

CUERPOS VINCULADOS – PARTE 1

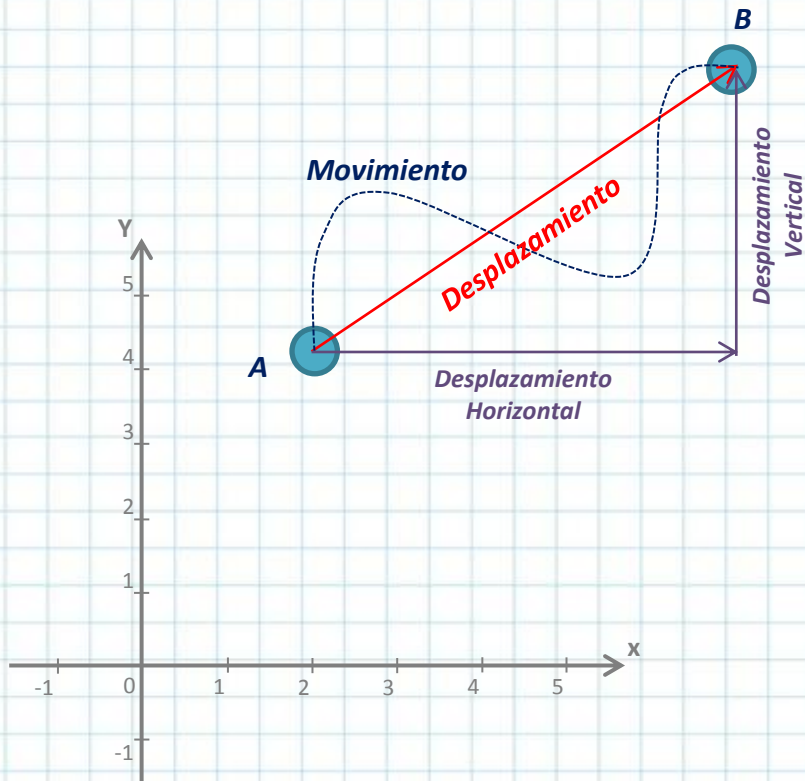
TRABAJO PRÁCTICO Nº3

CURSO 4 – CARNICER – PARENTE

SEGUNDO CUAT. 2020
MODALIDAD ONLINE



Movimiento y desplazamiento de una partícula

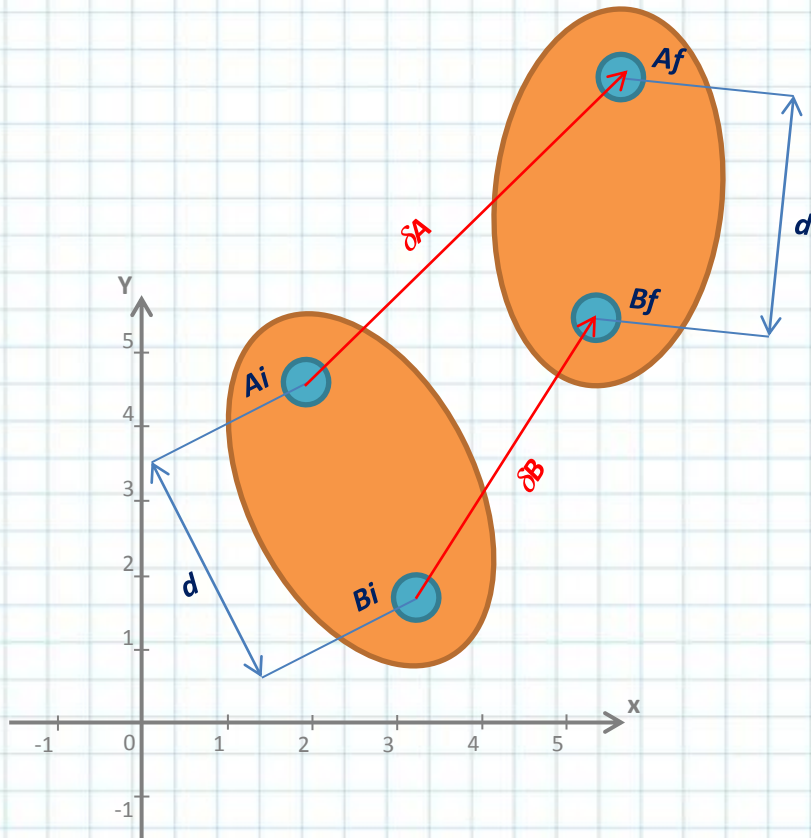


Una partícula, en el plano, puede experimentar un desplazamiento que lo puedo descomponer en dos direcciones respecto a ejes coordenados. En el espacio puedo descomponer el desplazamiento en tres direcciones.

Decimos que un partícula en:

- El plano tiene 2 grados de libertad
- En el espacio tiene 3 grados de libertad

Condición de rigidez



Condición que establece que la distancia entre dos puntos cualesquiera del mismo permanezca constante, para todo desplazamiento de dicho sistema.

Los cuerpos indeformables no existen en la práctica pero la condición de rigidez es una buena aproximación.

Chapa

Sistema rígido plano o chapa es un conjunto plano de puntos móviles sujetos a la condición de rigidez.

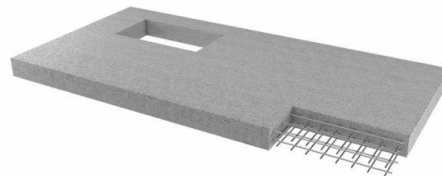
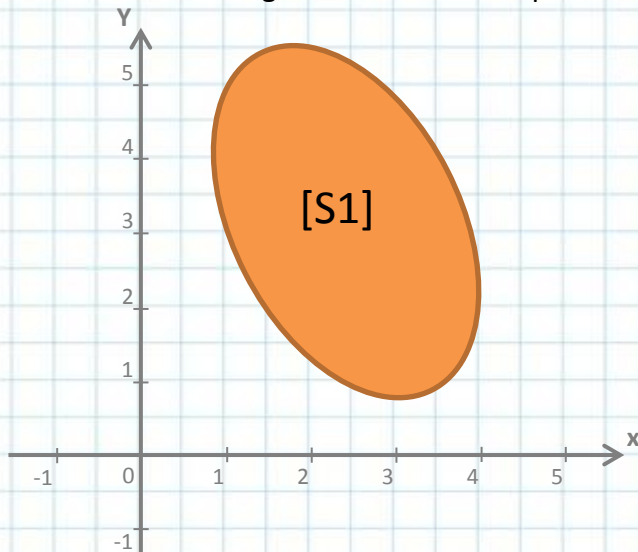
TEMA

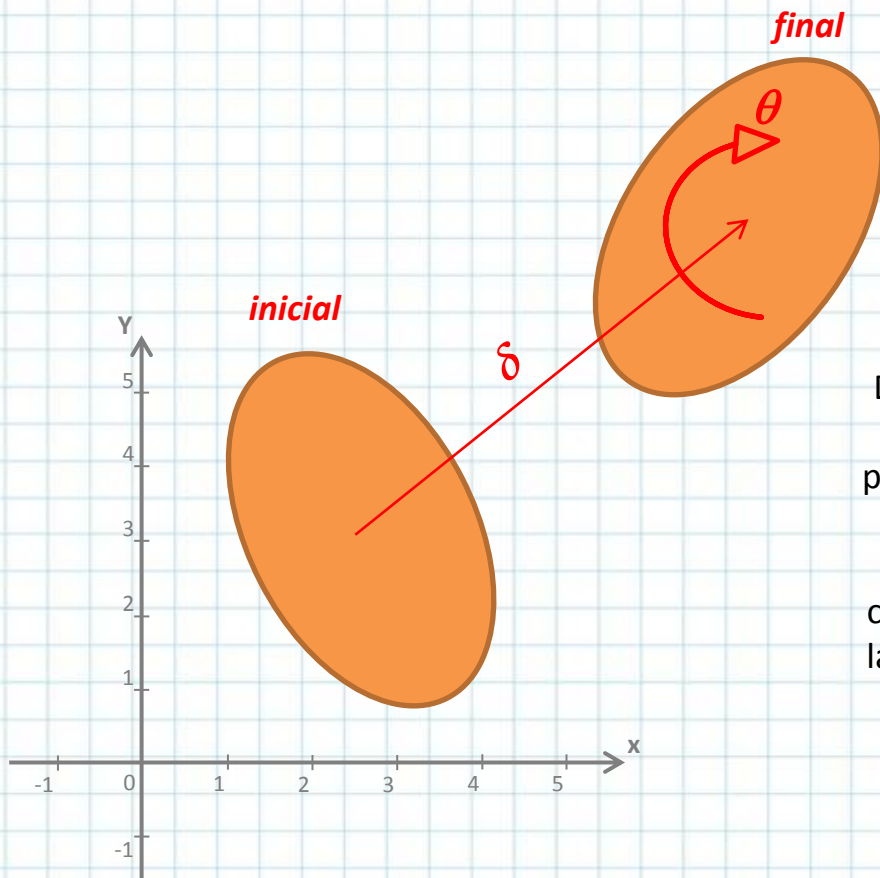
TP3

CUERPOS
VINCULADOS

Es elemento bidimensional. Donde dos dimensiones predominan sobre la restante.

Los cuerpos indeformables no existen en la práctica pero la condición de rigidez es una buena aproximación.





El movimiento general que una chapa puede experimentar en el plano es roto-translatorio. Dado que, tanto la translación como la rotación son magnitudes vectoriales, ambos vectores pueden descomponerse según las direcciones de los tres ejes coordenados de referencia.

La translación, en la de los dos ejes que constituyen el plano al que pertenece la chapa y la rotación según la dirección del tercero, que es ortogonal a los anteriores.

Una chapa posee 3 grados de libertad

Grados de libertad en cuerpos espaciales

El movimiento general que un cuerpo puede experimentar en el espacio es roto-translatorio. Dado que, tanto la translación como la rotación son magnitudes vectoriales, ambos vectores pueden descomponerse según las direcciones de los tres ejes coordenados de referencia.

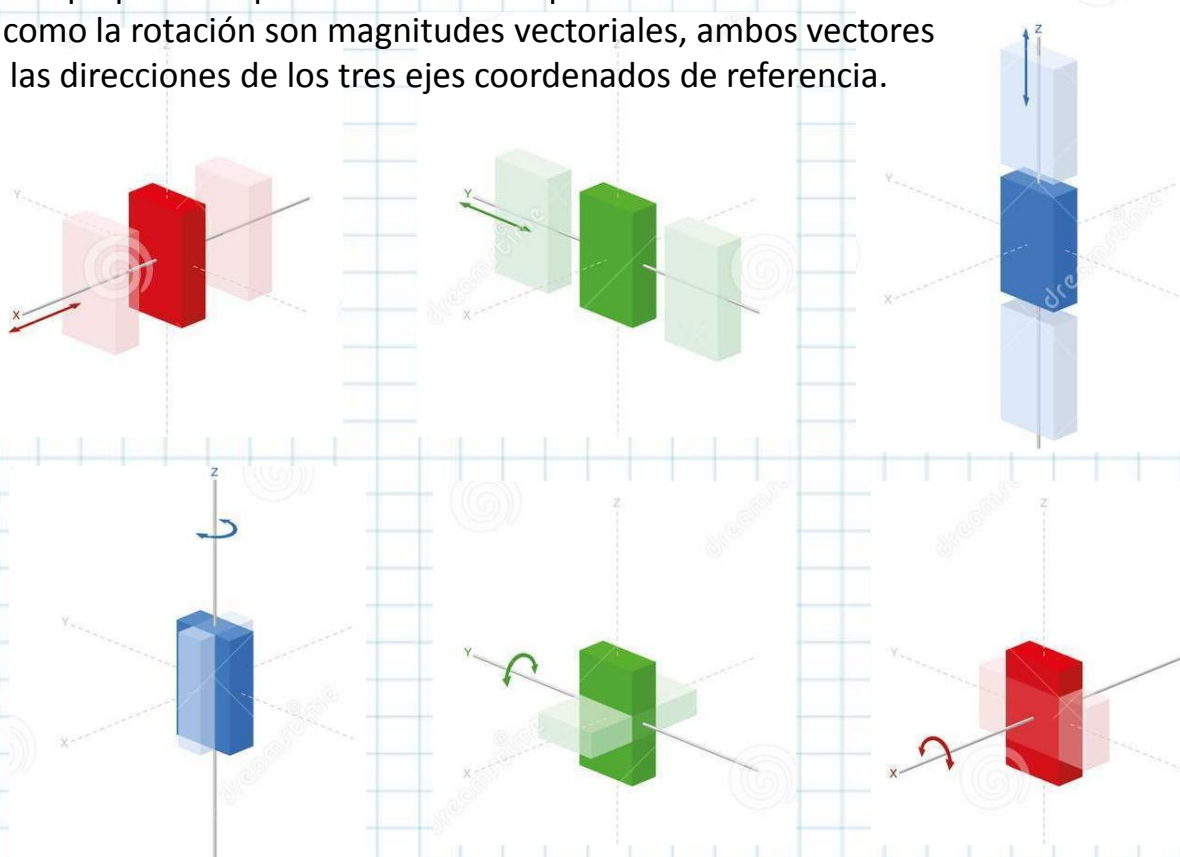
3 Traslaciones

+

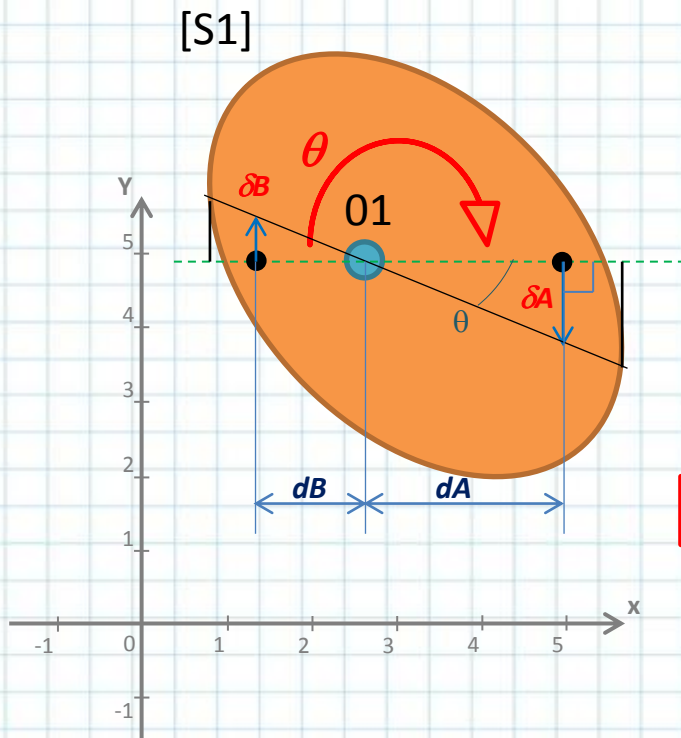
3 Rotaciones

=

6 Grados de libertad



Relación entre giro y desplazamiento



Polo de rotación: punto material o no material, propio o impropio, alrededor del cual puede admitirse que gira una chapa.

Es un punto que no tiene desplazamiento, por lo tanto lo llamamos punto fijo de la chapa.

$$\delta_A = d_A \cdot \tan(\theta)$$

$$\delta_B = d_B \cdot \tan(\theta)$$

$$\theta \approx 0^\circ \Rightarrow \text{sen}(\theta) \approx \tan(\theta) \approx \theta \wedge \cos(\theta) = 1$$

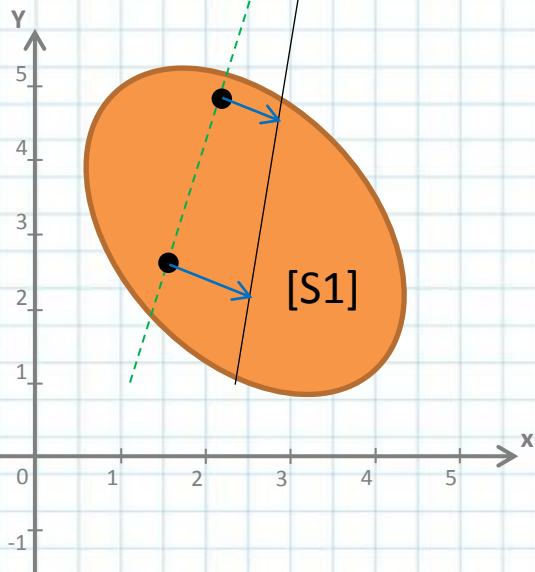
$$\delta_A = d_A \cdot \theta$$

$$\delta_B = d_B \cdot \theta$$

Hipótesis de Linealidad Cinemática
Corrimientos pequeños

Relación entre giro y desplazamiento

Polo de rotación:
punto material o no material,
propio o impropio.



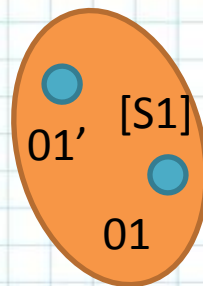
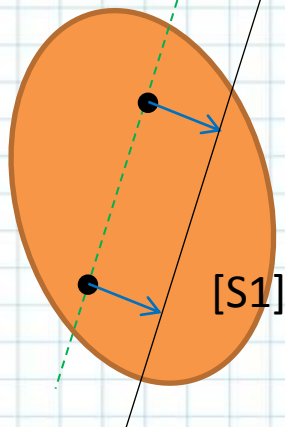
$O1^\infty$

Polo de rotación: punto
material o no material,
propio o impropio.

**Una rotación de la chapa respecto al
impropio, es un desplazamiento de la misma.**

El desplazamiento es perpendicular a la recta
de acción del impropio.

**Un desplazamiento puede ser considerado
como una rotación en el impropio.**



Una chapa con dos polos,
es una chapa que no
puede experimentar
movimiento.
**Cinématicamente
estable.**

Problemas lineales

Un problema lineal corresponde a una relación proporcional entre la causa y el efecto.

CAUSA \propto EFECTO CARGAS \propto REACCIONES / SOLICITACIONES

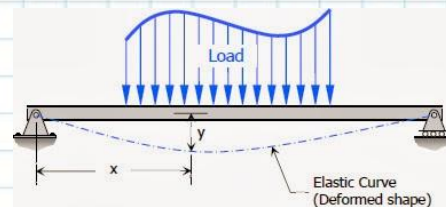
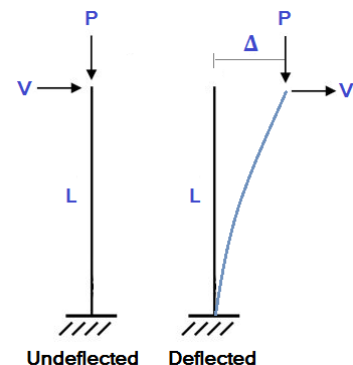
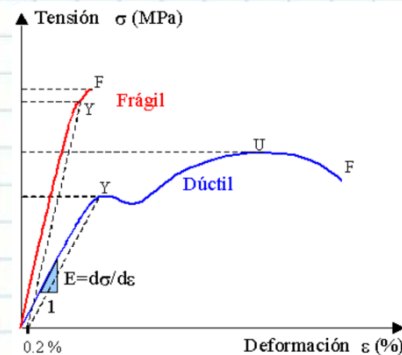


Figure: Elastic curve



En estática un problema es lineal cuando se cumplen las linealidades:

- 1) **Linealidad mecánica:** Materiales lineales, Hooke. Relación lineal entre carga y deformación.
- 2) **Linealidad geométrica:**
 - a) **Linealidad cinemática:** pequeños corrimientos.
 - b) **Linealidad estática:** Evaluación de equilibrio en posición sin deformar.

PROBLEMA LINEAL, PODEMOS APLICAR EL PRINCIPIO DE SUPERPOSICION DE EFECTOS

Aº TRACCION <https://youtu.be/jKi2ID9zYik>

Hº TRACCION <https://youtu.be/ubmJd8iadMI>

VIGA DE Hº <https://youtu.be/SDPm9yjgtyg>

EDIFICIO EN SISMO https://youtu.be/gEg_DYgMzzw

Vínculo (ó soporte)

toda condición geométrica que limite la posibilidad de movimiento de un cuerpo.

Si un vínculo previene la traslación de un cuerpo en una dirección dada, entonces una fuerza es desarrollada sobre el cuerpo en esa dirección. Igualmente, si el vínculo impide una rotación, sobre el cuerpo se ejerce un momento.

Por todo vínculo que limita un movimiento, se dirá que se ha impuesto 1 condición de vínculo (CV)















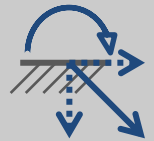


Vínculos en el plano

TEMA

TP3

CUERPOS
VINCULADOS

Nombre	CV	Símbolo	Materialización	Movimientos permitidos	Movimientos impedidos	Reacción
Móvil 1era Especie	1					
Fijo 2da Especie	2					
Empotrado 3ra Especie	3					

F.I.U.B.A.
D.T.O. ESTABILIDAD
84.02 /64.11
ESTABILIDAD 1

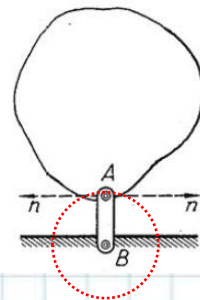
2 CUAT. 2020

CURSO 4
PARENTE

Vínculos - Bielas

Se denomina *biela* a un tipo de *vínculo* en forma de *barra*, *infinitamente rígido* en la dirección de su eje y sin otro tipo de rigidez y que por su naturaleza mantiene invariable la distancia ente los puntos que vincula. Impone, por tanto, una sola condición de vínculo, justamente, en la dirección de su eje:

A ○ ————— ○ B Distancia AB = constante



TEMA

TP3

CUERPOS
VINCULADOS



Nombre	CV	Símbolo	En bielas	Reacciones
Móvil 1era Especie	1			
Fijo 2da Especie	2			
Empotrado 3ra Especie	3			

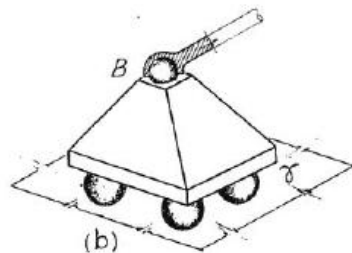
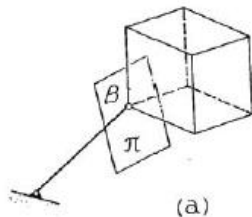
F.I.U.B.A.
D.T.O. ESTABILIDAD
84.02 /64.11
ESTABILIDAD 1

2 CUAT. 2020

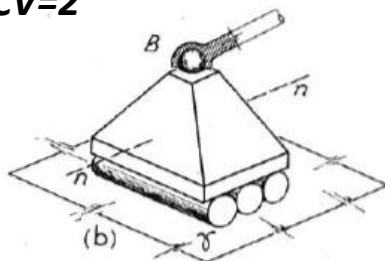
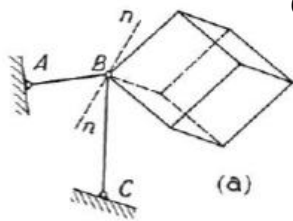
CURSO 4
PARENTE

Vínculos en el espacio

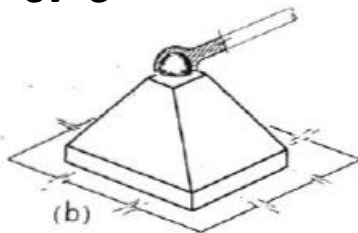
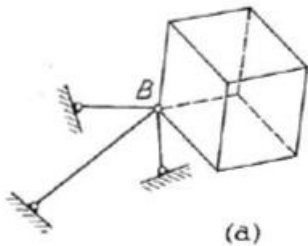
CV=1



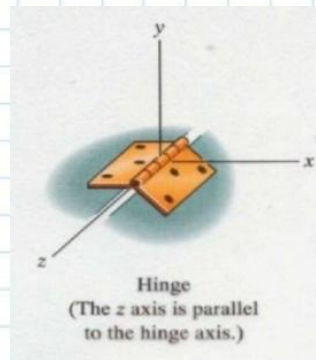
CV=2



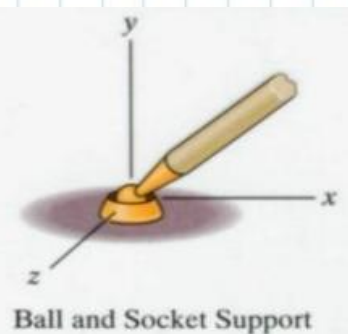
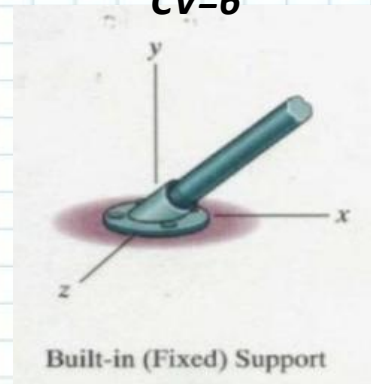
CV=3



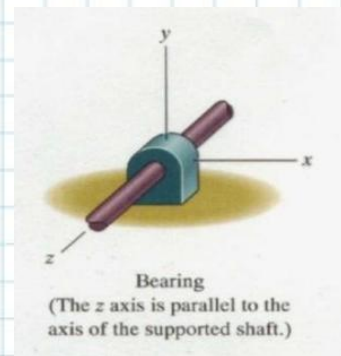
CV=5



CV=6



CV=3



CV=4

Sustentación de sistemas

Para que un sistema estructural sea cinemáticamente estable debe cumplirse:

- 1) Que tenga la cantidad de vínculos necesarios para restringir los grados de libertad de la estructura.
- 2) Que no exista vinculación aparente

Notar que no depende del sistema de carga, es intrínseco a la geometría de la estructura.

Si se cumple que es isostático y no hay vinculación aparente se dice que es:

SISTEMA CINEMATICAMENTE ESTABLE



Podemos plantear las ecuaciones de equilibrio.

- Isostáticos : $GL=CV$
- Hiperestáticos : $GL < CV$
- Hipostáticos : $GL > CV$

Dónde:

•GL: Grados libertad

•CV : número de Condiciones de Vínculos

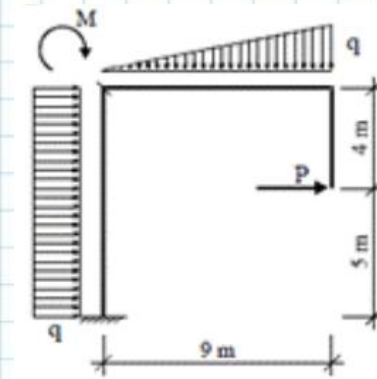
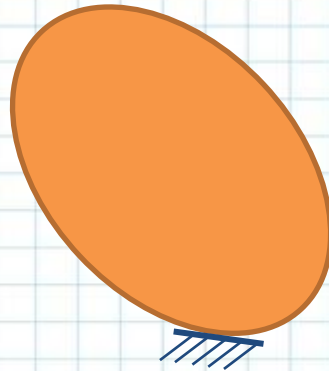
Vinculación aparente: cuando la condición geométrica impuesta a un cuerpo no altera las posibilidades de desplazamiento del mismo.

Una chapa tiene 3 grados de libertad, por lo que para que el sistema sea isostático necesitamos 3 condiciones de vínculo.

$$GL = CV \rightarrow 3 = 3$$

Caso A) Empotrado

El empotramiento en el plano restringe 3 grados de libertad. Por tratarse de una única chapa que tiene restringido sus grados de libertad por el empotramiento, No hay vinculación aparente. **SISTEMA CINEMATICAMENTE ESTABLE**



Una chapa tiene 3 grados de libertad, por lo que para que el sistema sea isostático necesitamos 3 condiciones de vínculo.

$$GL = CV \rightarrow 3 = 3$$

TEMA

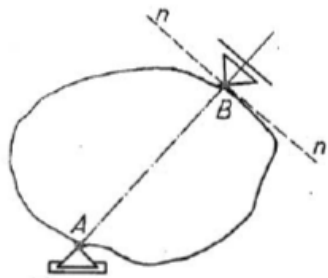
TP3

CUERPOS VINCULADOS

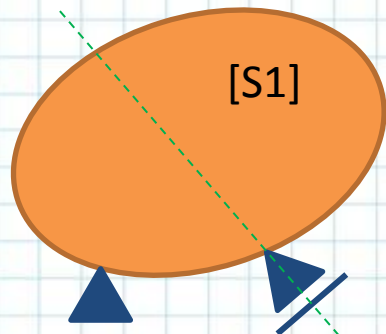
Caso B) 1 Apoyo fijo (2) + 1 Apoyo móvil (1)

$$GL = 3 \text{ y } CV = 2 + 1 = 3$$

¿Vinculación aparente?



