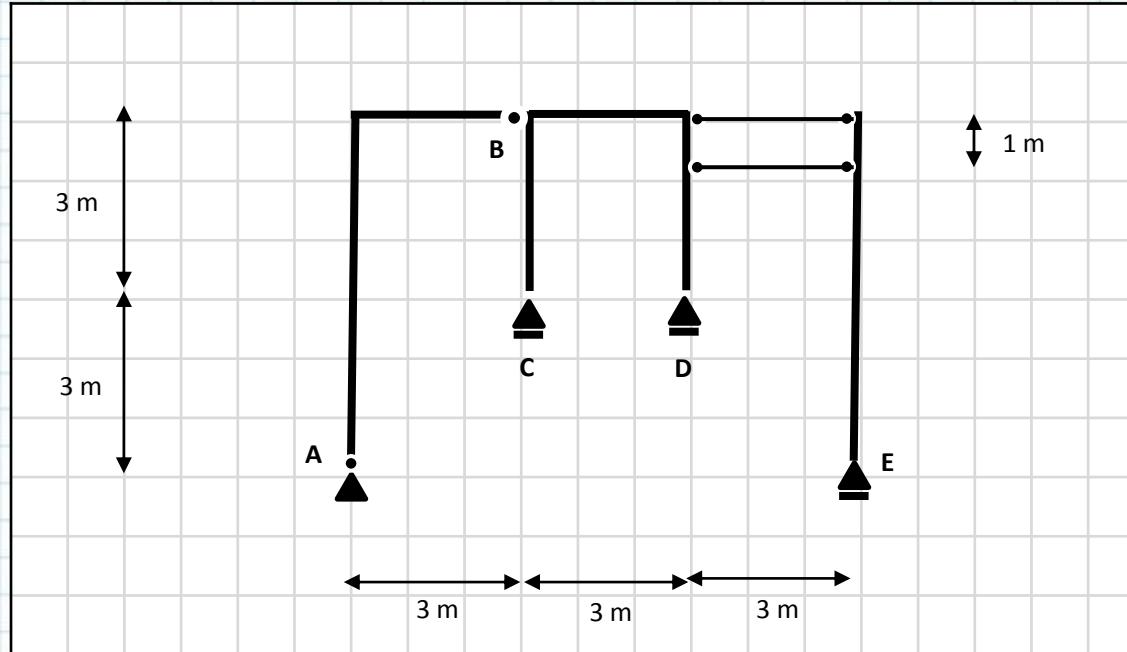
- A) Realizar el análisis cinemático de la estructura.
- B) Obtener las reacciones de vínculo externo.
- C) Obtener las reacciones de vínculo interno y hacer el despiece de la estructura.

TEMA

TP3

CUERPOS

VINCULADOS

F.I.U.B.A.
DTO. ESTABILIDAD
84.02 / 64.11
ESTABILIDAD 1

2 CUAT. 2020

CURSO 4
PARENTE

Problema de fuerzas distribuidas

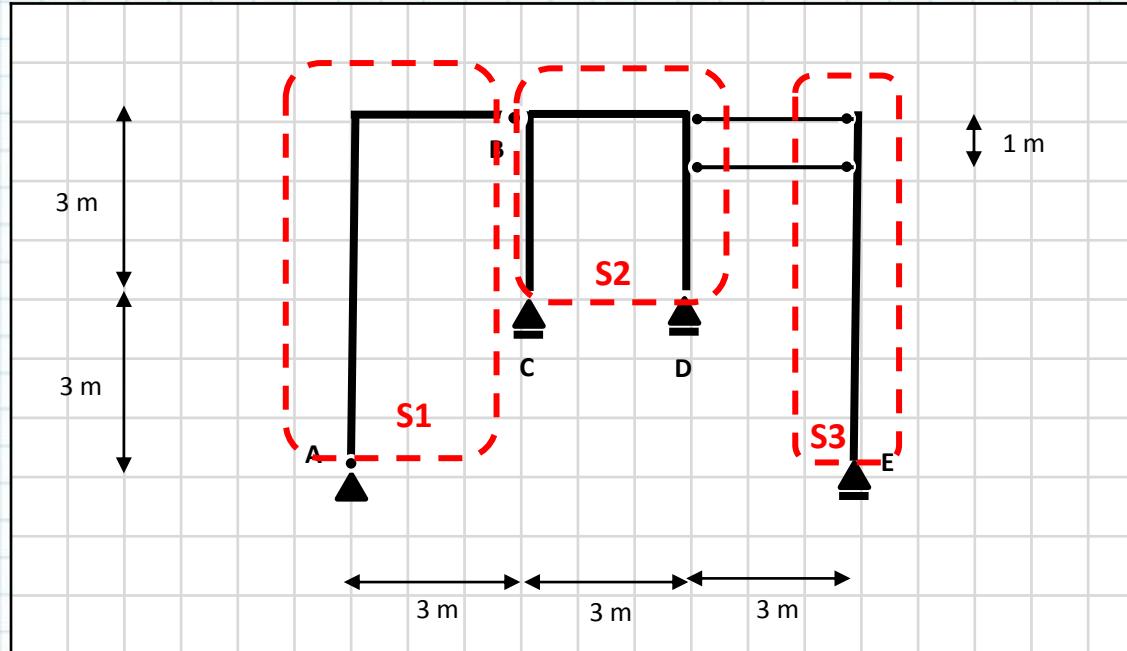
- A) Realizar el análisis cinemático de la estructura.
- B) Obtener las reacciones de vínculo externo.
- C) Obtener las reacciones de vínculo interno y hacer el despiece de la estructura.

TEMA

TP3

CUERPOS

VINCULADOS



Nombramos las chapas

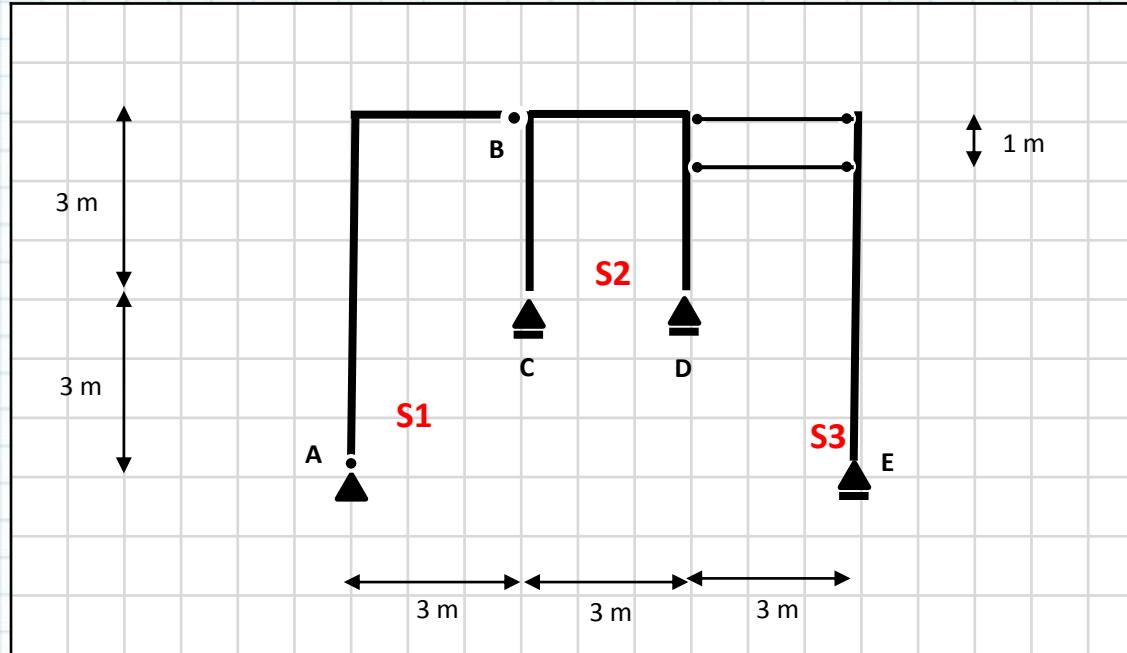
F.I.U.B.A.
DTO. ESTABILIDAD
84.02 / 64.11
ESTABILIDAD 1

2 CUAT. 2020

CURSO 4
PARENTE

Problema de fuerzas distribuidas

- A) Realizar el análisis cinemático de la estructura.
- B) Obtener las reacciones de vínculo externo.
- C) Obtener las reacciones de vínculo interno y hacer el despiece de la estructura.



Nombramos las chapas

Determinamos el número de condiciones de vínculo y el número de grados de libertad

$$N_{cvin} = 2(A) + 1(C) + 1(D) + 1(E) = 5$$

$$N_{GL} = N_{chapas} + 2 = 5$$

Problema de fuerzas distribuidas

A) Realizar el análisis cinemático de la estructura.

B) Obtener las reacciones de vínculo externo.

C) Obtener las reacciones de vínculo interno y hacer el despiece de la estructura.

TEMA

TP3

CUERPOS

VINCULADOS

F.I.U.B.A.

DTO. ESTABILIDAD

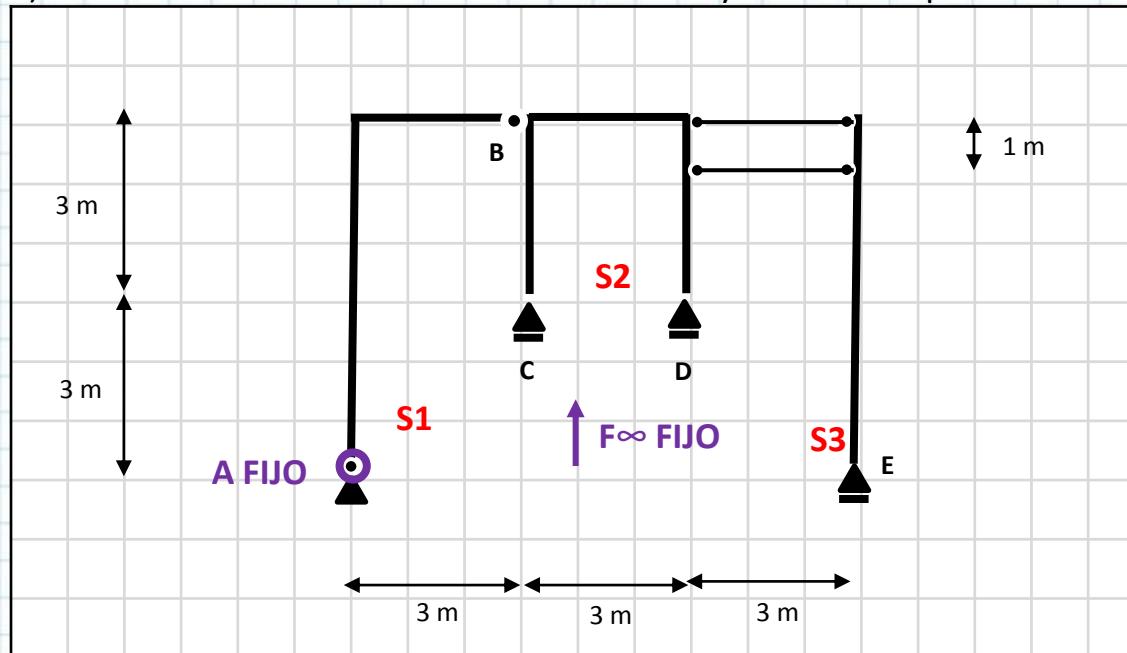
84.02 / 64.11

ESTABILIDAD 1

2 CUAT. 2020

CURSO 4

PARENTE



Nombramos las chapas

Determinamos el número de condiciones de vínculo y el número de grados de libertad

Análisis de vinculación aparente.

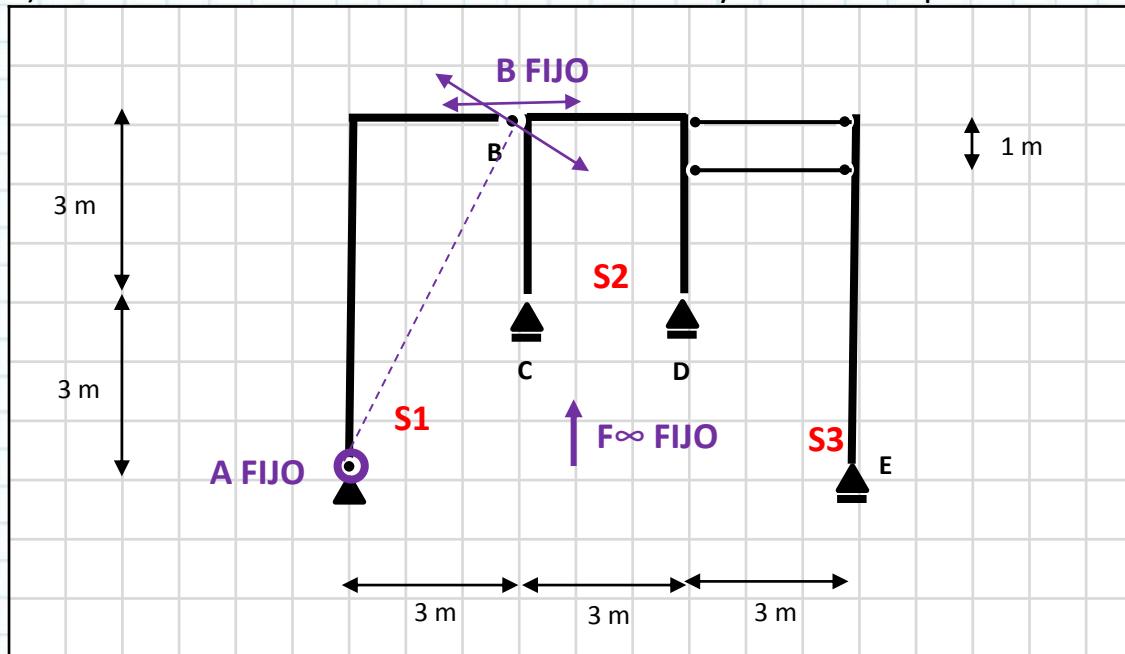
- S1 Tiene un punto fijo (A)
- S2 Tiene un punto fijo (F)

Problema de fuerzas distribuidas

A) Realizar el análisis cinemático de la estructura.

