HOJA
1

TEMA

TP2

FUERZAS
DISTRIBUIDAS

F.I.U.B.A.
DTO. ESTABILIDAD
84.02 /64.11
ESTABILIDAD 1

2 CUAT. 2020

CURSO 4
PARENTE

FUERZAS DISTRIBUIDAS
TRABAJO PRÁCTICO Nº2

CURSO 4 – CARNICER – PARENTE

SEGUNDO CUAT. 2020
MODALIDAD ONLINE

depto. Estabilidad

.UBAfiuba
FACULTAD DE INGENIERÍA

www.ingenieria.uba.ar

HOJA
2

TEMA

TP2

FUERZAS
DISTRIBUIDAS

F.I.U.B.A.
DTO. ESTABILIDAD
84.02 /64.11
ESTABILIDAD 1

2 CUAT. 2020

CURSO 4
PARENTE

Fuerzas distribuidas en la naturaleza

Viento

Suelos

Líquidos

Gases a presión

Fuerzas distribuidas en la naturaleza - Gravitatorias

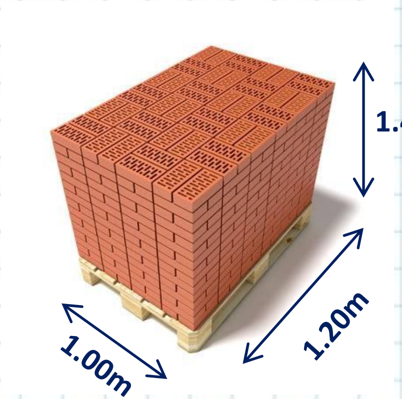
Acopio de materiales

4 Pallets de altura

¿Cuál es la carga de diseño de la playa de acopio?

Fuerzas distribuidas en la naturaleza - Gravitatorias

Ladrillo hueco 8x13x33
Peso 3.5kg



Pallet de ladrillos huecos:
Cantidad: 198 ladrillos.

Peso de pallet:

$$P_{pallet} = 3.5 \cdot \frac{kg}{lad} \cdot 198 \cdot \frac{lad}{pallet} = 693 \cdot \frac{kg}{pallet}$$

Peso de unitario de pallet:

$$Pu_{pallet} = \frac{693 \cdot kg}{1.0m \cdot 1.2m \cdot 1.4m} = 412 \frac{kg}{m^3}$$

Superficie de apoyo con playa:

$$F_{apoyo} = 1.2m \cdot 1.0m = 1.2m^2$$

¿Cuál es la carga de diseño de la playa de acopio?

Con peso por pallet

$$q_{diseño} = \frac{4 \cdot pallets \cdot 693 \frac{kg}{pallet}}{1m \cdot 1.2m} = 2310 \frac{kg}{m^2}$$

Con peso unitario de pallet

$$h_{acopio} = 4 \cdot 1.4m = 5.6m \qquad q_{diseño} = 5.6m \cdot 412 \frac{kg}{m^3} = 2310 \frac{kg}{m^2}$$

HOJA

5

TEMA

TP2

FUERZAS

DISTRIBUIDAS

F.I.U.B.A.

DTO. ESTABILIDAD

84.02 /64.11

ESTABILIDAD 1

2 CUAT. 2020

CURSO 4

PARENTE

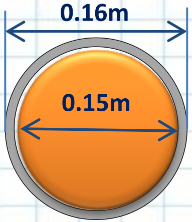
Fuerzas distribuidas en la naturaleza - Gravitatorias

Luego de una nevada, se registra que hay 40 cm de nieve sobre el techo.
¿Cuál es la carga de nieve que tiene el techo?

Peso de nieve: 120kg/m³

q_{nieve} =120kg/m³.0.40m=48kg/m²

Una cañería de acero de diámetro interior 15 cm y espesor 0.5cm trasporta aceite de densidad (0.9t/m³).
¿Cuánto pesa la cañería de acero vacía por metro lineal?
¿Cuánto pesa solo el fluido dentro de la cañería?
¿Cuánto es su suma?
Dato: peso especifico del acero 7850 kg/m³



$$F_{caño} = \frac{\pi}{4}\cdot(D_e^{\,2} - D_i^{\,2}) = \frac{\pi}{4}\cdot((0.16m)^2 - (0.15m)^2) = 2.43\cdot 10^{-3}m^2 = 24.35cm^2$$

$$q_{caño} = \gamma_{acero}\cdot F_{caño} = 7850\,\frac{kg}{m^3}\cdot 2.43\cdot 10^{-3}m^2 = 19.1\,\frac{kg}{m}$$

$$F_{aceite} = \frac{\pi}{4}\cdot D_i^{\,2} = \frac{\pi}{4}\cdot(0.15m)^2 = 17.67\cdot 10^{-3}m^2 = 176.7cm^2$$

$$q_{aceite} = \gamma_{aceite}\cdot F_{aceite} = 900\,\frac{kg}{m^3}\cdot 17.67\cdot 10^{-3}m^2 = 15.9\,\frac{kg}{m}$$

$$q_{total} = q_{aceite} + q_{caño} = 35\,\frac{kg}{m}$$

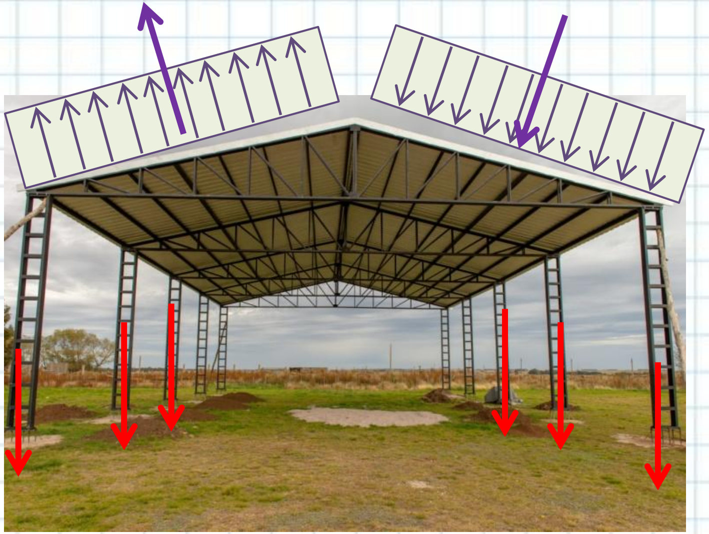
Fuerzas distribuidas en la naturaleza

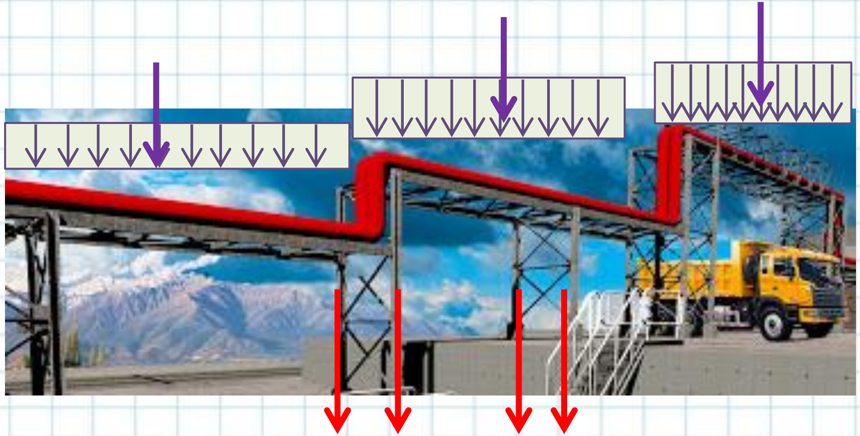
TEMA

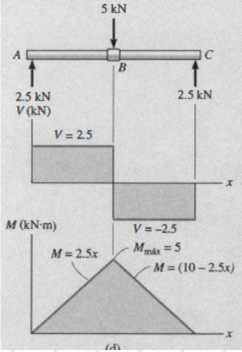
TP2

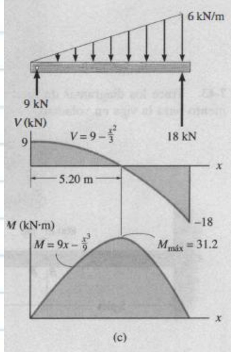
FUERZAS
DISTRIBUIDAS

Fuerzas concentradas y distribuidas









(c)

Para la estática global de la estructura al utilizar la carga distribuida o la resultante se obtienen los mismos resultados. Los efectos sobre el cuerpo difieren.

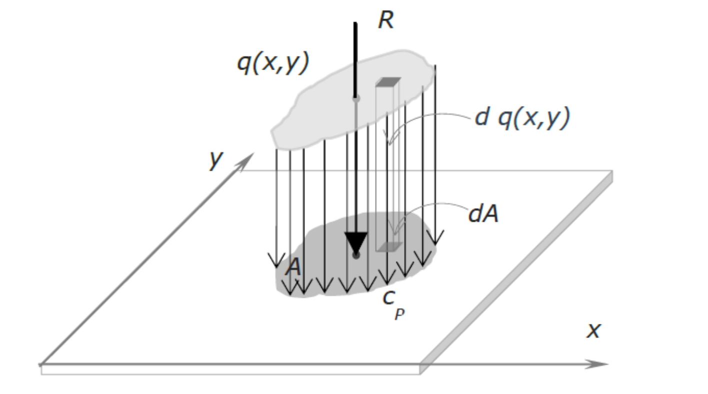
Fuerzas distribuidas sobre superficies

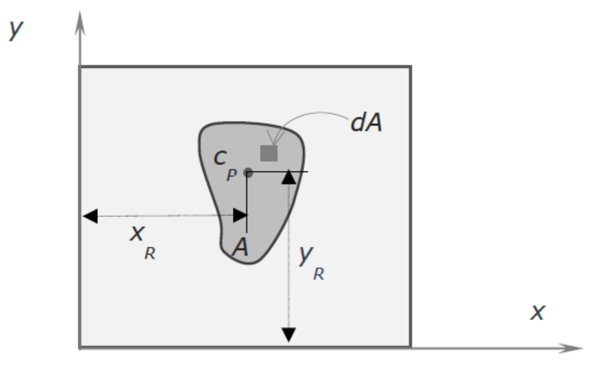
HOJA
7

TEMA

TP2

FUERZAS
DISTRIBUIDAS





Dada una superficie plana A *sobre la cual actúa una carga distribuida q perpendicular al plano de la superficie. La carga está compuesta por una distribución de fuerzas paralelas, puede ser representada mediante una función continua y derivable q(x,y).*
Se busca reemplazar la carga distribuida *q(x,y) por una carga puntual equivalente, llamada resultante R.*

$$R = \int_A q(x,y) \cdot dA$$

Para encontrar la posición de R, vamos a utilizar el teorema de Varignon, donde el momento de R respecto a un eje es igual al momento de las componentes de R (Diferenciales de fuerzas):

$$x_R \cdot R = \int_A x \cdot q(x,y) \cdot dA \Rightarrow x_R = \frac{\int_A x \cdot q(x,y) \cdot dA}{\int_A q(x,y) \cdot dA}$$

$$y_R \cdot R = \int_A y \cdot q(x,y) \cdot dA \Rightarrow y_R = \frac{\int_A y \cdot q(x,y) \cdot dA}{\int_A q(x,y) \cdot dA}$$

Siempre que el volumen de carga sea simétrico respecto a un eje, la carga superficial se puede reducir a una carga lineal sobre el eje de simetría.