SI!



NO!

Análisis cinemático:

La chapa S1 tiene 3 CV por lo tanto es un sistema isostático. Además como la recta de acción del apoyo móvil no pasa por el punto fijo (Apoyo fijo, polo) no hay vinculación aparente. Conclusión: El sistema es Cinemáticamente estable

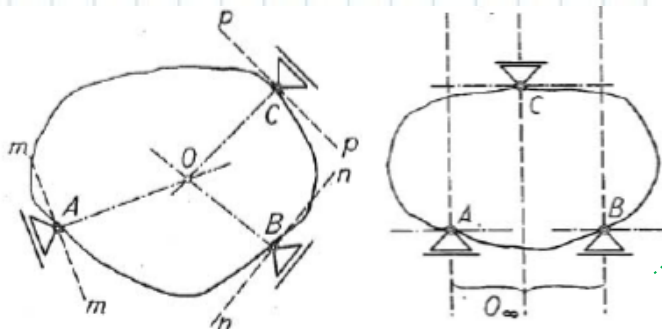
Una chapa tiene 3 grados de libertad, por lo que para que el sistema sea isostático necesitamos 3 condiciones de vínculo.

$$GL = CV \rightarrow 3 = 3$$

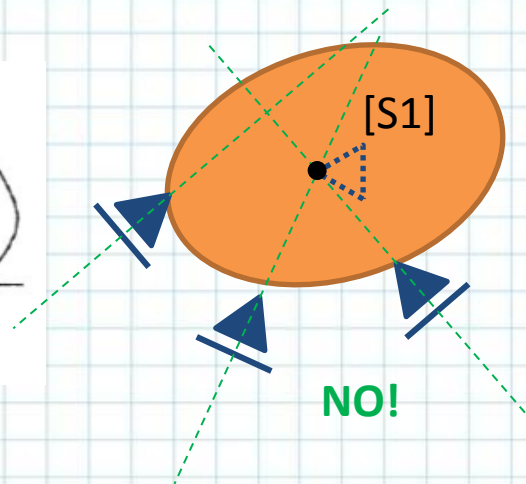
Caso C) 3 Apoyos móviles (1)

$$GL = 3 \text{ y } CV = 3 \times 1 = 3$$

¿Vinculación aparente?



SI!



Análisis cinemático:

La chapa S1 tiene 3 CV por lo tanto es un sistema isostático. Además como las rectas de acción de los apoyos móviles no concurren a punto, no hay vinculación aparente.

Otra manera: En el punto de intersección de los dos móviles tengo un apoyo fijo ficticio. Y la recta de acción del móvil restante no pasa por este punto fijo, no hay vinculación aparente.

Conclusión: El sistema es Cinemáticamente estable

Sistema de único cuerpo

Un cuerpo tiene 6 grados de libertad, por lo que para que el sistema sea isostático necesitamos 6 condiciones de vínculo.

$$GL = CV \rightarrow 6 = 6$$

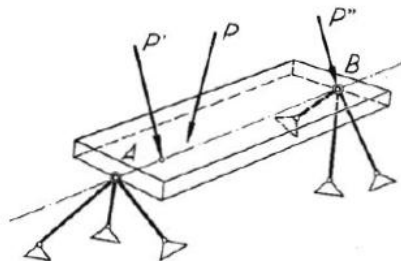
TEMA

6 bielas (1) / $GL = 6$ y $CV = 6 \times 1 = 6$

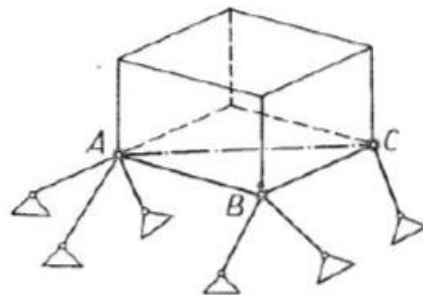
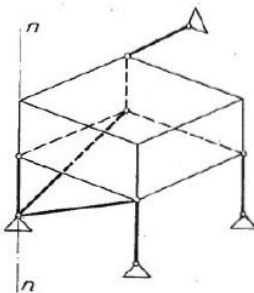
TP3

¿Vinculación aparente?

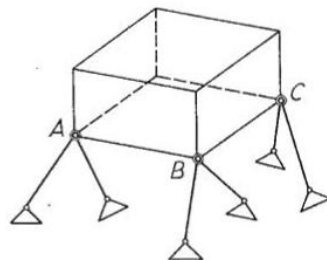
En un sólido sustentado a tierra mediante seis bielas hay vínculo aparente cuando existe una recta que corta las seis bielas.



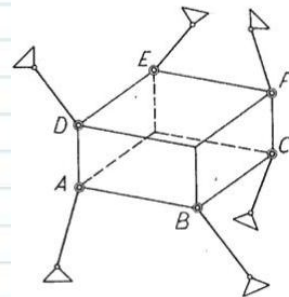
SI!



NO!



NO!



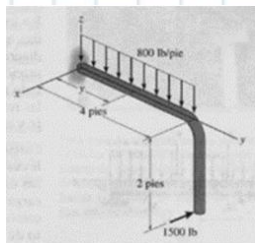
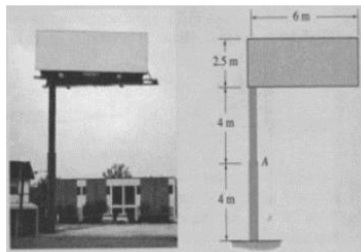
F.I.U.B.A.
D.T.O. ESTABILIDAD
84.02/64.11
ESTABILIDAD 1

Empotramiento (6)

$GL = 6$ y $CV = 6$

¿Vinculación aparente?

Nunca para un único cuerpo



2 CUAT. 2020

CURSO 4
PARENTE

Problema Chapa

Dada la siguiente estructura se pide:

- Análisis cinemático.
- Reacciones de vínculo externo

TEMA

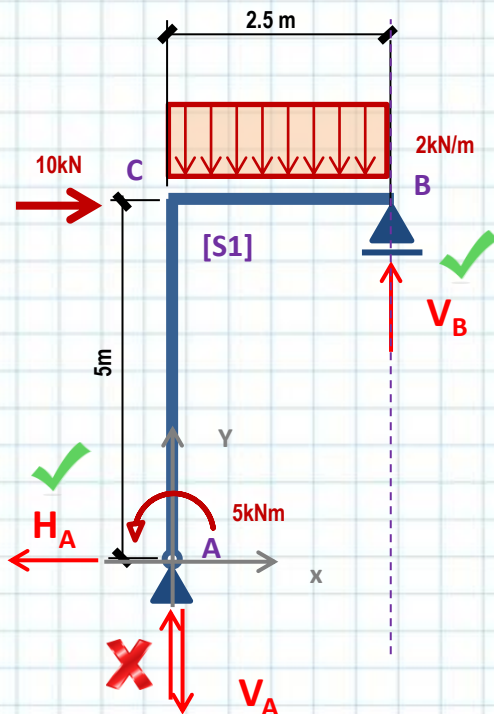
TP3

CUERPOS VINCULADOS

F.I.U.B.A.
D.T.O. ESTABILIDAD
84.02 / 64.11
ESTABILIDAD 1

2 CUAT. 2020

CURSO 4
PARENTE



a) Análisis cinemático:

La chapa S1 tiene 3 CV, un fijo en A, un móvil en B.

CV=3

GL=3

por lo tanto es un sistema isostático.

Además como la recta de acción del apoyo móvil aplicado en B no pasa por el punto fijo en A, por lo tanto no hay vinculación aparente.

Conclusión: El sistema es Cinemáticamente estable

b) Reacciones de vínculo externo:

Primero vamos a poner en evidencia las reacciones de acuerdo a los apoyos. También elegimos un sistema de referencia.

Luego planteo equilibrio, estamos en un sistema de fuerzas no concurrentes plano, por lo que voy a poder plantear 3 ecuaciones.

$$\sum F_x = -H_A + 10kN = 0 \Rightarrow H_A = 10kN$$

$$\sum F_y = V_A + V_B - 2 \frac{kN}{m} \cdot 2.5m = 0$$

$$\sum M^A = + 2.5m \cdot V_B + 5kNm - 5m \cdot 10kN - 1.25m \cdot 5kN = 0 \Rightarrow V_B = 20.5kN$$

$$\therefore V_A = -15.5kN$$

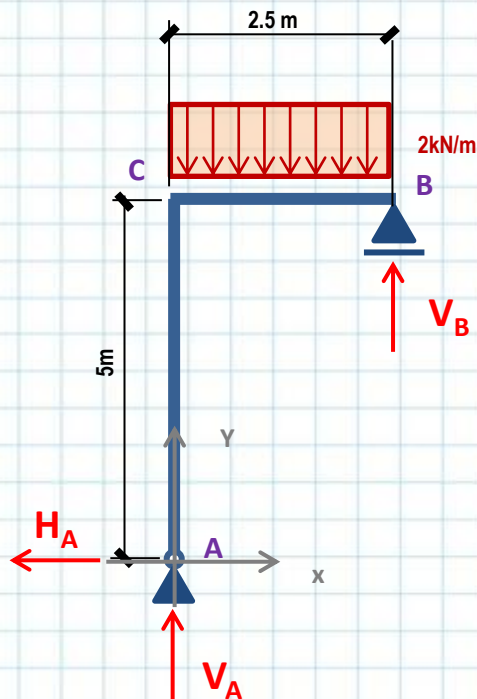
$$Chequeo \Rightarrow \sum M^C = - 5m \cdot 10kN + 5kNm - 1.25m \cdot 5kN + 2.5m \cdot 20.5kN = 0$$

SUPERPOSICION DE EFECTOS

TEMA

TP3

CUERPOS
VINCULADOS



CAUSA 1: FUERZA DISTRIBUIDA

EFFECTO 1: REACCIONES DE VINCULO DEBIDO FUERZA DISTRIBUIDA

$$\sum F_x = -H_A = 0 \Rightarrow H_A = 0 \text{ kN}$$

$$\sum F_y = V_A + V_B - 2 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \cdot 2.5 \text{ m} = 0$$

$$\sum M^A = + 2.5 \text{ m} \cdot V_B - 1.25 \text{ m} \cdot 5 \text{ kN} = 0 \Rightarrow V_B = 2.5 \text{ kN}$$

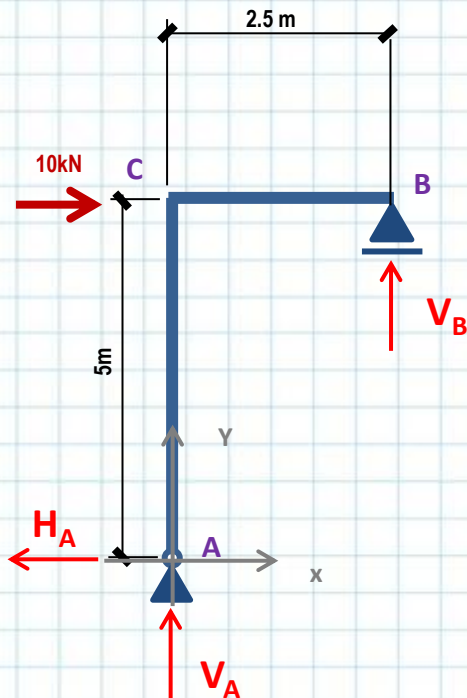
$$\therefore V_A = 2.5 \text{ kN}$$

SUPERPOSICION DE EFECTOS

TEMA

TP3

CUERPOS
VINCULADOS



CAUSA 2: FUERZA CONCENTRADA

EFFECTO 2: REACCIONES DE VINCULO DEBIDO FUERZA CONCENTRADA

$$\sum F_x = -H_A - 10kN = 0 \Rightarrow H_A = 10kN$$

$$\sum F_y = V_A + V_B = 0$$

$$\sum M^A = +2.5m \cdot V_B - 5m \cdot 10kN = 0 \Rightarrow V_B = 20kN$$

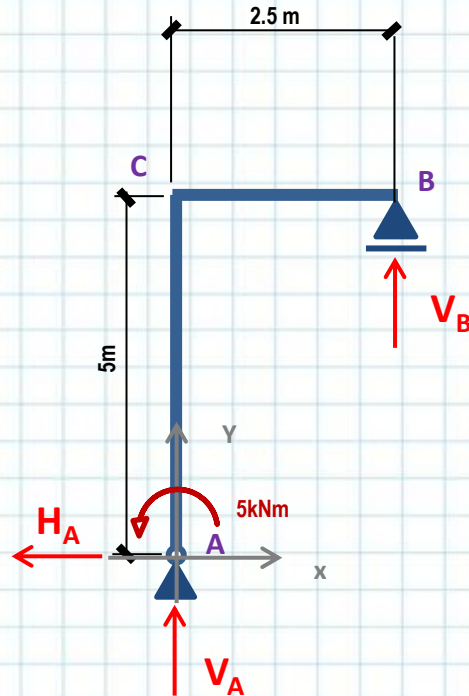
$$\therefore V_A = -20kN$$

SUPERPOSICION DE EFECTOS

TEMA

TP3

CUERPOS
VINCULADOS



CAUSA 3: MOMENTO

EFFECTO 3: REACCIONES DE VINCULO DEBIDO A MOMENTO

$$\sum F_x = -H_A = 0 \Rightarrow H_A = 0kN$$

$$\sum F_y = V_A + V_B = 0$$

$$\sum M^A = +2.5m \cdot V_B + 5kNm = 0 \Rightarrow V_B = -2kN$$

$$\therefore V_A = 2kN$$

SUPERPOSICION DE EFECTOS

TEMA

TP3

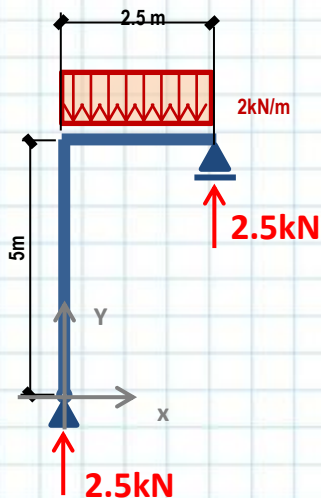
CUERPOS
VINCULADOS

F.I.U.B.A.
D.T.O. ESTABILIDAD
84.02/64.11
ESTABILIDAD 1

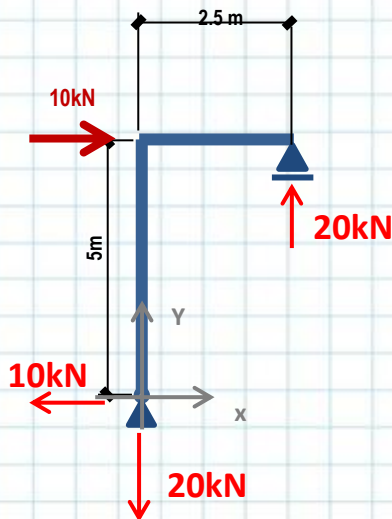
2 CUAT. 2020

CURSO 4
PARENTE

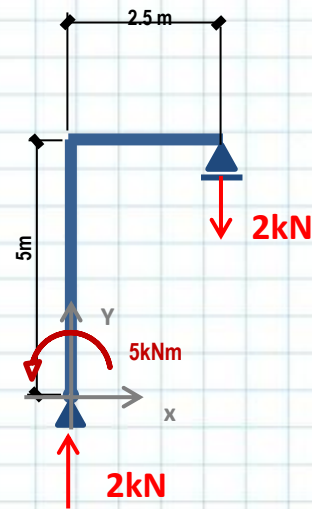
CAUSA 1 / EFECTO 1



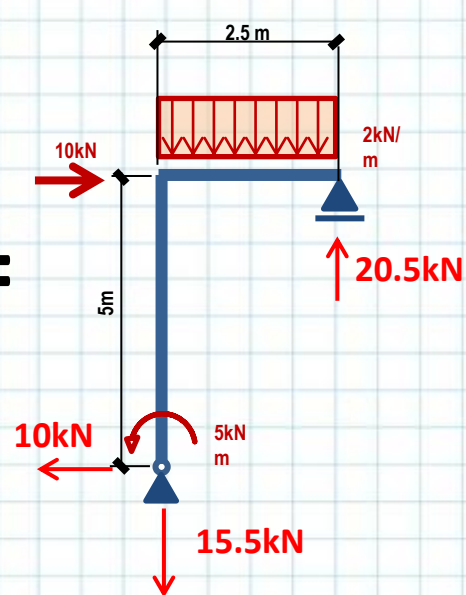
CAUSA 2/ EFECTO 2



CAUSA 3 / EFECTO 3



SUPERPOSICION DE
EFECTOS



Problema cuerpo

Dada la siguiente estructura se pide:

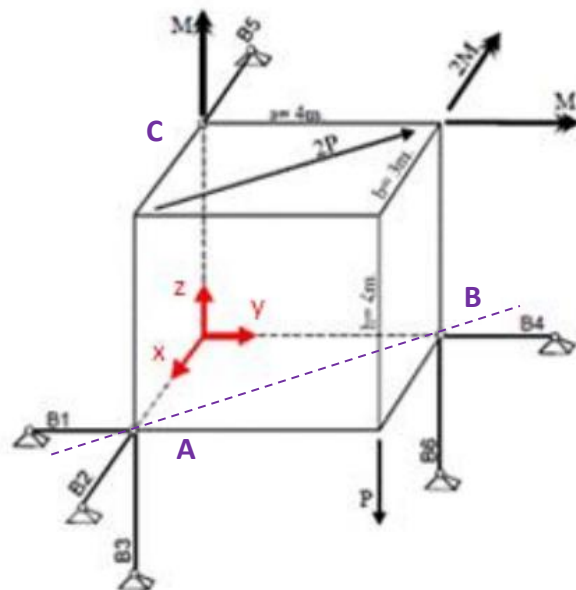
- Análisis cinemático.
- Reacciones de vínculo externo

TEMA

Datos: $P=10\text{kN}$, $M=10\text{kNm}$

TP3

CUERPOS VINCULADOS



a) Análisis cinemático:

El cuerpo tiene 6 grados de libertad $GL=6$, posee 6 bielas cada una nos da 1 condición de vínculo $CV=6$.

$GL=CV$, el sistema es isostático.

El cuerpo tiene un apoyo fijo en A, entonces este punto no puede desplazarse en ninguna dirección.

Luego por condición de rigidez le suministra una biela ficticia al punto B que se suma a las dos que existente, en consecuencia el punto B también es un punto fijo de la estructura.

Con estos dos puntos fijos podemos concluir que el cuerpo puede girar alrededor de un eje pasante por A y B.

Dado que la biela en C su recta de acción de corta a dicho eje, el cuerpo se ve impedido de rotar alrededor del eje.

Concluimos que el sistema es Cinemáticamente Estable.

RESOLUCION EN YOUTUBE

Problema cuerpo

Dada la siguiente estructura se pide:

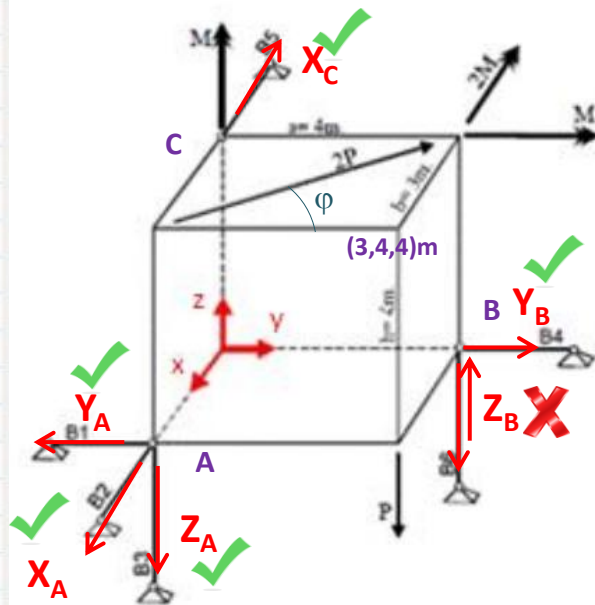
- Análisis cinemático.
- Reacciones de vínculo externo

TEMA

Datos: $P=10kN$, $M=10kNm$

TP3

CUERPOS VINCULADOS



b) Reacciones de vínculo externo:

Primero vamos a poner en evidencia las reacciones de acuerdo a las bielas. También elegimos un sistema de referencia.

Luego planteo equilibrio, estamos en un sistema de fuerzas no concurrentes en el espacio, por lo que voy a poder plantear 6 ecuaciones.

$$\varphi = \tan^{-1}\left(\frac{3}{4}\right) = 36.87^\circ$$

$$\sum F_x = X_A - X_C - 2 \cdot 10kN \cdot \sin(\varphi) = 0 \Rightarrow X_A - X_C = 12kN$$

$$\sum F_y = -Y_A + Y_B + 2 \cdot 10kN \cdot \cos(\varphi) = 0 \Rightarrow -Y_A + Y_B = -16kN$$

$$\sum F_z = -Z_A - Z_B - 10kN = 0 \Rightarrow -Z_A - Z_B = 10kN$$

$$\sum M_x^0 = -4m \cdot Z_B - 4m \cdot 2 \cdot 10kN \cdot \cos(\varphi) - 4m \cdot 10kN - 2 \cdot 10kNm = 0$$

$$\Rightarrow Z_B = -31kN \Rightarrow Z_A = 21kN$$

$$\sum M_y^0 = +3m \cdot Z_A - 4m \cdot X_C - 4m \cdot 2 \cdot 10kN \cdot \sin(\varphi) + 3m \cdot 10kN + 10kNm = 0$$

$$\Rightarrow X_C = 13.75kN \Rightarrow X_A = 25.75kN$$

$$\sum M_z^0 = -3m \cdot Y_A + 3m \cdot 2 \cdot 10kN \cdot \cos(\varphi) + 10kNm = 0$$

$$\Rightarrow Y_A = 19.33kN \Rightarrow Y_B = 3.33kN$$

Vinculación interna - Articulaciones

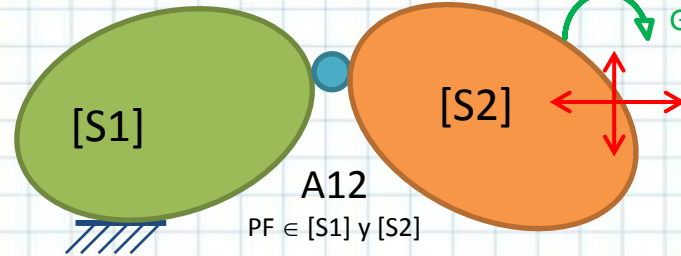
Articulación propia, rotula.

TEMA

TP3

Movimiento de [S2]

Giro entorno a A12



CUERPOS
VINCULADOS

F.I.U.B.A.
DTO. ESTABILIDAD
84.02 /64.11
ESTABILIDAD 1

2 CUAT. 2020

CURSO 4
PARENTE

Nombre	Tipo	CVI	Símbolo	Movimientos permitidos	Movimientos impedidos	Reacciones internas	Ecuación de equilibrio
ARTICULACIÓN PROPIA ROTULA	Propia	2					$\sum M^{A12} = 0$

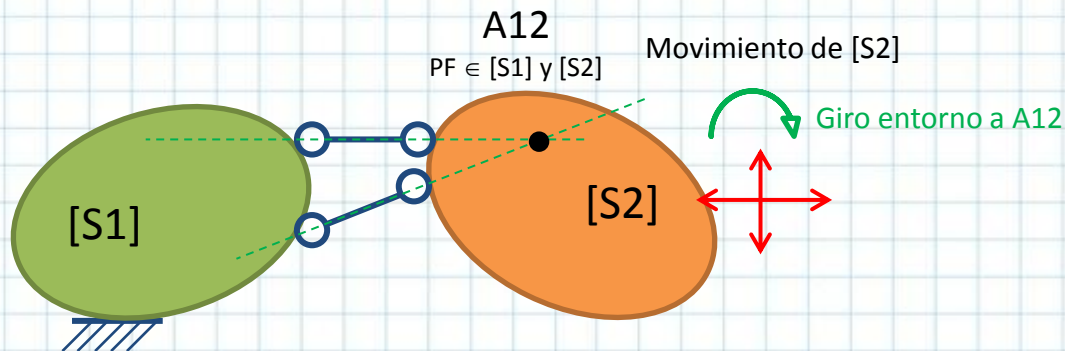
Vinculación interna - Articulaciones

Articulación propia, rotula: formada por bielas concurrentes a un punto

TEMA

TP3

CUERPOS
VINCULADOS



F.I.U.B.A.
D.T.O. ESTABILIDAD
84.02 / 64.11
ESTABILIDAD 1

2 CUAT. 2020

CURSO 4
PARENTE

Nombre	Tipo	CV I	Símbolo	Movimientos permitidos	Movimientos impedidos	Reacciones internas	Ecuación de equilibrio
ARTICULACIÓN PROPIA ROTULA	Propia	2					$\sum M^{A12} = 0$

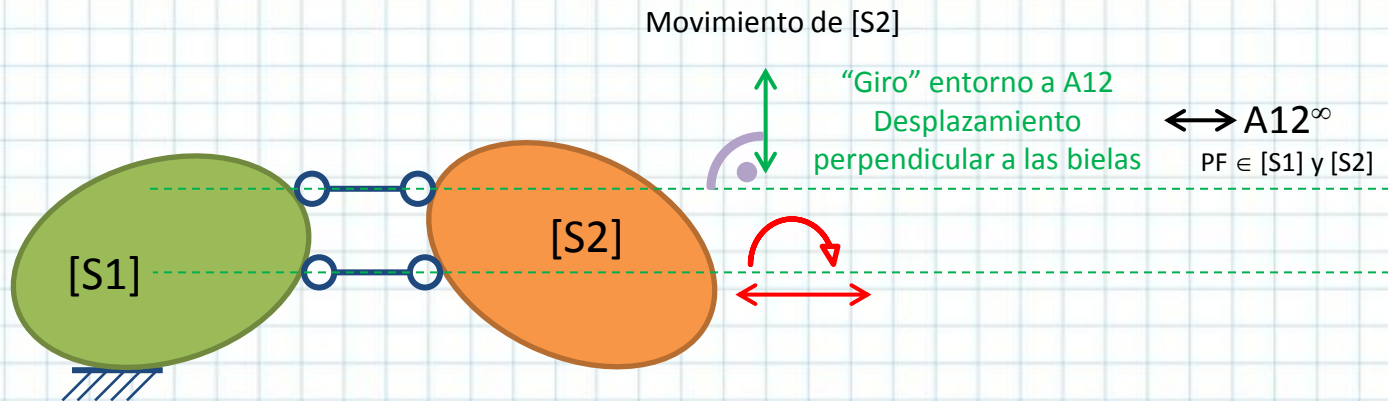
Vinculación interna - Articulaciones

Articulación impropia: formada por bielas paralelas horizontales

TEMA

TP3

CUERPOS
VINCULADOS



F.I.U.B.A.
D.T.O. ESTABILIDAD
84.02 / 64.11
ESTABILIDAD 1

2 CUAT. 2020

CURSO 4
PARENTE

Nombre	Tipo	CVI	Símbolo	Movimientos permitidos	Movimientos impedidos	Reacciones internas	Ecuación de equilibrio
ARTICULACIÓN IMPROPIA BIELAS PARALELAS HORIZONTAL	Impropia	2					$\sum F_v^{A12} = 0$

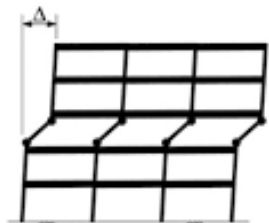
Vinculación interna - Articulaciones

Articulación impropia: formada por bielas paralelas Verticales

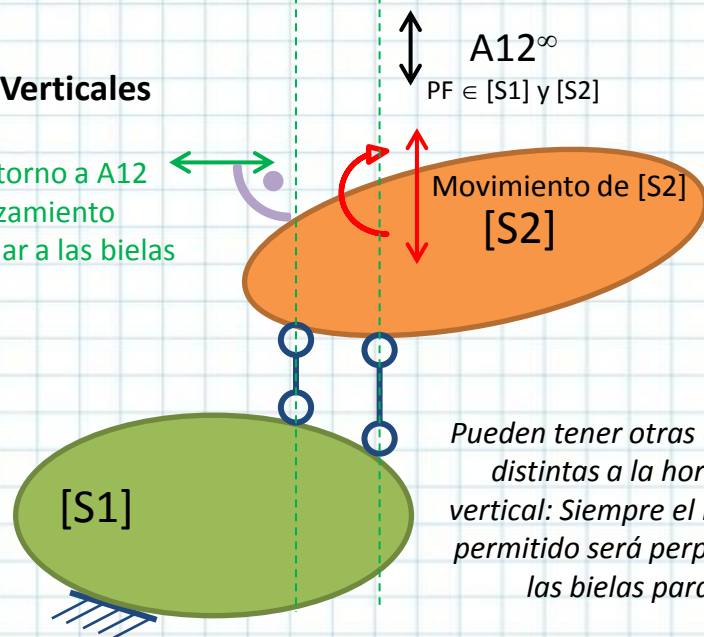
TEMA

TP3

CUERPOS
VINCULADOS



“Giro” entorno a A_{12}
Desplazamiento
perpendicular a las bielas



F.I.U.B.A.
D.T.O. ESTABILIDAD
84.02 /64.11
ESTABILIDAD 1

2 CUAT. 2020

CURSO 4
PARENTE

Nombre	Tipo	CVI	Símbolo	Movimientos permitidos	Movimientos impedidos	Reacciones internas	Ecuación de equilibrio
ARTICULACIÓN IMPROPIA BIELAS PARALELAS VERTICALES	Impropia	2					$\sum F_H^{A_{12}} = 0$

Cadena cinemática de n chapas abiertas

El sistema constituido por **n** chapas articuladas recibe el nombre de **cadena cinemática abierta de n chapas**.
Como vimos los dispositivos de articulación restringen dos grados de libertad al sistema.