B) Obtener las reacciones de vínculo externo.

C) Obtener las reacciones de vínculo interno y hacer el despiece de la estructura.



Nombramos las chapas

Determinamos el número de condiciones de vínculo y el número de grados de libertad

Análisis de vinculación aparente.

- S1 Tiene un punto fijo (A)
- S2 Tiene un punto fijo (F)
- B es un punto fijo y es común a las chapas S1 y S2.
- Como S1 y S2 tienen al menos 2 puntos fijos, S1 y S2 están fijas.

Problema de fuerzas distribuidas

A) Realizar el análisis cinemático de la estructura.

B) Obtener las reacciones de vínculo externo.

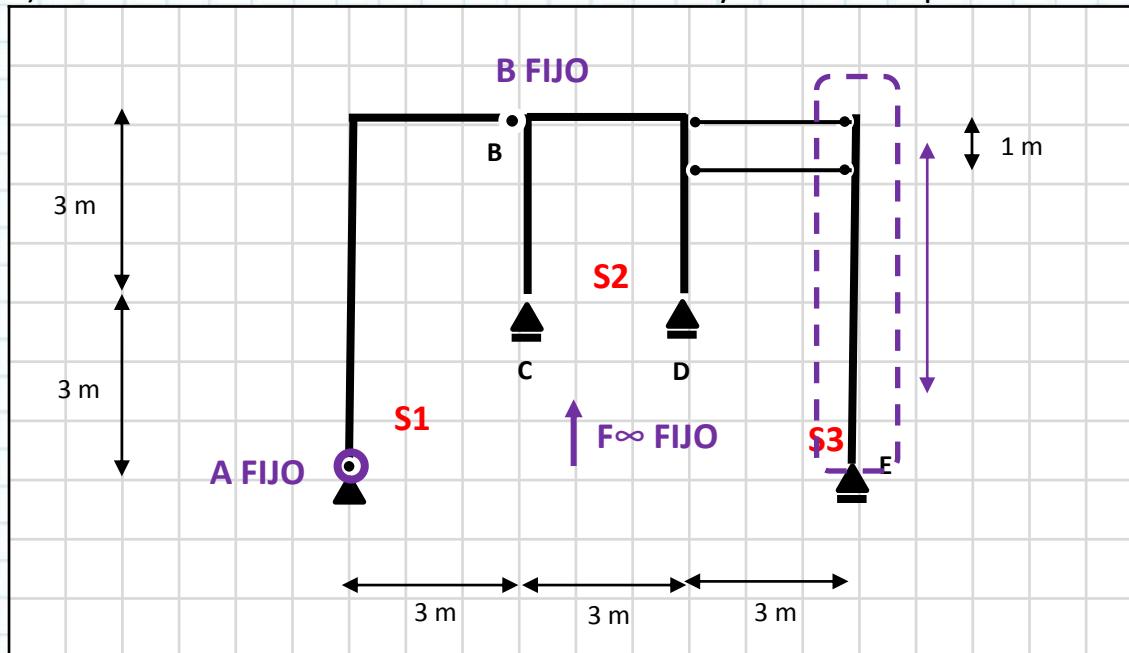
C) Obtener las reacciones de vínculo interno y hacer el despiece de la estructura.

TEMA

TP3

CUERPOS
VINCULADOSF.I.U.B.A.
DTO. ESTABILIDAD
84.02 / 64.11
ESTABILIDAD 1

2 CUAT. 2020

CURSO 4
PARENTE

Nombramos las chapas

Determinamos el número de condiciones de vínculo y el número de grados de libertad

Análisis de vinculación aparente.

- S1 Tiene un punto fijo (A)
- S2 Tiene un punto fijo (F)
- B es un punto fijo y es común a las chapas S1 y S2.
- Como S1 y S2 tienen al menos 2 puntos fijos, S1 y S2 están fijas.
- Como S2 está fija, el único desplazamiento posible para S3 es el desplazamiento vertical, pero se ve impedido por el apoyo móvil en E.

EL SISTEMA ES CINEMÁTICAMENTE ESTABLE.

Problema de fuerzas distribuidas

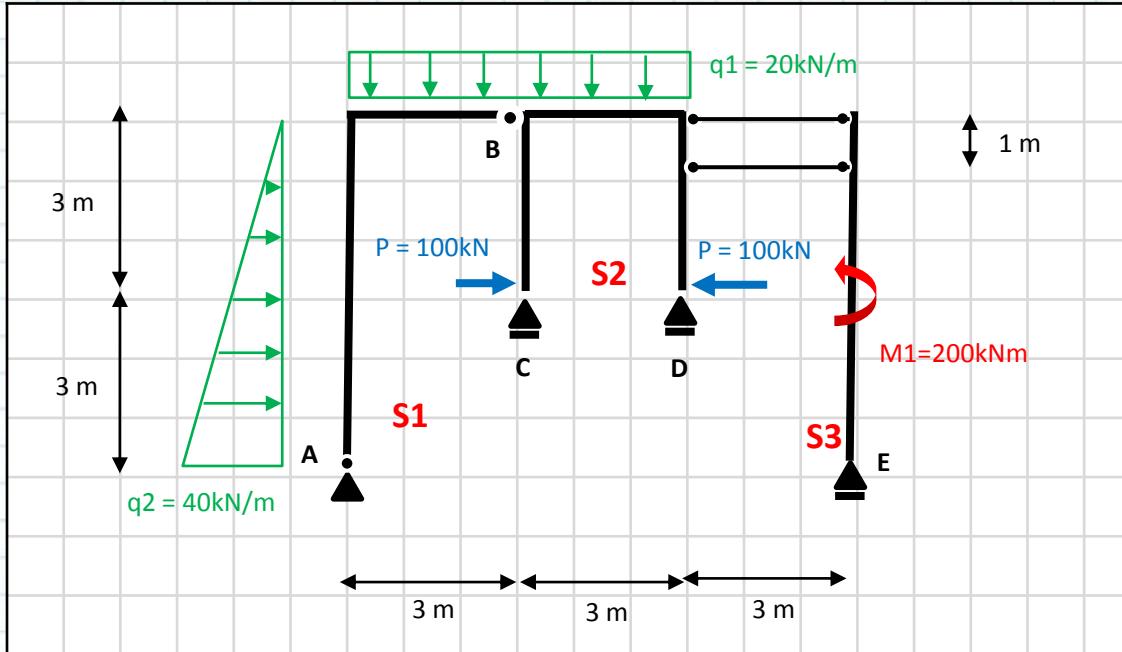
- A) Realizar el análisis cinemático de la estructura.
- B) Obtener las reacciones de vínculo externo.**
- C) Obtener las reacciones de vínculo interno y hacer el despiece de la estructura.

TEMA

TP3

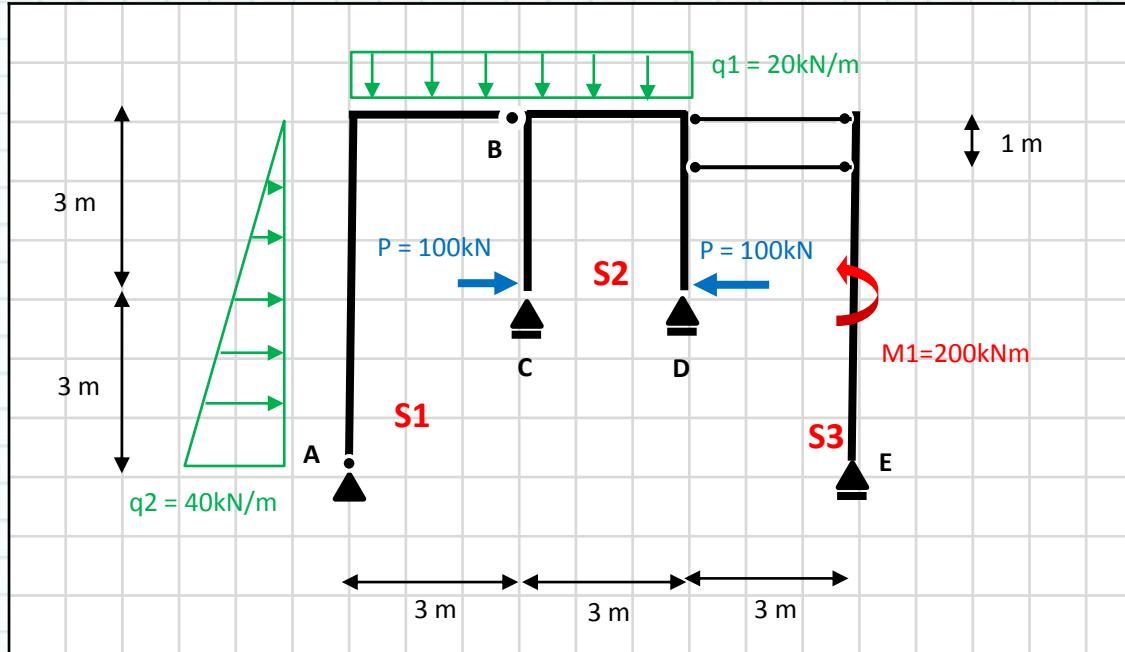
CUERPOS

VINCULADOS



Problema de fuerzas distribuidas

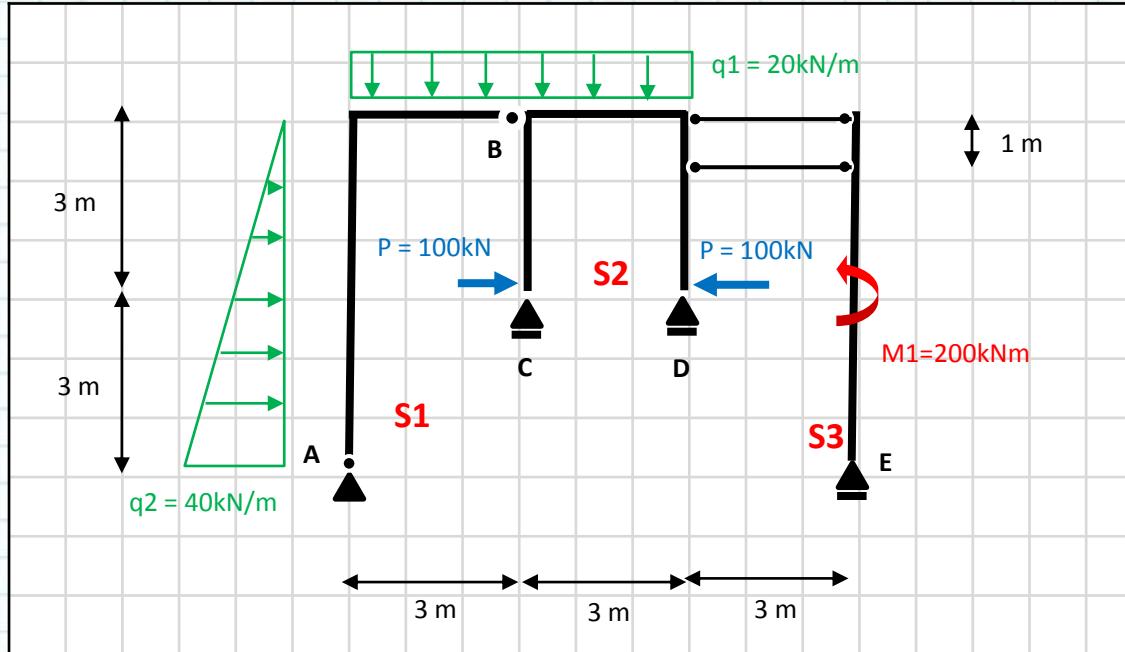
- Realizar el análisis cinemático de la estructura.
- Obtener las reacciones de vínculo externo.**
- Obtener las reacciones de vínculo interno y hacer el despiece de la estructura.



¿Qué armamento de ecuaciones podemos plantear para resolver este ejercicio?

Problema de fuerzas distribuidas

- A) Realizar el análisis cinemático de la estructura.
- B) Obtener las reacciones de vínculo externo.**
- C) Obtener las reacciones de vínculo interno y hacer el despiece de la estructura.



¿Qué armamento de ecuaciones podemos plantear para resolver este ejercicio?