F.I.U.B.A.
DTO. ESTABILIDAD
84.02 /64.11
ESTABILIDAD 1

2 CUAT. 2020

CURSO 4
PARENTE

HOJA

8

Fuerzas distribuidas sobre superficies

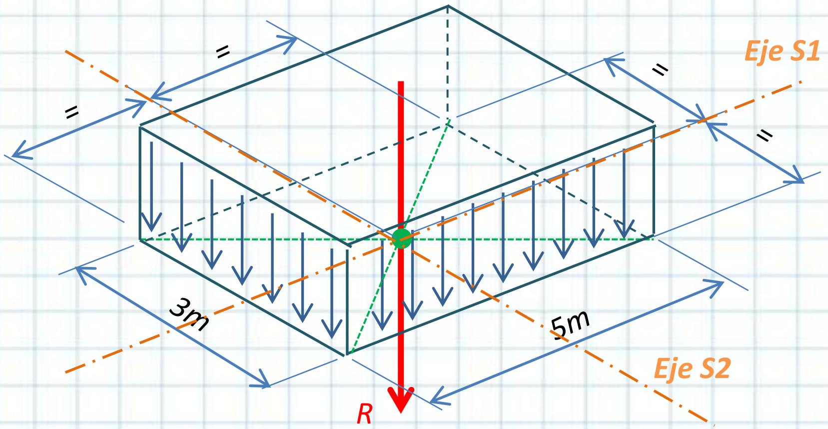
TEMA

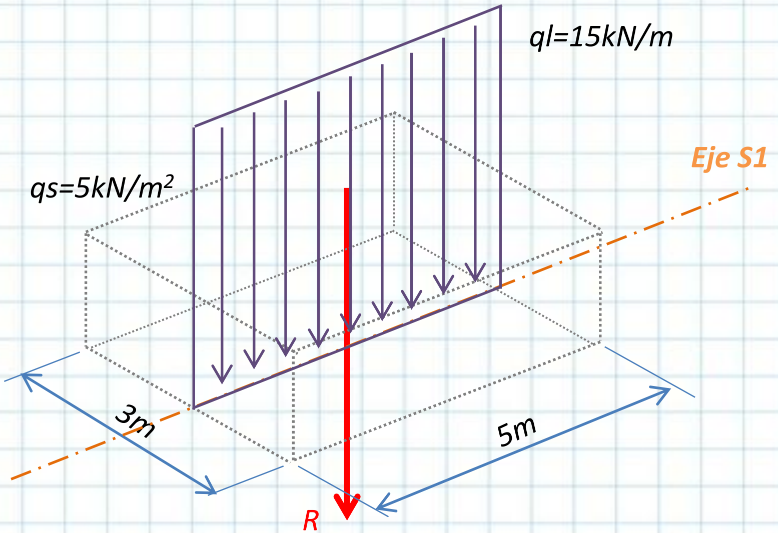
TP2

FUERZAS

DISTRIBUIDAS

Reducción a carga sobre línea – Eje de simetría: S1





R= Volumen = 3mx5mx5kN/m²=75kN

Carga lineal sobre línea

ql=3mx5kN/m²=15kN/m

Paralelepípedo rectangular.

Tiene doble simetría

R=Área=5mx15kN/m=75kN

$$R = qs \cdot \int_A dA = qs \cdot \int_0^L dx \int_0^{L'} dy = qs \cdot L \cdot L' \qquad x_R = \frac{qs \cdot \int_A x \cdot dA}{qs \cdot \int_A dA} = \frac{\int_0^L x \cdot dA}{\int_0^L dA} = \frac{L^2/2}{L} = \frac{L}{2} \wedge y_R = \frac{L'}{2}$$

F.I.U.B.A.

DTO. ESTABILIDAD

84.02 /64.11

ESTABILIDAD 1

2 CUAT. 2020

CURSO 4

PARENTE

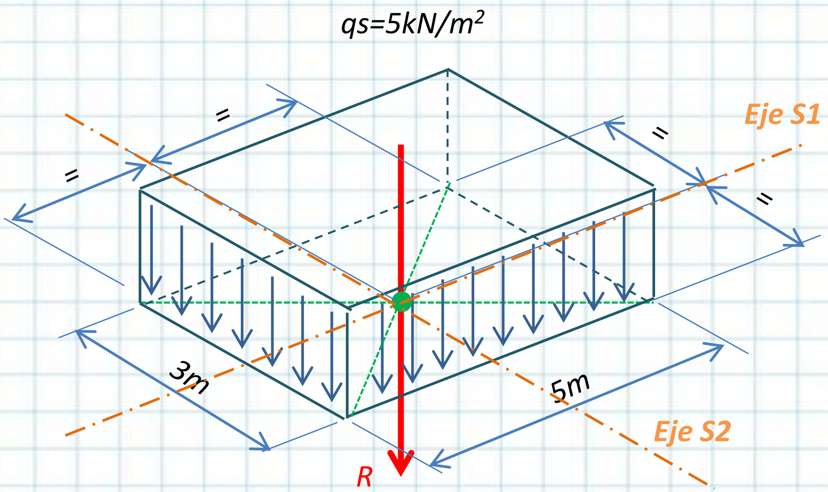
Fuerzas distribuidas sobre superficies

HOJA
9

TEMA

TP2

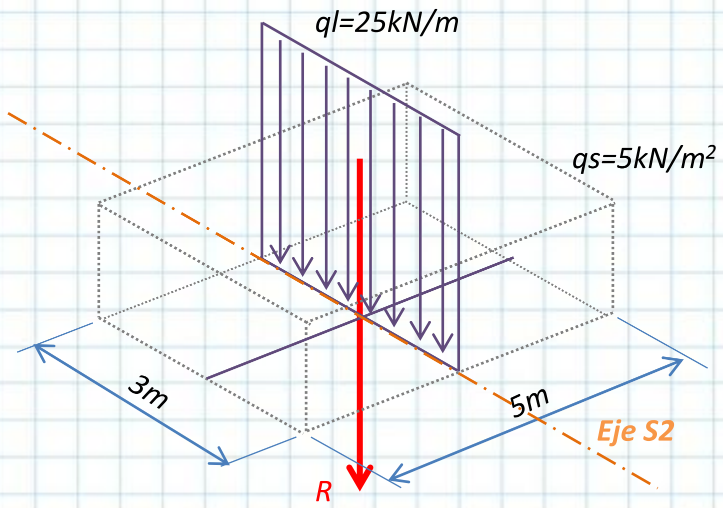
FUERZAS
DISTRIBUIDAS



R= Volumen = 3mx5mx5kN/m²=75kN

Paralelepípedo rectangular.
Tiene doble simetría

Reducción a carga sobre línea – Eje de simetría: S2



Carga lineal sobre línea
ql=5mx5kN/m²=25kN/m

R=Área=3mx25kN/m=75kN

F.I.U.B.A.
DTO. ESTABILIDAD
84.02 /64.11
ESTABILIDAD 1

2 CUAT. 2020

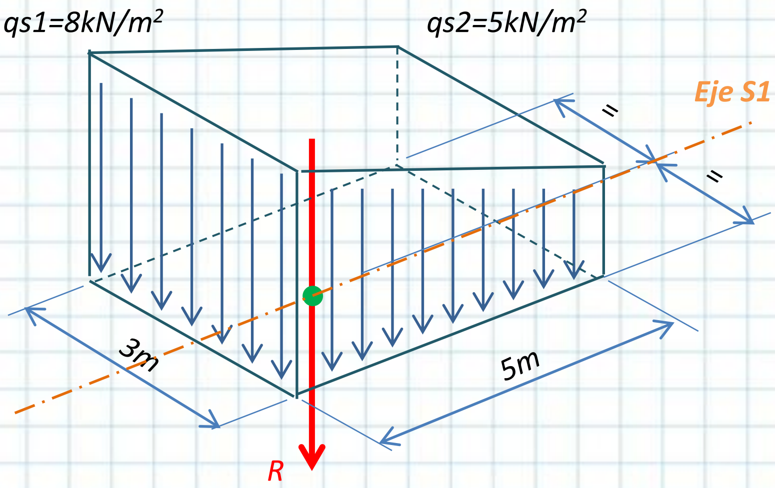
CURSO 4
PARENTE

Fuerzas distribuidas sobre superficies

TEMA

TP2

FUERZAS
DISTRIBUIDAS

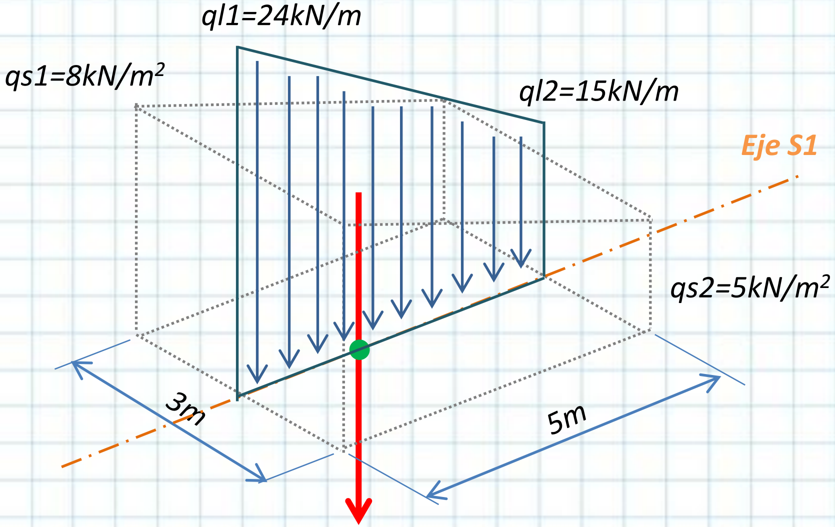


R= Volumen = 3mx[5mx(8kN/m²+5kN/m²)/2]=97.5kN

Poliedro trapezoidal
Tiene simple simetría

Resolverlo por integrales es posible pero no es práctico, veremos de que manera podemos ser más expeditivos

Reducción a carga sobre línea – Eje de simetría: S1



Carga lineal sobre línea
ql1=3mx8kN/m²=24kN/m
ql2=3mx5kN/m²=15kN/m

R=Área=5mx(24kN/m+15kN/m)/2]=97.5kN

¿Posición? Veamos cargas distribuidas sobre líneas.

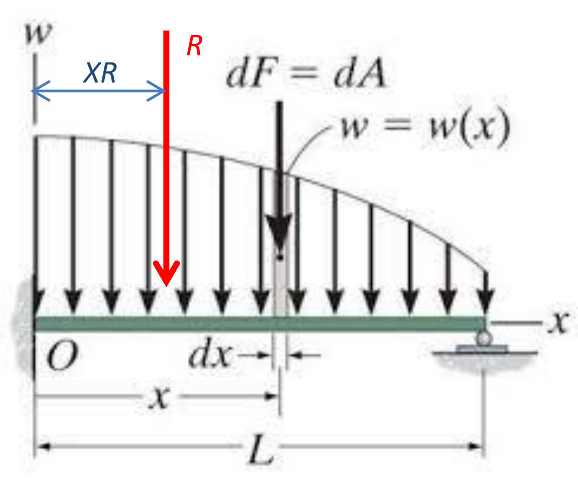
Fuerzas distribuidas sobre líneas

HOJA
11

TEMA

TP2

FUERZAS
DISTRIBUIDAS



Dada una línea *sobre la cual actúa una carga distribuida w perpendicular a la línea. La carga está compuesta por una distribución de fuerzas paralelas, puede ser representada mediante una función continua y derivable w(x).*
Se busca reemplazar la carga distribuida *w(x) por una carga puntual equivalente, llamada resultante R.*

$$R = \int_{x=0}^{x=L} w(x) \cdot dx$$

Para encontrar la posición de R, vamos a utilizar el teorema de Varignon, donde el momento de R respecto a un punto es igual al momento de las componentes de R (Diferenciales de fuerzas):

$$x_R \cdot R = \int_{x=0}^{x=L} x \cdot w(x) \cdot dx \Rightarrow x_R = \frac{\int_{x=0}^{x=L} x \cdot w(x) \cdot dx}{\int_{x=0}^{x=L} w(x) \cdot dx}$$

F.I.U.B.A.
DTO. ESTABILIDAD
84.02 /64.11
ESTABILIDAD 1

2 CUAT. 2020

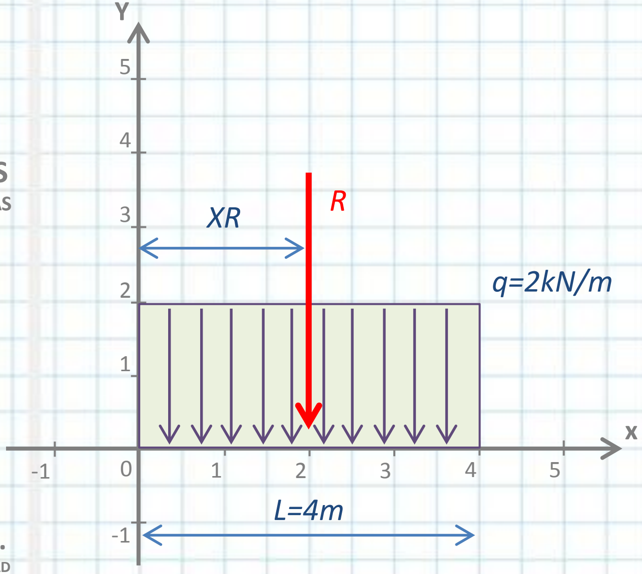
CURSO 4
PARENTE

Fuerzas distribuidas sobre líneas

TEMA

TP2

FUERZAS
DISTRIBUIDAS



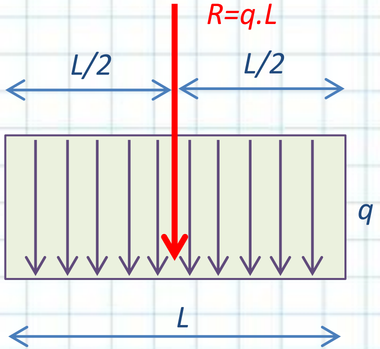
Carga distribuida constante sobre línea:

Por integrales

$$R=\int_0^L w(x)\cdot dx=q\cdot L \qquad x_R=\frac{\int_0^L x\cdot w(x)\cdot dx}{\int_0^L w(x)\cdot dx}=\frac{q\cdot\frac{L^2}{2}}{q\cdot L}=\frac{L}{2}$$

$$R=\int_0^{4m} 2\frac{kN}{m}\cdot dx=8kN \qquad x_R=\frac{\int_0^{4m} x\cdot 2\frac{kN}{m}\cdot dx}{\int_0^{4m} 2\frac{kN}{m}\cdot dx}=\frac{2\frac{kN}{m}\cdot\frac{(4m)^2}{2}}{8kN}=2m$$

En la práctica:

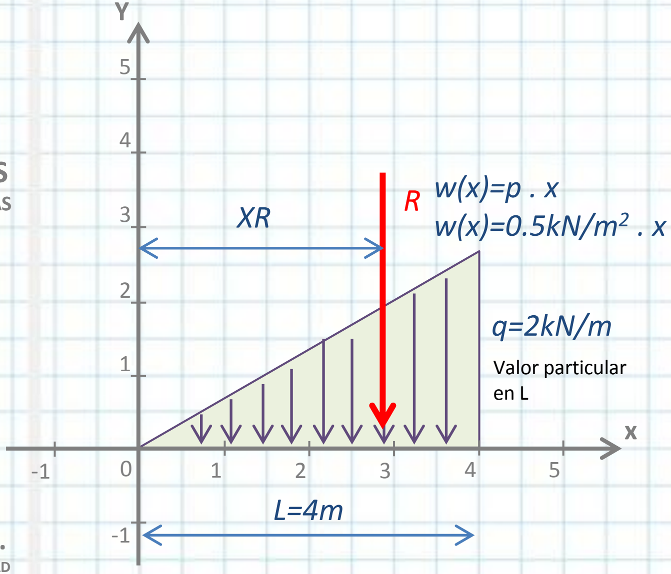


Fuerzas distribuidas sobre líneas

TEMA

TP2

FUERZAS
DISTRIBUIDAS



Carga distribuida lineal sobre línea:

Por integrales

$$R = \int_0^L w(x)\cdot dx = \int_0^L p\cdot x\cdot dx = p\cdot\frac{L^2}{2}$$

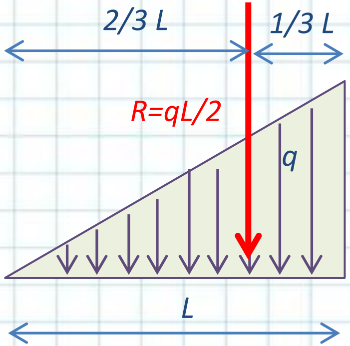
$$w(L) = p\cdot L = q \therefore R = q\cdot\frac{L}{2}$$

$$R = 2\,\frac{kN}{m}\cdot\frac{4m}{2} = 4kN$$

$$x_R = \frac{\int_0^L p\cdot x^2\cdot dx}{\int_0^L p\cdot x\cdot dx} = \frac{p\cdot\frac{L^3}{3}}{p\cdot\frac{L^2}{2}} = \frac{2L}{3}$$

$$x_R = \frac{2}{3}\cdot 4m = 2.67m$$

En la práctica:

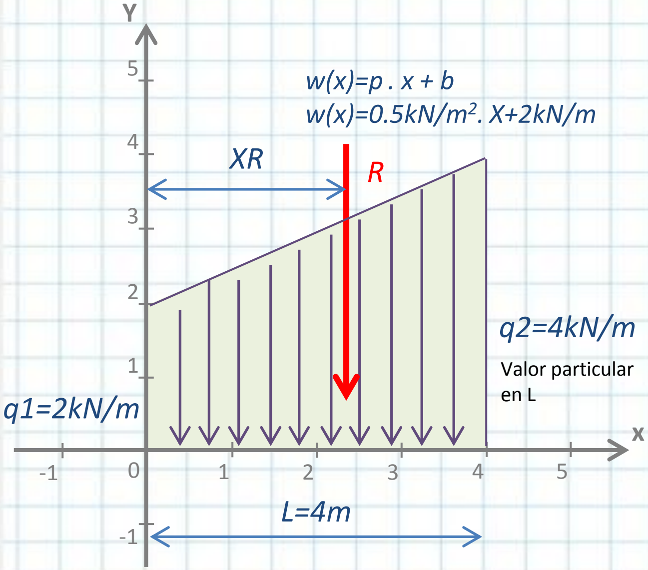


F.I.U.B.A.
DTO. ESTABILIDAD
84.02 /64.11
ESTABILIDAD 1

2 CUAT. 2020

CURSO 4
PARENTE

Fuerzas distribuidas sobre líneas



Carga distribuida lineal sobre línea:

Por integrales

$$R = \int_0^L w(x) \cdot dx \qquad x_R = \frac{\int_{x=0}^{x=L} x \cdot w(x) \cdot dx}{\int_{x=0}^{x=L} w(x) \cdot dx}$$

No es nuestro objetivo.
Buscamos ser pragmáticos.

En la práctica, usar las figuras simples (rectángulo y triángulo) y aplicar teorema de Varignon:

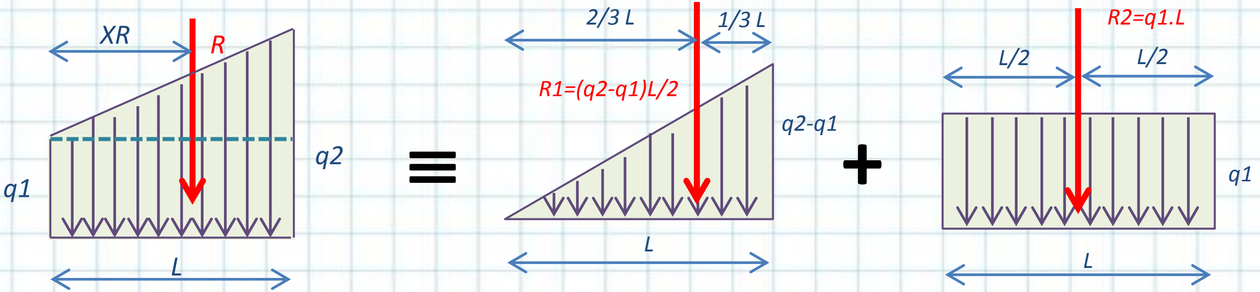
$$q1 = 2\frac{kN}{m}; q2 = 4\frac{kN}{m}; L = 4m$$

$$R = R1 + R2 = \frac{(q2 - q1) \cdot L}{2} + q1 \cdot L = 12kN$$

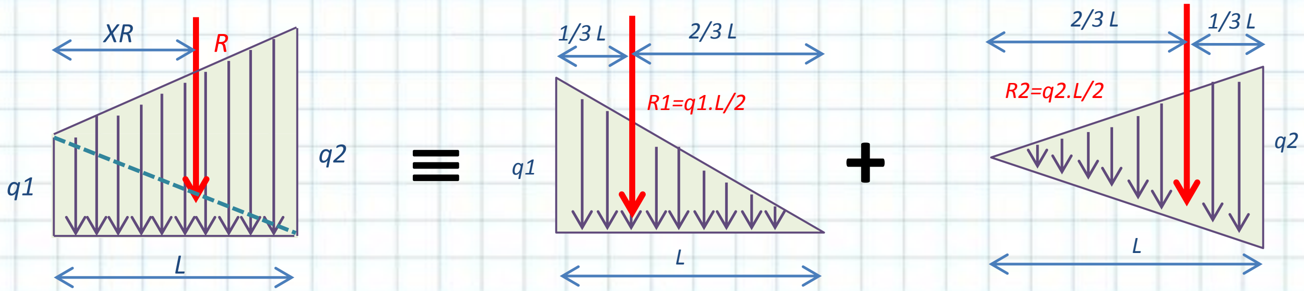
$$x_R \cdot R = \frac{2}{3} L \cdot R1 + \frac{L}{2} \cdot R2$$

Cuidado desde donde tomo momentos.

$$x_R = \frac{\frac{2}{3} 4m \cdot 4kN + \frac{4m}{2} \cdot 8kN}{12kN} = 2.22m$$



Fuerzas distribuidas sobre líneas



Otro razonamiento: usar las figuras simples, dos triángulos y aplicar teorema de Varignon:

$$q1 = 2\frac{kN}{m}; q2 = 4\frac{kN}{m}; L = 4m$$

$$R = R1 + R2 = \frac{q1 \cdot L}{2} + q2 \cdot L = 12kN$$

$$x_R \cdot R = \frac{1}{3} L \cdot R1 + \frac{2}{3} \cdot L \cdot R2$$

Cuidado desde donde tomo momentos.

$$x_R = \frac{\frac{1}{3} 4m \cdot 4kN + \frac{2}{3} \cdot 4m \cdot 8kN}{12kN} = 2.22m$$

HOJA

16

TEMA

TP2

FUERZAS

DISTRIBUIDAS

F.I.U.B.A.

DTO. ESTABILIDAD

84.02 /64.11

ESTABILIDAD 1

2 CUAT. 2020

CURSO 4

PARENTE

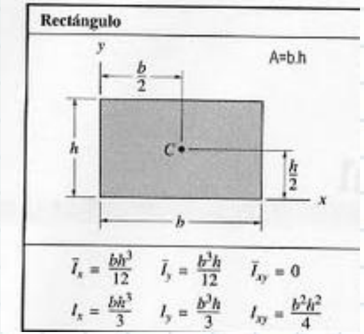
Fuerzas distribuidas sobre líneas

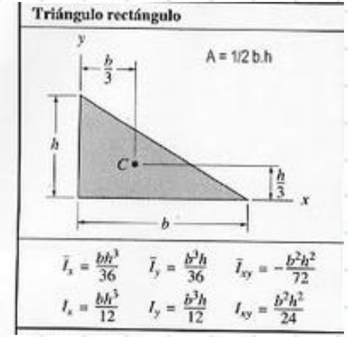
*La **resultante** de un carga superficial o carga lineal pasa por centroide de dicho volumen o área que representa la carga.*

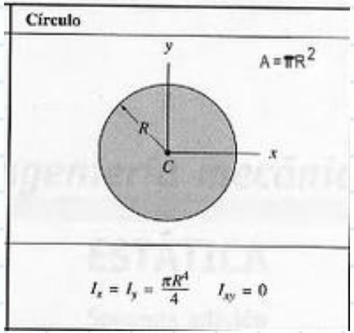
Si el elemento tiene una densidad uniforme (mayoría de los casos) el centroide coincide con el centro de masa y centro de gravedad.

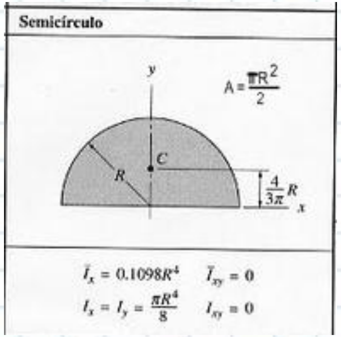
El centro de masas de un cuerpo se define como el punto: cuya masa es igual a la suma de las masas que componen el cuerpo y cuyo momento estático respecto a un eje es igual a la suma de los momentos estáticos respecto a dicho eje.