TEMA

TP3

CUERPOS VINCULADOS

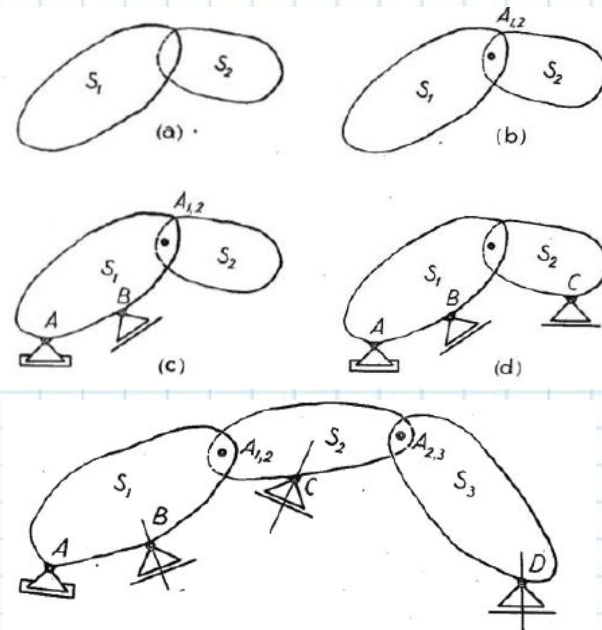
Consideremos **dos chapas [S1] y [S2], n=2**

Cada chapa tiene 3 grados de libertad, por lo que el conjunto de dos chapas tendrían 6 grados de libertad.

Vinculamos entre sí ambas chapas con una articulación relativa $A_{1,2}$, por lo que nos restringe 2 grados de libertad.

Resulta que los grados de libertad del sistema nos queda $GL=6-2=4$.

Por lo tanto necesitaremos 4 condiciones de vínculo para que el sistema sea isostático.



Consideremos **tres chapas [S1], [S2] y [S3], n=3**

Cada chapa tiene 3 grados de libertad, por lo que el conjunto de tres chapas tendrían 9 grados de libertad.

Vinculamos entre sí las chapas con dos articulaciones relativas $A_{1,2}$ y $A_{2,3}$, por lo que nos restringe 2 grados de libertad cada una. 4 en total.

Resulta que los grados de libertad del sistema nos queda $GL=9-4=5$.

Por lo tanto necesitaremos 5 condiciones de vínculo para que el sistema sea isostático.

Conclusión

Para una cadena cinemática abierta de n chapas, $GL = n + 2$

Para que el sistema sea isostático necesitamos $RVE = n + 2$

Conclusión

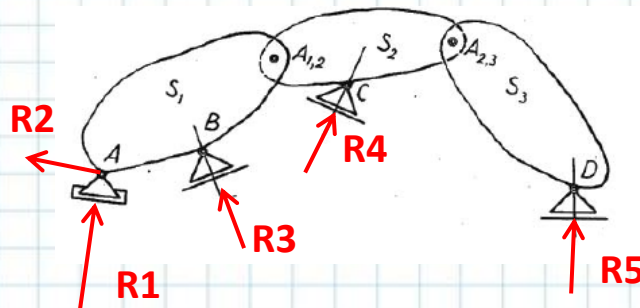
Para una cadena cinemática abierta de n chapas, $GL = n + 2$

Para que el sistema sea isostático necesitamos $RVE = n + 2$

TEMA

TP3

CUERPOS
VINCULADOS



$n=3$

$GL=5$

$RVE=5$

¿Vinculación aparente?

5 incógnitas = 5 ecuaciones

3 Equilibrio general

1 Equilibrio relativo desde A12

1 Equilibrio relativo desde A23

Si a un cadena cinemática abierta de n chapas le coloco n+2 vínculos. ¿Es suficiente?

No, es condición necesaria que $RVE=n+2$ pero no suficiente.

Debo comprobar que no hay vinculación aparente.

Supongamos que es Cinemáticamente estable y quiero hallar las reacciones n+2 vínculos. Si es un sistema plano de fuerzas NO concurrentes solo puedo plantear 3 ecuaciones ¿De donde sale el resto?

Ecuaciones de equilibrio general :3 ecuaciones.

Equilibrio relativo: puedo plantear una ecuación por cada articulación relativa.

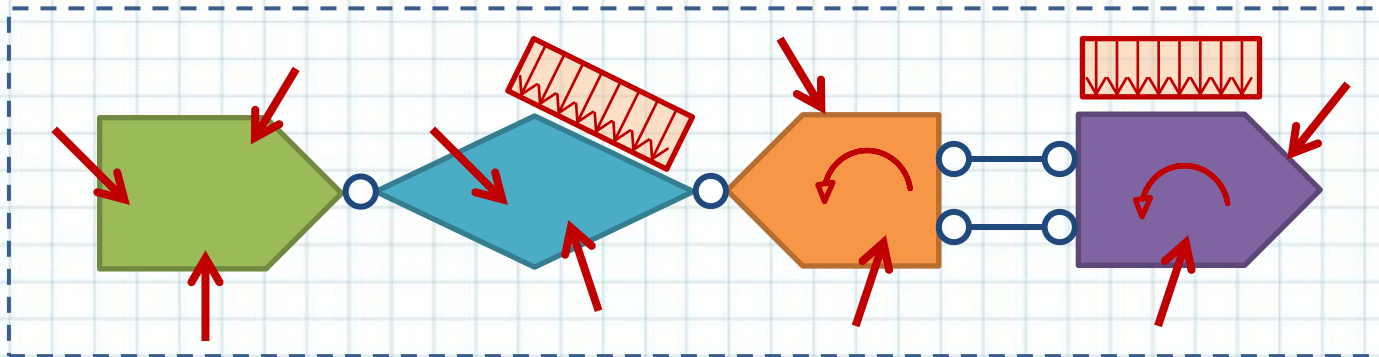
Si el todo está en equilibrio, sus partes también lo están.

TEMA

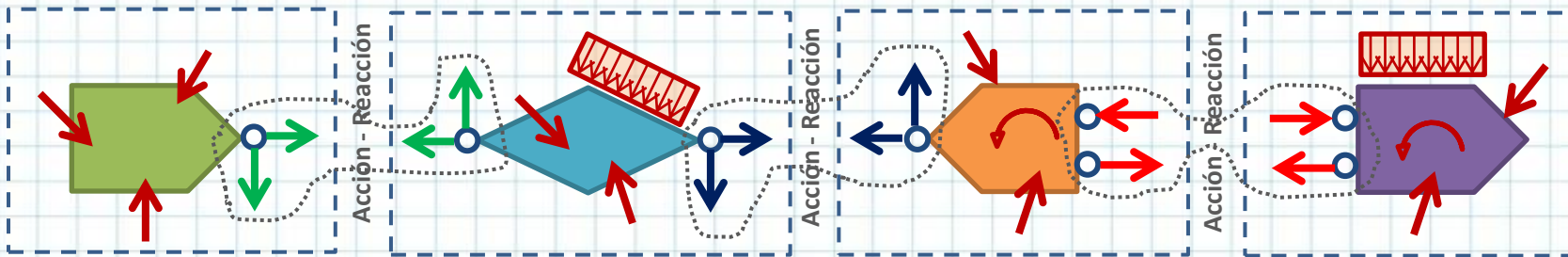
TP3

CUERPOS
VINCULADOS

Todo en
equilibrio



Partes en equilibrio



Diagramas de cuerpo libre (DCL) sistemas de fuerzas plano no concurrentes.

Cadena cinemática abierta de dos chapas

$$n=2$$

$$GL = 2 + 2 = 4$$

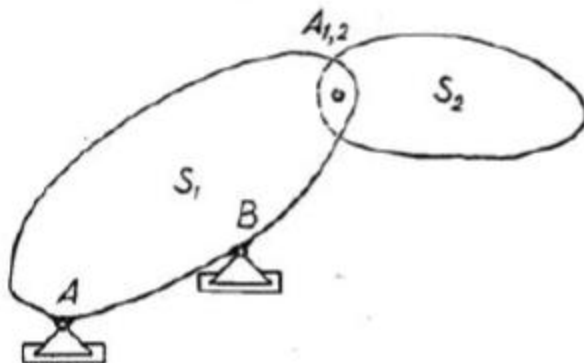
$$RVE = 2 + 2 = 4 \Rightarrow \text{Sistema isostático.}$$

TEMA

TP3

CUERPOS
VINCULADOS

CV sobre chapa	
[S1]	[S2]
4	0
3	1
2	2



- 1) Si pongo 4 CV a una chapa, deja de ser un sistema isostático para pasar a ser un sistema hiperestático.
- 2) La chapa [S2] sin CV puede girar entorno a la articulación A12. No es cinemáticamente estable.

Conclusión:

Una chapa puede tener hasta 3 CVE

Cadena cinemática abierta de dos chapas

$n=2$

$$GL = 2 + 2 = 4$$

$$RVE = 2 + 2 = 4 \Rightarrow \text{Sistema isostático}$$

TEMA

TP3

CUERPOS
VINCULADOS

CV sobre chapa	
[S1]	[S2]
3	1
2	2

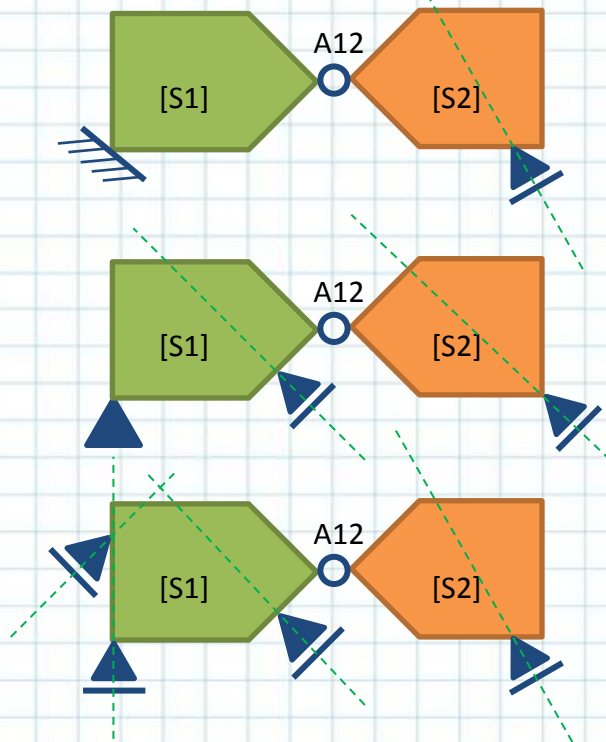
Las 3 CVE en [S1] puede estar compuesta por:

- a) Un empotramiento
- b) Un fijo y un móvil
- c) Tres móviles

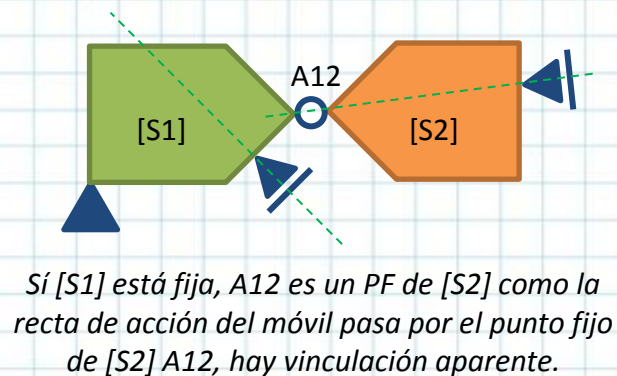
La CVE en [S2]

- a) Un móvil

Sin vinculación aparente
Cinématicamente estable



Con vinculación aparente



Cadena cinemática abierta de dos chapas

$$n=2$$

$$GL = 2 + 2 = 4$$

$$RVE = 2 + 2 = 4 \Rightarrow \text{Sistema isostático}$$

TEMA

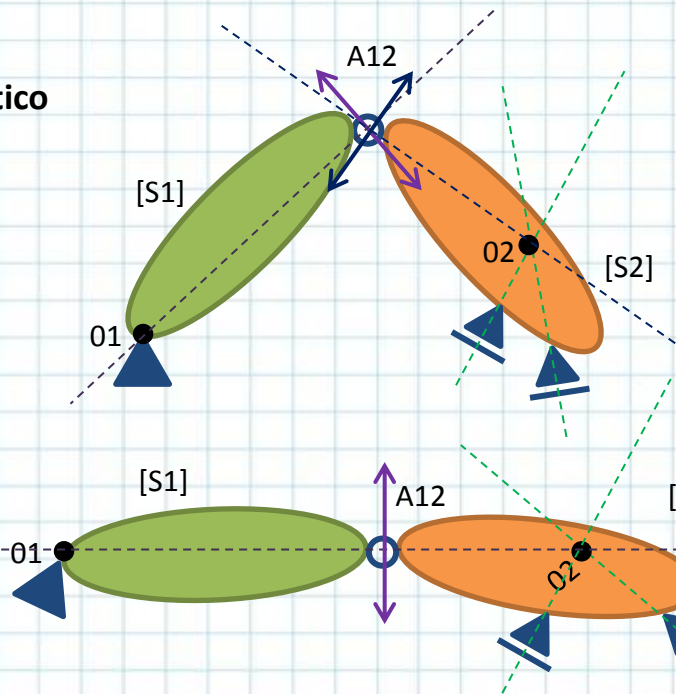
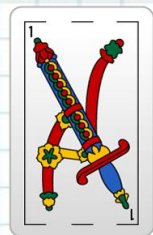
TP3

CUERPOS VINCULADOS

CV sobre chapa	
[S1]	[S2]
3	1
2	2

Las 2 CVE en [S1] y [S2] pueden estar compuesta por:

- Un fijo
- Dos móviles



Sin vinculación aparente
Cinemáticamente estable

Con vinculación aparente

Cuando tengamos una cadena cinemática abierta de dos chapas conectadas con una articulación (propia o impropia) y cada de una de ella tenga dos condiciones de vínculo (un punto fijo o polo) vamos a llamarlo **ARCO DE TRES ARTICULACIONES o ARCO TRIARTICULADO** y la condición para que **no exista vinculación aparente** es que las articulaciones (polos + articulación) **NO ESTEN ALINEADAS**.

Cadena cinemática abierta de dos chapas

$$n=2$$

$$GL = 2 + 2 = 4$$

$$RVE = 2 + 2 = 4 \Rightarrow \text{Sistema isostático}$$

TEMA

TP3

CUERPOS VINCULADOS

CV sobre chapa	
[S1]	[S2]
3	1
2	2

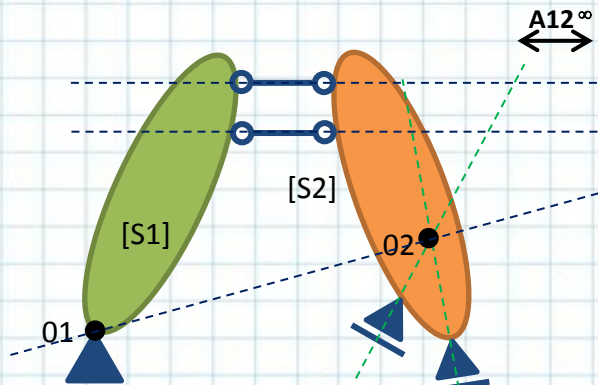
Las 2 CVE en [S1] y [S2] pueden estar compuesta por:

- a) Un fijo
- b) Dos móviles

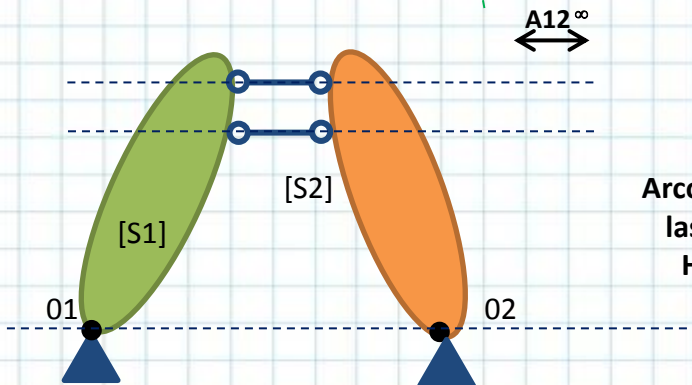
F.I.U.B.A.
D.T.O. ESTABILIDAD
84.02 / 64.11
ESTABILIDAD 1

2 CUAT. 2020

CURSO 4
PARENTE



Arco de tres articulaciones sin las articulaciones alineadas.
Sin vinculación aparente
Cinemáticamente estable

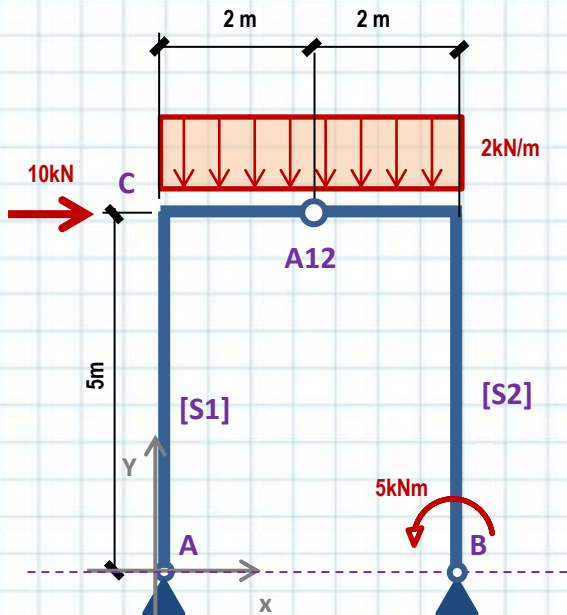


Arco de tres articulaciones CON las articulaciones alineadas.
HAY vinculación aparente

Cadena cinemática abierta de dos chapas

Dada la siguiente estructura se pide:

- Análisis cinemático.**
- Reacciones de vínculo externo
- Diagrama de cuerpo libre



a) Análisis cinemático:

$n=2$, $GL=4$, $RVE=4$: Un fijo en A (2) y un fijo en B (2) por lo tanto sistema isostático. Estamos en presencia de un arco de tres articulaciones con sus articulaciones no alineadas por lo que no hay vinculación aparente. El sistema es cinemáticamente estable.

b) Reacciones de vínculo externo:

Primero vamos a poner en evidencia las reacciones de acuerdo a los apoyos. También elegimos un sistema de referencia.

Planteo de ecuaciones de equilibrio general y relativo

$$\sum F_x = 0$$

$$\sum F_y = 0$$

$$\sum M^A = 0$$

Equilibrio general

Sistema plano de fuerzas no concurrentes: 3 Ecuaciones.

En general, dos de proyección en los ejes coordenados y una de momento respecto a un punto.

Aquí participa todo el sistema de fuerzas.

$$\sum M_{[s1]}^{A12} = 0 \vee \sum M_{[s2]}^{A12} = 0$$

Equilibrio relativo

Ecuación que nos da la articulación entre chapas.

¿Por qué momento? Por que es un articulación propia.

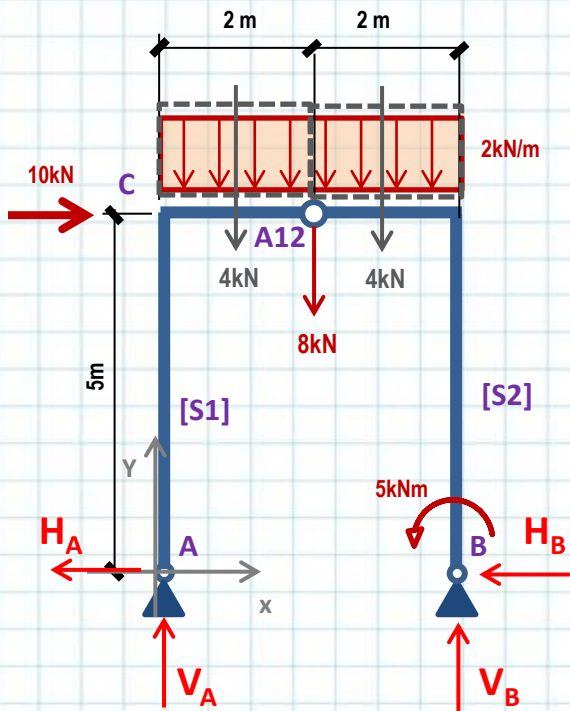
¿Las dos? No solo una, momentos desde A12 de las fuerzas que están sobre S1 o S2. Participan solo las fuerzas que están sobre la chapa elegida.

Si tomo las dos, el sistema de ecuaciones de convierte en indeterminado. Hay combinación lineal.

Cadena cinemática abierta de dos chapas

Dada la siguiente estructura se pide:

- Análisis cinemático.
- Reacciones de vínculo externo
- Diagrama de cuerpo libre



$$\sum F_x = 10kN - H_A - H_B = 0$$

$$\sum F_y = -4m \cdot 2 \frac{kN}{m} + V_A + V_B = 0$$

$$\sum M^A = -5m \cdot 10kN - 2m \cdot 4m \cdot 2 \frac{kN}{m} + 5kNm + 4m \cdot V_B = 0$$

$$\Rightarrow V_B = 15.25kN \therefore V_A = -7.25kN$$

$$\sum M_{[s1]}^{A12} = +1m \cdot 4kN - 2m \cdot V_A - 5m \cdot H_A = 0$$

$$\text{ó} \quad \sum M_{[s1]}^{A12} + \sum M_{[s2]}^{A12} = \sum M_{[TODO]}^{A12}$$

$$\sum M_{[s2]}^{A12} = -1m \cdot 4kN + 5kNm - 5m \cdot H_B + 2m \cdot V_B = 0$$

$$\sum M_{[s1]}^{A12} = +1m \cdot 4kN - 2m \cdot V_A - 5m \cdot H_A = 0$$

$$H_A = 3.7kN \therefore H_B = 6.3kN$$

Cadena cinemática abierta de dos chapas

Dada la siguiente estructura se pide:

- Análisis cinemático.
- Reacciones de vínculo externo
- Diagrama de cuerpo libre

TEMA

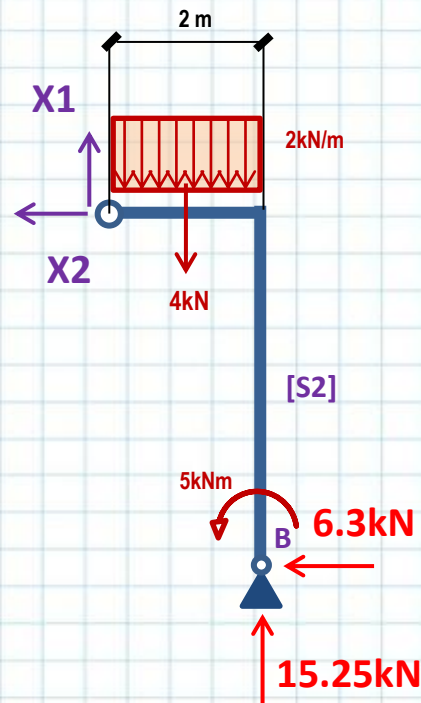
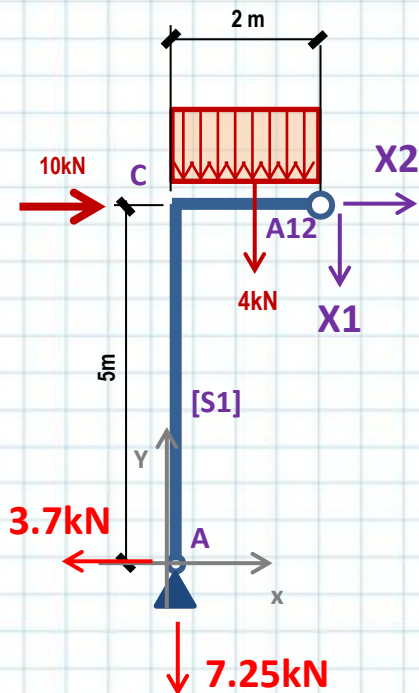
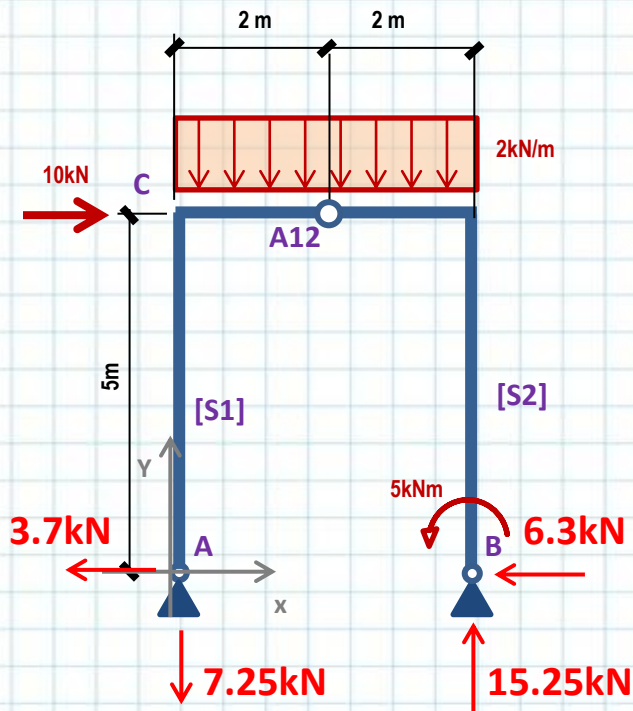
TP3

CUERPOS
VINCULADOS

F.I.U.B.A.
D.T.O. ESTABILIDAD
84.02 / 64.11
ESTABILIDAD 1

2 CUAT. 2020

CURSO 4
PARENTE



$$\sum F_x = -3.7\text{kN} + 10\text{kN} + X_2 = 0 \Rightarrow X_2 = -6.3\text{kN}$$

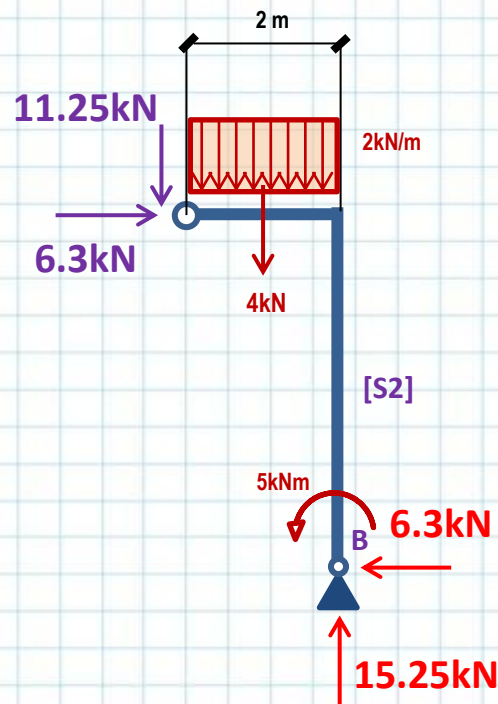
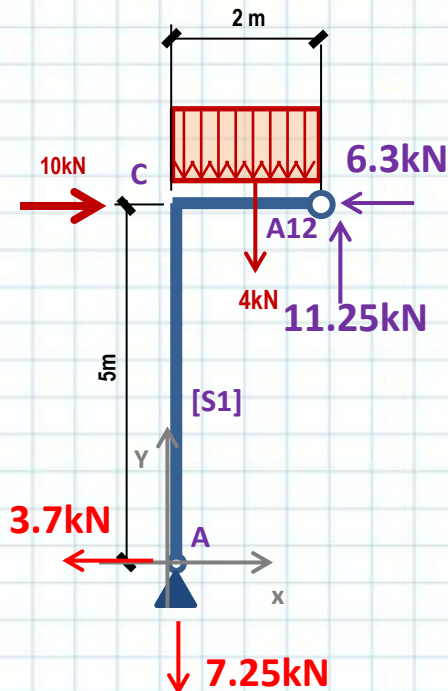
$$\sum F_y = -4\text{kN} - 7.25\text{kN} - X_1 = 0 \Rightarrow X_1 = -11.25\text{kN}$$

$$\text{Chequeo} \Rightarrow \sum M^C = -2\text{m} \cdot X_1 - 1\text{m} \cdot 4\text{kN} - 5\text{m} \cdot 3.7\text{kN} = 0$$

Cadena cinemática abierta de dos chapas

Dada la siguiente estructura se pide:

- Análisis cinemático.
- Reacciones de vínculo externo
- Diagrama de cuerpo libre



Chequeo

$$\sum F_x = -6.3 \text{ kN} + 6.3 \text{ kN} = 0$$

$$\sum F_y = -4 \text{ kN} - 11.25 \text{ kN} + 15.25 \text{ kN} = 0$$

$$\sum M^B = +5 \text{ kNm} + 1 \text{ m} \cdot 4 \text{ kN} + 2 \text{ m} \cdot 11.25 \text{ kN} - 5 \text{ m} \cdot 6.3 \text{ kN} = 0$$

Cadena cinemática abierta de dos chapas

Dada la siguiente estructura se pide:

- Análisis cinemático.**
- Reacciones de vínculo externo**
- Diagrama de cuerpo libre

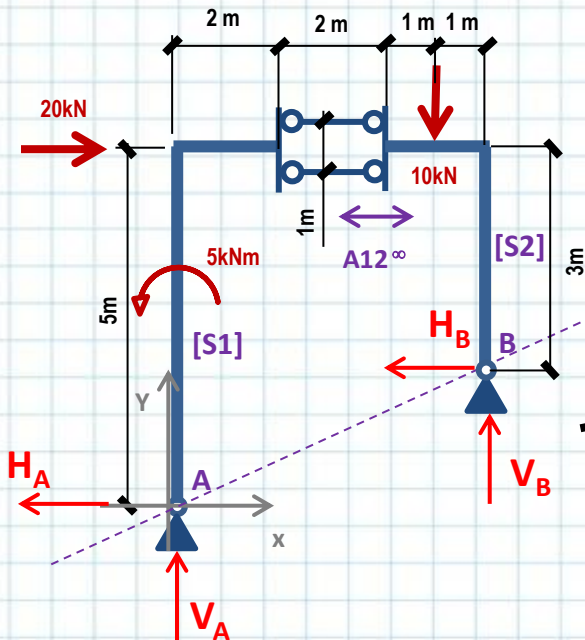
a) Análisis cinemático:

$n=2$, $GL=4$, $RVE=4$: Un fijo en A (2) y un fijo en B (2) por lo tanto sistema isostático.
Estamos en presencia de un arco de tres articulaciones con sus articulaciones no alineadas por lo que no hay vinculación aparente.
El sistema es cinemáticamente estable.

b) Reacciones de vínculo externo:

Primero vamos a poner en evidencia las reacciones de acuerdo a los apoyos. También elegimos un sistema de referencia.