Equilibrio absoluto: $\sum F_x = 0$; $\sum F_y = 0$; $\sum M_o = 0$

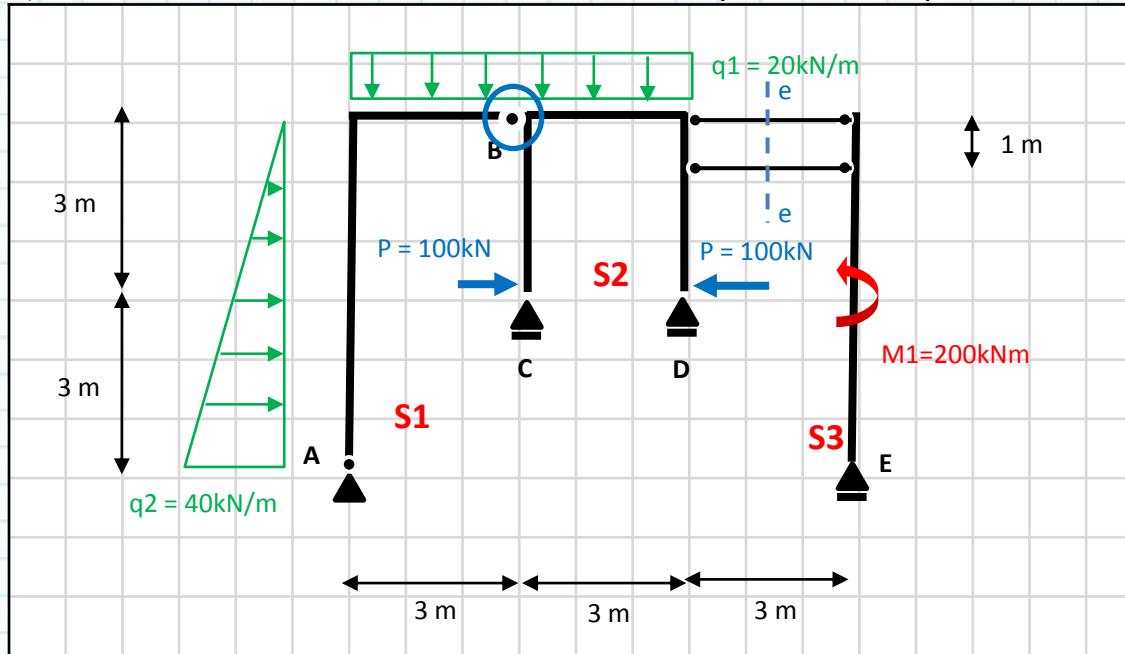
Problema de fuerzas distribuidas

- A) Realizar el análisis cinemático de la estructura.
 - B) Obtener las reacciones de vínculo externo.**
 - C) Obtener las reacciones de vínculo interno y hacer el despiece de la estructura.

TEMA

TP3

CUERPOS VINCULADOS



¿Qué armamento de ecuaciones podemos plantear para resolver este ejercicio?

Equilibrio absoluto: $\sum F_x = 0$; $\sum F_y = 0$; $\sum M_o = 0$

Equilibrio relativo: $\sum F_{e-e}^{S3} = 0$; $\sum F_{e-e}^{S1+S2} = 0$; $\sum M_B^{S1} = 0$; $\sum M_B^{S2+S3} = 0$

Problema de fuerzas distribuidas

- Realizar el análisis cinemático de la estructura.
- Obtener las reacciones de vínculo externo.**
- Obtener las reacciones de vínculo interno y hacer el despiece de la estructura.

TEMA

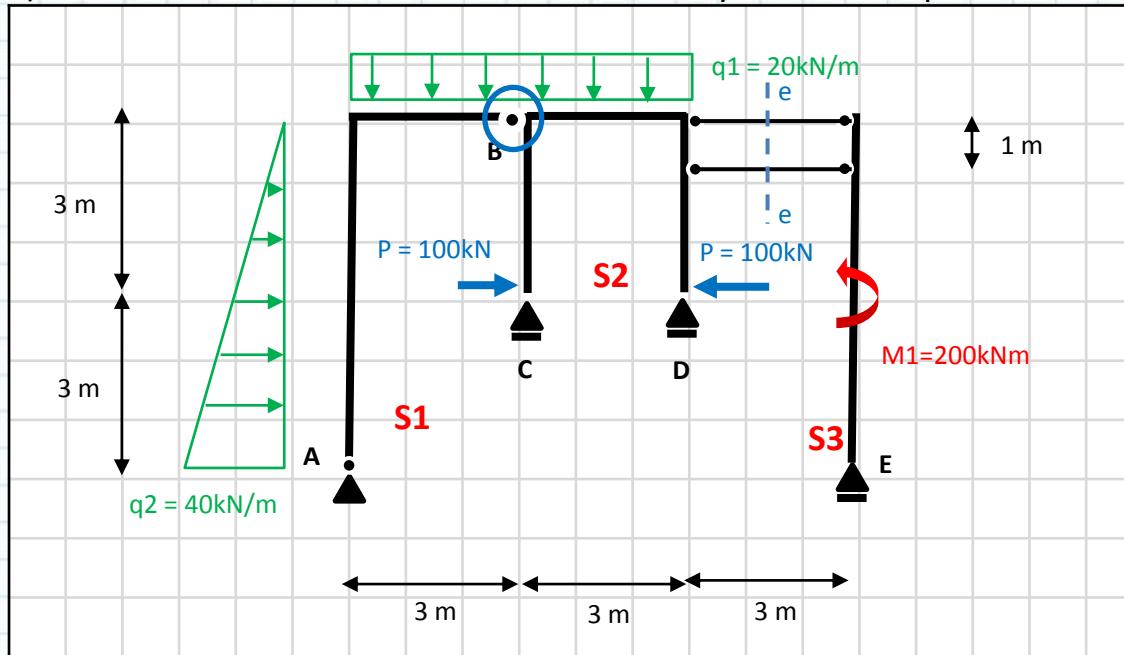
TP3

CUERPOS
VINCULADOSF.I.U.B.A.
DTO. ESTABILIDAD
84.02 /64.11
ESTABILIDAD 1

2 CUAT. 2020

CURSO 4

PARENTE



¿Qué armamento de ecuaciones podemos plantear para resolver este ejercicio?

Cuidado con:

- Elegir 1 ecuación que sea combinación lineal de otras.
- Tomar equilibrio relativo respecto de la articulación abierta.

Equilibrio absoluto: $\sum F_x = 0$; $\sum F_y = 0$; $\sum M_o = 0$

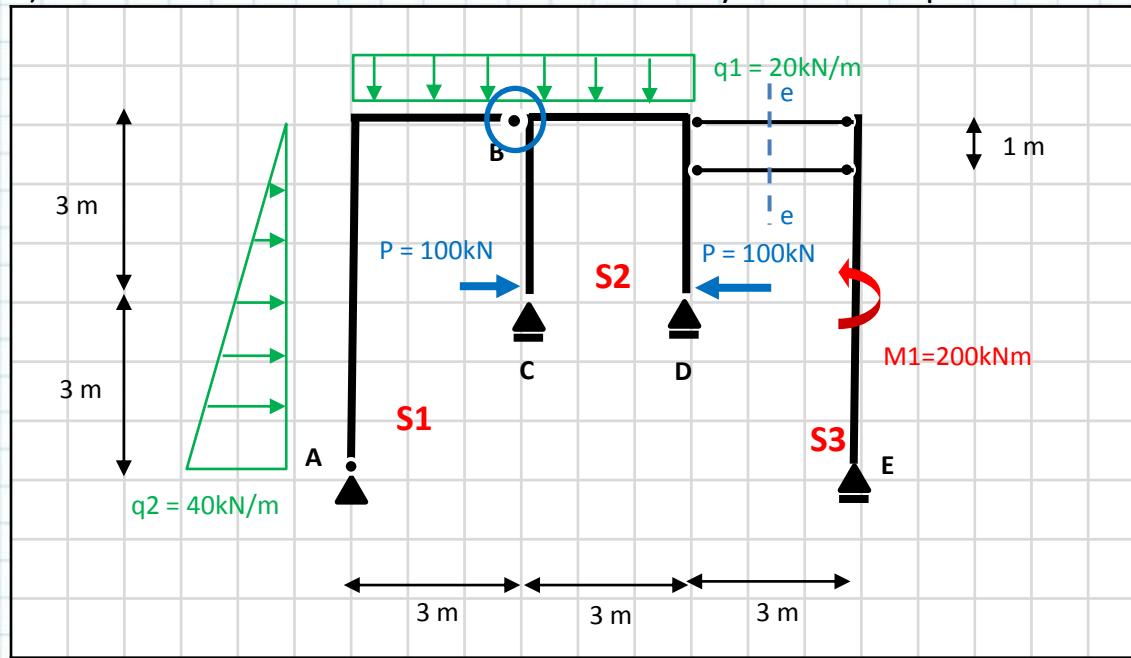
Equilibrio relativo: $\sum F_{e-e}^{S_3} = 0$; $\sum F_{e-e}^{S_1+S_2} = 0$; $\sum M_B^{S_1} = 0$; $\sum M_B^{S_2+S_3} = 0$

Problema de fuerzas distribuidas

- A) Realizar el análisis cinemático de la estructura.
- B) Obtener las reacciones de vínculo externo.**
- C) Obtener las reacciones de vínculo interno y hacer el despiece de la estructura.

TEMA

TP3

CUERPOS
VINCULADOS

Vamos a utilizar estas:

$$\sum F_x = 0$$

$$\sum F_{e-e}^{S3} = 0$$

$$\sum F_{e-e}^{S1+S2} = 0$$

$$\sum M_B^{S1} = 0$$

$$\sum M_B^{S2+S3} = 0$$

Equilibrio absoluto: $\sum F_x = 0$; $\sum F_y = 0$; $\sum M_o = 0$

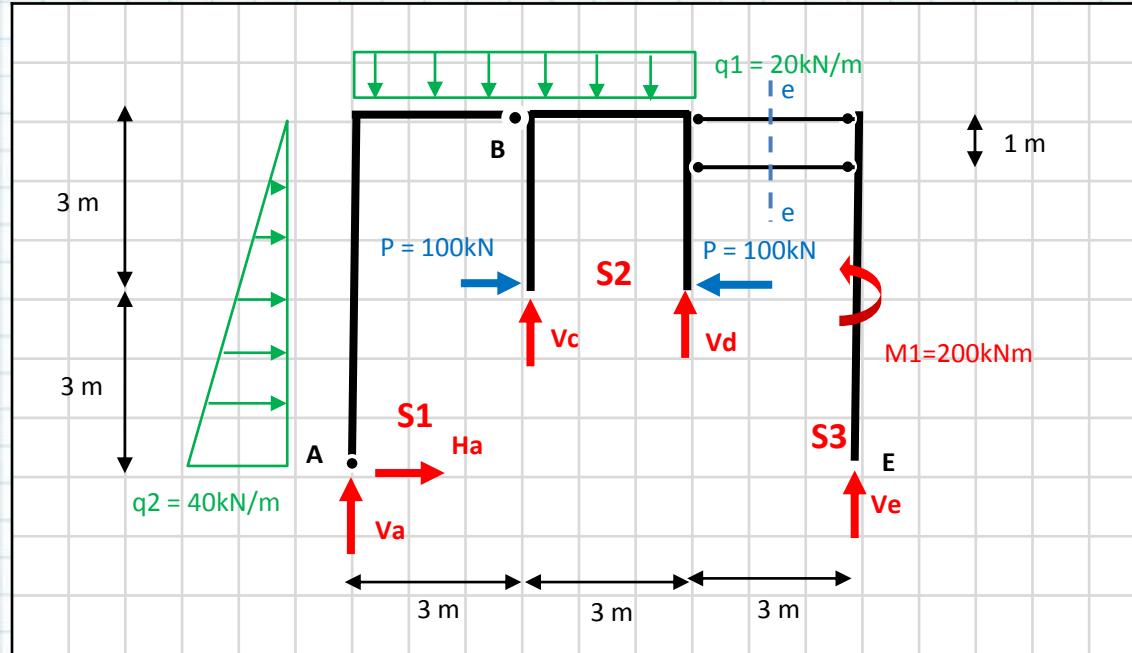
Equilibrio relativo: $\sum F_{e-e}^{S3} = 0$; $\sum F_{e-e}^{S1+S2} = 0$; $\sum M_B^{S1} = 0$; $\sum M_B^{S2+S3} = 0$

Problema de fuerzas distribuidas

- Realizar el análisis cinemático de la estructura.
- Obtener las reacciones de vínculo externo.**
- Obtener las reacciones de vínculo interno y hacer el despiece de la estructura.

TEMA

TP3

CUERPOS
VINCULADOSF.I.U.B.A.
DTO. ESTABILIDAD
84.02 / 64.11
ESTABILIDAD 1

Vamos a utilizar estas:

$$\sum F_x = 0$$

$$\sum F_{e-e}^{S3} = 0$$

$$\sum F_{e-e}^{S1+S2} = 0$$

$$\sum M_B^{S1} = 0$$

$$\sum M_B^{S2+S3} = 0$$

Problema de fuerzas distribuidas

- A) Realizar el análisis cinemático de la estructura.
 - B) Obtener las reacciones de vínculo externo.**
 - C) Obtener las reacciones de vínculo interno y hacer el despiece de la estructura.