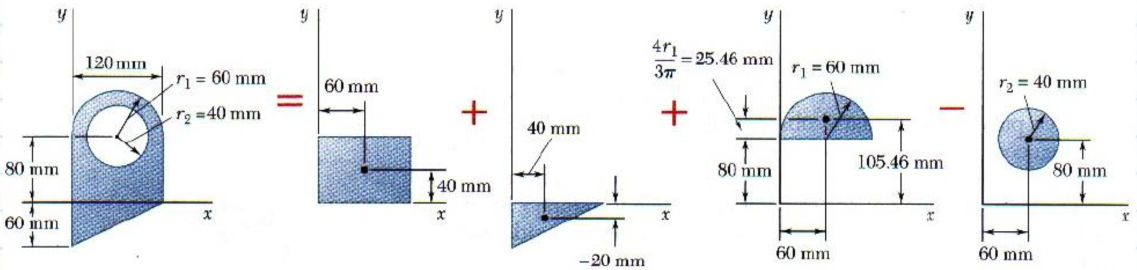
Volveremos sobre este tema al final de la materia: TP8 Geometría de las masas











HOJA
17

TEMA

TP2

FUERZAS
DISTRIBUIDAS

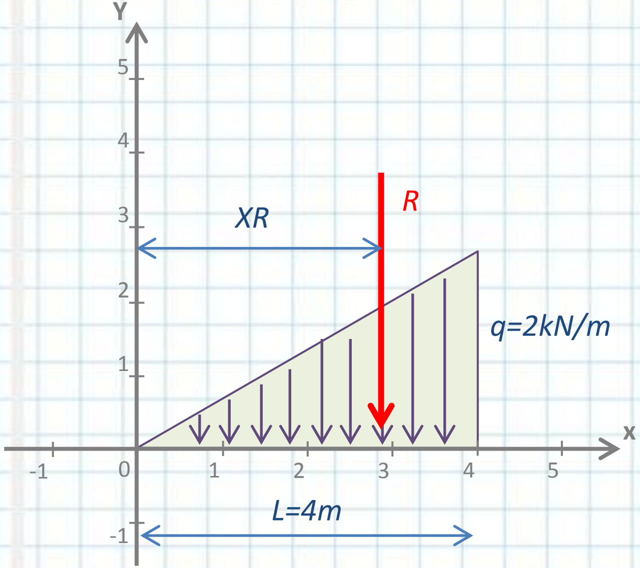
F.I.U.B.A.
DTO. ESTABILIDAD
84.02 /64.11
ESTABILIDAD 1

2 CUAT. 2020

CURSO 4
PARENTE

Fuerzas distribuidas sobre líneas

Problema: Dada la carga distribuida triangular de la figura, se pide descomponerla en dos fuerzas distribuidas una triangular y otra trapezoidal, donde la resultante de la triangular sea 1.5kN. Encontrar todos los valores que definen dichas cargas.



$$R=\frac{2\dfrac{kN}{m}\cdot 4m}{2}=4kN \wedge R=R1+R2 \therefore R2=R-R1=2.5kN$$

$$R1=\frac{q1\cdot L1}{2} \wedge \frac{q1}{L1}=\frac{q}{L} \Rightarrow q1=\frac{2\cdot R1}{L1} \Rightarrow \frac{2\cdot R1}{L1^2}=\frac{q}{L}$$

Resultante y Relación de triángulos

$$L1=\sqrt{\frac{2\cdot R1\cdot L}{q}}=\sqrt{\frac{2\cdot 1.5kN\cdot 4m}{2\dfrac{kN}{m}}}=2.45m \Rightarrow q1=1.22\frac{kN}{m}$$

$$R1=\frac{1.22\dfrac{kN}{m}\cdot 2.45m}{2}=1.5kN$$

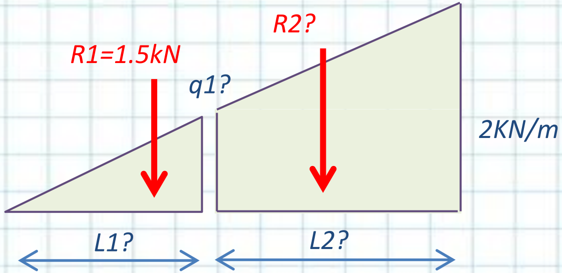
OK! Chequeo

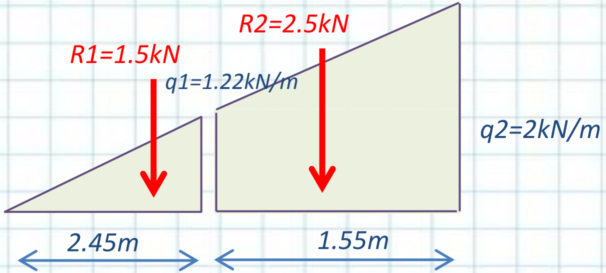
$$L2=L-L1=1.55m$$

$$R2=\frac{(q+q1)\cdot L2}{2}=\frac{3.22\dfrac{kN}{m}\cdot 1.55m}{2}=2.5kN$$

$$R1+R2=1.5kN+2.5kN=4kN$$

OK! Chequeo





Hidrostática

La hidrostática es la rama de la hidráulica que estudia los fluidos en estado de reposo. En Estabilidad no estudiaremos los fluidos propiamente, sino su acción sobre los elementos de que los contienen. El comportamiento de la acción de los fluidos se rige por dos principios:

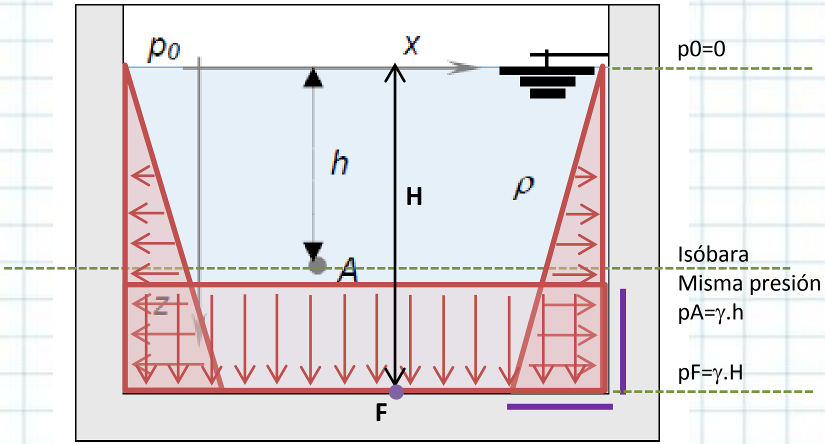
Principio de Pascal: *"La presión ejercida sobre un líquido que se encuentra encerrado en un recipiente de paredes indeformables, se transmite por igual a todos los puntos del líquido y las paredes de dicho recipiente."*

Principio de Arquímedes:*"Todo cuerpo que se sumerge en un líquido experimenta un empuje de abajo hacia arriba que es igual al peso del volumen de líquido desalojado"*

$$p = p_0 + \rho \cdot g \cdot h$$

Siendo:

p	La presión
p_0	La presión ambiental, que suponemos de valor 0
ρ	El peso específico del líquido
g	La aceleración de la gravedad
h	La profundidad desde el pelo del agua



Ecuación simplificada $$p(z) = \gamma_{LIQUIDO} \cdot z$$

Unidades y densidad del agua

La unidad de presión es el Pascal, que en términos de la ecuación fundamental de la hidrostática se compone según:

$$p[Pa] = \rho\left[\frac{kg}{m^3}\right] \cdot g\left[\frac{m}{s^2}\right] \cdot h[m] = \left[\frac{N}{m^2}\right] \qquad \text{(Eq 18)}$$

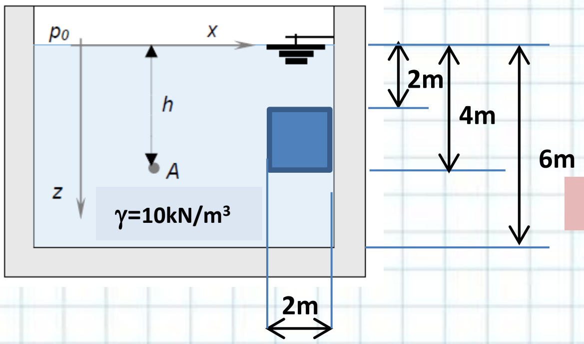
El líquido con el que trataremos frecuentemente es el agua. El peso específico del agua es de 1 kg por cada m^3, esto es: $\rho_{agua} = 1\frac{kg}{m^3}$

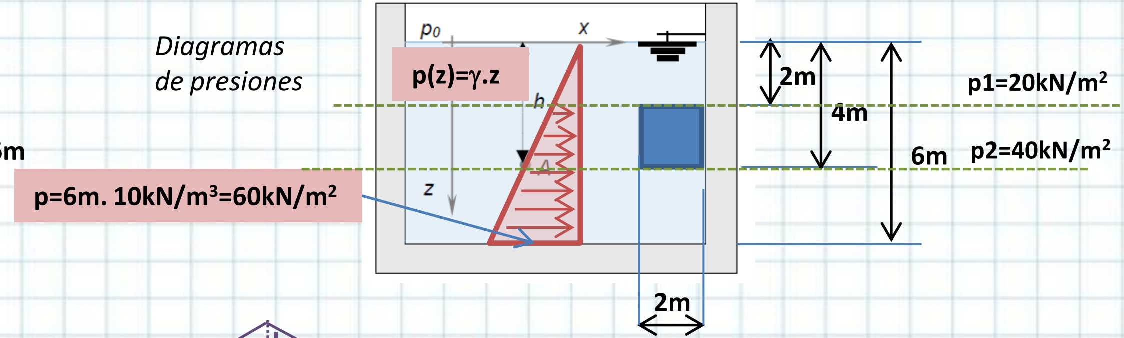
Se acuerdo con la aproximación que indicamos sería de uso corriente en Estabilidad para la aceleración de la gravedad, calculamos la densidad del agua como:

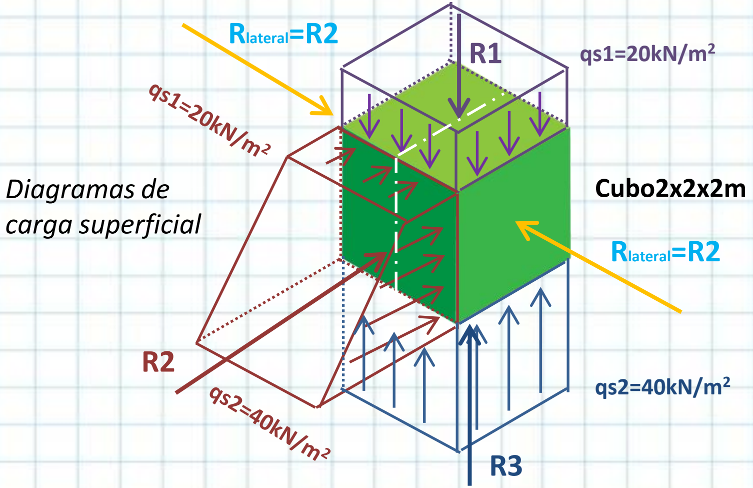
$$\gamma_{agua} = \rho_{agua} \cdot g = 1\frac{kg}{m^3} \cdot 9{,}81\frac{m}{s^2} \cong 10\frac{kN}{m^3} \qquad \text{(Eq 19)}$$

Hidrostática

Ejercicio: Un cubo de caras iguales a 2 metros se encuentra adosado a la pared de un estanque con agua como se indica en la figura. Se pide hallar el empuje resultante que se ejerce sobre el cubo. Dibujar los diagramas de presiones, carga superficial y carga lineal.







TEMA
TP2
FUERZAS
DISTRIBUIDAS

F.I.U.B.A.
DTO. ESTABILIDAD
84.02 /64.11
ESTABILIDAD 1

2 CUAT. 2020

CURSO 4
PARENTE

Hidrostática

Ejercicio: Un cubo de caras iguales a 2 metros se encuentra adosado a la pared de un estanque con agua como se indica en la figura. Se pide hallar el empuje resultante que se ejerce sobre el cubo. Dibujar los diagramas de presiones, carga superficial y carga lineal.