Planteo de ecuaciones de equilibrio general y relativo



$$\sum F_x = 20kN - H_A - H_B = 0$$

$$\sum F_y = 10kN + V_A + V_B = 0$$

$$\sum M^A = -5m \cdot 20kN - 5m \cdot 10kN + 5kNm + 6m \cdot V_B + 2m \cdot H_B = 0$$

$$\sum F_{[S1]}^{A12} = 0 \vee \sum F_{[S2]}^{A12} = 0$$

$$\sum F_{[S2]}^{A12} = -10kN + V_B = 0 \Rightarrow V_B = 10kN \therefore V_A = 0kN$$

$$H_B = 42.5kN \therefore H_A = -22.5kN$$

Cadena cinemática abierta de dos chapas

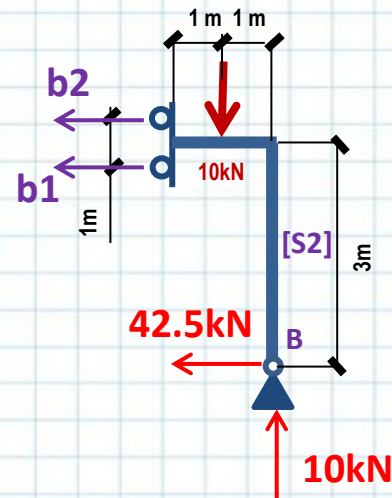
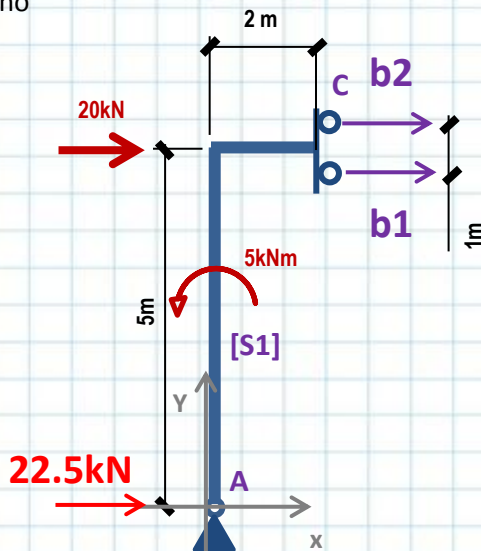
Dada la siguiente estructura se pide:

- Análisis cinemático.
- Reacciones de vínculo externo
- Diagrama de cuerpo libre

TEMA

TP3

CUERPOS
VINCULADOS



$$\sum F_x = 20kN + 22.5kN + b1 + b2 = 0$$

$$\sum F_y = 0$$

$$\sum M^c = +1m \cdot b1 + 5kNm + 5.5m \cdot 22.5kN + 0.5m \cdot 20kN = 0$$

$$b1 = -138.75kN \therefore b2 = 96.25kN$$

RESOLUCION
EN YOUTUBE

Cadena cinemática abierta de dos chapas

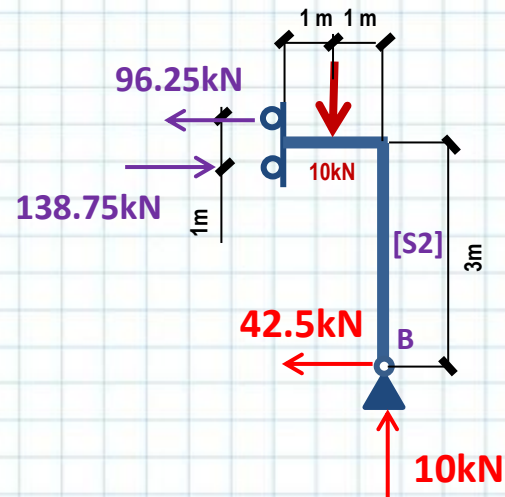
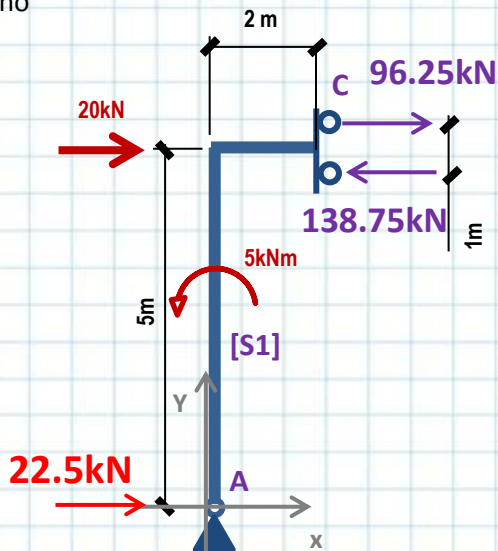
Dada la siguiente estructura se pide:

- Análisis cinemático.
- Reacciones de vínculo externo
- Diagrama de cuerpo libre

TEMA

TP3

CUERPOS
VINCULADOS



$$\sum F_x = -96.25kN + 138.75kN - 42.5kN = 0$$

$$\sum F_y = -10kN + 10kN = 0$$

$$\sum M^B = +3.5m \cdot 96.25kN - 2.5m \cdot 138.75kN + 1m \cdot 10kNm = 0$$

Cadena cinemática abierta de dos chapas

Dada la siguiente estructura se pide:

- Análisis cinemático.**
- Reacciones de vínculo externo**
- Diagrama de cuerpo libre

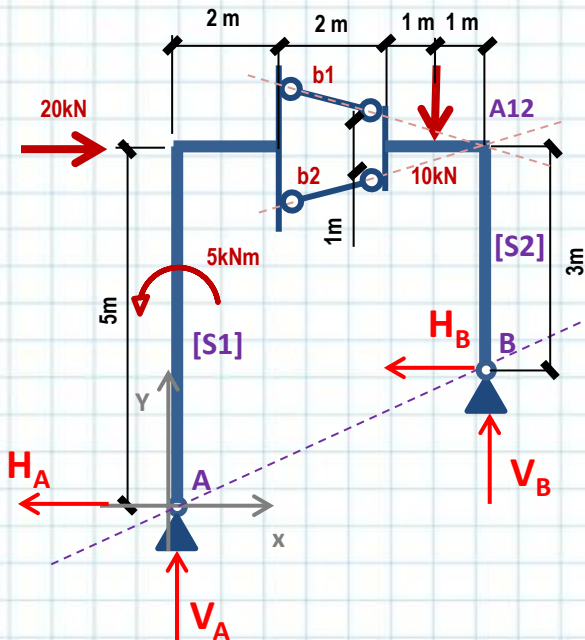
a) Análisis cinemático:

$n=2$, $GL=4$, $RVE=4$: Un fijo en A (2) y un fijo en B (2) por lo tanto sistema isostático. Estamos en presencia de un arco de tres articulaciones con sus articulaciones no alineadas por lo que no hay vinculación aparente. El sistema es cinemáticamente estable.

b) Reacciones de vínculo externo:

Primero vamos a poner en evidencia las reacciones de acuerdo a los apoyos. También elegimos un sistema de referencia.

Planteo de ecuaciones de equilibrio general y relativo



$$\sum F_x = 20kN - H_A - H_B = 0$$

$$\sum F_y = 10kN + V_A + V_B = 0$$

$$\sum M^A = -5m \cdot 20kN - 5m \cdot 10kN + 5kNm + 6m \cdot V_B + 2m \cdot H_B = 0$$

~~$$\sum M_{[S1]}^{A12} = 0 \vee \sum M_{[S2]}^{A12} = 0$$~~

$$\sum M_{[S2]}^{A12} = +1m \cdot 10kN - 3m \cdot H_B = 0 \Rightarrow H_B = 3.3kN \therefore H_A = 16.7kN$$

$$V_B = 23.07kN \therefore V_A = -13.07kN$$

$$b1 = -28.63kN \wedge b2 = 25.2kN$$

**RESOLUCION
EN YOUTUBE**

Cadena cinemática abierta de tres chapas

$$n=3$$

$$GL = 3 + 2 = 5$$

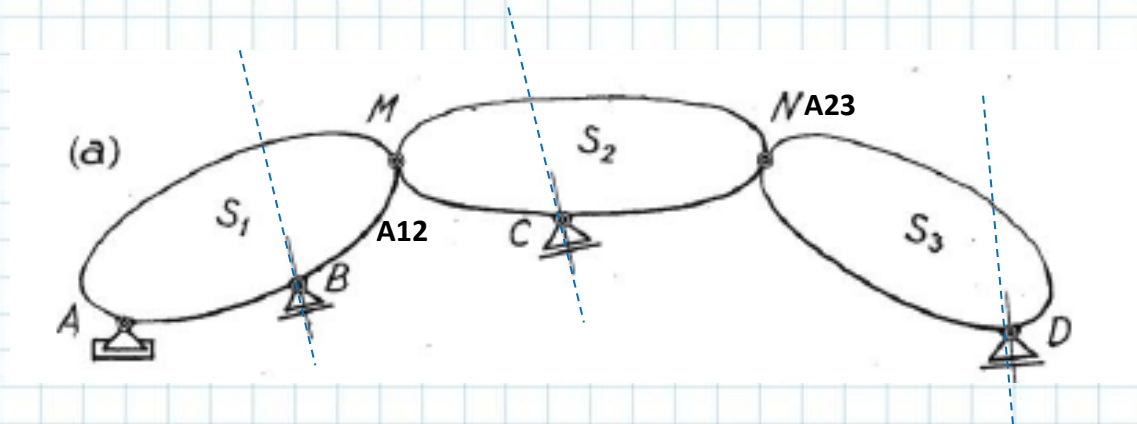
$$RVE = 3 + 2 = 5 \Rightarrow \text{Sistema isostático}$$

TEMA

TP3

CUERPOS
VINCULADOS

CV sobre chapa		
[S1]	[S2]	[S4]
3	1	1
2	2	1
3	0	2
1	3	1
2	1	2



Recta de acción de móvil B no pasa por A entonces [S1] Fija
A12 PF

Recta de acción de móvil C no pasa por A12, [S2] Fija.
A23 PF

Recta de acción de móvil D no pasa por A23, [S3] Fija.

No hay vinculación aparente. Cinemáticamente estable

Cadena cinemática abierta de tres chapas

$n=3$

$GL = 3 + 2 = 5$

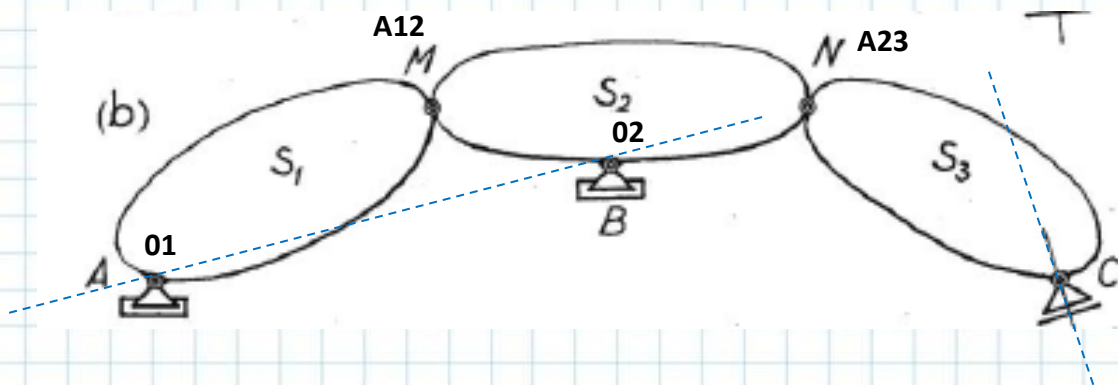
$RVE = 3 + 2 = 5 \Rightarrow$ Sistema isostático

TEMA

TP3

CUERPOS
VINCULADOS

CV sobre chapa		
[S1]	[S2]	[S4]
3	1	1
2	2	1
3	0	2
1	3	1
2	1	2



$[S1]$ y $[S2]$ forman un arco de tres articulaciones no alineadas por lo tanto $[S1]$ y $[S2]$ están fijas.

A23 PF

Recta de acción de móvil C no pasa por A23, $[S3]$ Fija.

No hay vinculación aparente. Cinemáticamente estable

Cadena cinemática abierta de tres chapas

$n=3$

$GL = 3 + 2 = 5$

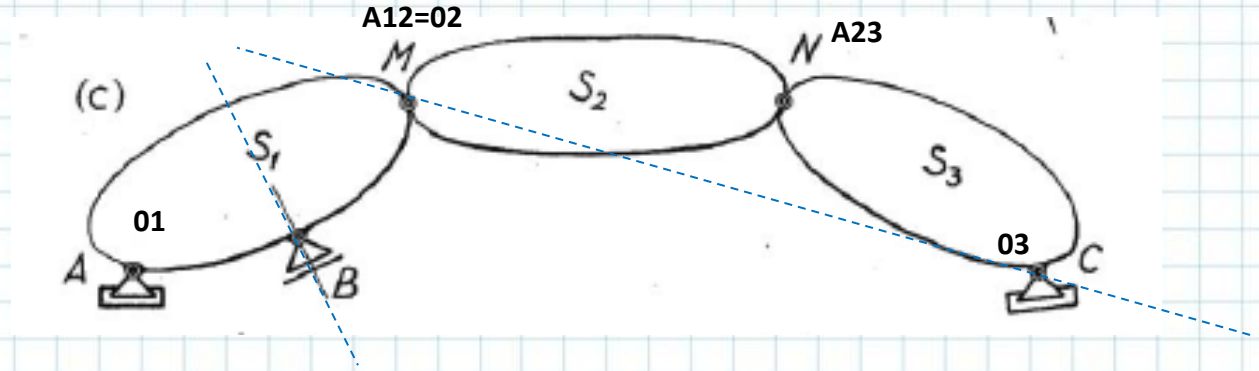
$RVE = 3 + 2 = 5 \Rightarrow$ Sistema isostático

TEMA

TP3

CUERPOS
VINCULADOS

CV sobre chapa		
[S1]	[S2]	[S4]
3	1	1
2	2	1
3	0	2
1	3	1
2	1	2



Recta de acción de móvil B no pasa por A entonces [S1] está fija.

A12 PF

[S2] y [S3] forman un arco de tres articulaciones no alineadas por lo tanto [S2] y [S3] están fijas.

No hay vinculación aparente. Cinemáticamente estable

Cadena cinemática abierta de tres chapas

$n=3$

$$GL = 3 + 2 = 5$$

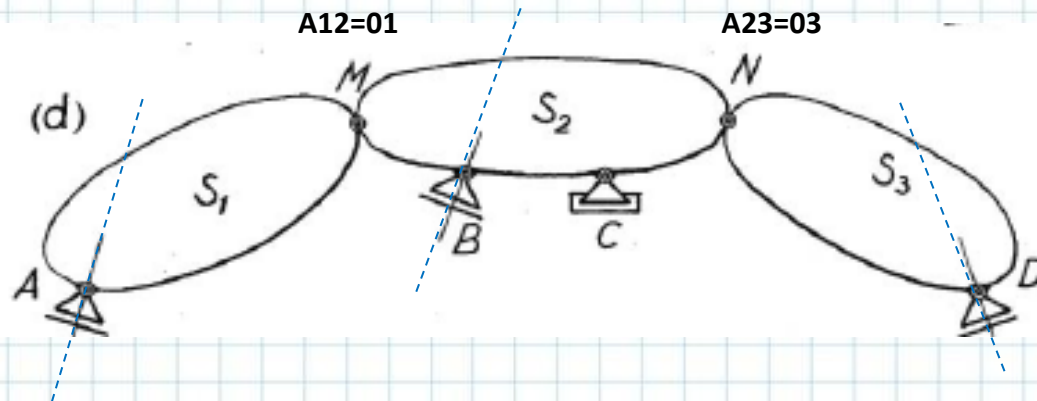
$RVE = 3 + 2 = 5 \Rightarrow$ Sistema isostático

TEMA

TP3

CUERPOS
VINCULADOS

CV sobre chapa		
[S1]	[S2]	[S4]
3	1	1
2	2	1
3	0	2
1	3	1
2	1	2



Recta de acción de móvil B no pasa por C entonces $[S2]$ está fija.

$A12$ y $A23$ son PF

Recta de acción de móvil A no pasa por 01 entonces $[S1]$ está fija.

Recta de acción de móvil D no pasa por 03 entonces $[S1]$ está fija.

No hay vinculación aparente. Cinemáticamente estable

Cadena cinemática abierta de tres chapas

$$n=3$$

$$GL = 3 + 2 = 5$$

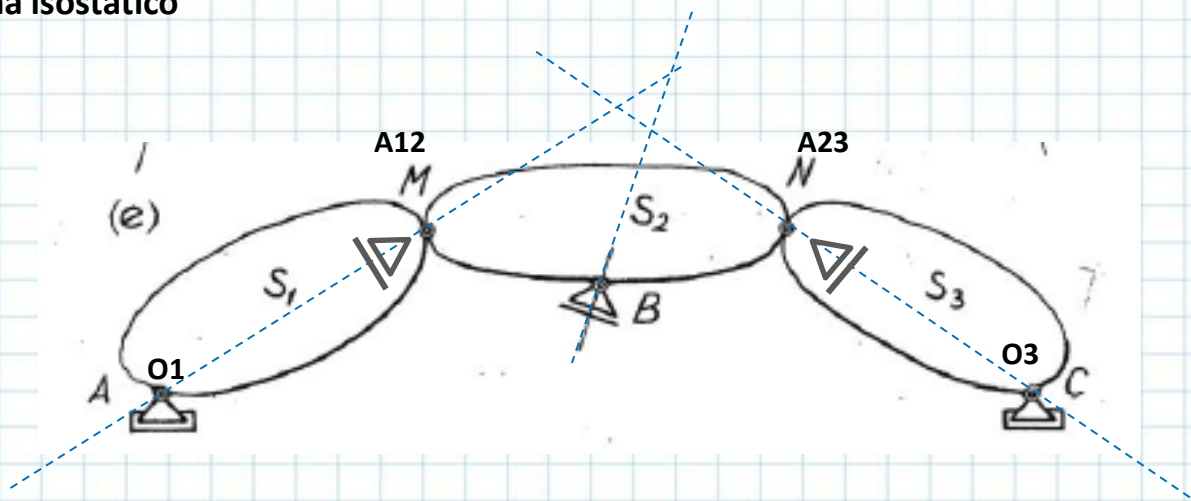
$$RVE = 3 + 2 = 5 \Rightarrow \text{Sistema isostático}$$

TEMA

TP3

CUERPOS VINCULADOS

CV sobre chapa		
[S1]	[S2]	[S4]
3	1	1
2	2	1
3	0	2
1	3	1
2	1	2



[S1] tiene fijo, un PF o polo en A, por lo que aporta un móvil (biela) ficticio a [S2] en la articulación A12.

[S3] tiene fijo, un PF o polo en C, por lo que aporta un móvil (biela) ficticio a [S2] en la articulación A23.

[S2] tiene 3 móviles con sus rectas de acción no concurrentes a un punto, por lo tanto está fija.

A12 y A23 son PF

[S1] y [S3] tienen dos PF, están fijas.

No hay vinculación aparente. Cinemáticamente estable

Cadena cinemática abierta de tres chapas

Dada la siguiente estructura se pide:

- Análisis cinemático.**
- Reacciones de vínculo externo
- Diagrama de cuerpo libre

TEMA

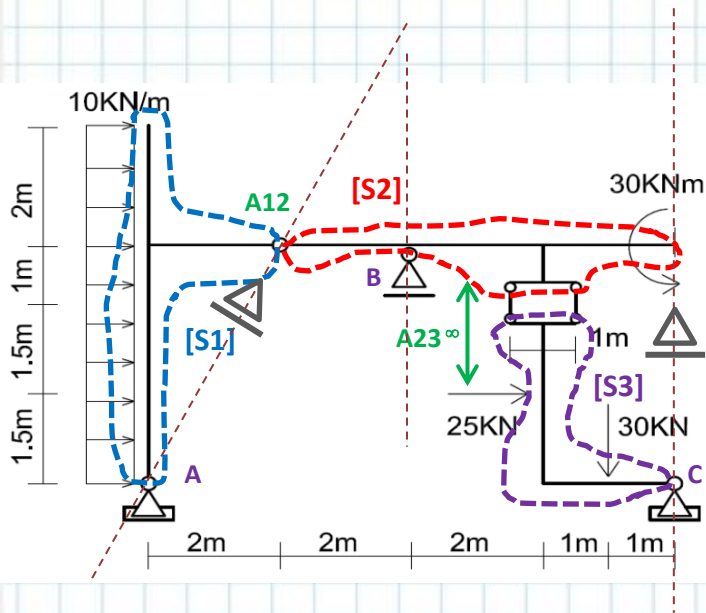
TP3

CUERPOS
VINCULADOS

F.I.U.B.A.
D.T.O. ESTABILIDAD
84.02/64.11
ESTABILIDAD 1

2 CUAT. 2020

CURSO 4
PARENTE



a) Análisis cinemático:

$n=3$, $GL=5$, $RVE=5$: Un fijo en A (2), Un móvil en B (1) y un fijo en C (2) por lo tanto sistema isostático.

[S1] tiene un fijo, un PF o polo en A, por lo que aporta un móvil (biela) ficticio a [S2] en la articulación A12.

[S3] tiene fijo, un PF o polo en C, por lo que aporta un móvil (biela) ficticio a [S2] en la articulación A23 impropia.

[S2] tiene 3 móviles con sus rectas de acción no concurrentes a un punto, por lo tanto está fija.

A12 y A23 son PF

[S1] y [S3] tienen dos PF, están fijas.

No hay vinculación aparente. Cinemáticamente estable

RESOLUCION
EN YOUTUBE

Cadena cinemática abierta de tres chapas

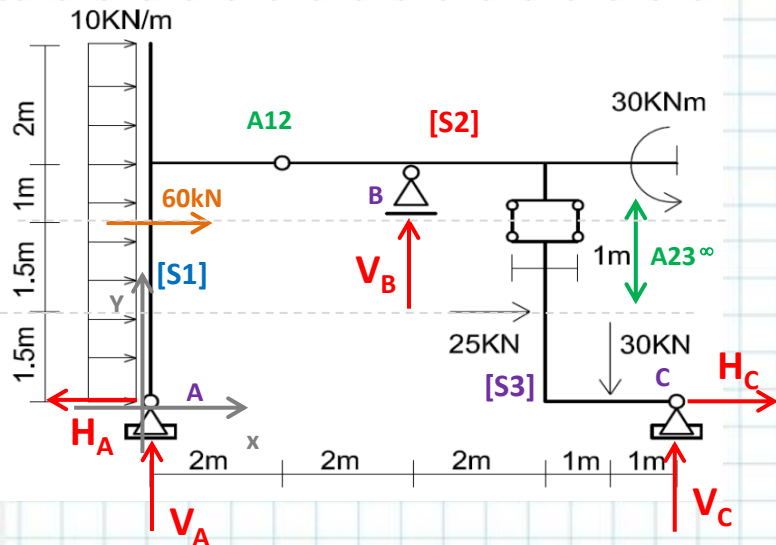
Dada la siguiente estructura se pide:

- Análisis cinemático.
- Reacciones de vínculo externo
- Diagrama de cuerpo libre

b) Reacciones de vínculo externo:

Primero vamos a poner en evidencia las reacciones de acuerdo a los apoyos. También elegimos un sistema de referencia.