TEMA

TP3

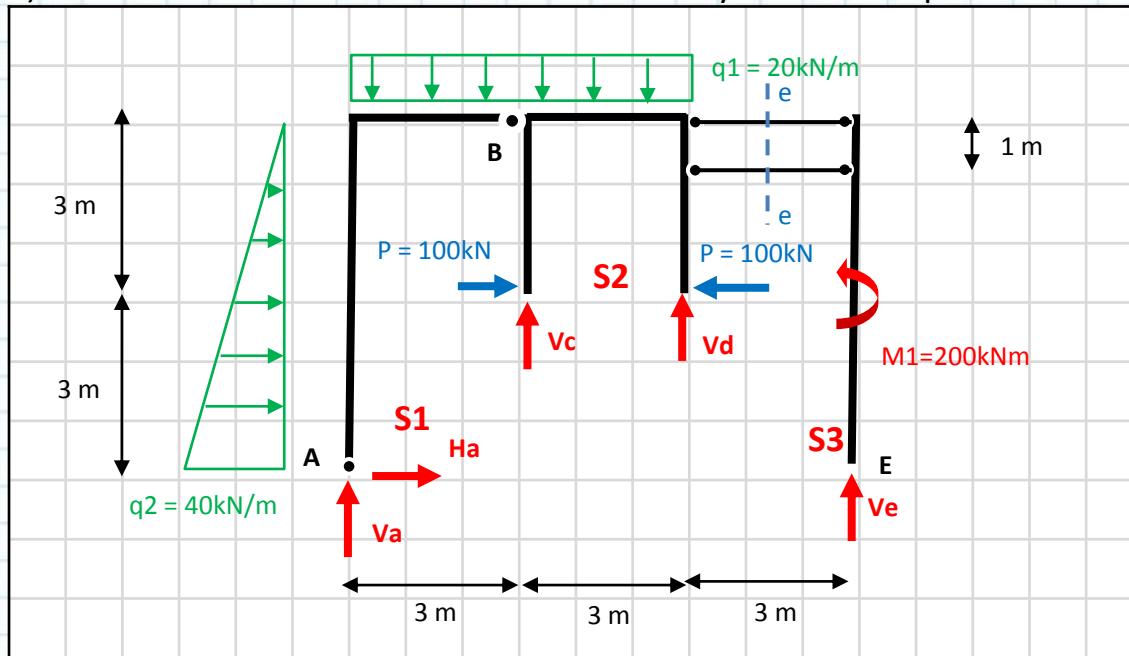
CUERPOS VINCULADOS

F.I.U.B.A.
TO. ESTABILIDAD
34.02 /64.11
ESTABILIDAD 1

CUAT, 2020

CURSO 4

PARENTE



Vamos a utilizar estas:

$$\sum F_x = 0$$

$$\sum F_{e-e}^{S3} = 0$$

$$\sum F_{e-e}^{S1+S2} = 0$$

$$\sum M_B^{S1} = 0$$

$$\sum M_B^{S2+S3} = 0$$

$$\sum F_x = 0 \quad \frac{q_2 \cdot 6m}{2} + Ha + P - P = 0 \quad \sum F_e(S3) = 0 \quad Ve = 0 \quad \sum F_e(S1 + S2) = 0 \quad Va + Vc + Vd - q_1 \cdot 6m = 0$$

$$\sum M_B(S1) = 0 \quad -Va \cdot 3m + Ha \cdot 6m + \frac{q_2 \cdot 6m}{2} \cdot \frac{2 \cdot 6m}{3} + q_1 \cdot 3m \cdot \frac{3m}{2} = 0 \quad \sum M_B(S2 + S3) = 0 \quad P \cdot 3m - P \cdot 3m + Vd \cdot 3m + M1 + Ve \cdot 6m - q_1 \cdot 3m \cdot \frac{3m}{2} = 0$$

Problema de fuerzas distribuidas

- A) Realizar el análisis cinemático de la estructura.
 - B) Obtener las reacciones de vínculo externo.**
 - C) Obtener las reacciones de vínculo interno y hacer el despiece de la estructura.

TEMA

TP3

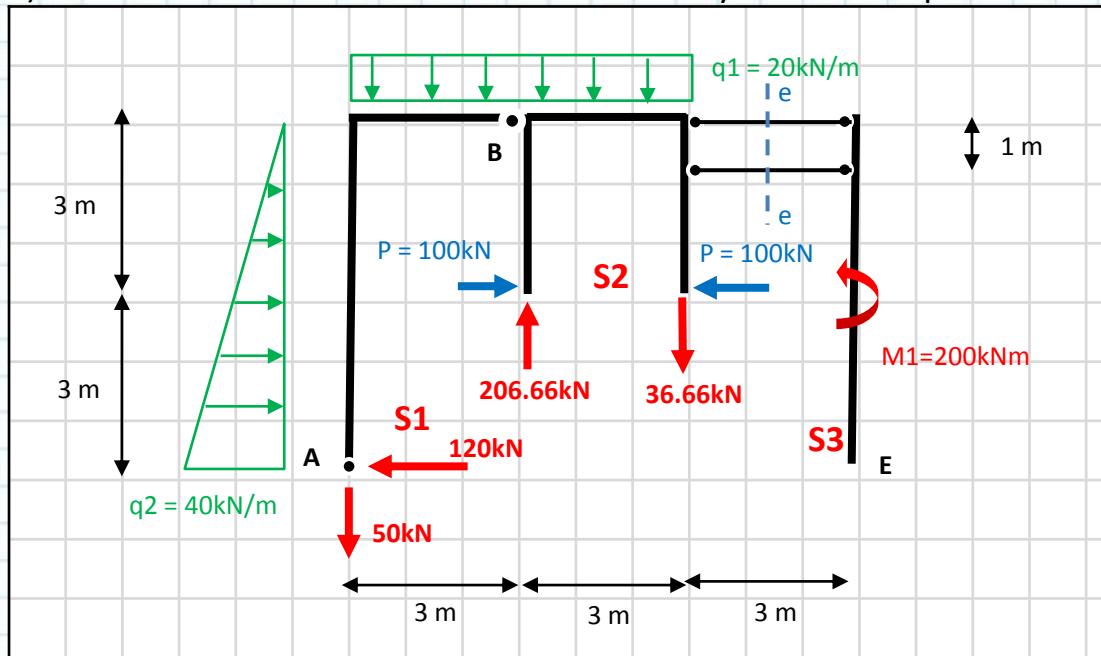
CUERPOS VINCULADOS

F.I.U.B.A.
TO. ESTABILIDAD
34.02 /64.11
ESTABILIDAD 1

CUAT. 2020

CURSO 4

PARENTE



Vamos a utilizar estas:

$$\sum F_x = 0$$

$$\sum F_{e-e}^{S3} = 0$$

$$\sum F_{e-e}^{S1+S2} = 0$$

$$\sum M_B^{S1} = 0$$

$$\sum M_B^{S2+S3} = 0$$

$$\sum F_x = 0 \quad \frac{q_2 \cdot 6m}{2} + Ha + P - P = 0 \quad \sum F_e(S3) = 0 \quad Ve = 0 \quad \sum F_e(S1 + S2) = 0 \quad Va + Vc + Vd - q_1 \cdot 6m = 0$$

$$\sum M_B(S1) = 0 \quad -Va \cdot 3m + Ha \cdot 6m + \frac{q2 \cdot 6m}{2} \cdot \frac{2 \cdot 6m}{3} + q1 \cdot 3m \cdot \frac{3m}{2} = 0 \quad \sum M_B(S2 + S3) = 0 \quad P \cdot 3m - P \cdot 3m + Vd \cdot 3m + M1 + Ve \cdot 6m - q1 \cdot 3m \cdot \frac{3m}{2} = 0$$

Problema de fuerzas distribuidas

- A) Realizar el análisis cinemático de la estructura.
 B) Obtener las reacciones de vínculo externo.
C) Obtener las reacciones de vínculo interno y hacer el despiece de la estructura.

TEMA

TP3

CUERPOS

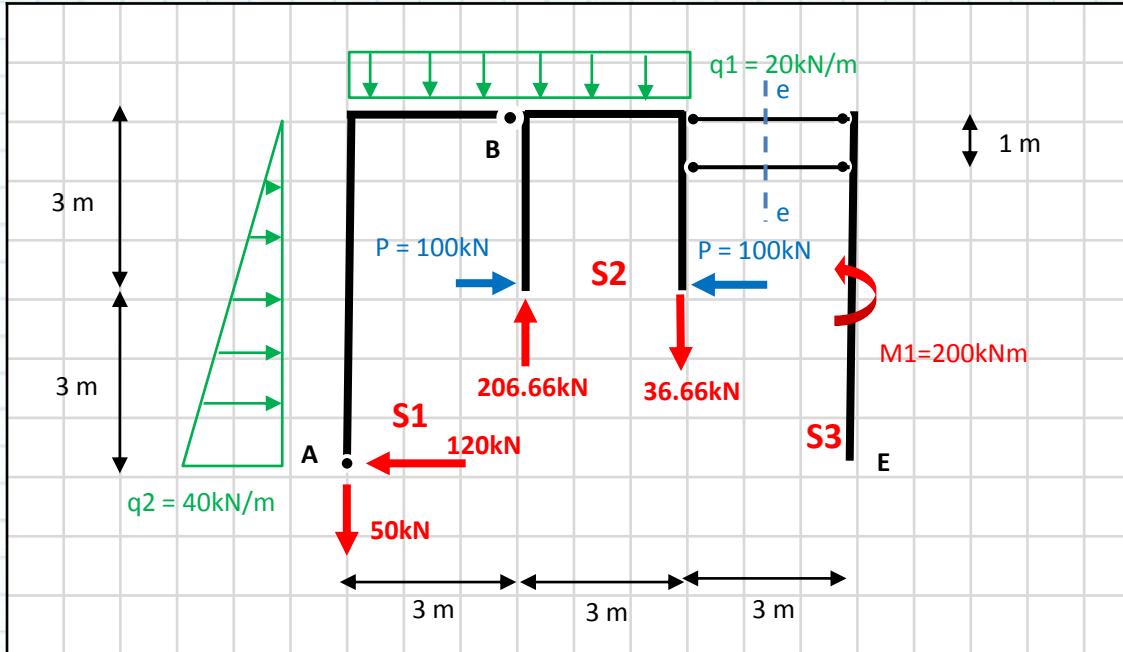
VINCULADOS

F.I.U.B.A.

DTO. ESTABILIDAD

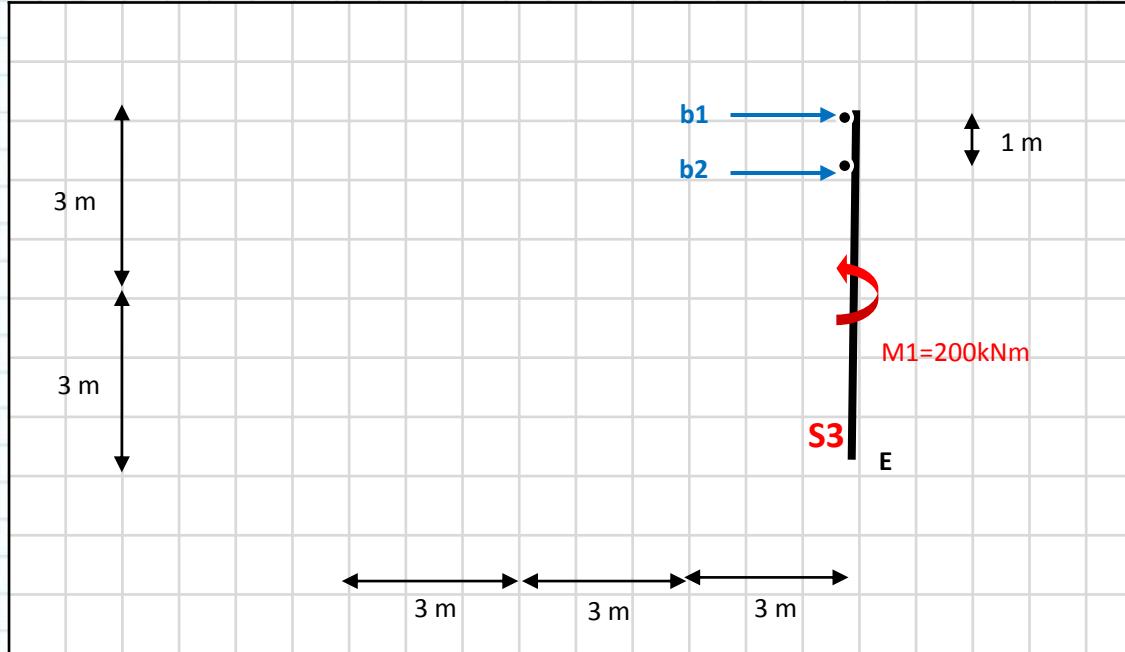
84.02 / 64.11

ESTABILIDAD 1



Problema de fuerzas distribuidas

- A) Realizar el análisis cinemático de la estructura.
- B) Obtener las reacciones de vínculo externo.
- C) Obtener las reacciones de vínculo interno y hacer el despiece de la estructura.**

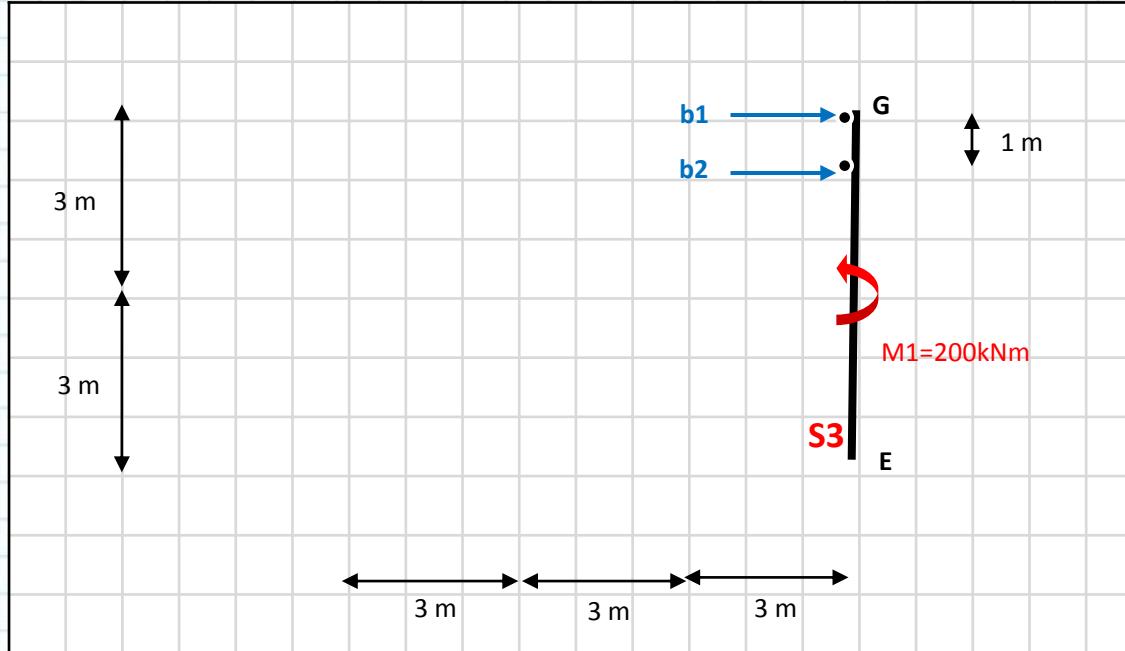


Empezamos con la chapa S3.