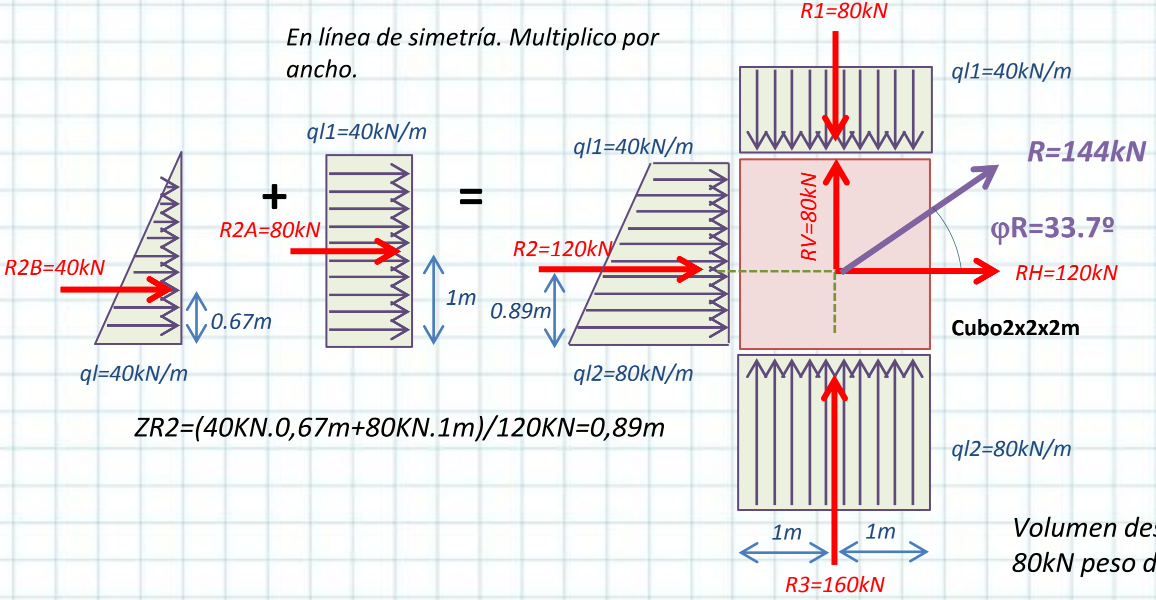
TEMA

TP2

FUERZAS
DISTRIBUIDAS

Diagramas de carga lineal

En línea de simetría. Multiplico por ancho.

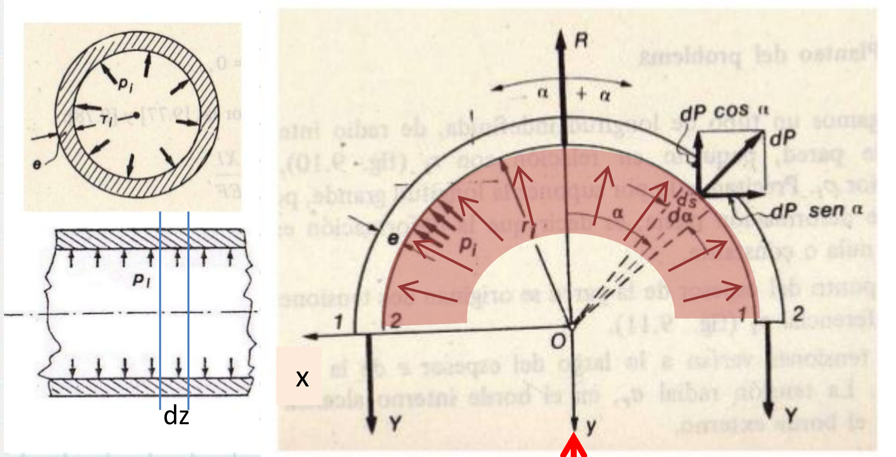


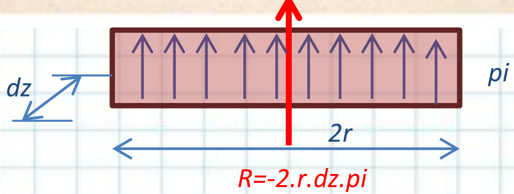
ZR2=(40KN.0,67m+80KN.1m)/120KN=0,89m

Volumen desplazado 2x2x2=8m3
80kN peso de agua desplazada

Fuerzas distribuidas sobre curvas

Problema: Una tubería de 30cm de diámetro interior transporta un gas con una presión 150 bar (1.5kN/cm2), calcular la fuerza a la cual está sometida la pared de la tubería debido a la presión del gas.





Presión: pi=1.5kN/cm2
Elemento de área: dF=ds.dz=R.dα.dz
Empuje elemental: dP=pi.dF=pi. R.dα.dz

Componentes del empuje elemental:
dPx=-dP.sen(α)
dPy=-dP.cos(α)

$$Px = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} dPx = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} - pi \cdot r \cdot sen(\alpha) \cdot d\alpha \cdot dz =$$

$$= -pi \cdot r \cdot dz \int_{-\pi/2}^{\pi/2} sen(\alpha) \cdot d\alpha =$$

$$= -pi \cdot r \cdot dz[-\cos(\alpha)|_{-\pi/2}^{\pi/2}] = 0$$

$$Py = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} dPy = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} - pi \cdot r \cdot \cos(\alpha) \cdot d\alpha \cdot dz =$$

$$= -pi \cdot r \cdot dz \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos(\alpha) \cdot d\alpha =$$

$$= -pi \cdot r \cdot dz[sen(\alpha)|_{-\pi/2}^{\pi/2}] = -pi \cdot r \cdot dz \cdot 2 =$$

$$R = -2 \cdot r \cdot dz \cdot pi$$

$$R = -2 \cdot r \cdot dz \cdot pi$$

$$\frac{R}{dz} = -2 \cdot r \cdot pi = -2 \cdot 15cm \cdot 1.5 \frac{kN}{cm^2} = -45 \frac{kN}{cm}$$

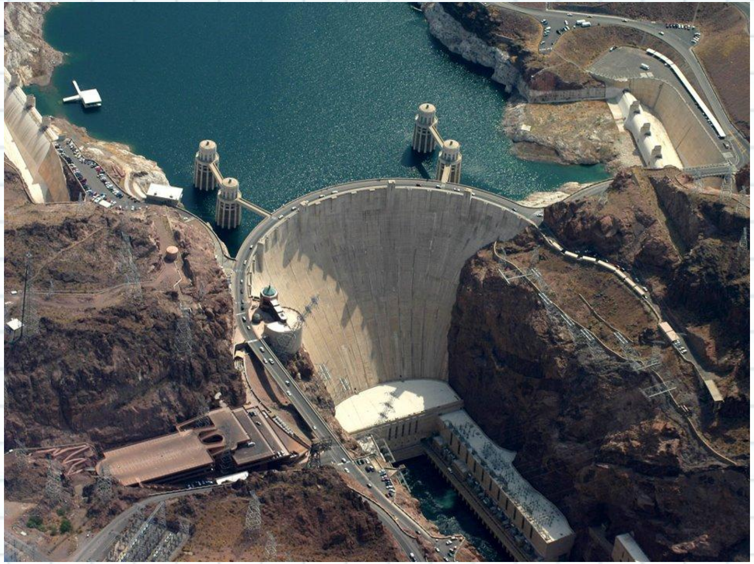
$$\sum Fy = Y + Y - R = 0 \Rightarrow Y = 22.5 \frac{kN}{cm}$$

TEMA

TP2

FUERZAS
DISTRIBUIDAS

Fuerzas distribuidas sobre arcos

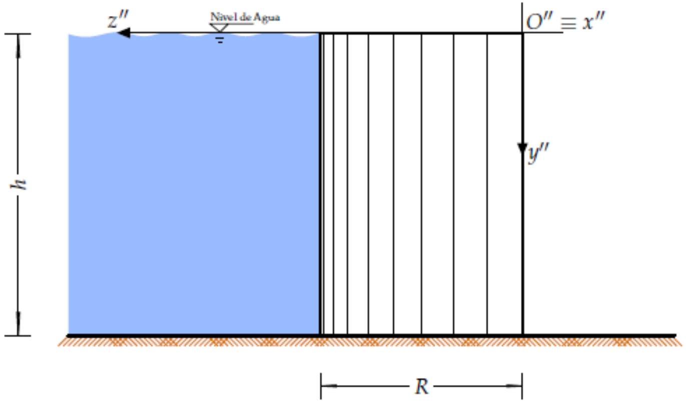


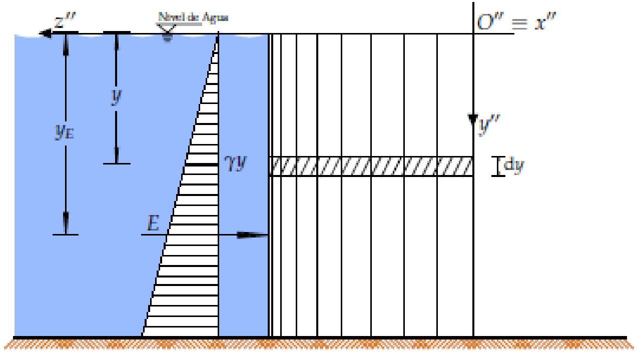
TEMA

TP2

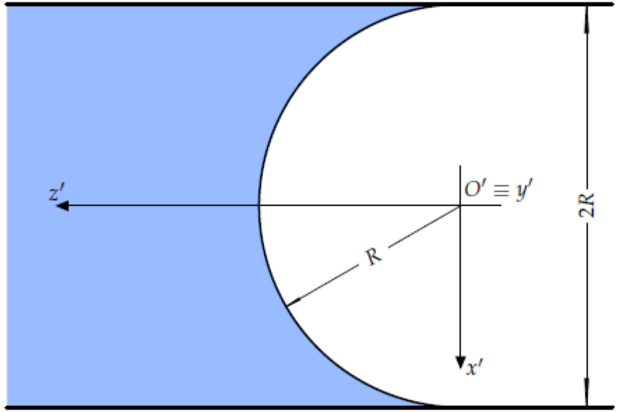
FUERZAS
DISTRIBUIDAS

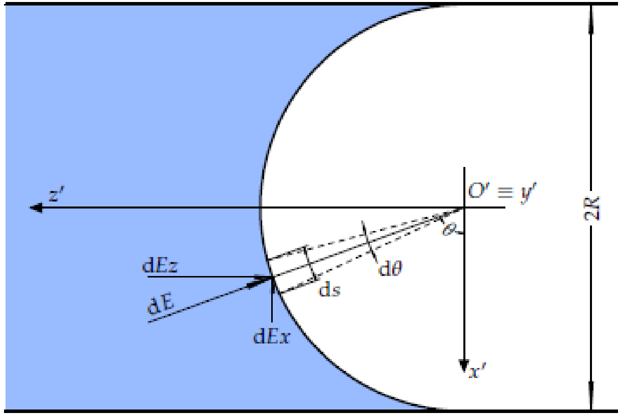
Fuerzas distribuidas sobre arcos





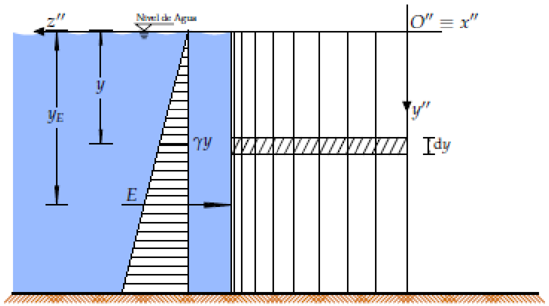
VISTA





PLANTA

Fuerzas distribuidas sobre arcos



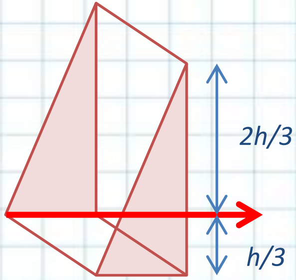
$$\begin{aligned}\text{Presión hidrostática:}\quad p_y &= \gamma y\\ \text{Área elemento de superficie:}\quad dF &= ds\,dy = R\,d\theta\,dy\\ \text{Empuje elemental:}\quad dE &= p_y\,dF = \gamma y R\,d\theta\,dy\end{aligned}$$

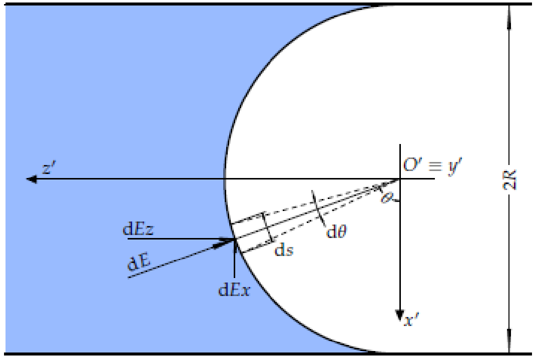
donde $\gamma = 10\,\mathrm{kN/m^3}$ es el peso específico del agua.

$$\begin{aligned} dE_z &= -\,dE\,\mathrm{sen}(\theta)\\ dE_x &= -\,dE\cos(\theta)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\int_0^{\pi} dE_x &= 0\\ dE_R = \int_0^{\pi} dE_z &= -\int_0^{\pi}\gamma R y\,dy\,\mathrm{sen}(\theta)\,d\theta\\ &= -\gamma R y\,dy\int_0^{\pi}\mathrm{sen}(\theta)\,d\theta\\ &= -\gamma R y\,dy\,(-\cos(\theta))\Big|_0^{\pi}\\ dE_R &= -2\gamma R y\,dy\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E &= \int_0^{h} dE_R\\ &= 2\gamma R\int_0^{h} y\,dy\\ &= 2\gamma R\frac{y^2}{2}\Big|_0^{h}\\ &= 2\gamma R\frac{h^2}{2}\\ E &= \frac{2Rh\gamma h}{2}\end{aligned}$$