Planteo de ecuaciones de equilibrio general y relativo



$$\begin{aligned}\sum F_x &= 60kN + 25kN - H_A + H_C = 0 \\ \sum F_y &= -30kN + V_A + V_B + V_C = 0 \\ \sum M^A &= -3m \cdot 60kN - 1.5m \cdot 25kN - 7m \cdot 30kN + 30kNm + 4m \cdot V_B + 8m \cdot V_C = 0 \\ \sum M_{[S1]}^{A12} &= 0 \vee \sum M_{[S1,S2]}^{A12} = 0 \\ \sum M_{[S1]}^{A12} &= +1m \cdot 60kN - 2m \cdot V_A - 4m \cdot H_A = 0 \\ \sum Fh_{[S3]}^{A23} &= 0 \vee \sum Fh_{[S1,S2]}^{A23} = 0 \\ \sum Fh_{[S3]}^{A23} &= 25kN + H_C = 0\end{aligned}$$

$$H_C = -25kN$$

$$H_A = 60kN$$

$$V_A = -90kN$$

$$V_C = -20.625kN$$

$$V_B = 140.625kN$$

RESOLUCION
EN YOUTUBE

Cadena cinemática abierta de tres chapas

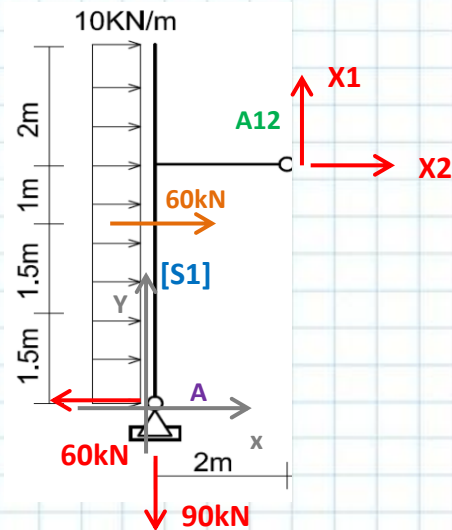
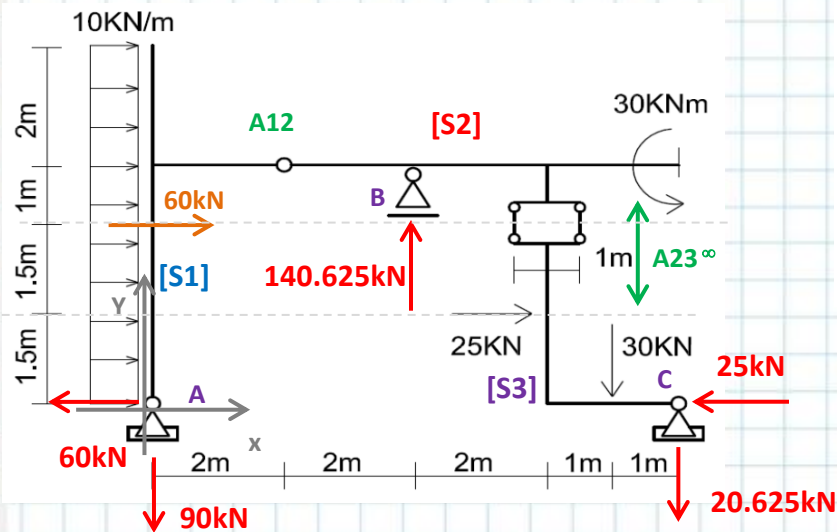
Dada la siguiente estructura se pide:

- Análisis cinemático.
- Reacciones de vínculo externo
- Diagrama de cuerpo libre

TEMA

TP3

CUERPOS
VINCULADOS



$$\sum F_x = -60kN + 60kN + X_2 = 0 \Rightarrow X_2 = 0$$

$$\sum F_y = -90kN + X_1 = 0 \Rightarrow X_1 = 90kN$$

$$\sum M^A = -3m \cdot 60kN + 2m \cdot 90kN = 0$$

RESOLUCION
EN YOUTUBE

Cadena cinemática abierta de tres chapas

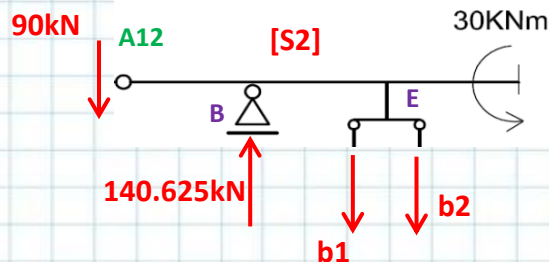
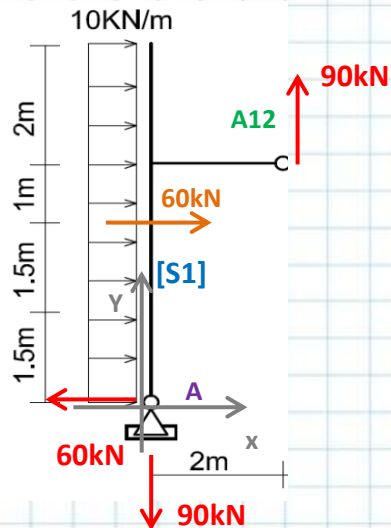
Dada la siguiente estructura se pide:

- Análisis cinemático.
- Reacciones de vínculo externo
- Diagrama de cuerpo libre

TEMA

TP3

CUERPOS
VINCULADOS



$$\sum F_x = 0$$

$$\sum F_y = -90 \text{ kN} + 140.625 \text{ kN} - b1 - b2 = 0$$

$$\sum M^E = +4.5 \text{ m} \cdot 90 \text{ kN} - 2.5 \text{ m} \cdot 140.625 \text{ kN} + 30 \text{ kNm} + 1 \text{ m} \cdot b1 = 0$$

$$b1 = -83.44 \text{ kN}$$

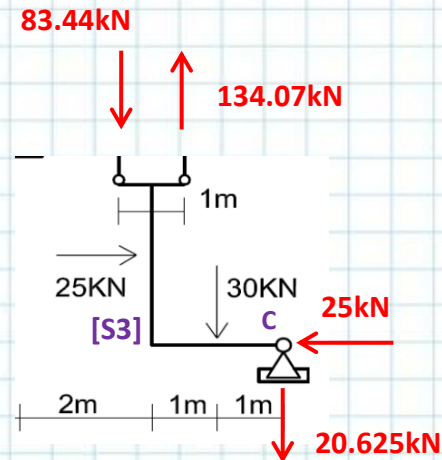
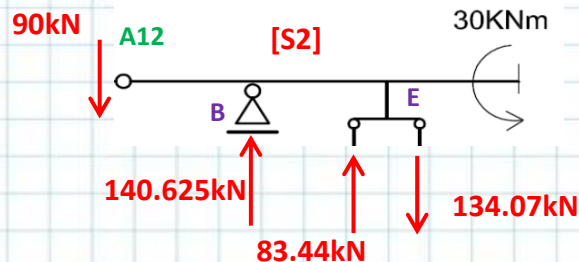
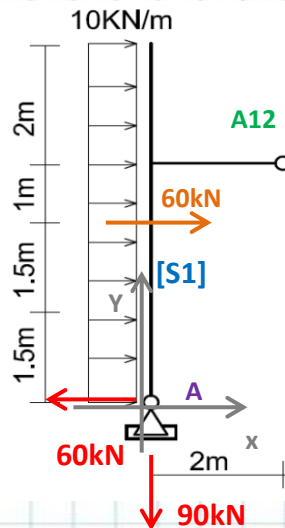
$$b2 = 134.07 \text{ kN}$$

RESOLUCION
EN YOUTUBE

Cadena cinemática abierta de tres chapas

Dada la siguiente estructura se pide:

- Análisis cinemático.
- Reacciones de vínculo externo
- Diagrama de cuerpo libre



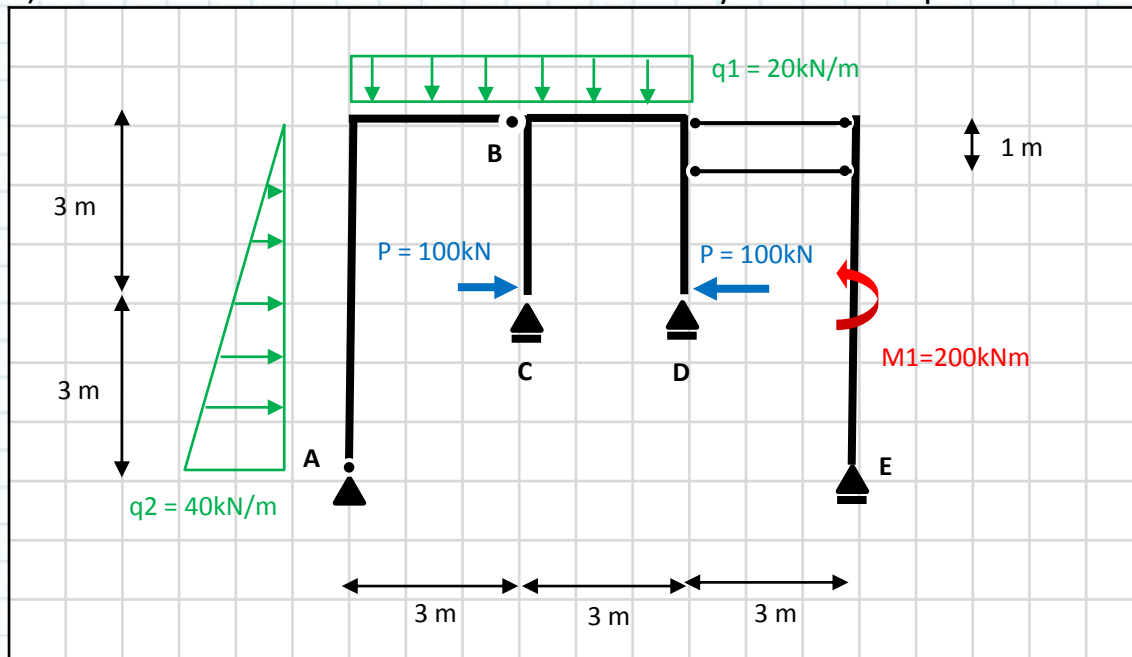
$$\sum F_x = 25\text{kN} - 25\text{kN} = 0$$

$$\sum F_y = -83.44\text{kN} + 134.07\text{kN} - 30\text{kN} - 20.625\text{kN} = 0$$

$$\sum M^C = +2.5\text{m} \cdot 83.44\text{kN} - 1.5\text{m} \cdot 134.07\text{kN} - 1.5\text{m} \cdot 25\text{kN} + 1\text{m} \cdot 30\text{kN} = 0$$

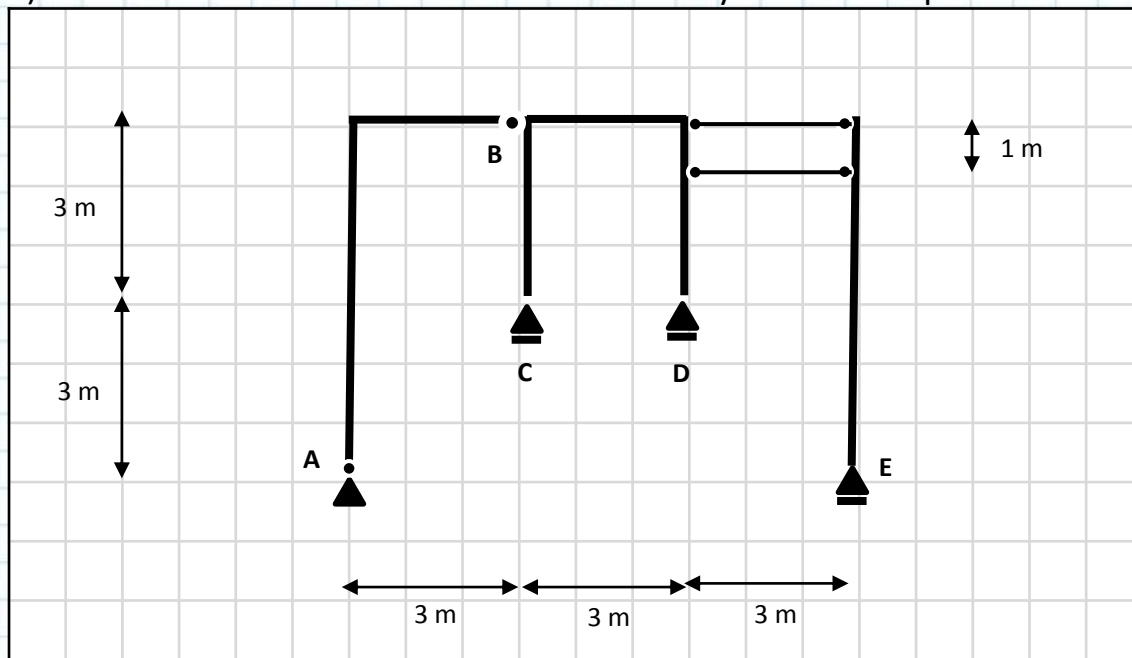
Problema de fuerzas distribuidas

- Realizar el análisis cinemático de la estructura.
- Obtener las reacciones de vínculo externo.
- Obtener las reacciones de vínculo interno y hacer el despiece de la estructura.



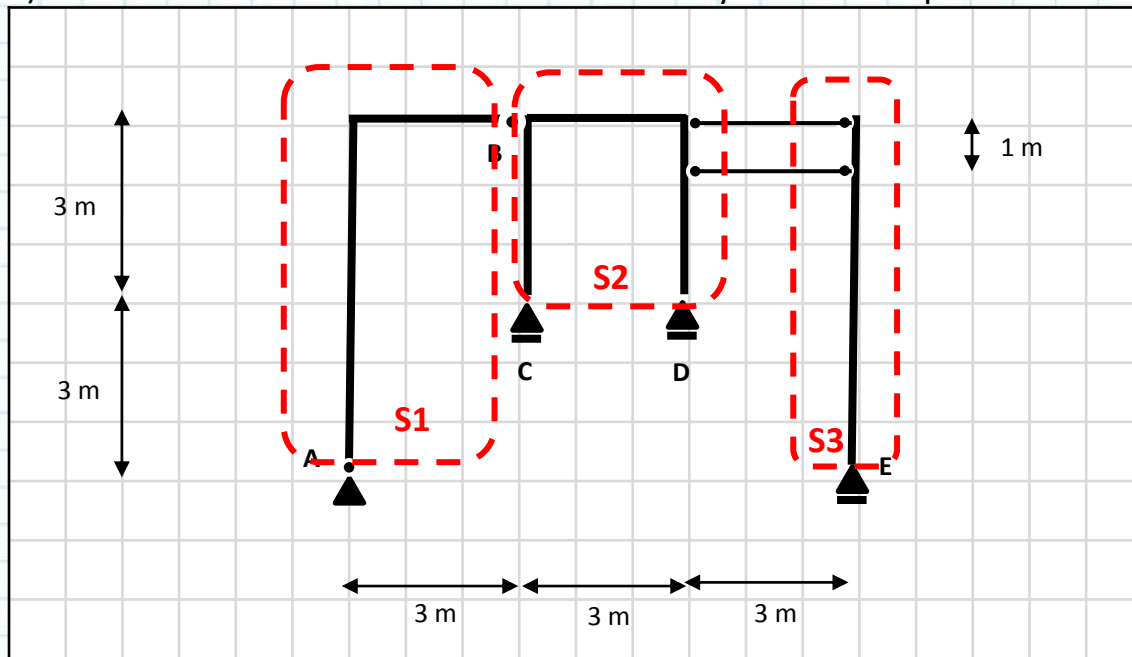
Problema de fuerzas distribuidas

- A) Realizar el análisis cinemático de la estructura.
- B) Obtener las reacciones de vínculo externo.
- C) Obtener las reacciones de vínculo interno y hacer el despiece de la estructura.



Problema de fuerzas distribuidas

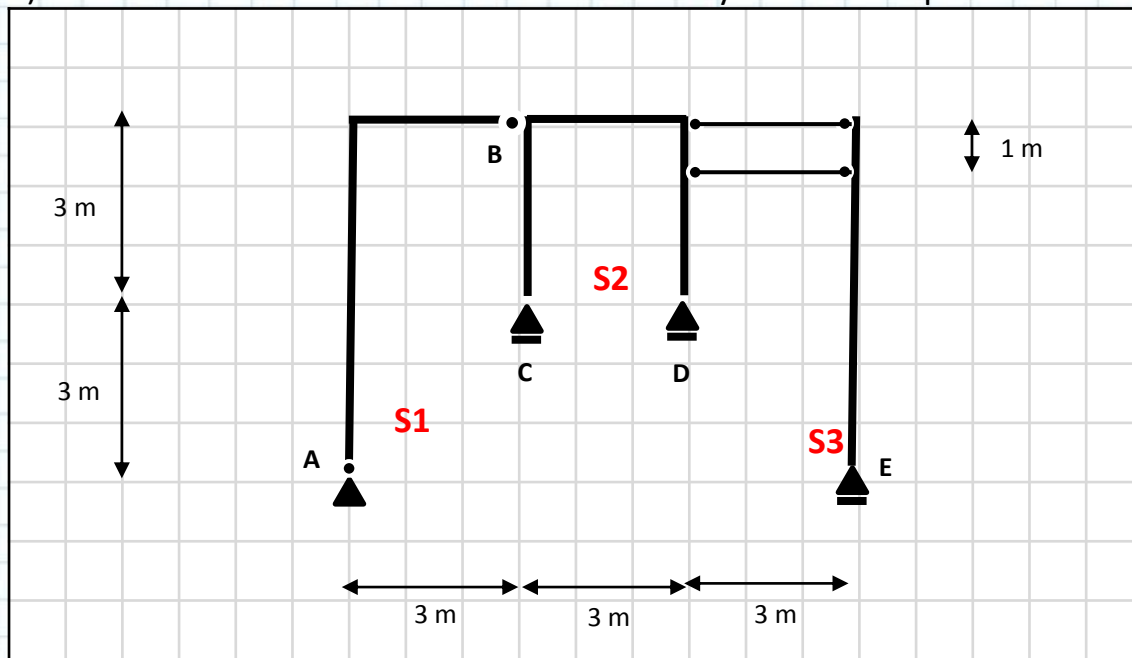
- Realizar el análisis cinemático de la estructura.
- Obtener las reacciones de vínculo externo.
- Obtener las reacciones de vínculo interno y hacer el despiece de la estructura.



Nombramos las chapas

Problema de fuerzas distribuidas

- Realizar el análisis cinemático de la estructura.
- Obtener las reacciones de vínculo externo.
- Obtener las reacciones de vínculo interno y hacer el despiece de la estructura.



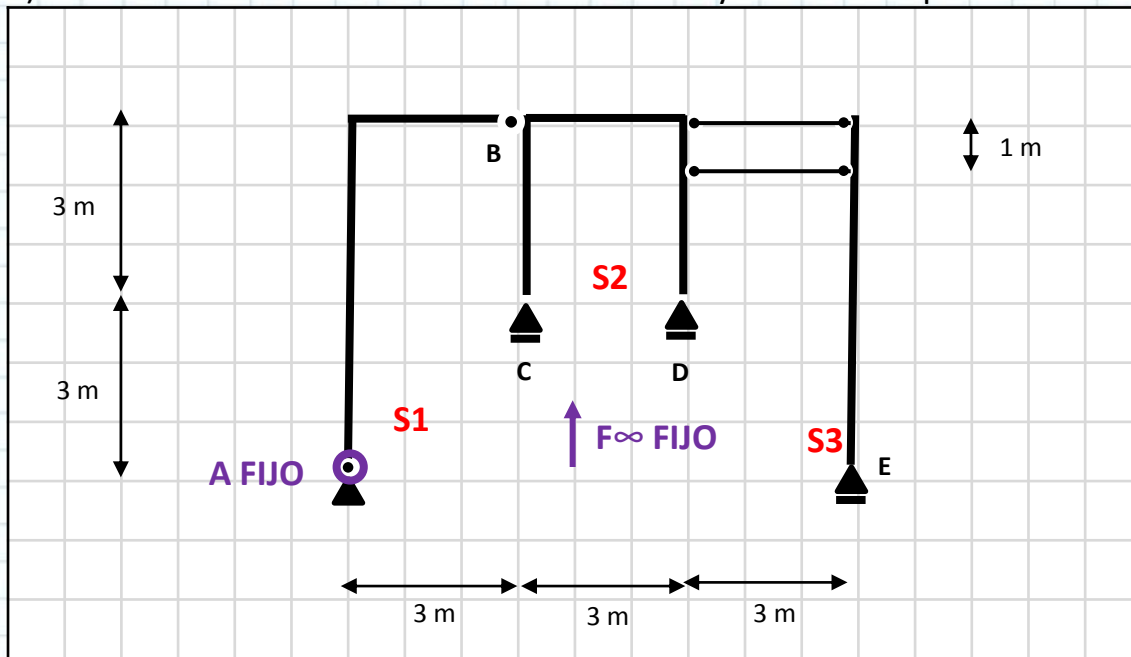
Nombramos las chapas
Determinamos el número de condiciones de vínculo y el número de grados de libertad

$$N_{cvin} = 2(A) + 1(C) + 1(D) + 1(E) = 5$$

$$N_{GL} = N_{chapas} + 2 = 5$$

Problema de fuerzas distribuidas

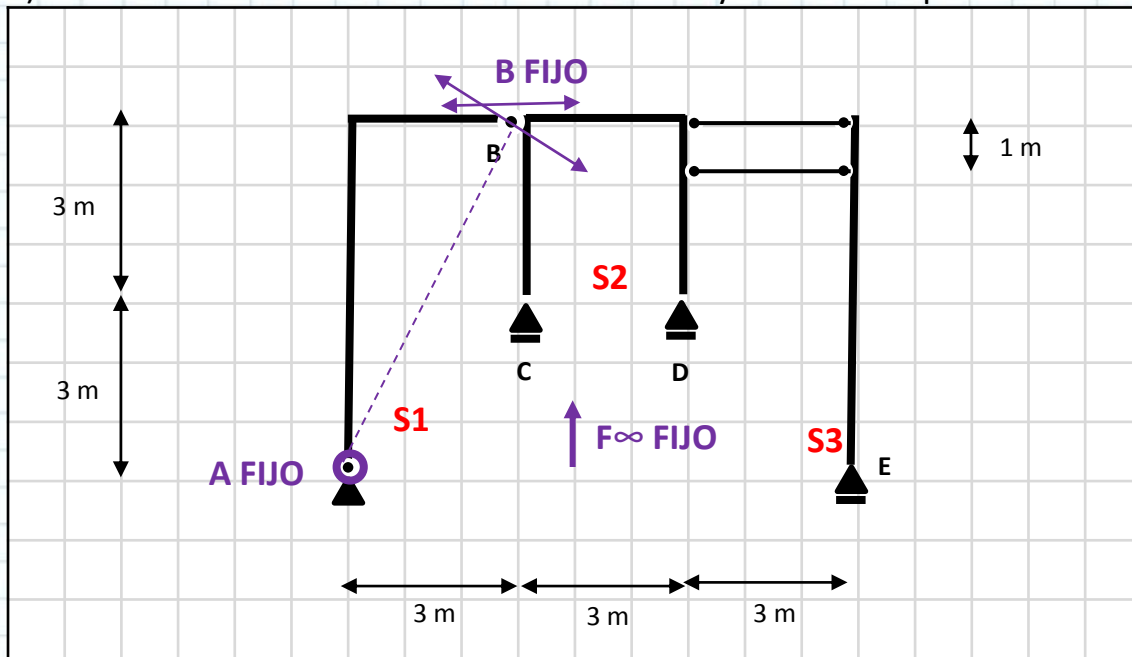
- Realizar el análisis cinemático de la estructura.
- Obtener las reacciones de vínculo externo.
- Obtener las reacciones de vínculo interno y hacer el despiece de la estructura.



- Nombramos las chapas**
Determinamos el número de condiciones de vínculo y el número de grados de libertad
Análisis de vinculación aparente.
- S1 Tiene un punto fijo (A)
 - S2 Tiene un punto fijo (F)

Problema de fuerzas distribuidas

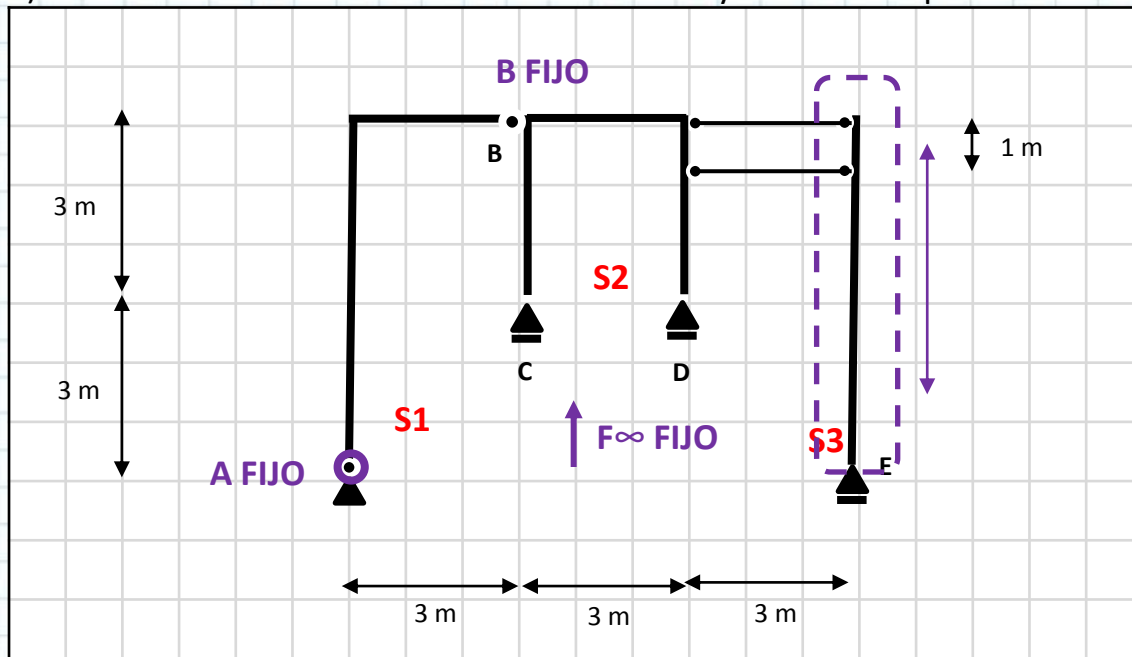
- Realizar el análisis cinemático de la estructura.
- Obtener las reacciones de vínculo externo.
- Obtener las reacciones de vínculo interno y hacer el despiece de la estructura.



- Nombramos las chapas**
Determinamos el número de condiciones de vínculo y el número de grados de libertad
Análisis de vinculación aparente.
- S1 Tiene un punto fijo (A)
 - S2 Tiene un punto fijo (F)
 - B es un punto fijo y es común a las chapas S1 y S2.
 - Como S1 y S2 tienen al menos 2 puntos fijos, S1 y S2 están fijas.

Problema de fuerzas distribuidas

- Realizar el análisis cinemático de la estructura.
- Obtener las reacciones de vínculo externo.
- Obtener las reacciones de vínculo interno y hacer el despiece de la estructura.



Nombramos las chapas
Determinamos el número de condiciones de vínculo y el número de grados de libertad

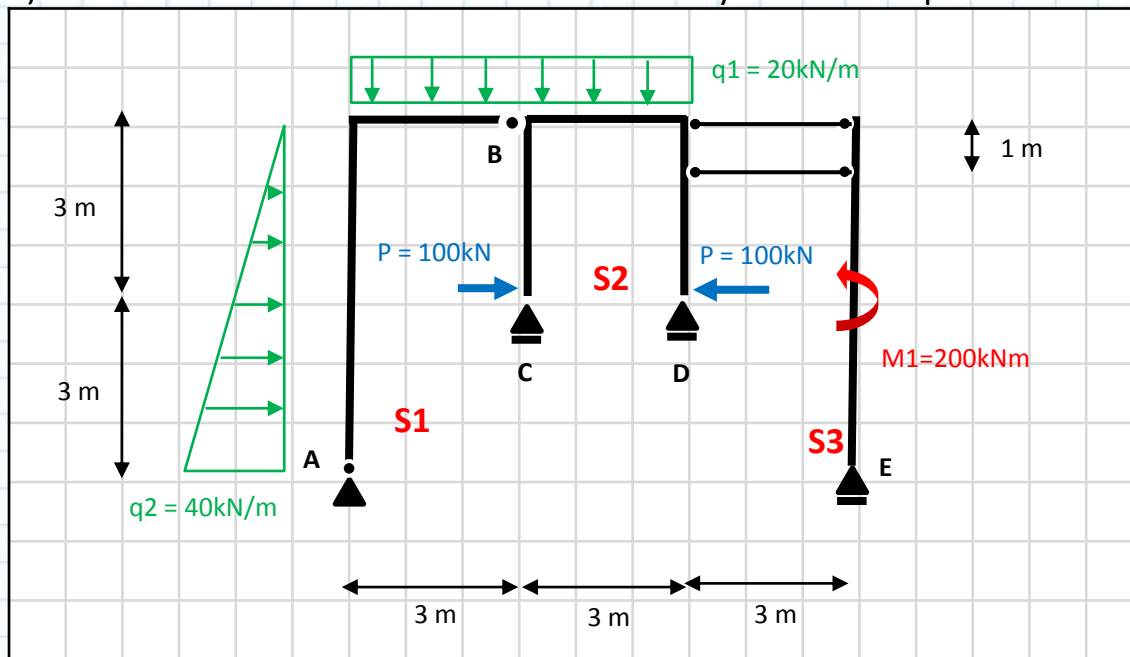
Análisis de vinculación aparente.

- S1 Tiene un punto fijo (A)
- S2 Tiene un punto fijo (F)
- B es un punto fijo y es común a las chapas S1 y S2.
- Como S1 y S2 tienen al menos 2 puntos fijos, S1 y S2 están fijas.
- Como S2 está fija, el único desplazamiento posible para S3 es el desplazamiento vertical, pero se ve impedido por el apoyo móvil en E.