La desvinculamos y ponemos en evidencia las reacciones de vínculo interno.

Problema de fuerzas distribuidas

- A) Realizar el análisis cinemático de la estructura.
- B) Obtener las reacciones de vínculo externo.
- C) Obtener las reacciones de vínculo interno y hacer el despiece de la estructura.**



Empezamos con la chapa S3.

La desvinculamos y ponemos en evidencia las reacciones de vínculo interno.

Esta chapa aislada debe estar en equilibrio, por lo que planteamos las expresiones de equilibrio absoluto

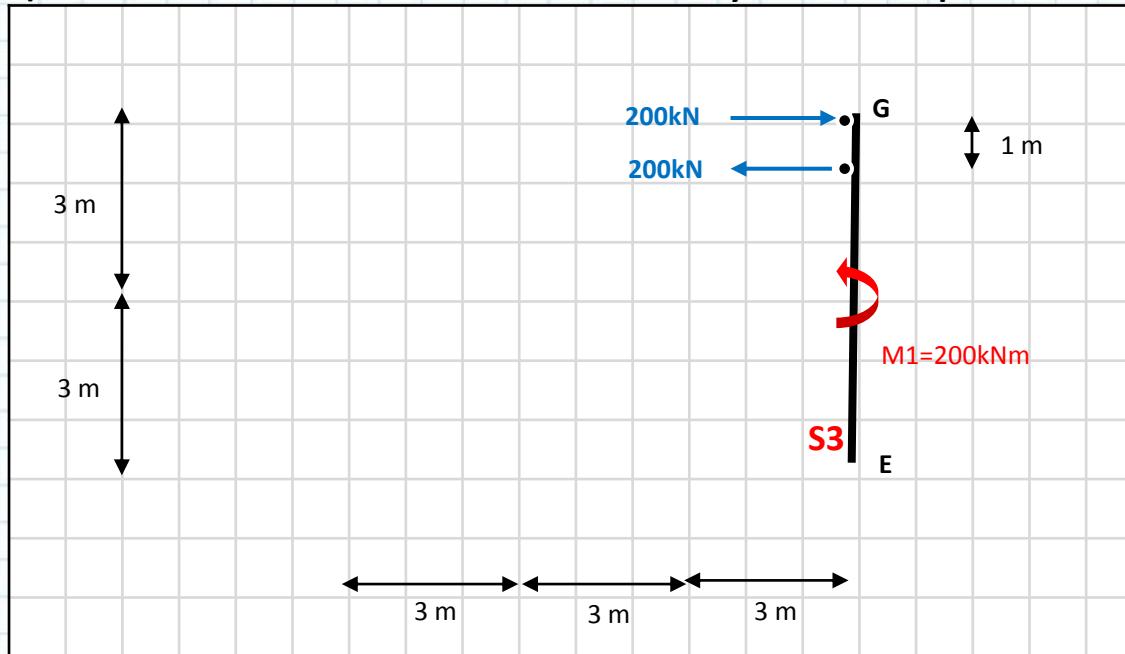
$$\sum F_x = 0 \quad b_1 + b_2 = 0$$

$$\sum F_y = 0$$

$$\sum M_G = 0 \quad b_2 \cdot 1m + M_1 = 0$$

Problema de fuerzas distribuidas

- A) Realizar el análisis cinemático de la estructura.
- B) Obtener las reacciones de vínculo externo.
- C) Obtener las reacciones de vínculo interno y hacer el despiece de la estructura.**



Empezamos con la chapa S3.

La desvinculamos y ponemos en evidencia las reacciones de vínculo interno.

Esta chapa aislada debe estar en equilibrio, por lo que planteamos las expresiones de equilibrio absoluto

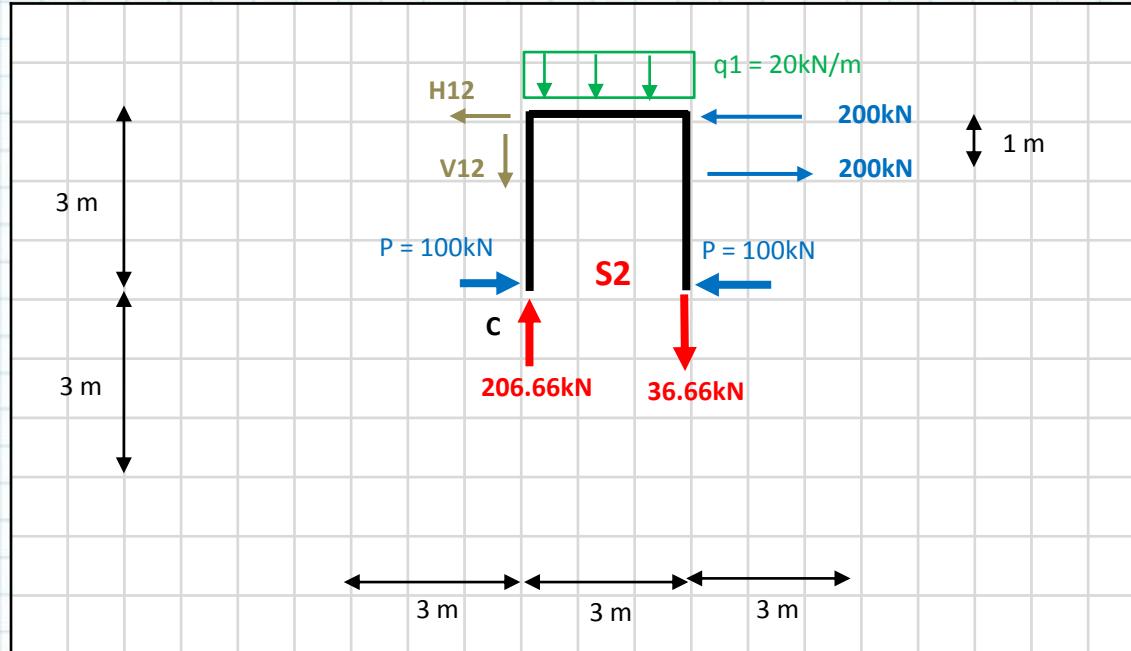
$$\sum F_x = 0 \quad b_1 + b_2 = 0$$

$$\sum F_y = 0$$

$$\sum M_G = 0 \quad b_2 \cdot 1m + M_1 = 0$$

Problema de fuerzas distribuidas

- Realizar el análisis cinemático de la estructura.
- Obtener las reacciones de vínculo externo.
- Obtener las reacciones de vínculo interno y hacer el despiece de la estructura.**



Vamos con la chapa S2.

Esta chapa aislada debe estar en equilibrio, por lo que planteamos las expresiones de equilibrio absoluto

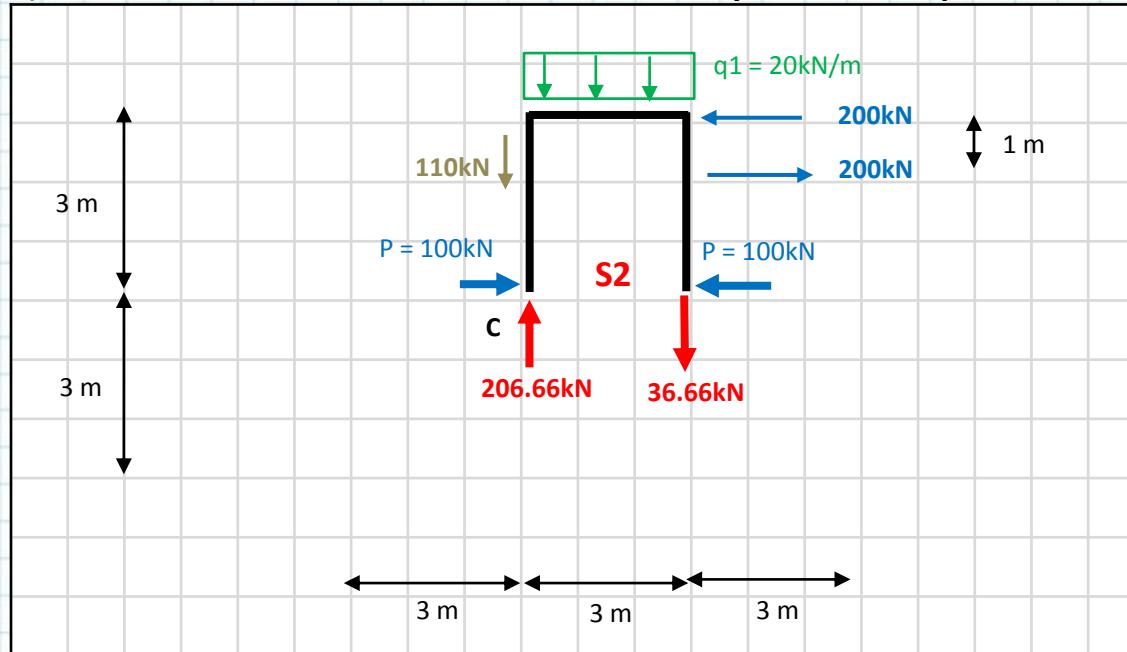
$$\sum F_x = 0 \quad P - P + 200kN - 200kN - H12 = 0$$

$$\sum F_y = 0 \quad 236.66kN - 66.66kN - q_1 \cdot 3m - V12 = 0$$

$$\sum M_C = 0 \quad -36.66kN \cdot 3m - 200kN \cdot 2m + 200kN \cdot 3m + H12 \cdot 3m - q_1 \cdot 3m \cdot \frac{3m}{2} = 0.02kN \cdot m$$

Problema de fuerzas distribuidas

- Realizar el análisis cinemático de la estructura.
- Obtener las reacciones de vínculo externo.
- Obtener las reacciones de vínculo interno y hacer el despiece de la estructura.**



Vamos con la chapa S2.

Esta chapa aislada debe estar en equilibrio, por lo que planteamos las expresiones de equilibrio absoluto

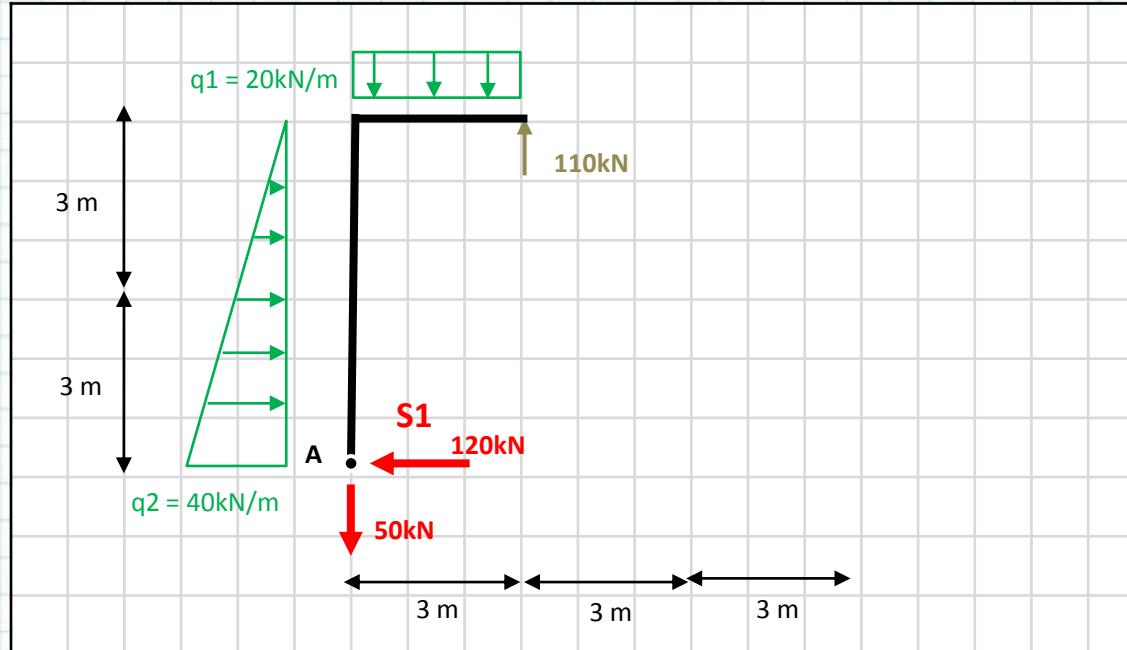
$$\sum F_x = 0 \quad P - P + 200kN - 200kN - H12 = 0$$

$$\sum F_y = 0 \quad 236.66kN - 66.66kN - q_1 \cdot 3m - V12 = 0$$

$$\sum M_G = 0 \quad -36.66kN \cdot 3m - 200kN \cdot 2m + 200kN \cdot 3m + H12 \cdot 3m - q_1 \cdot 3m \cdot \frac{3m}{2} = 0.02kN \cdot m$$

Problema de fuerzas distribuidas

- Realizar el análisis cinemático de la estructura.
- Obtener las reacciones de vínculo externo.
- Obtener las reacciones de vínculo interno y hacer el despiece de la estructura.**



Verificamos con la chapa S1.