Podemos constatar rápidamente que *el valor del empuje coincide con el área del diagrama de cargas*, que en este caso resulta triangular (base = $2Rh\gamma$ y altura = h).

$$E = \gamma\cdot h^2\cdot R$$

$$y_E\cdot E = \int_0^h y\cdot 2\cdot\gamma\cdot R\cdot y\cdot dy$$

$$y_E = \frac{2\cdot R\cdot\gamma\int_0^h y^2\cdot dy}{E} = \frac{2\cdot R\cdot\gamma\cdot\frac{h^3}{3}}{\gamma\cdot h^2\cdot R} = \frac{2}{3}\cdot h$$

TEMA

TP2

FUERZAS
DISTRIBUIDAS

F.I.U.B.A.
DTO. ESTABILIDAD
84.02 /64.11
ESTABILIDAD 1

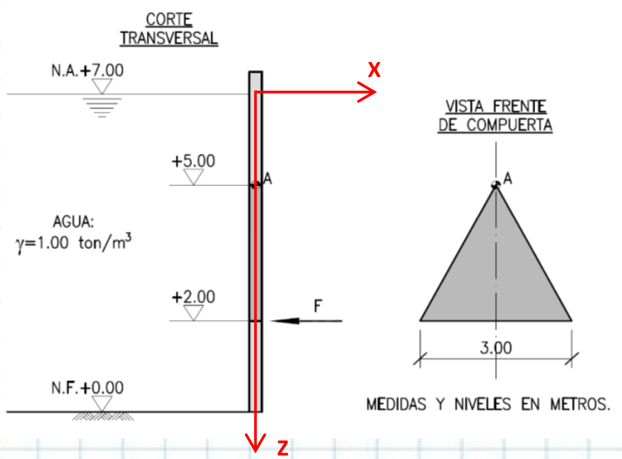
2 CUAT. 2020

CURSO 4
PARENTE

Hidrostática

Ejercicio: Se tiene un muro de contención de agua que posee una compuerta como se muestra en la figura. Se pide:

- Determinar el empuje resultante sobre la compuerta y su ubicación.
- La compuerta puede girar alrededor del punto A, determinar F que debe aplicarse para que la misma no se abra.



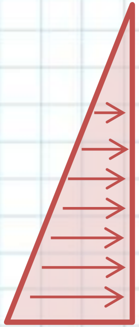


Diagrama de presiones

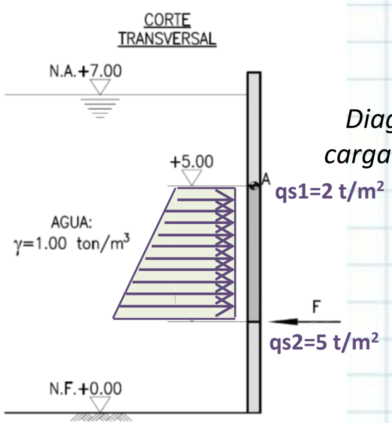


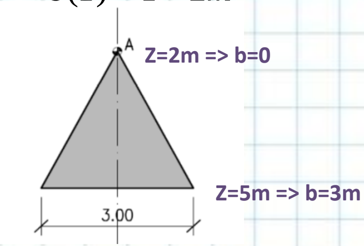
Diagrama de carga superficial

Función carga superficial

$$qs(z) = 1\frac{t}{m^3}\cdot z$$

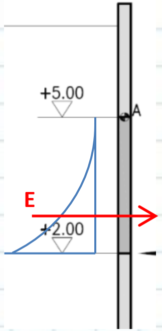
Función ancho

$$b(z) = z - 2m$$



Función carga lineal, superficial por ancho

$$ql(z) = 1\frac{t}{m^3}\cdot z\cdot(z-2m) = 1\frac{t}{m^3}\cdot z^2 - 2\frac{t}{m^2}\cdot z$$



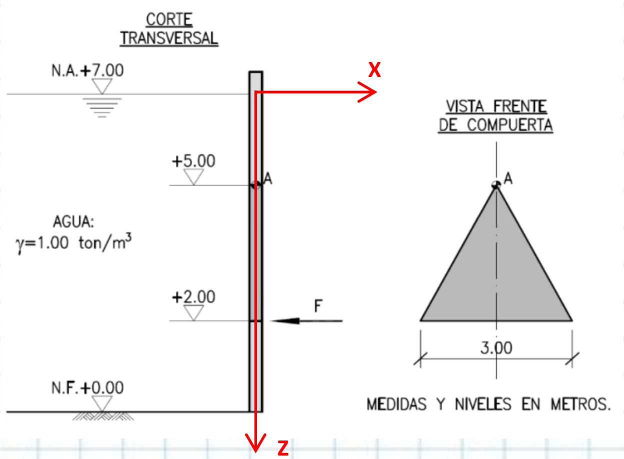
Hidrostática

Ejercicio: Se tiene un muro de contención de agua que posee una compuerta como se muestra en la figura. Se pide:
•Determinar el empuje resultante sobre la compuerta y su ubicación.
•La compuerta puede girar alrededor del punto A, determinar F que debe aplicarse para que la misma no se abra.

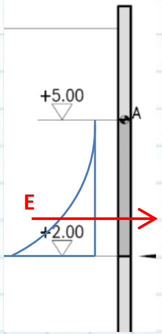
TEMA

TP2

FUERZAS
DISTRIBUIDAS



Función carga lineal, superficial por ancho



$$ql(z) = 1\frac{t}{m^3}\cdot z\cdot(z-2m) = 1\frac{t}{m^3}\cdot z^2 - 2\frac{t}{m^2}\cdot z$$

$$E = \int_z ql(z)\cdot dz = \int_{2m}^{5m}(1\frac{t}{m^3}\cdot z^2 - 2\frac{t}{m^2}\cdot z)\cdot dz = 18t$$

$$z_E\cdot E = \int_z ql(z)\cdot z\cdot dz = \int_{2m}^{5m}(1\frac{t}{m^3}\cdot z^3 - 2\frac{t}{m^2}\cdot z^2)\cdot dz = 74.25tm$$

$$z_E = \frac{74.25tm}{18t} = 4.125m$$

Para que no gire sobre A, debe estar en equilibrio.

$$\sum M^A = (4.125m-2m)\cdot 18t - (5m-2m)\cdot F = 0$$

$$F = 12.75t$$

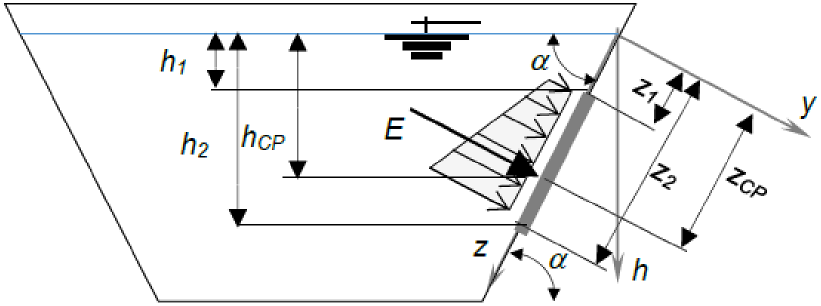
Hidrostática

TEMA

TP2

FUERZAS
DISTRIBUIDAS

Compuerta inclinada



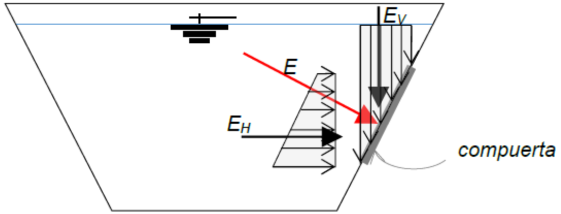
$$h = z \cdot \sin(\alpha)$$ *Cambio de variable*

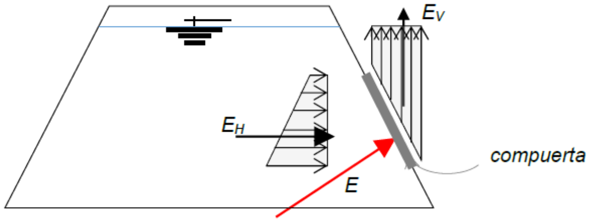
$$R = \int_{z=z_1}^{z_2} \gamma \cdot z \cdot \sin(\alpha) \cdot b(z) \cdot dz$$

$$h_{CP} = \frac{\int_{z=z_1}^{z_2} \gamma \cdot z \cdot \sin(\alpha) \cdot b(z) \cdot dz}{\int_{z=z_1}^{z_2} \gamma \cdot z \cdot \sin(\alpha) \cdot b(z) \cdot dz}$$

$$R = \gamma \cdot \sin(\alpha) \cdot S_x = \gamma \cdot \sin(\alpha) \cdot z_G \cdot A = \gamma \cdot h_G \cdot A$$

$$h_{CP} = \frac{\gamma \cdot \sin(\alpha) \int_{z=z_1}^{z_2} z^2 \cdot b(z) \cdot dz}{\gamma \cdot \sin(\alpha) \int_{z=z_1}^{z_2} z \cdot b(z) \cdot dz} = \frac{I_x}{S_x}$$





HOJA
28

TEMA

TP2

FUERZAS
DISTRIBUIDAS

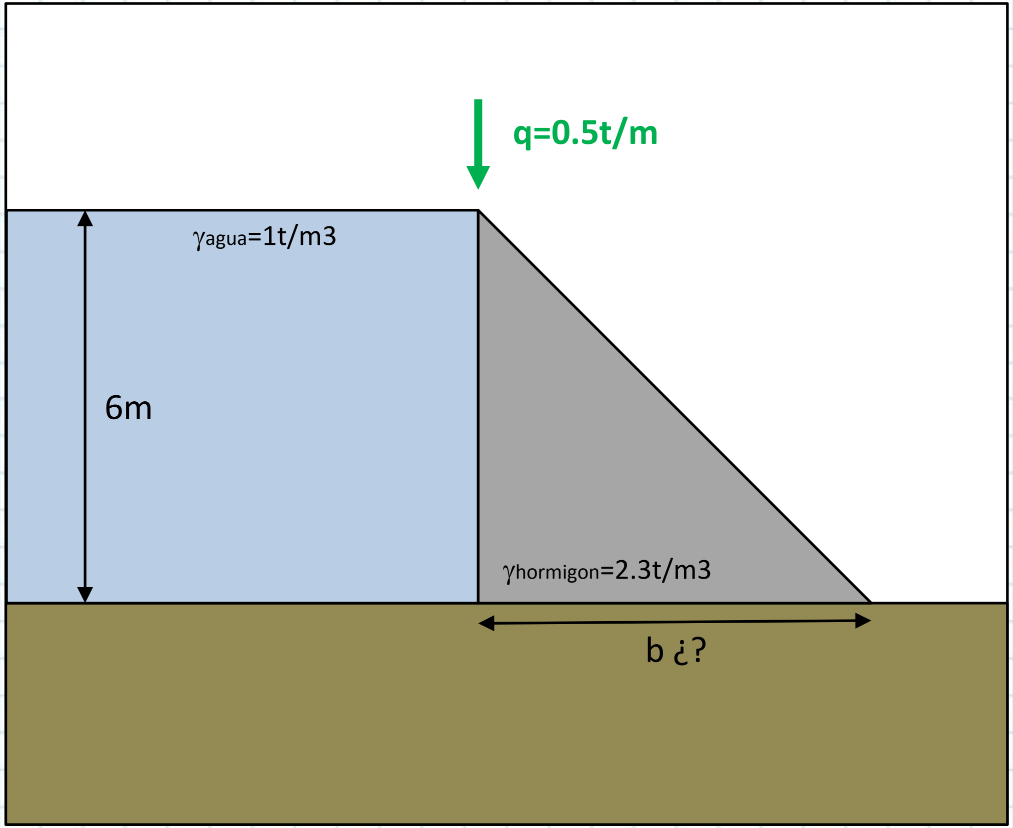
F.I.U.B.A.
DTO. ESTABILIDAD
84.02 /64.11
ESTABILIDAD 1

2 CUAT. 2020

CURSO 4
PARENTE

Problema de fuerzas distribuidas

Determinar el ancho b tal que la presa no vuelque. Analizar la presa por metro lineal.