EL SISTEMA ES CINEMÁTICAMENTE ESTABLE.

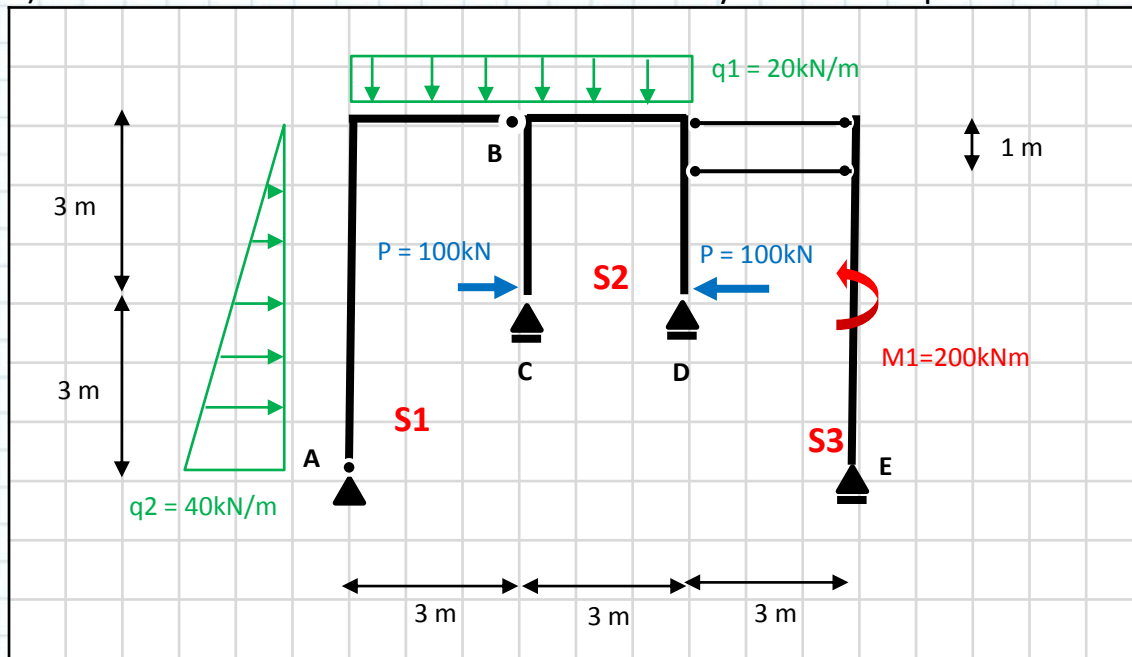
Problema de fuerzas distribuidas

- Realizar el análisis cinemático de la estructura.
- Obtener las reacciones de vínculo externo.**
- Obtener las reacciones de vínculo interno y hacer el despiece de la estructura.



Problema de fuerzas distribuidas

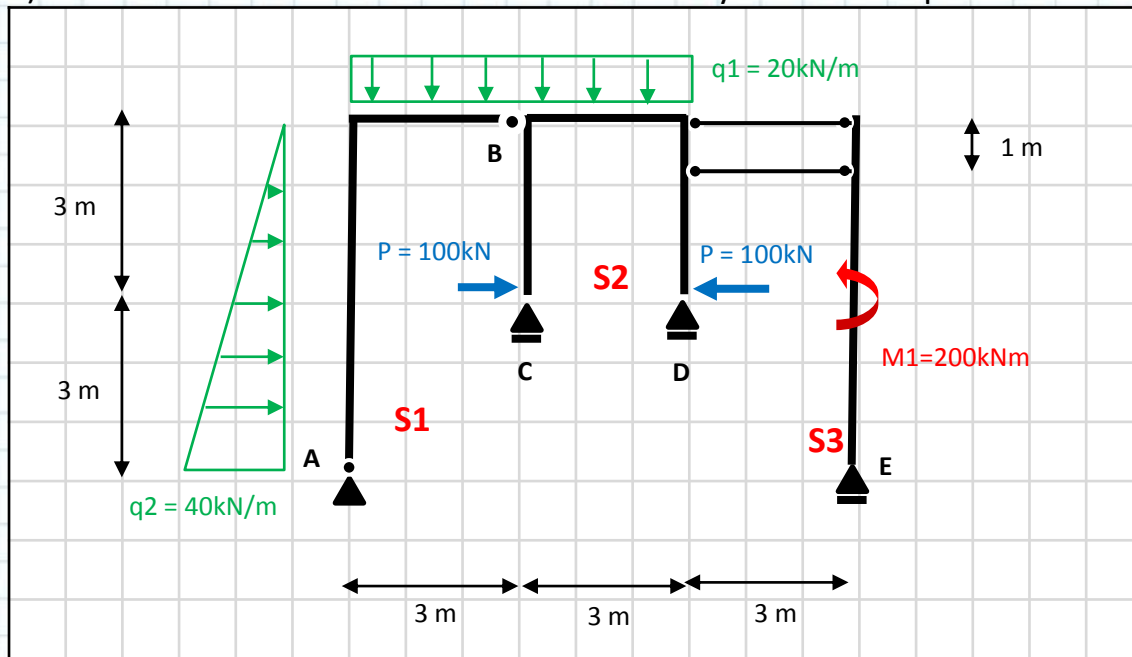
- Realizar el análisis cinemático de la estructura.
- Obtener las reacciones de vínculo externo.**
- Obtener las reacciones de vínculo interno y hacer el despiece de la estructura.



¿Qué armamento de ecuaciones podemos plantear para resolver este ejercicio?

Problema de fuerzas distribuidas

- Realizar el análisis cinemático de la estructura.
- Obtener las reacciones de vínculo externo.**
- Obtener las reacciones de vínculo interno y hacer el despiece de la estructura.

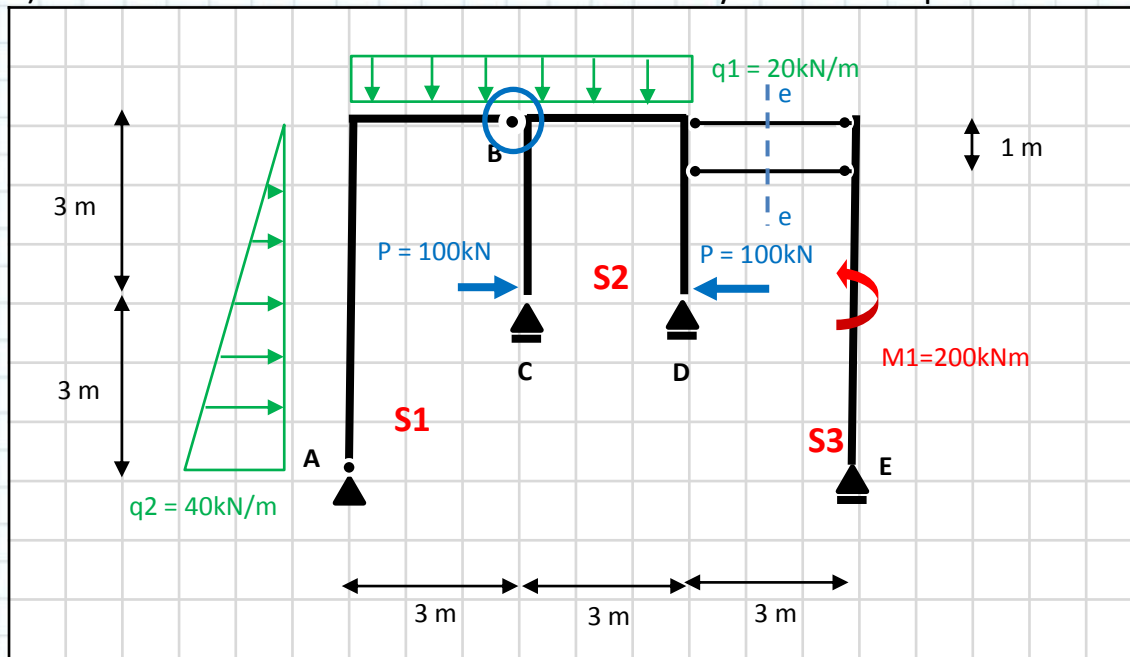


¿Qué armamento de ecuaciones podemos plantear para resolver este ejercicio?

Equilibrio absoluto: $\sum F_x = 0$; $\sum F_y = 0$; $\sum M_o = 0$

Problema de fuerzas distribuidas

- Realizar el análisis cinemático de la estructura.
- Obtener las reacciones de vínculo externo.**
- Obtener las reacciones de vínculo interno y hacer el despiece de la estructura.



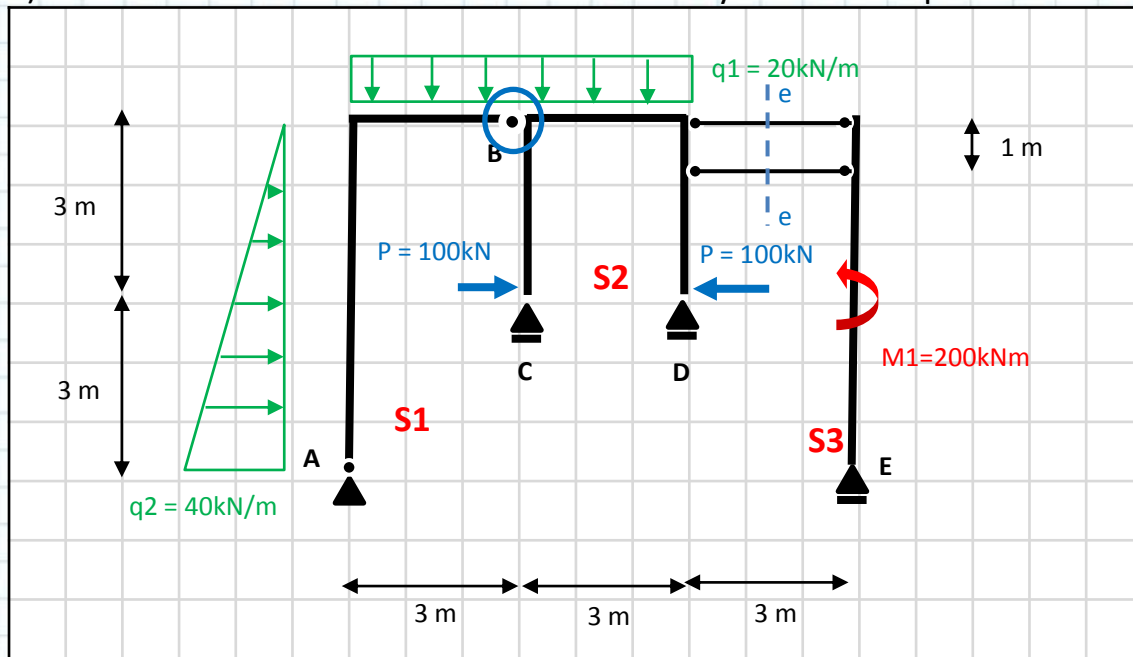
¿Qué armamento de ecuaciones podemos plantear para resolver este ejercicio?

Equilibrio absoluto: $\sum F_x = 0$; $\sum F_y = 0$; $\sum M_o = 0$

Equilibrio relativo: $\sum F_{e-e}^{S_3} = 0$; $\sum F_{e-e}^{S_1+S_2} = 0$; $\sum M_B^{S_1} = 0$; $\sum M_B^{S_2+S_3} = 0$

Problema de fuerzas distribuidas

- Realizar el análisis cinemático de la estructura.
- Obtener las reacciones de vínculo externo.**
- Obtener las reacciones de vínculo interno y hacer el despiece de la estructura.



¿Qué armamento de ecuaciones podemos plantear para resolver este ejercicio?

Cuidado con:

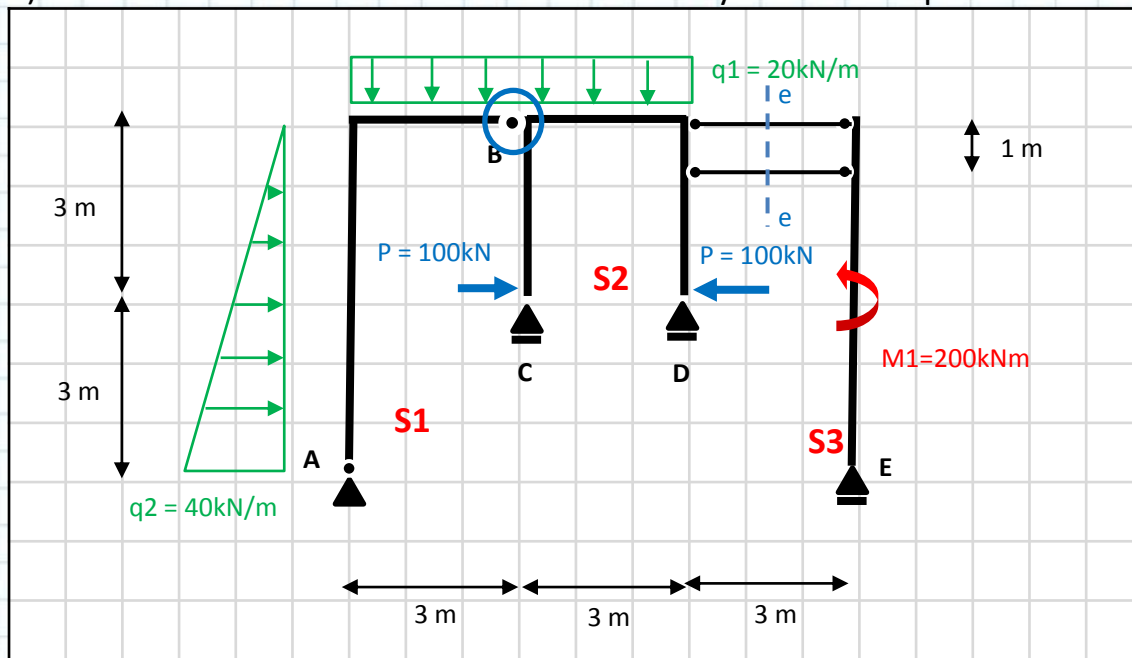
- Elegir 1 ecuación que sea combinación lineal de otras.
- Tomar equilibrio relativo respecto de la articulación abierta.

Equilibrio absoluto: $\sum F_x = 0$; $\sum F_y = 0$; $\sum M_o = 0$

Equilibrio relativo: $\sum F_{e-e}^{S3} = 0$; $\sum F_{e-e}^{S1+S2} = 0$; $\sum M_B^{S1} = 0$; $\sum M_B^{S2+S3} = 0$

Problema de fuerzas distribuidas

- Realizar el análisis cinemático de la estructura.
- Obtener las reacciones de vínculo externo.
- Obtener las reacciones de vínculo interno y hacer el despiece de la estructura.



Vamos a utilizar estas:

$$\sum F_x = 0$$

$$\sum F_{e-e}^{S3} = 0$$

$$\sum F_{e-e}^{S1+S2} = 0$$

$$\sum M_B^{S1} = 0$$

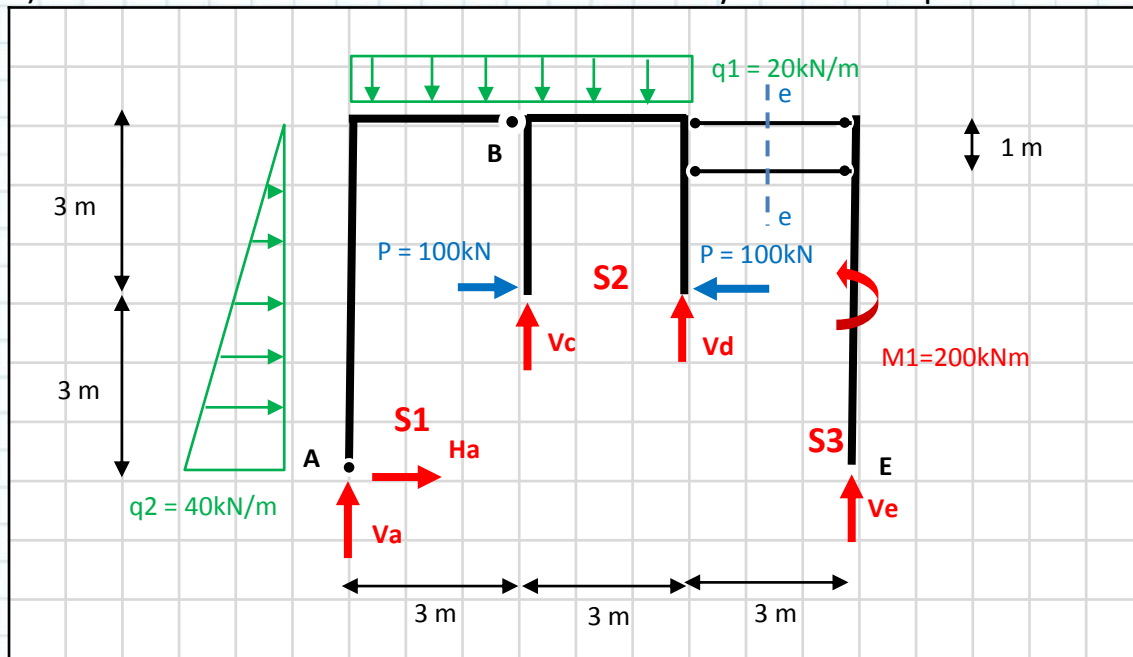
$$\sum M_B^{S2+S3} = 0$$

Equilibrio absoluto: $\sum F_x = 0$; $\sum F_y = 0$; $\sum M_o = 0$

Equilibrio relativo: $\sum F_{e-e}^{S3} = 0$; $\sum F_{e-e}^{S1+S2} = 0$; $\sum M_B^{S1} = 0$; $\sum M_B^{S2+S3} = 0$

Problema de fuerzas distribuidas

- Realizar el análisis cinemático de la estructura.
- Obtener las reacciones de vínculo externo.
- Obtener las reacciones de vínculo interno y hacer el despiece de la estructura.



Vamos a utilizar estas:

$$\sum F_x = 0$$

$$\sum F_{e-e}^{S3} = 0$$

$$\sum F_{e-e}^{S1+S2} = 0$$

$$\sum M_B^{S1} = 0$$

$$\sum M_B^{S2+S3} = 0$$

Problema de fuerzas distribuidas

- Realizar el análisis cinemático de la estructura.
- Obtener las reacciones de vínculo externo.**
- Obtener las reacciones de vínculo interno y hacer el despiece de la estructura.

TEMA

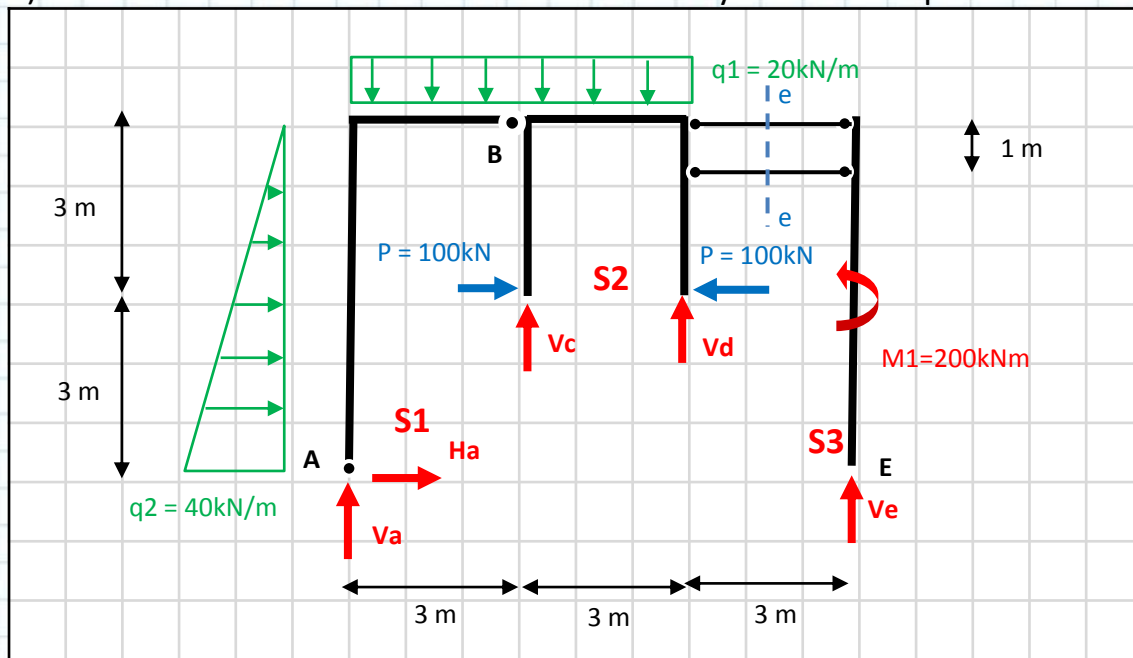
TP3

CUERPOS
VINCULADOS

F.I.U.B.A.
D.T.O. ESTABILIDAD
84.02/64.11
ESTABILIDAD 1

2 CUAT. 2020

CURSO 4
PARENTE



Vamos a utilizar estas:

$$\sum F_x = 0$$

$$\sum F_{e-e}^{S3} = 0$$

$$\sum F_{e-e}^{S1+S2} = 0$$

$$\sum M_B^{S1} = 0$$

$$\sum M_B^{S2+S3} = 0$$

$$\sum F_x = 0 \quad \frac{q_2 \cdot 6m}{2} + H_a + P - P = 0 \quad \sum F_e(S3) = 0 \quad V_e = 0 \quad \sum F_e(S1 + S2) = 0 \quad V_a + V_c + V_d - q_1 \cdot 6m = 0$$

$$\sum M_B(S1) = 0 \quad -V_a \cdot 3m + H_a \cdot 6m + \frac{q_2 \cdot 6m}{2} \cdot \frac{2 \cdot 6m}{3} + q_1 \cdot 3m \cdot \frac{3m}{2} = 0 \quad \sum M_B(S2 + S3) = 0 \quad P \cdot 3m - P \cdot 3m + V_d \cdot 3m + M1 + V_e \cdot 6m - q_1 \cdot 3m \cdot \frac{3m}{2} = 0$$

Problema de fuerzas distribuidas

- Realizar el análisis cinemático de la estructura.
- Obtener las reacciones de vínculo externo.
- Obtener las reacciones de vínculo interno y hacer el despiece de la estructura.

TEMA

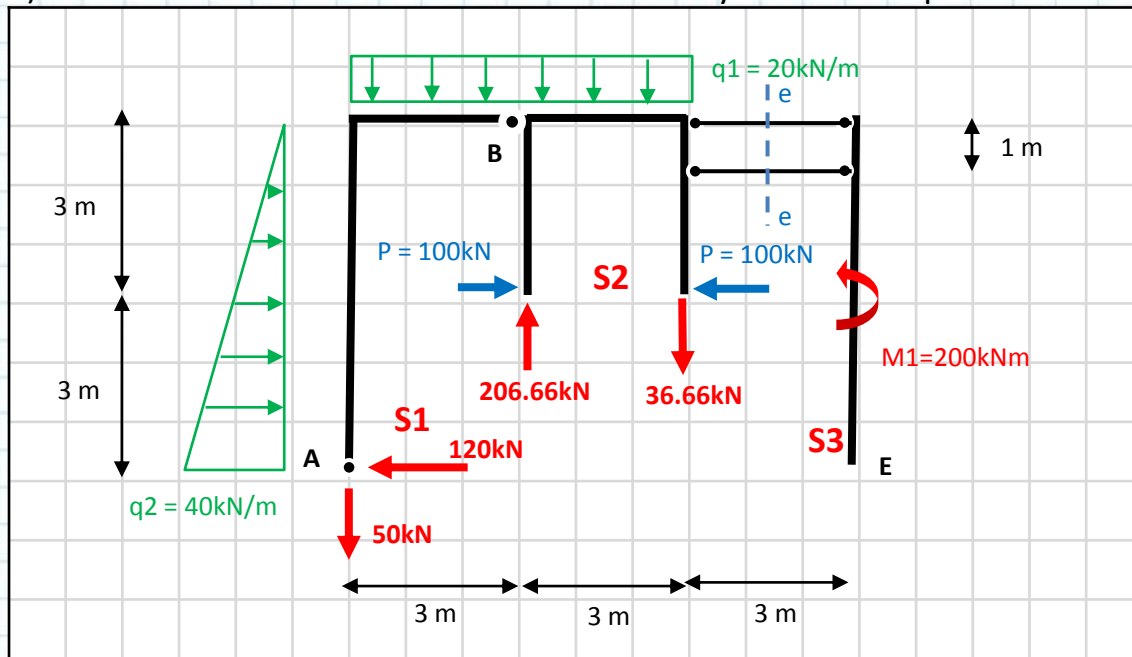
TP3

CUERPOS
VINCULADOS

F.I.U.B.A.
D.T.O. ESTABILIDAD
84.02/64.11
ESTABILIDAD 1

2 CUAT. 2020

CURSO 4
PARENTE



Vamos a utilizar estas:

$$\sum F_x = 0$$

$$\sum F_{e-e}^{S3} = 0$$

$$\sum F_{e-e}^{S1+S2} = 0$$

$$\sum M_B^{S1} = 0$$

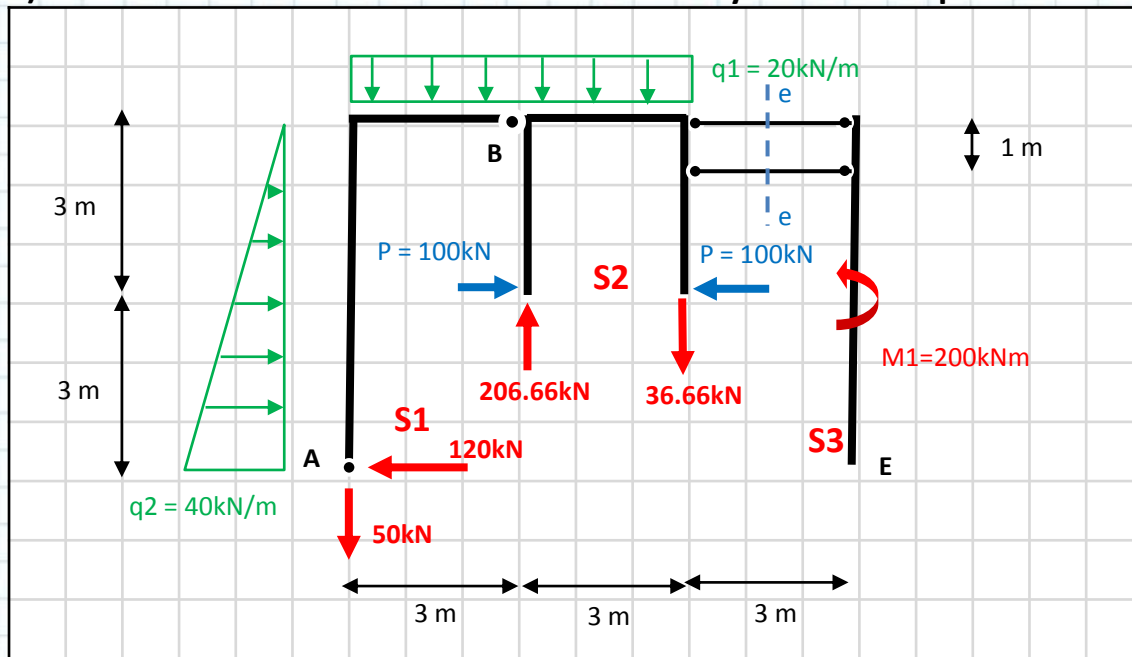
$$\sum M_B^{S2+S3} = 0$$

$$\sum F_x = 0 \quad \frac{q_2 \cdot 6m}{2} + H_a + P - P = 0 \quad \sum F_e(S3) = 0 \quad V_e = 0 \quad \sum F_e(S1 + S2) = 0 \quad V_a + V_c + V_d - q_1 \cdot 6m = 0$$

$$\sum M_B(S1) = 0 \quad -V_a \cdot 3m + H_a \cdot 6m + \frac{q_2 \cdot 6m}{2} \cdot \frac{2 \cdot 6m}{3} + q_1 \cdot 3m \cdot \frac{3m}{2} = 0 \quad \sum M_B(S2 + S3) = 0 \quad P \cdot 3m - P \cdot 3m + V_d \cdot 3m + M_1 + V_e \cdot 6m - q_1 \cdot 3m \cdot \frac{3m}{2} = 0$$

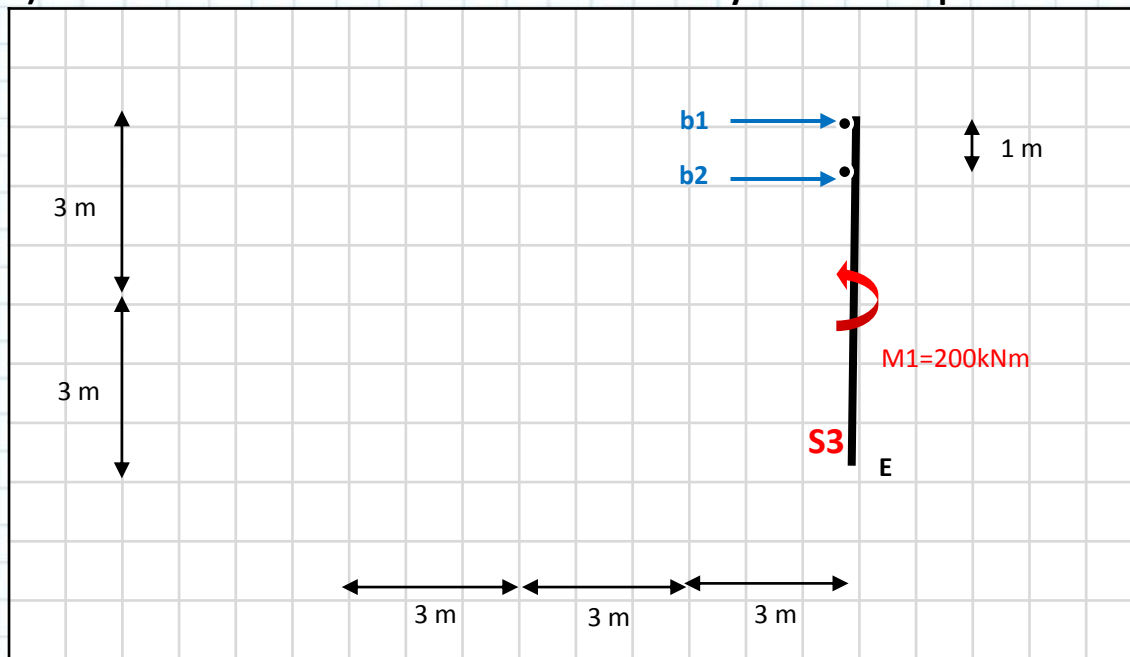
Problema de fuerzas distribuidas

- Realizar el análisis cinemático de la estructura.
- Obtener las reacciones de vínculo externo.
- Obtener las reacciones de vínculo interno y hacer el despiece de la estructura.