Esta chapa aislada debe estar en equilibrio, por lo que planteamos las expresiones de equilibrio absoluto

$$\sum F_x = 0 \quad -120 \text{ kN} + \frac{q_2 \cdot 6 \text{ m}}{2} = 0 \text{ N}$$

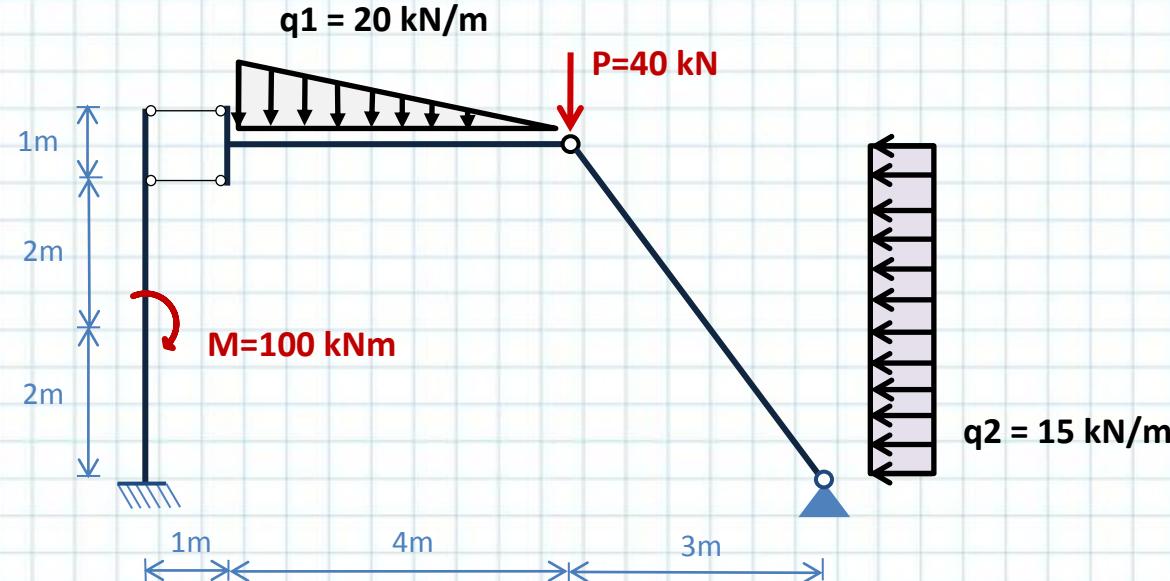
$$\sum F_y = 0 \quad -50 \text{ kN} - q_1 \cdot 3 \text{ m} + 110 \text{ kN} = 0 \text{ N}$$

$$\sum M_A = 0 \quad \frac{-q_2 \cdot 6 \text{ m}}{2} \cdot \frac{6 \text{ m}}{3} - q_1 \cdot 3 \text{ m} \cdot \frac{3 \text{ m}}{2} + 110 \text{ kN} \cdot 3 \text{ m} = 0 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

Cadena Cinemática abierta de tres chapas

Dado la siguiente estructura se pide:

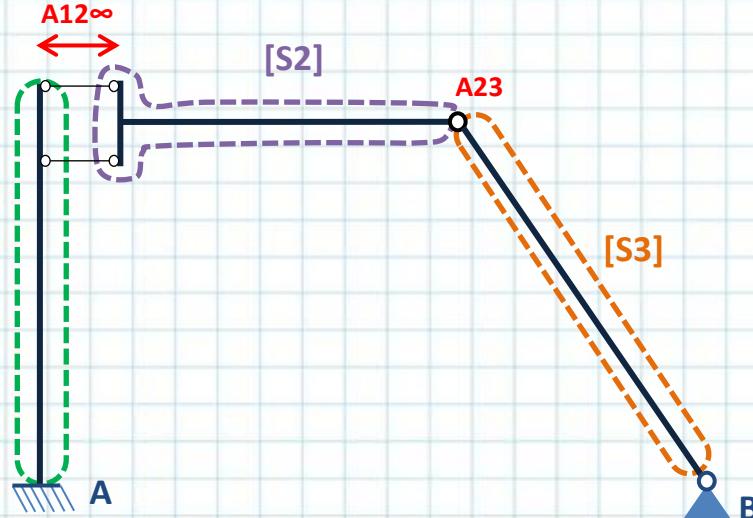
- Analisis Cinemático
- Reacciones de vínculo externo
- Despiece de cada chapa



Cadena Cinemática abierta de tres chapas

Dado la siguiente estructura se pide:

- Analís **Cinemático**
- Reacciones de vínculo externo
- Despiece de cada chapa



Análisis Cinemático

Tenemos una cadena abierta de tres chapas. ($n=3$)

$$GL = n+2 = 5$$

$CV=5$ (el empotramiento aporta 3 y el apoyo fijo aporta 2)

Entonces, el sistema es isostático.

La chapa [S1] está empotrada, y por lo tanto está fija.

Entonces, el punto $A12\infty$ es un punto fijo, tanto de la chapa [S1] como de la chapa [S2].

Por otro lado, la chapa [S3] tiene un punto fijo en B. [S2] y [S3] forman un arco triarticulado con sus articulaciones no alineadas, por lo tanto, ambas chapas están fijas.

Por lo tanto, no hay vinculación aparente.

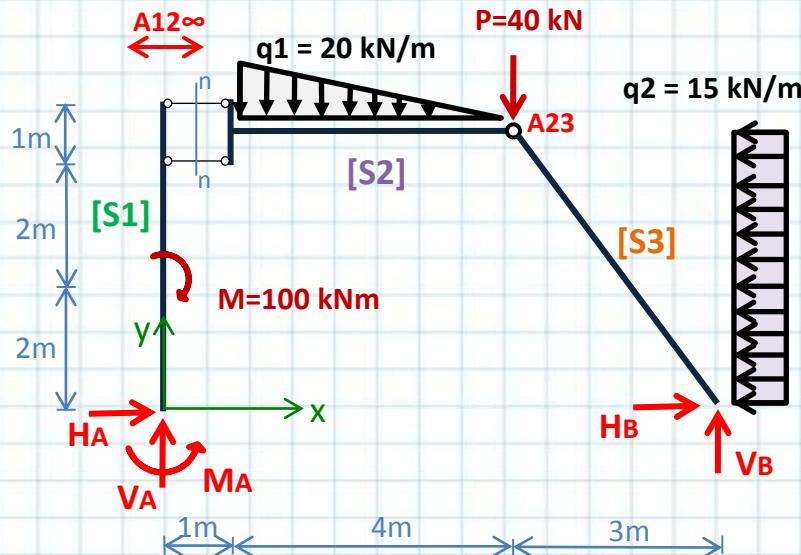


El sistema es cinemáticamente estable.

Cadena Cinemática abierta de tres chapas

Dado la siguiente estructura se pide:

- Analisis Cinemático
- Reacciones de vínculo externo**
- Despiece de cada chapa



Datos

$$P := 40 \text{ kN} \quad q_1 := 20 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \quad q_2 := 15 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \quad M := 100 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

ECUACIONES DE EQUILIBRIO ABSOLUTO

$$\sum F_x = 0 \quad H_A + H_B - q_2 \cdot 4.5 \cdot m = 0$$

$$\sum F_y = 0 \quad V_A + V_B - q_1 \frac{4m}{2} - P = 0$$

$$\sum M_A = 0 \quad M_A + V_B \cdot 8m + q_2 \cdot \frac{(4.5 \cdot m)^2}{2} - P \cdot 5m - q_1 \cdot \frac{4m}{2} \cdot \left(1 + \frac{4}{3}\right) \cdot m - M = 0$$

ECUACIONES DE EQUILIBRIO RELATIVO

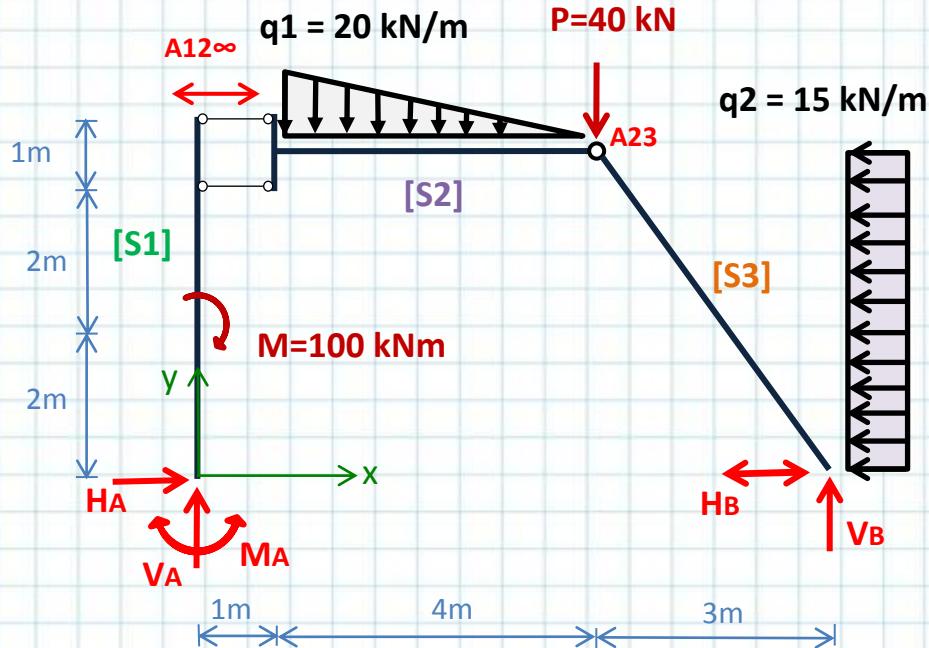
$$\sum F_{n-n}[S1] = 0 \quad v_A = 0$$

$$\sum M^{A23}[S3] = 0 \quad V_B \cdot 3 \cdot m + H_B \cdot 4.5m - q_2 \cdot \frac{(4.5 \cdot m)^2}{2} = 0$$

Cadena Cinemática abierta de tres chapas

Dado la siguiente estructura se pide:

- Analisis Cinemático
- Reacciones de vínculo externo**
- Despiece de cada chapa



$$X := \text{find}(H_A, V_A, M_A, H_B, V_B)$$

$$X = \begin{pmatrix} 87.083 \\ 0 \\ -398.542 \\ -19.583 \\ 80 \end{pmatrix}$$

$$H_A = 87.083 \text{ kN}$$

$$V_A = 0 \text{ kN}$$

$$M_A = -398.542 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$H_B = -19.583 \text{ kN}$$

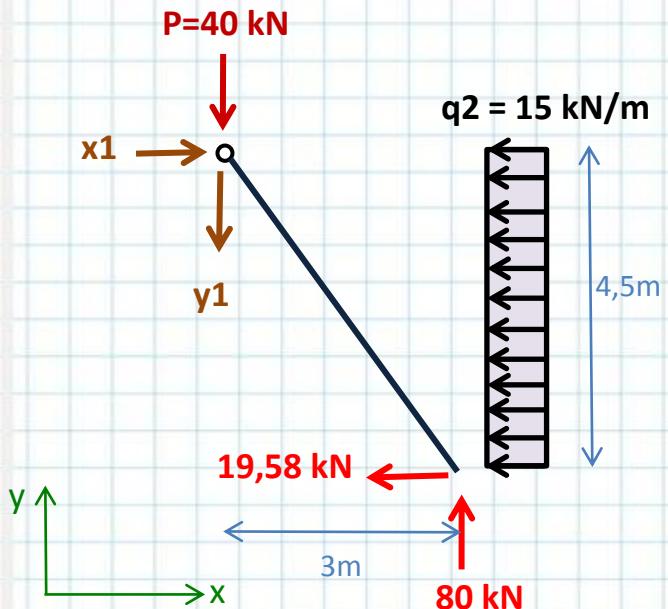
$$V_B = 80 \text{ kN}$$

Cadena Cinemática abierta de tres chapas

Dado la siguiente estructura se pide:

- Analisis Cinemático
- Reacciones de vínculo externo
- Despiece de cada chapa**

Chapa [S3]



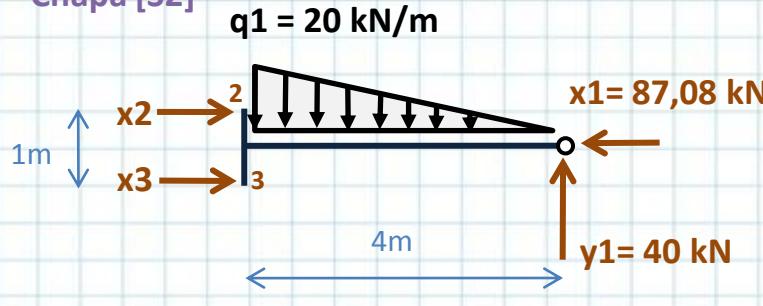
$$\Sigma F_x = x_1 - 19.58 \text{ kN} - 15 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \cdot 4.5\text{m} = 0 \implies x_1 = 87.08 \text{ kN}$$

$$\Sigma F_y = 80 \text{ kN} - y_1 - 40 \text{ kN} = 0 \implies y_1 = 40 \text{ kN}$$