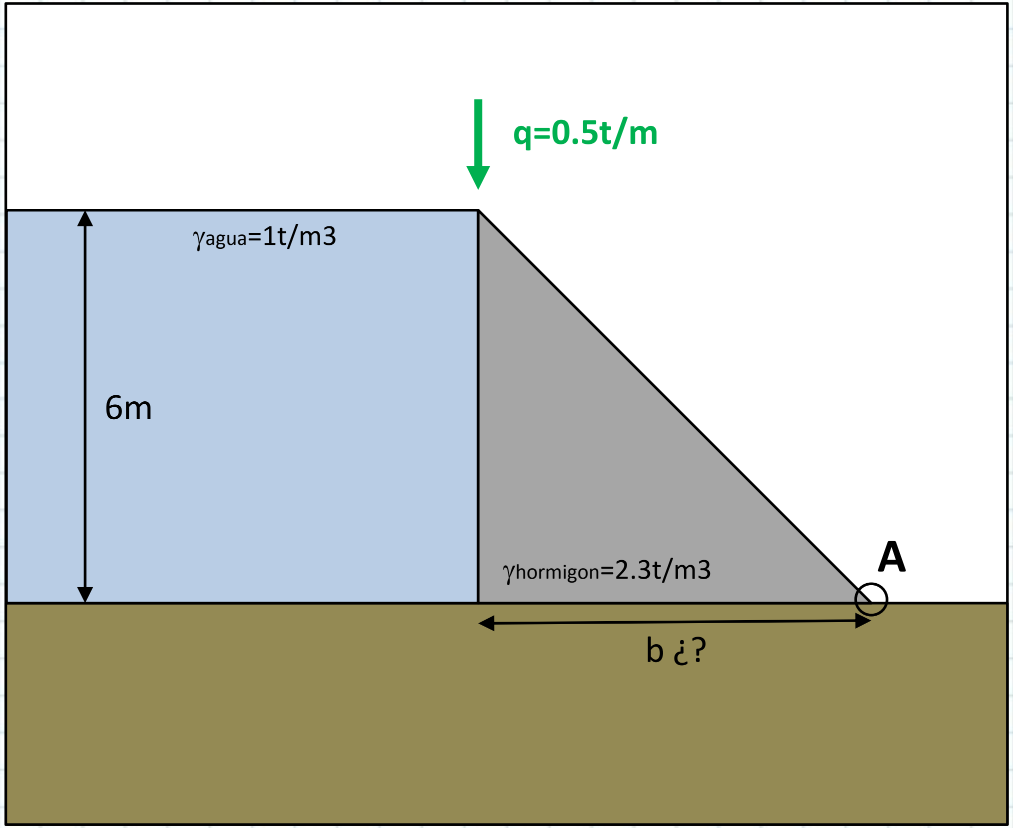
TEMA

TP2

FUERZAS
DISTRIBUIDAS

Problema de fuerzas distribuidas

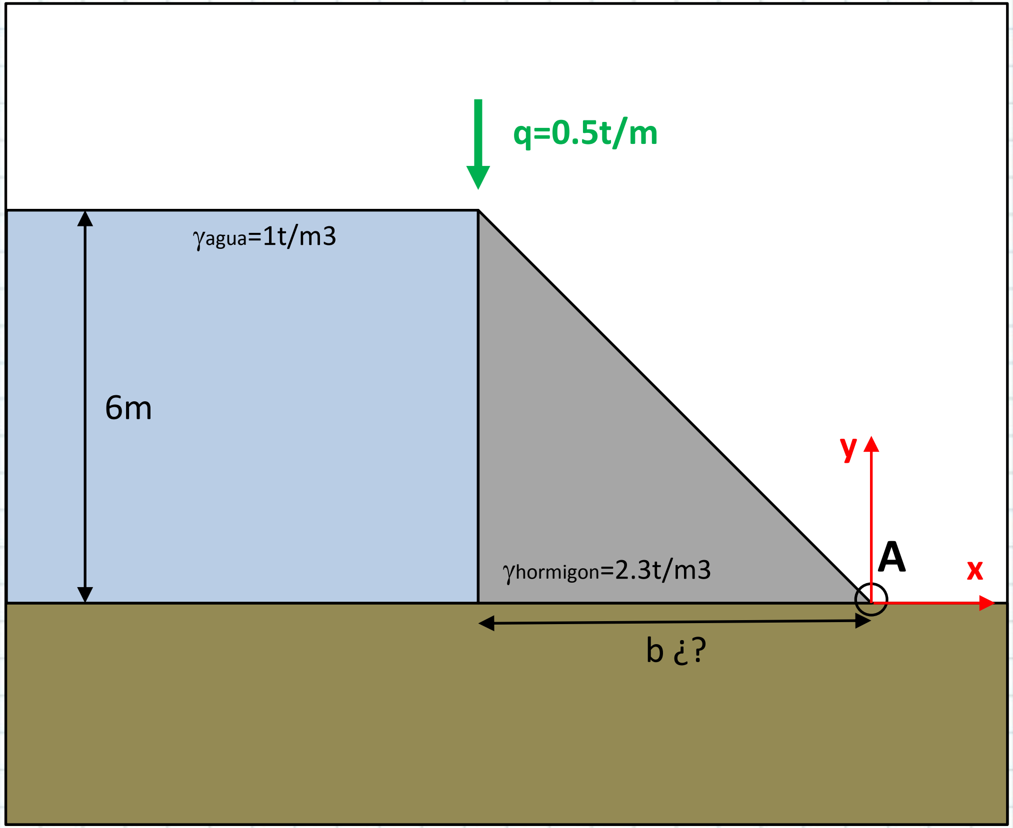
Determinar el ancho b tal que la presa no vuelque. Analizar la presa por metro lineal.



HIPOTESIS. Si la presa vuelca, tenderá a volcar alrededor del pie de la presa (Punto A).

Problema de fuerzas distribuidas

Determinar el ancho b tal que la presa no vuelque. Analizar la presa por metro lineal.

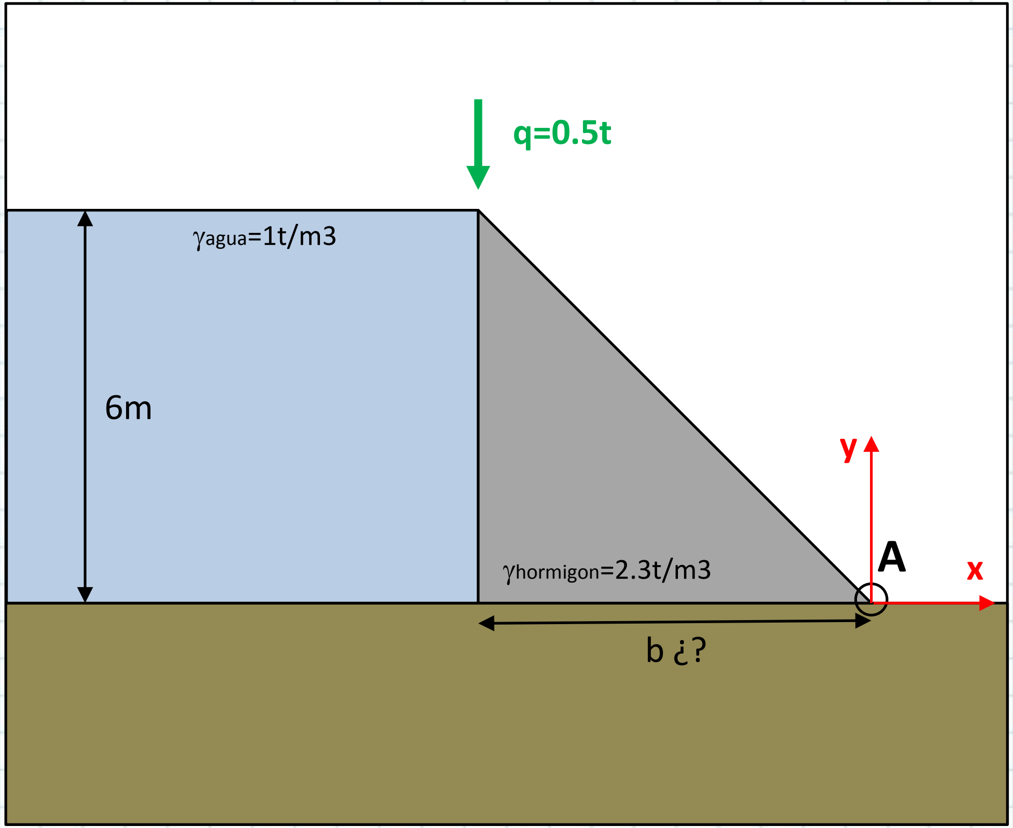


HIPOTESIS. Si la presa vuelca, tenderá a volcar alrededor del pié de la presa (Punto A).

Indicamos un sistema de coordenadas para poder trabajar.

Problema de fuerzas distribuidas

Determinar el ancho b tal que la presa no vuelque. Analizar la presa por metro lineal.



HIPOTESIS. Si la presa vuelca, tenderá a volcar alrededor del pié de la presa (Punto A).

Indicamos un sistema de coordenadas para poder trabajar.

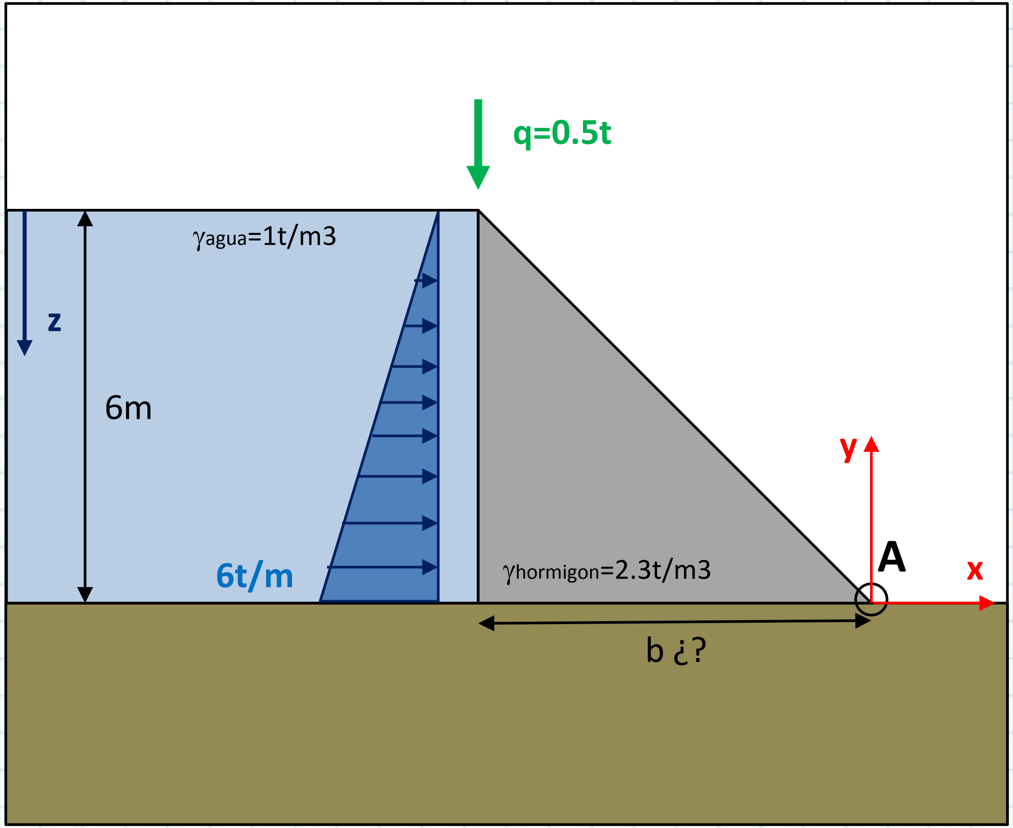
Las fuerzas que actúan sobre la presa en un ancho de 1m son:

La carga del coronamiento

$$q = 0.5 \cdot \frac{t}{m} \cdot 1m = 0.5 \cdot t$$

Problema de fuerzas distribuidas

Determinar el ancho b tal que la presa no vuelque. Analizar la presa por metro lineal.



HIPOTESIS. Si la presa vuelca, tenderá a volcar alrededor del pié de la presa (Punto A).

Indicamos un sistema de coordenadas para poder trabajar.