Problema de fuerzas distribuidas

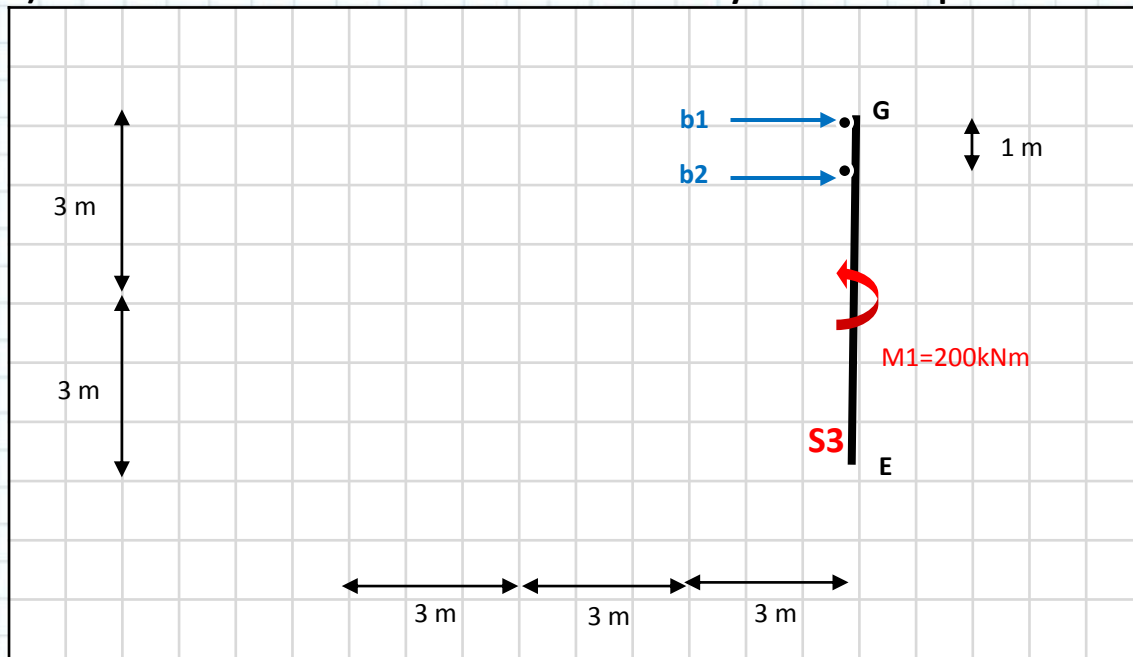
- Realizar el análisis cinemático de la estructura.
- Obtener las reacciones de vínculo externo.
- Obtener las reacciones de vínculo interno y hacer el despiece de la estructura.**



Empezamos con la chapa S3.
La desvinculamos y ponemos en evidencia las reacciones de vínculo interno.

Problema de fuerzas distribuidas

- Realizar el análisis cinemático de la estructura.
- Obtener las reacciones de vínculo externo.
- Obtener las reacciones de vínculo interno y hacer el despiece de la estructura.



Empezamos con la chapa S3.

La desvinculamos y ponemos en evidencia las reacciones de vínculo interno.

Esta chapa aislada debe estar en equilibrio, por lo que planteamos las expresiones de equilibrio absoluto

$$\sum F_x = 0 \quad b1 + b2 = 0$$

$$\sum F_y = 0$$

$$\sum M_G = 0 \quad b2 \cdot 1m + M1 = 0$$

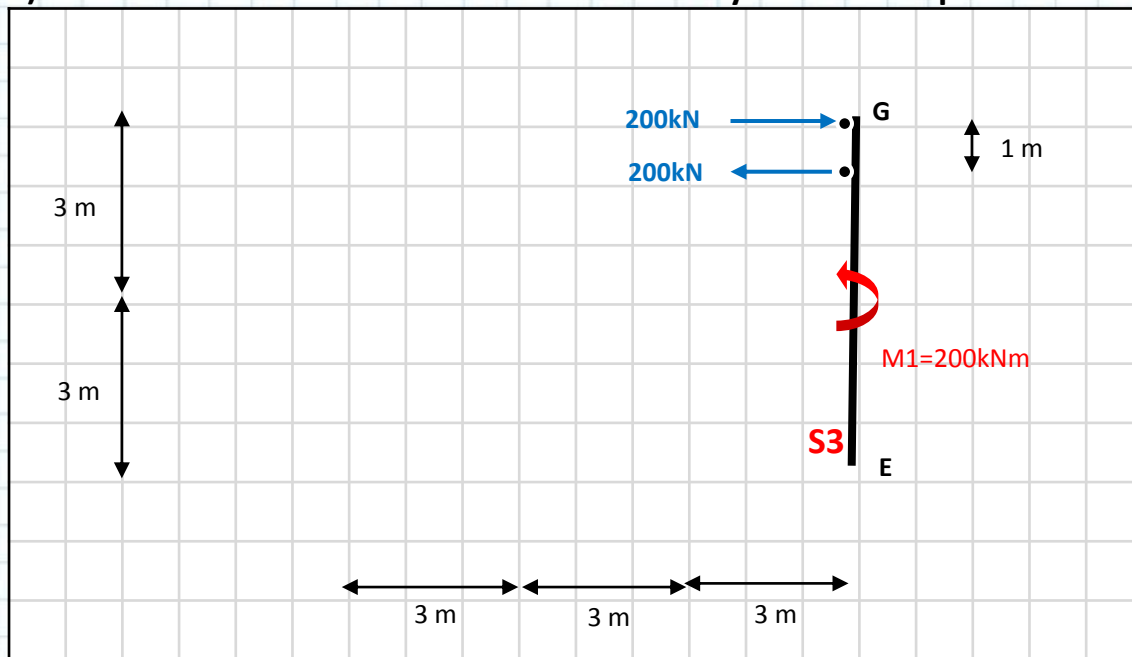
Problema de fuerzas distribuidas

- Realizar el análisis cinemático de la estructura.
- Obtener las reacciones de vínculo externo.
- Obtener las reacciones de vínculo interno y hacer el despiece de la estructura.

TEMA

TP3

CUERPOS
VINCULADOS



Empezamos con la chapa S3.

La desvinculamos y ponemos en evidencia las reacciones de vínculo interno.

Esta chapa aislada debe estar en equilibrio, por lo que planteamos las expresiones de equilibrio absoluto

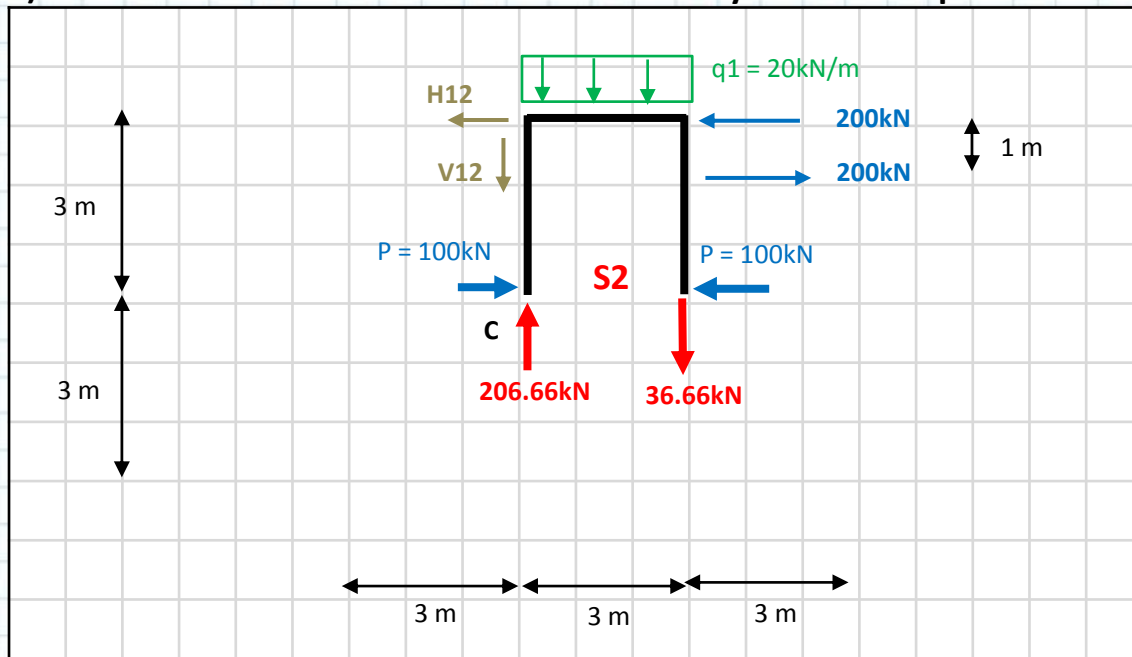
$$\sum F_x = 0 \quad b1 + b2 = 0$$

$$\sum F_y = 0$$

$$\sum M_G = 0 \quad b2 \cdot 1\text{m} + M1 = 0$$

Problema de fuerzas distribuidas

- Realizar el análisis cinemático de la estructura.
- Obtener las reacciones de vínculo externo.
- Obtener las reacciones de vínculo interno y hacer el despiece de la estructura.



Vamos con la chapa S2.

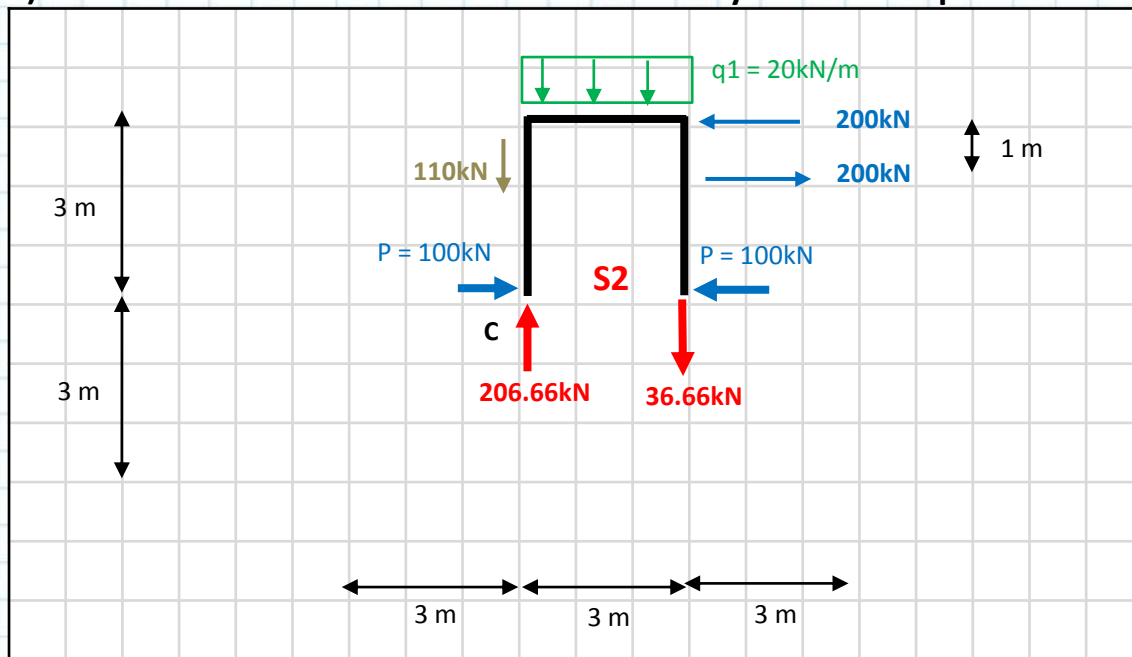
Esta chapa aislada debe estar en equilibrio, por lo que planteamos las expresiones de equilibrio absoluto

$$\sum F_x = 0 \quad P - P + 200 \text{ kN} - 200 \text{ kN} - H_{12} = 0$$

$$\sum F_y = 0 \quad 236.66 \text{ kN} - 66.66 \text{ kN} - q_1 \cdot 3 \text{ m} - V_{12} = 0 \quad \sum M_C = 0 \quad -36.66 \text{ kN} \cdot 3 \text{ m} - 200 \text{ kN} \cdot 2 \text{ m} + 200 \text{ kN} \cdot 3 \text{ m} + H_{12} \cdot 3 \text{ m} - q_1 \cdot 3 \text{ m} \cdot \frac{3 \text{ m}}{2} = 0.02 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Problema de fuerzas distribuidas

- Realizar el análisis cinemático de la estructura.
- Obtener las reacciones de vínculo externo.
- Obtener las reacciones de vínculo interno y hacer el despiece de la estructura.



Vamos con la chapa S2.

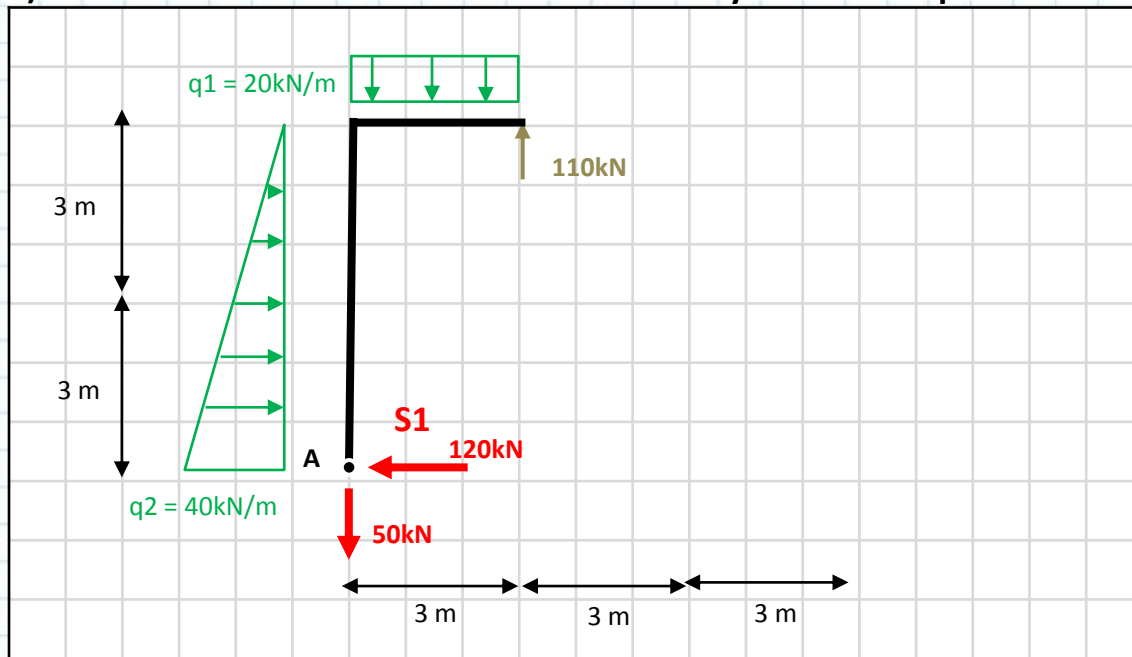
Esta chapa aislada debe estar en equilibrio, por lo que planteamos las expresiones de equilibrio absoluto

$$\sum F_x = 0 \quad P - P + 200 \text{ kN} - 200 \text{ kN} - H_{12} = 0$$

$$\sum F_y = 0 \quad 236.66 \text{ kN} - 66.66 \text{ kN} - q_1 \cdot 3 \text{ m} - V_{12} = 0 \quad \sum M_G = 0 \quad -36.66 \text{ kN} \cdot 3 \text{ m} - 200 \text{ kN} \cdot 2 \text{ m} + 200 \text{ kN} \cdot 3 \text{ m} + H_{12} \cdot 3 \text{ m} - q_1 \cdot 3 \text{ m} \cdot \frac{3 \text{ m}}{2} = 0.02 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Problema de fuerzas distribuidas

- Realizar el análisis cinemático de la estructura.
- Obtener las reacciones de vínculo externo.
- Obtener las reacciones de vínculo interno y hacer el despiece de la estructura.



Verificamos con la chapa S1.

Esta chapa aislada debe estar en equilibrio, por lo que planteamos las expresiones de equilibrio absoluto

$$\sum F_x = 0 \quad -120\text{kN} + \frac{q_2 \cdot 6\text{m}}{2} = 0 \text{ N}$$

$$\sum F_y = 0 \quad -50\text{kN} - q_1 \cdot 3\text{m} + 110\text{kN} = 0 \text{ N}$$

$$\sum M_A = 0 \quad \frac{-q_2 \cdot 6\text{m}}{2} \cdot \frac{6\text{m}}{3} - q_1 \cdot 3\text{m} \cdot \frac{3\text{m}}{2} + 110\text{kN} \cdot 3\text{m} = 0 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Cadena Cinemática abierta de tres chapas

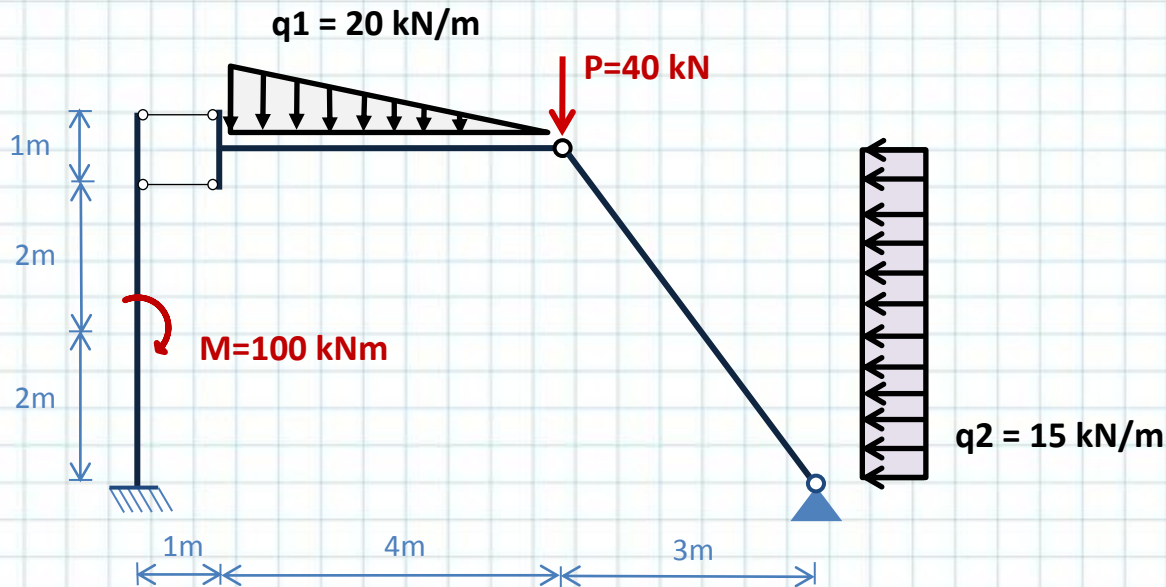
Dado la siguiente estructura se pide:

- Análisis Cinemático
- Reacciones de vínculo externo
- Despiece de cada chapa

TEMA

TP3

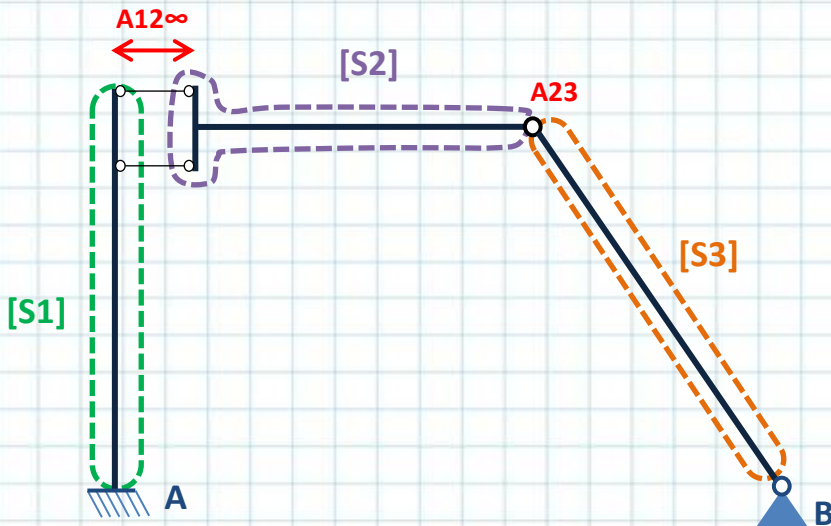
CUERPOS
VINCULADOS



Cadena Cinemática abierta de tres chapas

Dado la siguiente estructura se pide:

- Análisis Cinemático**
- Reacciones de vínculo externo
- Despiece de cada chapa



Análisis Cinemático

Tenemos una cadena abierta de tres chapas. ($n=3$)

$$GL=n+2=5$$

$CV=5$ (el empotramiento aporta 3 y el apoyo fijo aporta 2)

Entonces, el sistema es isostático.

La chapa [S1] está empotrada, y por lo tanto está fija. Entonces, el punto $A12\infty$ es un punto fijo, tanto de la chapa [S1] como de la chapa [S2].

Por otro lado, la chapa [S3] tiene un punto fijo en B.

[S2] y [S3] forman un arco triarticulado con sus articulaciones no alineadas, por lo tanto, ambas chapas están fijas.

Por lo tanto, no hay vinculación aparente.

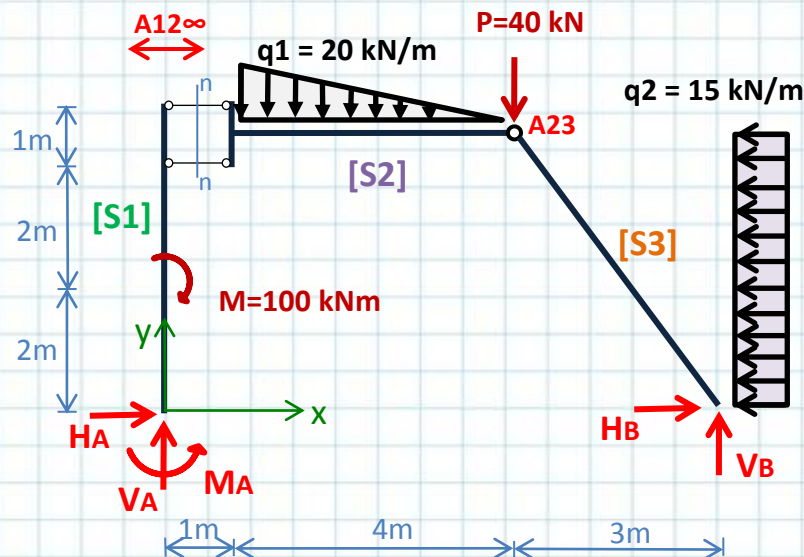


El sistema es cinemáticamente estable.