Chequeo

$$\Sigma M^B = 40 \text{ kN} \cdot 3\text{m} + 40 \text{ kN} \cdot 3\text{m} + 15 \text{ kN} \cdot (4.5\text{m})^2 \cdot \frac{1}{2} - 87.08 \text{ kN} \cdot 4.5\text{m} = 0$$

Chapa [S2]



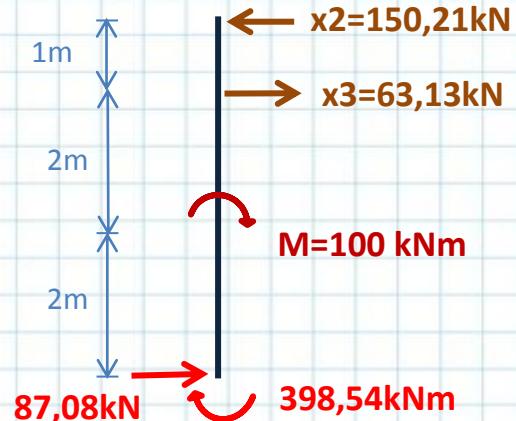
$$\sum M^2 = x_3 \cdot 1\text{m} + 40\text{kN} \cdot 4\text{m} - 87.08\text{kN} \cdot 0.5\text{m} - 20 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \cdot \frac{4\text{m}}{2} \cdot \frac{4\text{m}}{3} = 0 \implies x_3 = -63.13\text{kN}$$

$$\sum F_x = x_2 + x_3 - 87.08\text{kN} = 0 \implies x_2 = 150.21\text{kN}$$

Chequeo

$$\sum M^3 = 40\text{kN} \cdot 4\text{m} + 87.08\text{kN} \cdot 0.5\text{m} - 20\text{kN} \cdot \frac{4\text{m}}{2} \cdot \frac{4\text{m}}{3} - 150.21\text{kN} \cdot 1\text{m} = 0$$

Chapa [S1]



Chequeo

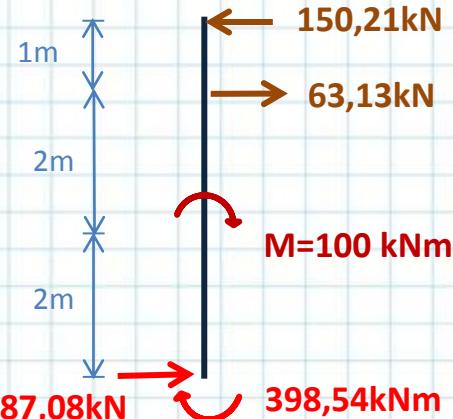
$$\sum F_y = 0$$

$$\sum F_x = 87.08\text{kN} + x_3 - x_2 = 0$$

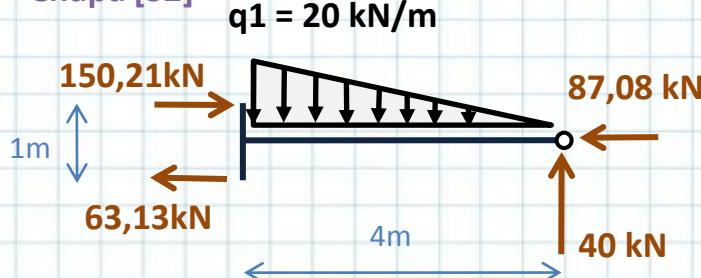
$$\sum M^A = -398.54\text{kNm} - 100\text{kNm} + x_2 \cdot 5\text{m} - x_3 \cdot 4\text{m} = 0$$

Cadena Cinemática abierta de tres chapas

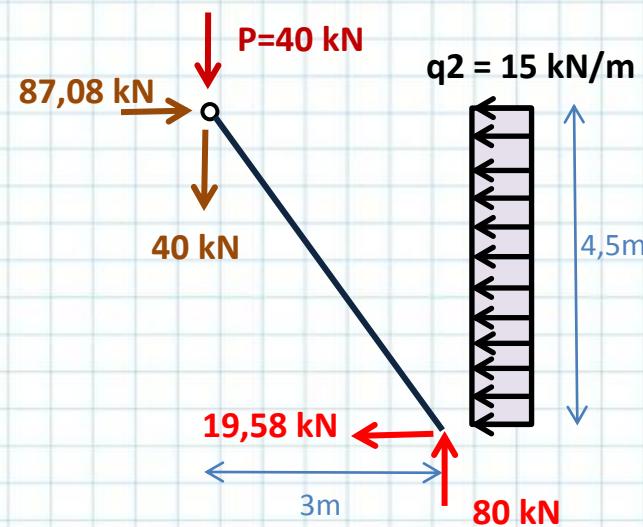
Chapa [S1]



Chapa [S2]



Chapa [S3]



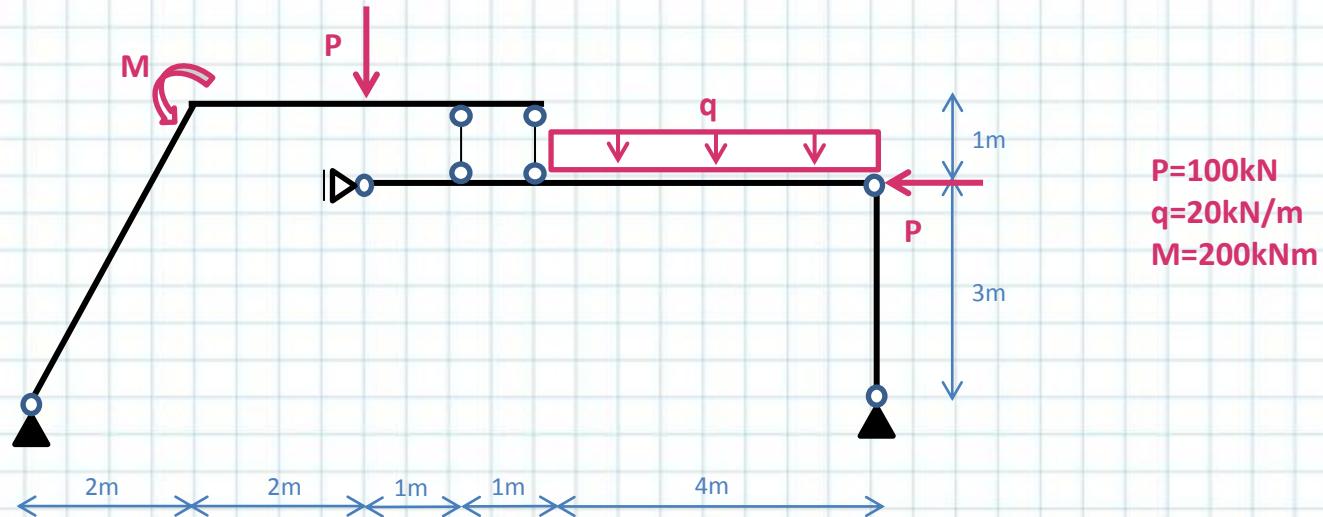
Cadena abierta de tres chapas

- A) Realizar el análisis cinemático de la estructura.
- B) Obtener las reacciones de vínculo externo.
- C) Obtener las reacciones de vínculo interno y hacer el despiece de la estructura.

TEMA

TP3

CUERPOS VINCULADOS



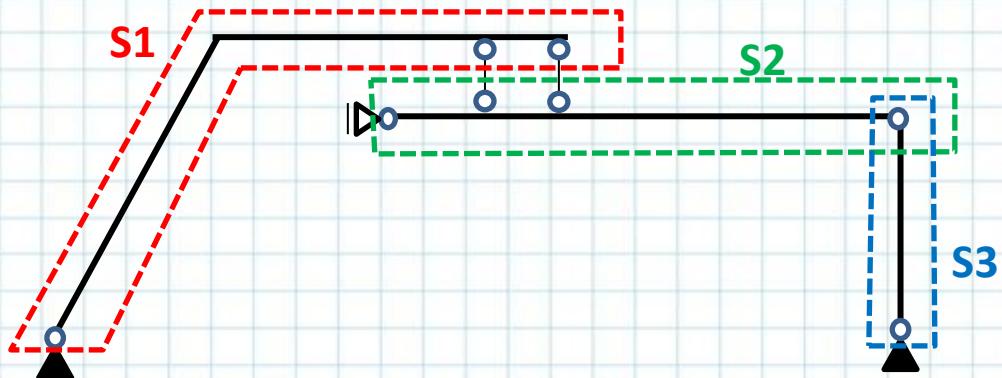
Cadena abierta de tres chapas

A) Realizar el análisis cinemático de la estructura.

TEMA

TP3

CUERPOS
VINCULADOS



Es isostático?

N de chapas: $n=3$

N de grados de libertad
(cadena abierta):

$$GL = n + 2 = 5$$

N de condiciones de
vínculo: $CV = 5$

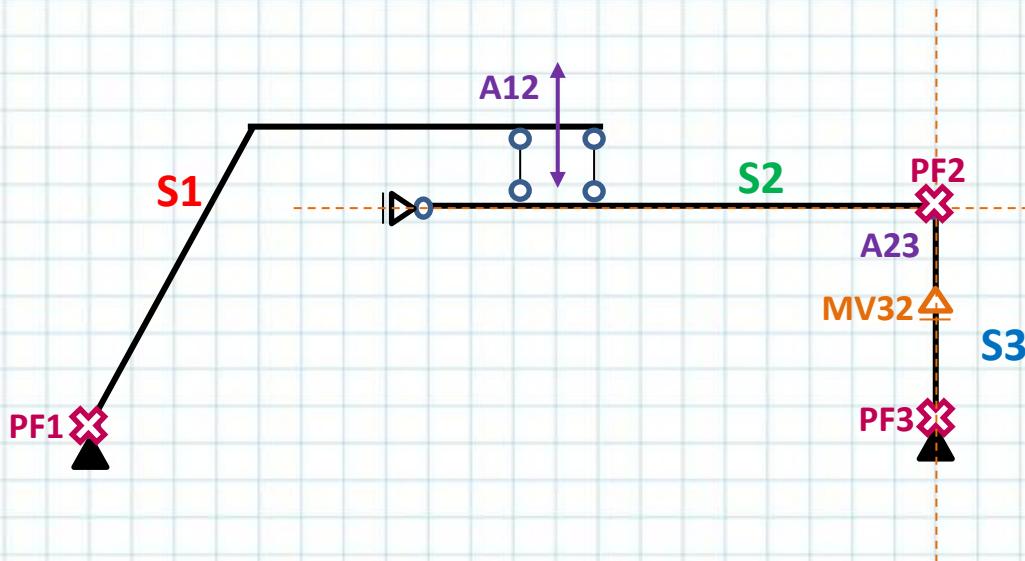
GL = CV SISTEMA ISOSTÁTICO

Cadena abierta de tres chapas

A) Realizar el análisis cinemático de la estructura.

TEMA

TP3

CUERPOS
VINCULADOS

Hay vinculación
aparente?

*Identificamos A12, A23. A12 en el
impropio

*Identificamos puntos fijos:

- en los apoyos fijos
- en la intersección de dos móviles
(acá uno de los móviles es
“virtual”)

*S3 tiene dos puntos fijos: está fija

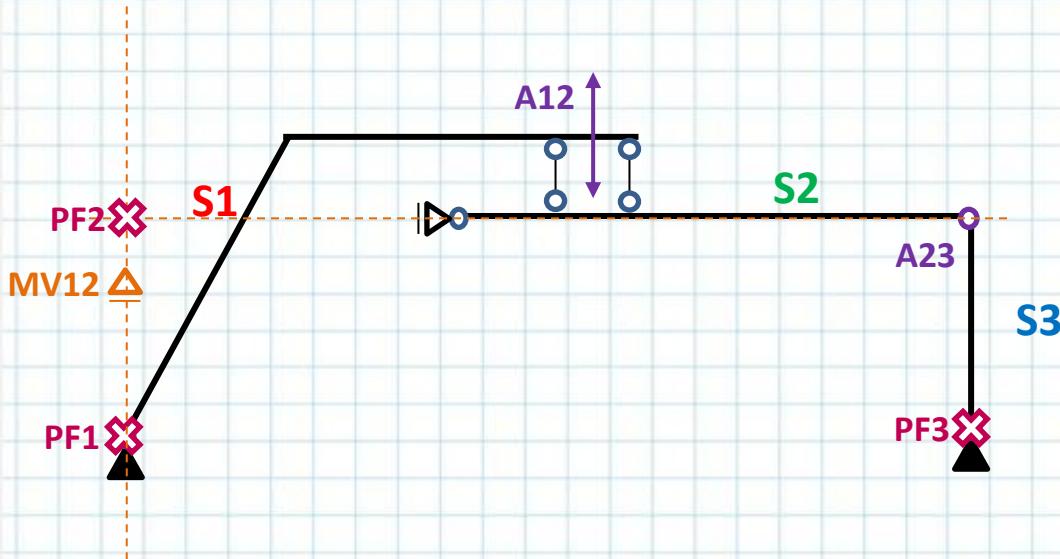
*S1 y S2 forman un arco

triarticulado con sus tres
articulaciones no alineadas: están
fijas

No hay vinculación aparente

Cadena abierta de tres chapas

A) Realizar el análisis cinemático de la estructura.



**Hay vinculación
aparente? (otro camino)**

*Identificamos A12, A23. A12 en el
impropio

*Identificamos puntos fijos:

- en los apoyos fijos
- en la intersección de dos móviles (acá uno de los móviles MV12 es "virtual")

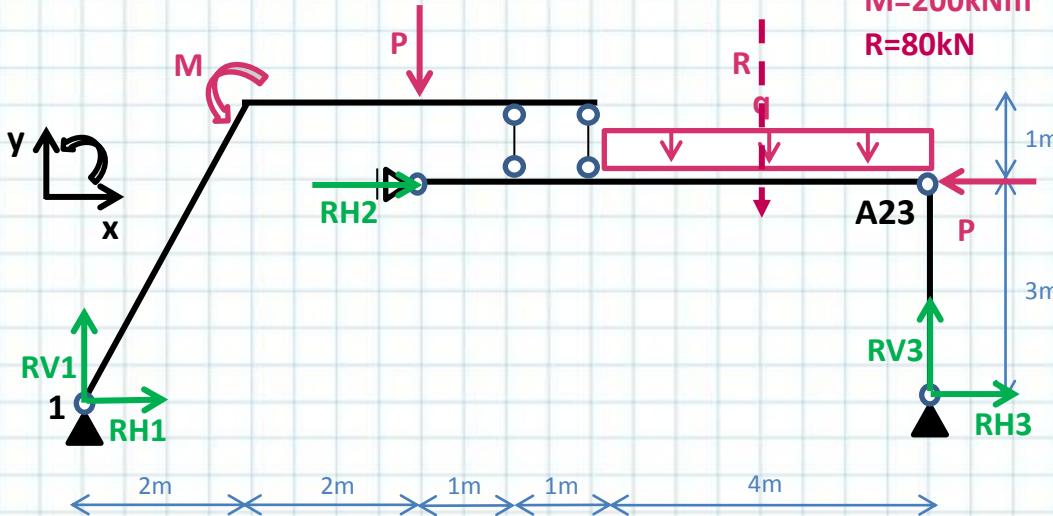
*S2 y S3 forman un arco
triarticulado con sus tres
articulaciones no alineadas: están
fijas

*A12 pertenece a S2, es un PF.
También pertenece a S1, entonces
S1 tiene dos PF y está fija

No hay vinculación aparente

Cadena abierta de tres chapas

B) Hallar RVE



$$\Sigma F_x = R_{h1} + R_{h2} + R_{h3} - P = 0$$

$$\Sigma F_y = R_{v1} + R_{v3} - P - R = 0$$

$$\Sigma M_1 = M - P \cdot 4 \text{ m} - R \cdot 8 \text{ m} + P \cdot 3 \text{ m} - R_{h2} \cdot 3 \text{ m} + R_{v3} \cdot 10 \text{ m} = 0$$

$$\Sigma M_{A23,S3} = R_{h3} \cdot 3 \text{ m} = 0$$

$$\Sigma F_{H,S1} = R_{h1} = 0$$

$$\begin{aligned} P &= 100 \text{ kN} \\ q &= 20 \text{ kN/m} \\ M &= 200 \text{ kNm} \\ R &= 80 \text{ kN} \end{aligned}$$

Tengo 5 incógnitas,
necesito 5 ecuaciones LI.

Voy a usar tres ecuaciones
de equilibrio absoluto:

$$\Sigma F_x := 0 \quad \Sigma F_y := 0 \quad \Sigma M_1 := 0$$

Elijo dos ecuaciones de
equilibrio relativo

$$\Sigma M_{A23,S3} := 0 \quad \Sigma F_{H,S1} := 0$$

$$R_{v1} = 96 \text{ kN}$$

$$R_{h1} := 0$$

$$R_{h2} = 100 \text{ kN}$$

$$R_{v3} = 84 \text{ kN}$$

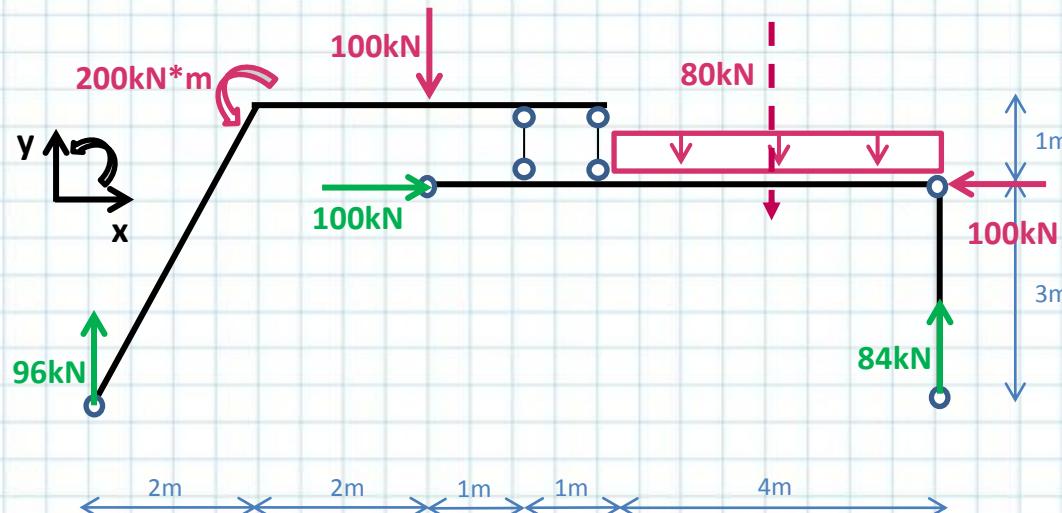
$$R_{h3} := 0$$

Cadena abierta de tres chapas

B) Hallar RVE

TEMA

TP3

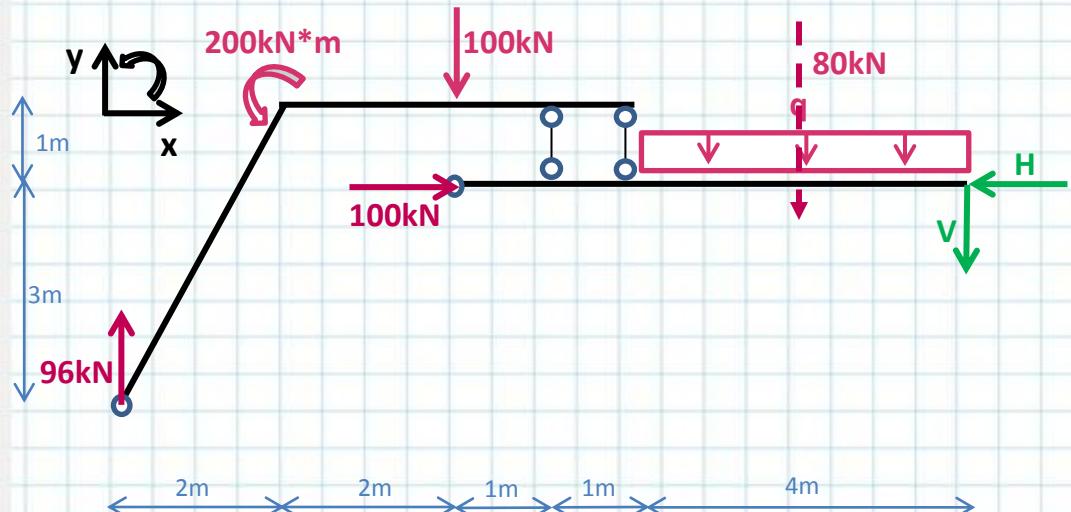
CUERPOS
VINCULADOS

Cadena abierta de tres chapas

C) RVI y despiece

TEMA

TP3

CUERPOS
VINCULADOSEquilibrio de la
chapa S3

$$\Sigma F_y = H - 100 \text{ kN}$$

$$\Sigma F_x = V + 84 \text{ kN}$$

$$H := 100 \text{ kN}$$

$$V := -84 \text{ kN}$$

F.I.U.B.A.
DTO. ESTABILIDAD
84.02 / 64.11
ESTABILIDAD 1

2 CUAT. 2020

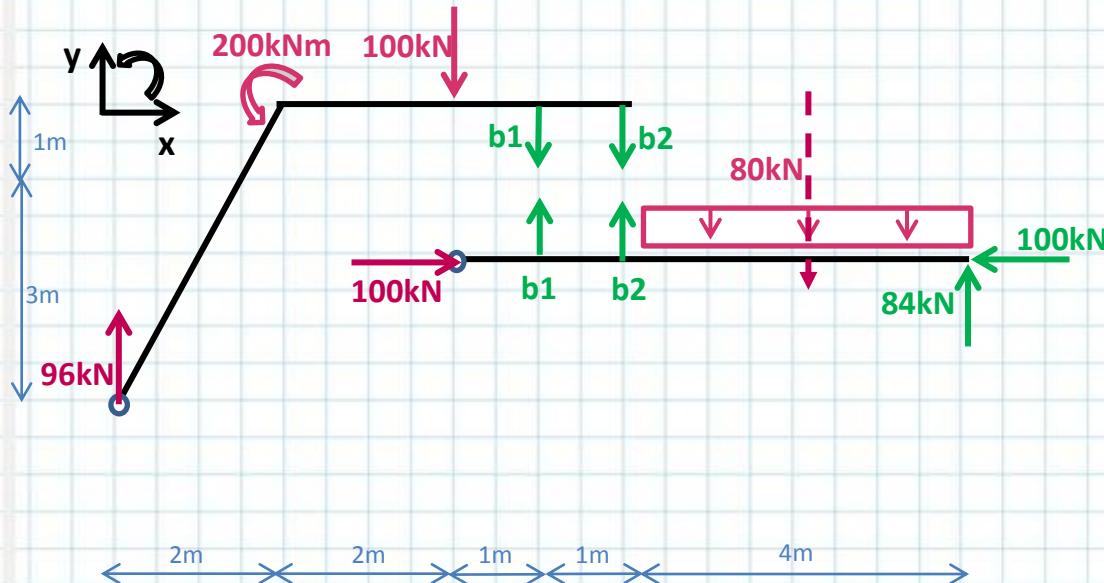
CURSO 4
PARENTE

Cadena abierta de tres chapas

C) RVI y despiece

TEMA

TP3

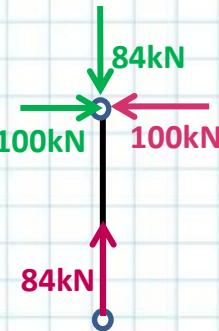
CUERPOS
VINCULADOSEquilibrio de la
chapa S2

$$\Sigma F_y = b_1 + b_2 - 80 \text{ kN} + 84 \text{ kN}$$

$$\Sigma M_{A23} = 80 \text{ kN} \cdot 2 \text{ m} - b_2 \cdot 4 \text{ m} - b_1 \cdot 5 \text{ m}$$

$$b_1 = 176 \text{ kN}$$

$$b_2 = -180 \text{ kN}$$

F.I.U.B.A.
DTO. ESTABILIDAD
84.02 / 64.11
ESTABILIDAD 1

2 CUAT. 2020

CURSO 4
PARENTE

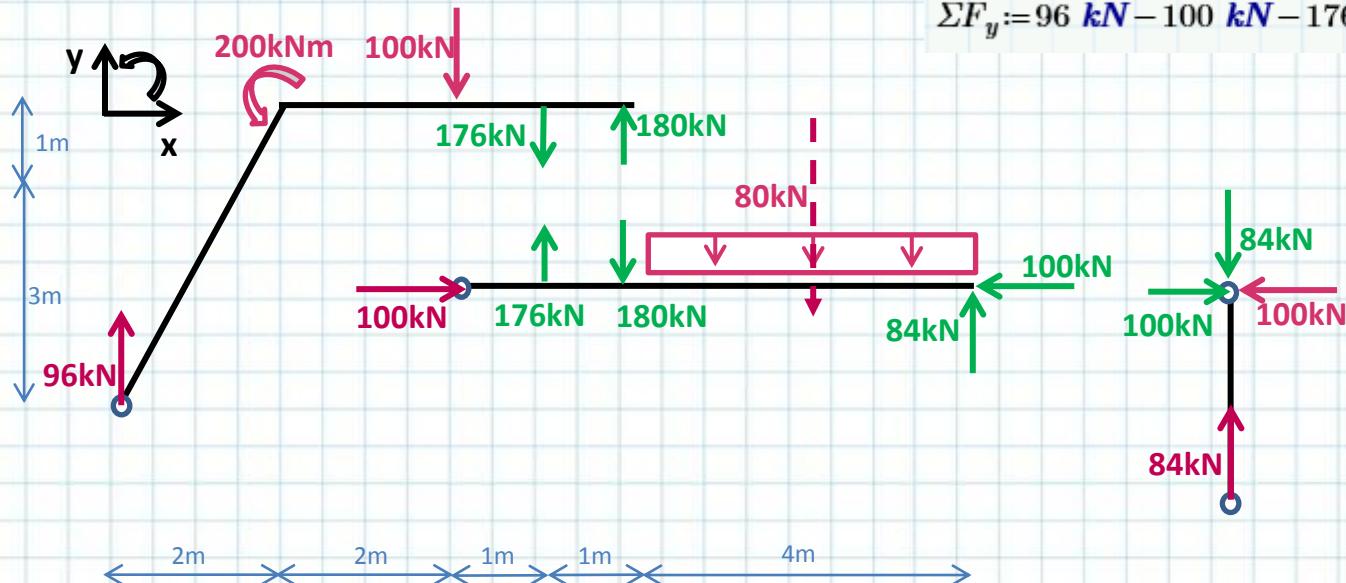
Cadena abierta de tres chapas

C) RVI y despiece

TEMA

TP3

CUERPOS VINCULADOS



Equilibrio de la chapa S3

$$\Sigma F_y := 96 \text{ kN} - 100 \text{ kN} - 176 \text{ kN} + 180 \text{ kN} = 0 \text{ N}$$