Cadena Cinemática abierta de tres chapas

Dado la siguiente estructura se pide:

- Análisis Cinemático
- Reacciones de vínculo externo**
- Despiece de cada chapa



Datos

$$P := 40 \text{ kN} \quad q_1 := 20 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \quad q_2 := 15 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \quad M := 100 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

ECUACIONES DE EQUILIBRIO ABSOLUTO

$$\Sigma F_x = 0 \quad H_A + H_B - q_2 \cdot 4.5 \cdot m = 0$$

$$\Sigma F_y = 0 \quad V_A + V_B - q_1 \cdot \frac{4m}{2} - P = 0$$

$$\Sigma M^A = 0 \quad M_A + V_B \cdot 8m + q_2 \cdot \frac{(4.5 \cdot m)^2}{2} - P \cdot 5m - q_1 \cdot \frac{4m}{2} \cdot \left(1 + \frac{4}{3}\right) \cdot m - M = 0$$

ECUACIONES DE EQUILIBRIO RELATIVO

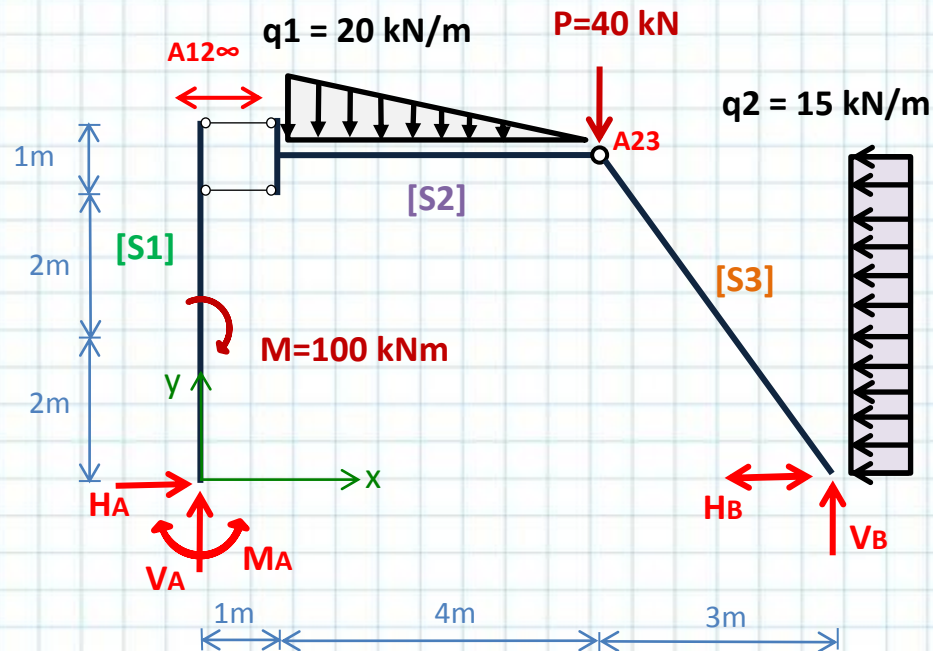
$$\Sigma F_n - n[S1] = 0 \quad v_A = 0$$

$$\Sigma M^{A23}[S3] = 0 \quad V_B \cdot 3 \cdot m + H_B \cdot 4.5m - q_2 \cdot \frac{(4.5 \cdot m)^2}{2} = 0$$

Cadena Cinemática abierta de tres chapas

Dado la siguiente estructura se pide:

- Análisis Cinemático
- Reacciones de vínculo externo
- Despiece de cada chapa



$$X := \text{find}(H_A, V_A, M_A, H_B, V_B)$$

$$X = \begin{pmatrix} 87.083 \\ 0 \\ -398.542 \\ -19.583 \\ 80 \end{pmatrix}$$

$$H_A = 87.083 \text{ kN}$$

$$V_A = 0 \text{ kN}$$

$$M_A = -398.542 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$H_B = -19.583 \text{ kN}$$

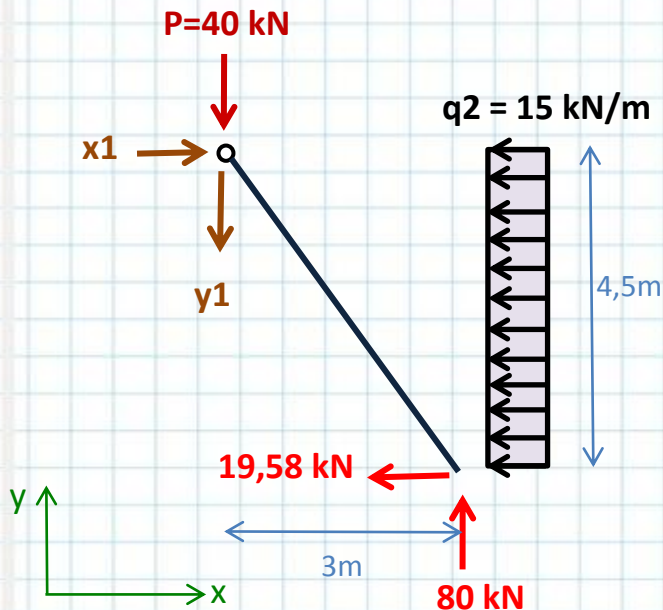
$$V_B = 80 \text{ kN}$$

Cadena Cinemática abierta de tres chapas

Dado la siguiente estructura se pide:

- Análisis Cinemático
- Reacciones de vínculo externo
- Despiece de cada chapa**

Chapa [S3]



$$\sum F_x = x_1 - 19.58 \text{ kN} - 15 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \cdot 4.5 \text{ m} = 0 \quad \Rightarrow \quad x_1 = 87.08 \text{ kN}$$

$$\sum F_y = 80 \text{ kN} - y_1 - 40 \text{ kN} = 0 \quad \Rightarrow \quad y_1 = 40 \text{ kN}$$

Chequeo

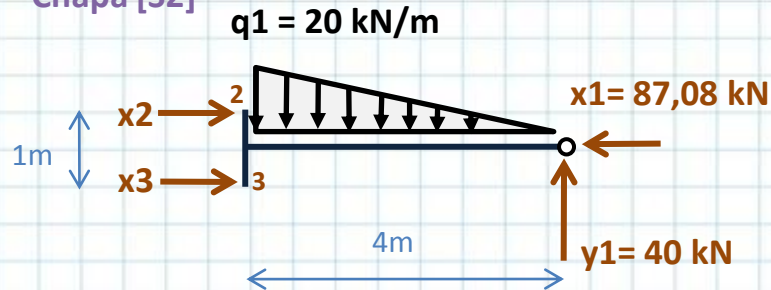
$$\sum M^B = 40 \text{ kN} \cdot 3 \text{ m} + 40 \text{ kN} \cdot 3 \text{ m} + 15 \text{ kN} \cdot (4.5 \text{ m})^2 \cdot \frac{1}{2} - 87.08 \text{ kN} \cdot 4.5 \text{ m} = 0$$

Cadena Cinemática abierta de tres chapas

Dado la siguiente estructura se pide:

- Análisis Cinemático
- Reacciones de vínculo externo
- Despiece de cada chapa

Chapa [S2]



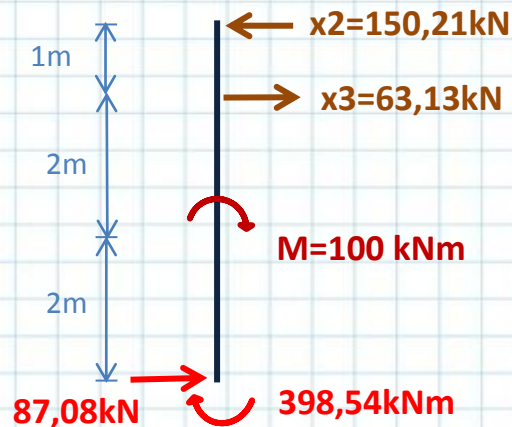
$$\Sigma M^2 = x_3 \cdot 1m + 40kN \cdot 4m - 87.08kN \cdot 0.5m - 20 \frac{kN}{m} \cdot \frac{4m}{2} \cdot \frac{4m}{3} = 0 \implies x_3 = -63.13kN$$

$$\Sigma F_x = x_2 + x_3 - 87.08kN = 0 \implies x_2 = 150.21kN$$

Chequeo

$$\Sigma M^3 = 40kN \cdot 4m + 87.08kN \cdot 0.5m - 20kN \cdot \frac{4m}{2} \cdot \frac{4m}{3} - 150.21kN \cdot 1m = 0$$

Chapa [S1]



Chequeo

$$\Sigma F_y = 0$$

$$\Sigma F_x = 87.08kN + x_3 - x_2 = 0$$

$$\Sigma M^A = -398.54kNm - 100kNm + x_2 \cdot 5m - x_3 \cdot 4m = 0$$

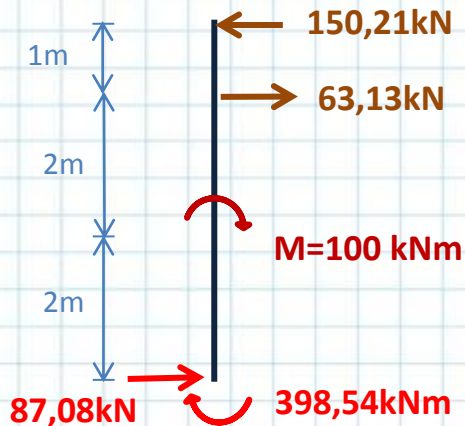
Cadena Cinemática abierta de tres chapas

TEMA

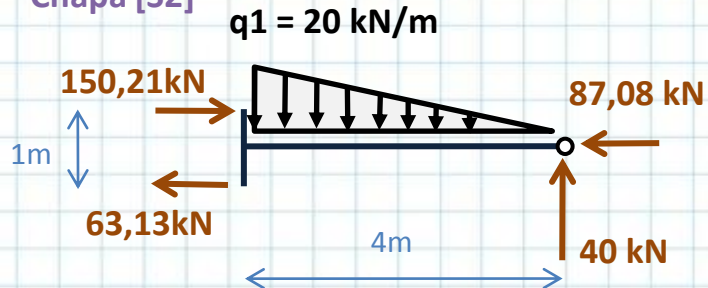
TP3

CUERPOS
VINCULADOS

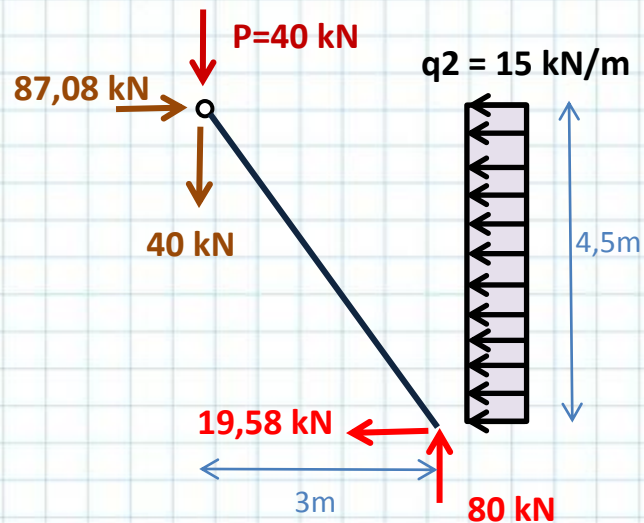
Chapa [S1]



Chapa [S2]



Chapa [S3]



F.I.U.B.A.
D.T.O. ESTABILIDAD
84.02 / 64.11
ESTABILIDAD 1

2 CUAT. 2020

CURSO 4
PARENTE

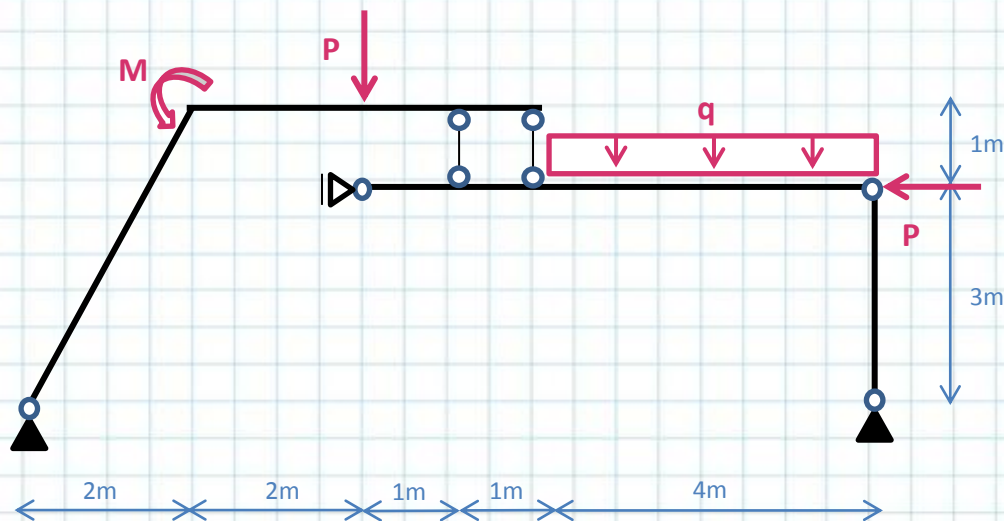
Cadena abierta de tres chapas

- A) Realizar el análisis cinemático de la estructura.
- B) Obtener las reacciones de vínculo externo.
- C) Obtener las reacciones de vínculo interno y hacer el despiece de la estructura.

TEMA

TP3

CUERPOS
VINCULADOS



$$\begin{aligned} P &= 100 \text{ kN} \\ q &= 20 \text{ kN/m} \\ M &= 200 \text{ kNm} \end{aligned}$$

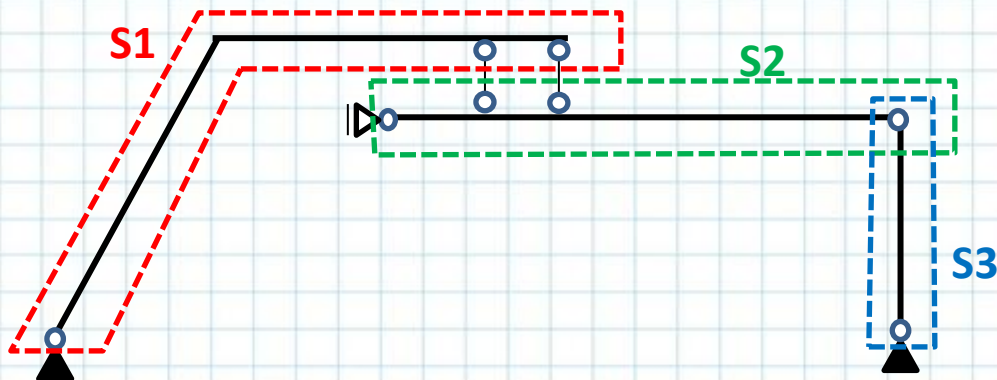
Cadena abierta de tres chapas

A) Realizar el análisis cinemático de la estructura.

TEMA

TP3

CUERPOS
VINCULADOS



Es isostático?

N de chapas: $n=3$

N de grados de libertad
(cadena abierta):

$$GL=n+2=5$$

N de condiciones de
vínculo: $CV=5$

$GL=CV$ **SISTEMA ISOSTÁTICO**

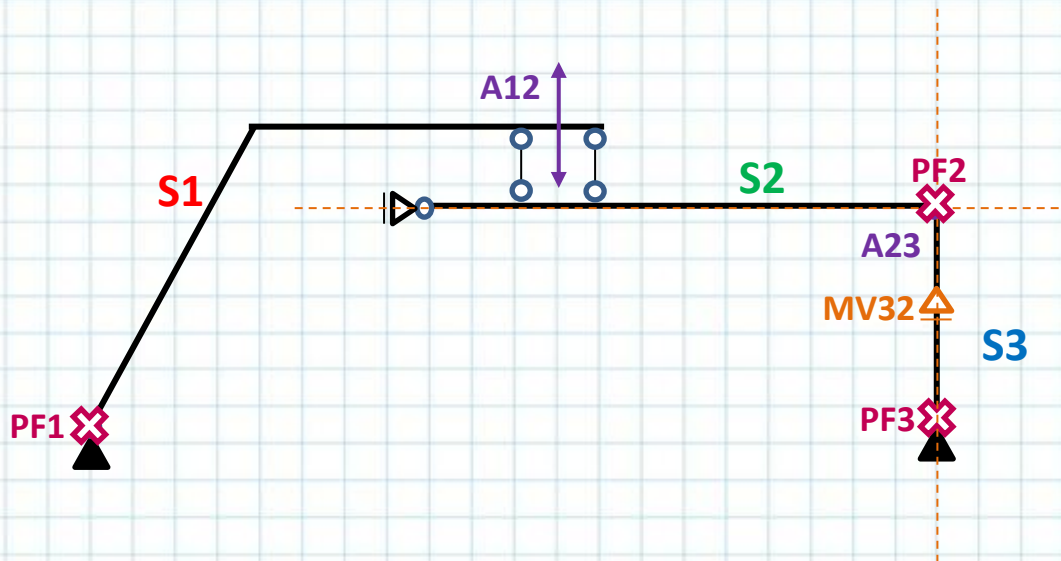
Cadena abierta de tres chapas

A) Realizar el análisis cinemático de la estructura.

TEMA

TP3

CUERPOS
VINCULADOS



Hay vinculación aparente?

*Identificamos A12, A23. A12 en el impropio

*Identificamos puntos fijos:

- en los apoyos fijos
- en la intersección de dos móviles (acá uno de los móviles es "virtual")

*S3 tiene dos puntos fijos: está fija

*S1 y S2 forman un arco triarticulado con sus tres articulaciones no alineadas: están fijas

No hay vinculación aparente

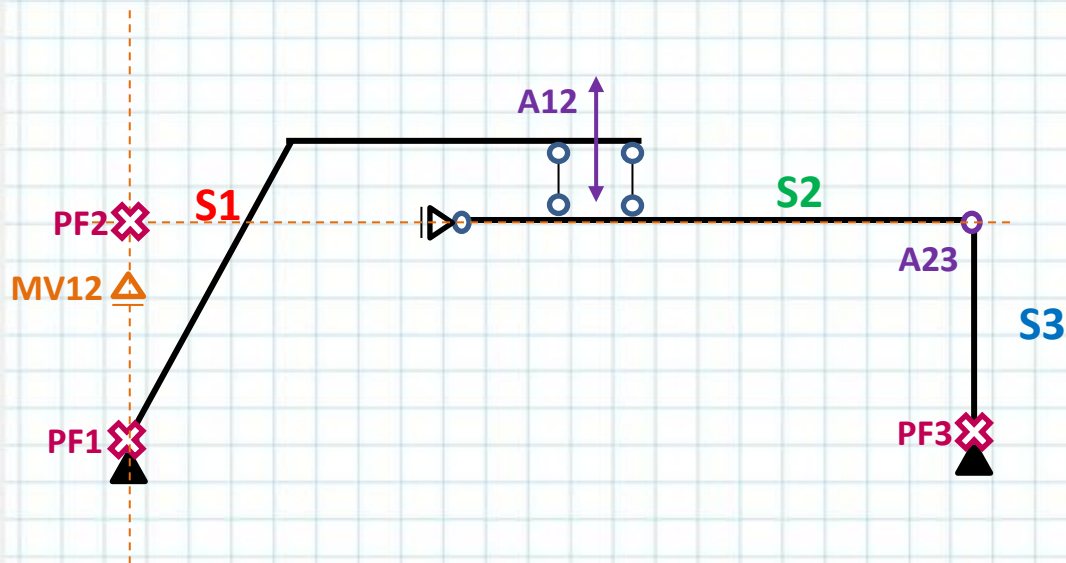
Cadena abierta de tres chapas

A) Realizar el análisis cinemático de la estructura.

TEMA

TP3

CUERPOS
VINCULADOS



Hay vinculación aparente? (otro camino)

*Identificamos A12, A23. A12 en el impropio

*Identificamos puntos fijos:

- en los apoyos fijos
- en la intersección de dos móviles (acá uno de los móviles MV12 es "virtual")

*S2 y S3 forman un arco triarticulado con sus tres articulaciones no alineadas: están fijas

*A12 pertenece a S2, es un PF. También pertenece a S1, entonces S1 tiene dos PF y está fija

No hay vinculación aparente

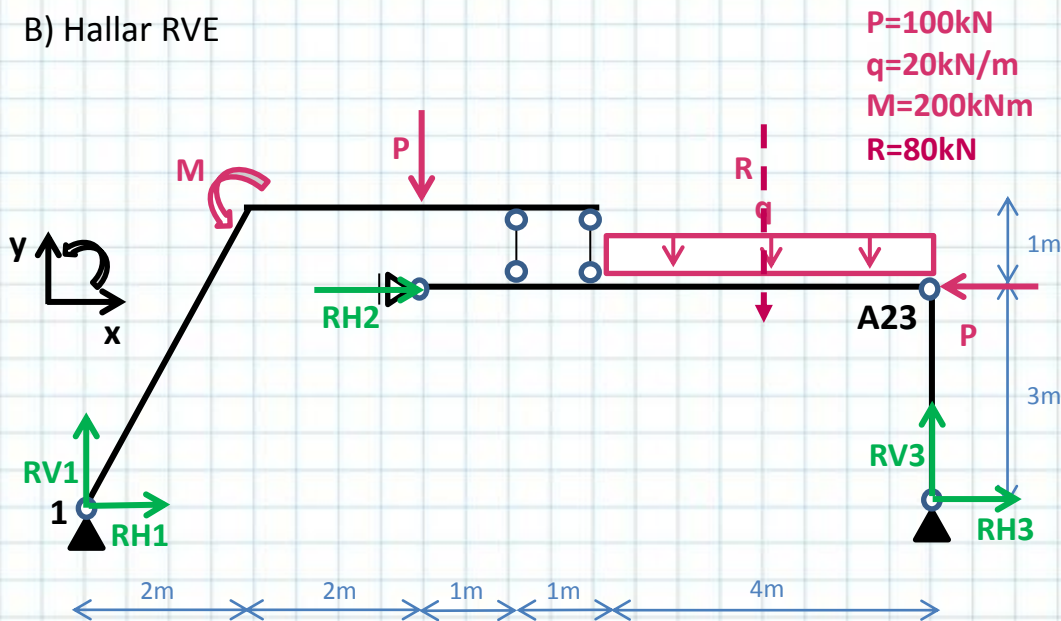
Cadena abierta de tres chapas

B) Hallar RVE

TEMA

TP3

CUERPOS
VINCULADOS



$P=100\text{kN}$
 $q=20\text{kN/m}$
 $M=200\text{kNm}$
 $R=80\text{kN}$

Tengo 5 incógnitas,
necesito 5 ecuaciones LI.
Voy a usar tres ecuaciones
de equilibrio absoluto:

$$\Sigma F_x := 0 \quad \Sigma F_y := 0 \quad \Sigma M_1 := 0$$

Elijo dos ecuaciones de
equilibrio relativo

$$\Sigma M_{A23.S3} := 0 \quad \Sigma F_{H.S1} := 0$$

F.I.U.B.A.
D.T.O. ESTABILIDAD
84.02/64.11
ESTABILIDAD 1

2 CUAT. 2020

CURSO 4
PARENTE

$$\begin{aligned} \Sigma F_x &= R_{h1} + R_{h2} + R_{h3} - P = 0 \\ \Sigma F_y &= R_{v1} + R_{v3} - P - R = 0 \\ \Sigma M_1 &= M - P \cdot 4 \text{ m} - R \cdot 8 \text{ m} + P \cdot 3 \text{ m} - R_{h2} \cdot 3 \text{ m} + R_{v3} \cdot 10 \text{ m} = 0 \\ \Sigma M_{A23.S3} &= R_{h3} \cdot 3 \text{ m} = 0 \\ \Sigma F_{H.S1} &= R_{h1} = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} R_{v1} &= 96 \text{ kN} \\ R_{h1} &:= 0 \\ R_{h2} &= 100 \text{ kN} \\ R_{v3} &= 84 \text{ kN} \\ R_{h3} &:= 0 \end{aligned}$$

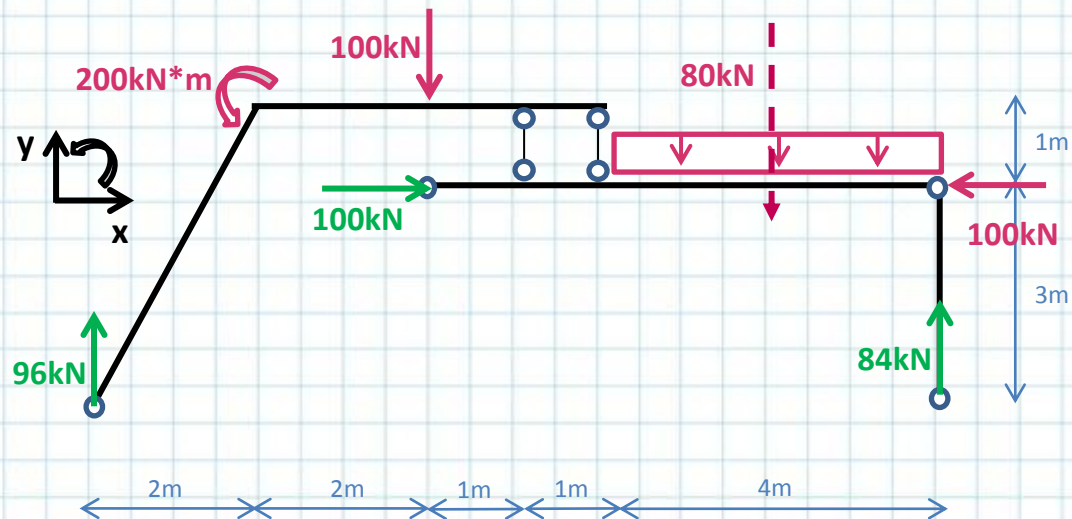
Cadena abierta de tres chapas

B) Hallar RVE

TEMA

TP3

CUERPOS
VINCULADOS



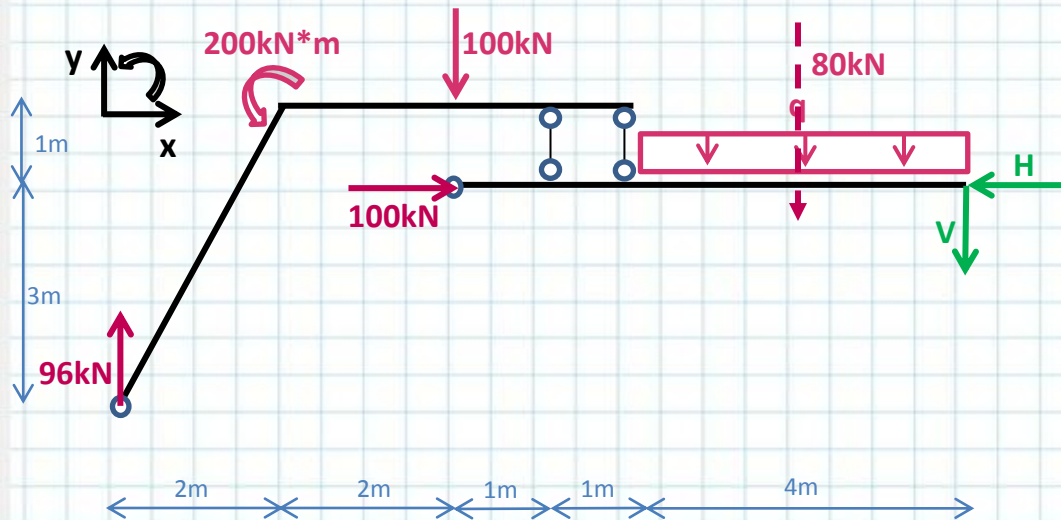
Cadena abierta de tres chapas

C) RVI y despiece

TEMA

TP3

CUERPOS
VINCULADOS



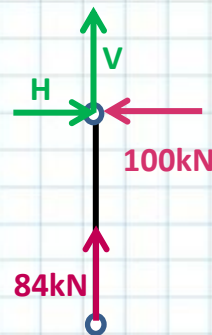
Equilibrio de la
chapa S3

$$\Sigma F_y = H - 100 \text{ kN}$$

$$\Sigma F_x = V + 84 \text{ kN}$$

$$H := 100 \text{ kN}$$

$$V := -84 \text{ kN}$$



Cadena abierta de tres chapas

C) RVI y despiece

TEMA

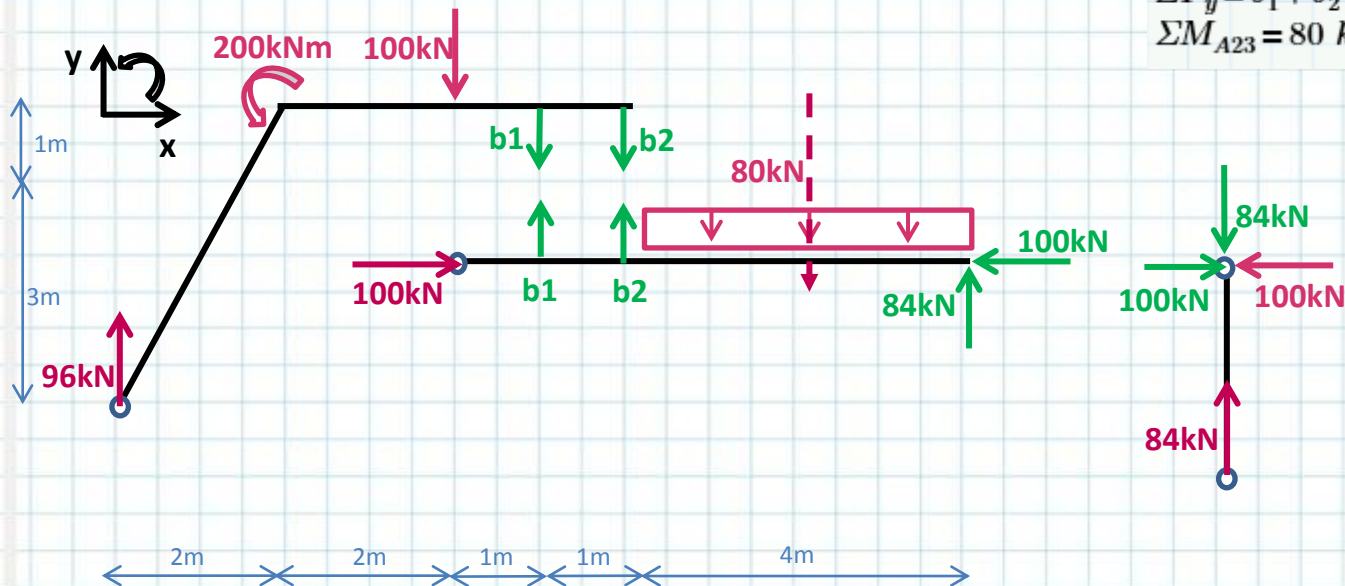
TP3

CUERPOS
VINCULADOS

F.I.U.B.A.
D.T.O. ESTABILIDAD
84.02 / 64.11
ESTABILIDAD 1

2 CUAT. 2020

CURSO 4
PARENTE



Equilibrio de la
chapa S2

$$\Sigma F_y = b_1 + b_2 - 80 \text{ kN} + 84 \text{ kN}$$

$$\Sigma M_{A23} = 80 \text{ kN} \cdot 2 \text{ m} - b_2 \cdot 4 \text{ m} - b_1 \cdot 5 \text{ m}$$

$$b_1 = 176 \text{ kN}$$

$$b_2 = -180 \text{ kN}$$

Cadena abierta de tres chapas

C) RVI y despiece

TEMA

TP3

CUERPOS
VINCULADOS

F.I.U.B.A.
D.T.O. ESTABILIDAD
84.02/64.11
ESTABILIDAD 1

2 CUAT. 2020

CURSO 4
PARENTE

Equilibrio de la chapa S3

$$\Sigma F_y := 96 \text{ kN} - 100 \text{ kN} - 176 \text{ kN} + 180 \text{ kN} = 0 \text{ N}$$