Las fuerzas que actúan sobre la presa en un ancho de 1m son:

La carga del coronamiento

$$q = 0.5 \cdot \frac{t}{m} \cdot 1m = 0.5 \cdot t$$

El empuje del agua. La presión hidrostática es proporcional a la profundidad y se calcula como:

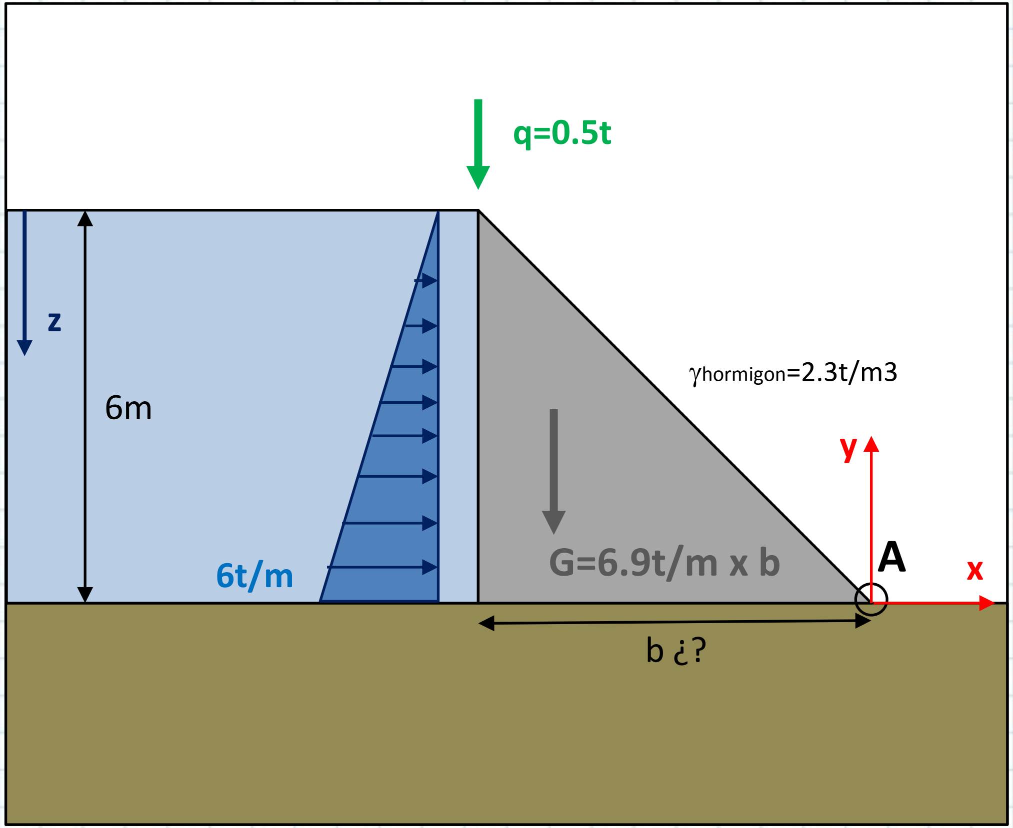
$$p(z) = \gamma_{agua} \cdot z = 1 \cdot \frac{t}{m3} \cdot z$$

El valor máximo es

$$p(6m) = 6t/m2$$

Problema de fuerzas distribuidas

Determinar el ancho b tal que la presa no vuelque. Analizar la presa por metro lineal.

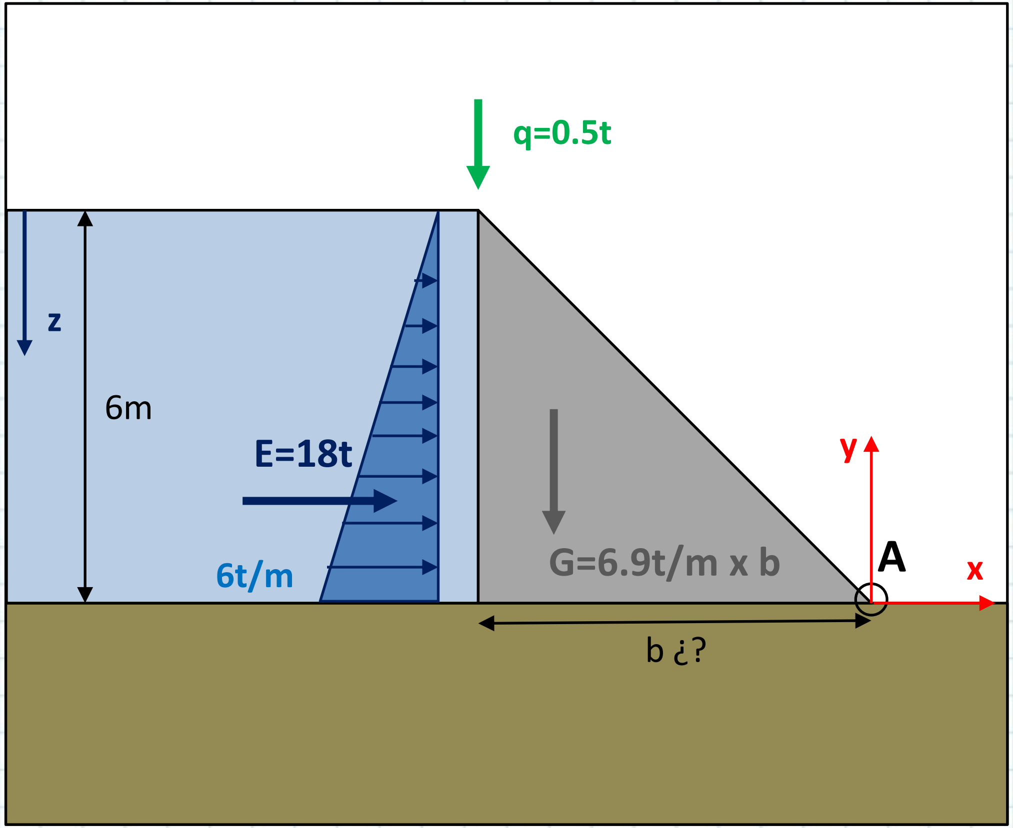


El peso propio de la presa. Su valor lo podemos calcular como:

$$G = \gamma_{hor} \cdot Vol = \frac{b \cdot 6m \cdot 1m}{2}\gamma_{hor} = 6.9\frac{t}{m}b$$

Problema de fuerzas distribuidas

Determinar el ancho b tal que la presa no vuelque. Analizar la presa por metro lineal.



El peso propio de la presa. Su valor lo podemos calcular como:

$$G = \gamma_{hor} \cdot Vol = \frac{b \cdot 6m \cdot 1m}{2} \gamma_{hor} = 6.9 \frac{t}{m} b$$

La resultante del empuje del agua (E) la calculamos como:

$$E = \int_0^{6m} \gamma_{agua} \cdot z \cdot dz = \gamma_{agua} \cdot \frac{z^2}{2}\Big|_0^{6m} = 18 \cdot \frac{t}{m}$$

O simplemente el área del diagrama

$$E = 6\frac{t}{m} \cdot 6m \cdot \frac{1}{2} = 18 \cdot \frac{t}{m} \cdot 1m = 18\ t$$

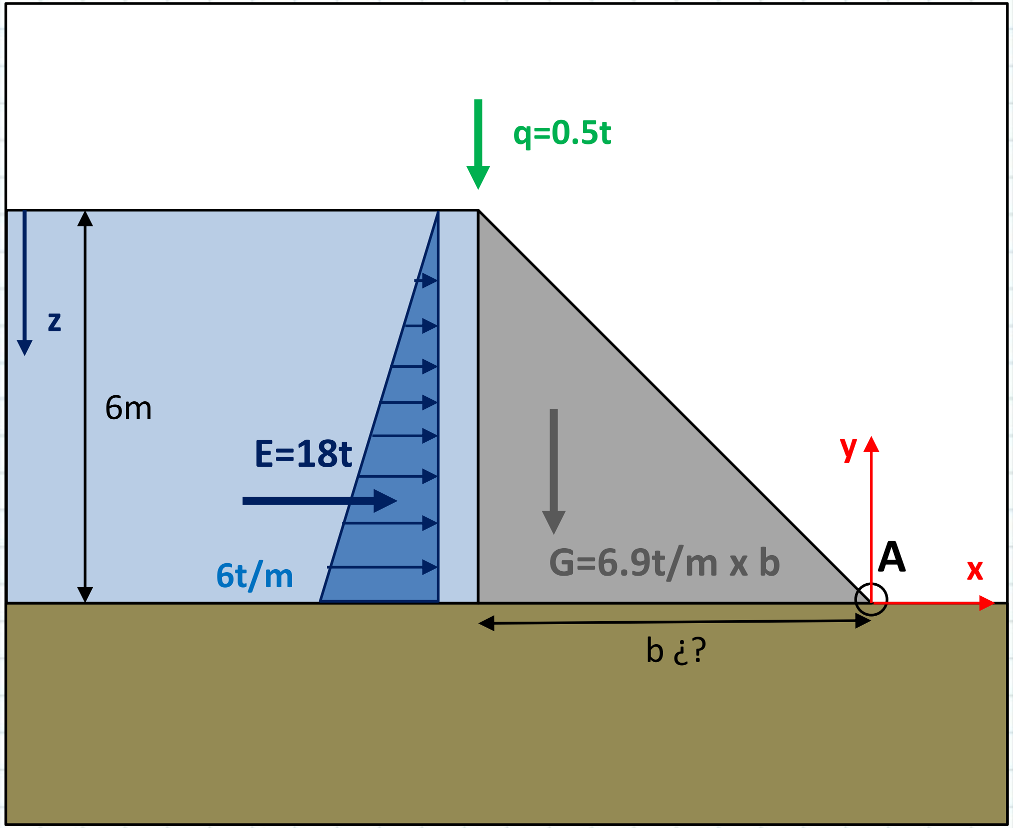
(Si se conocen las “dimensiones” del diagrama, conviene calcular el área de este)

HOJA

35

Problema de fuerzas distribuidas

Determinar el ancho b tal que la presa no vuelque. Analizar la presa por metro lineal.



¿Dónde está posicionada la fuerza E?

TEMA

TP2

FUERZAS
DISTRIBUIDAS

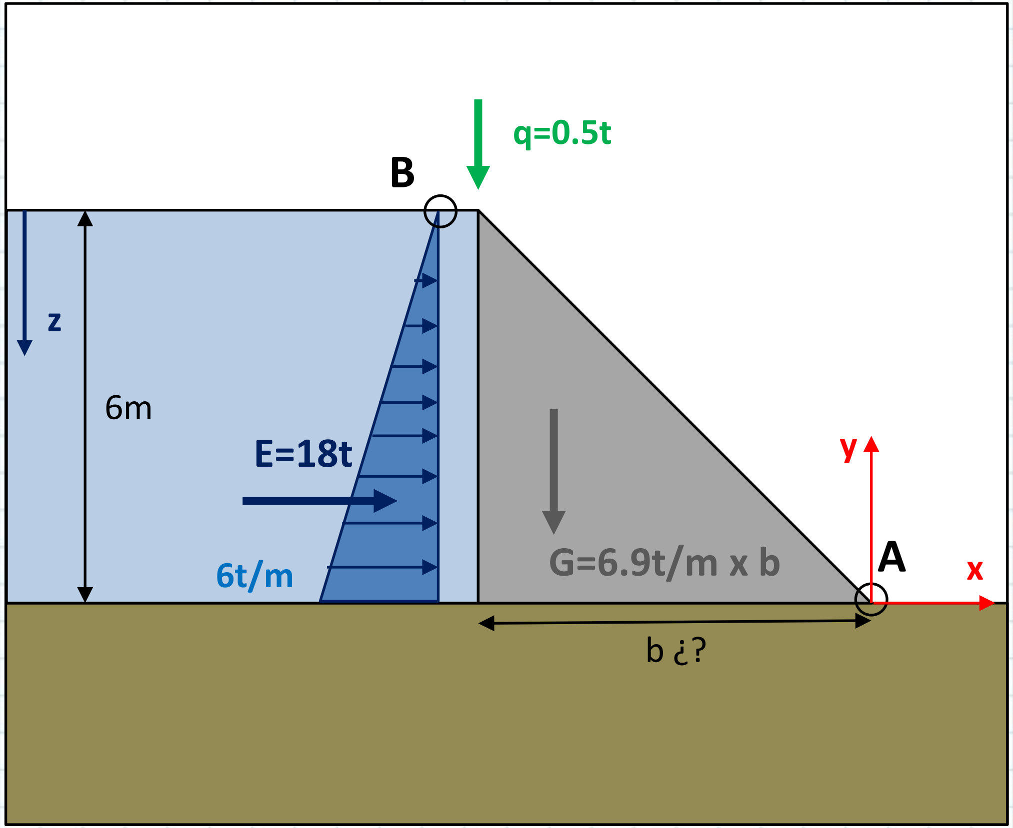
F.I.U.B.A.
DTO. ESTABILIDAD
84.02 /64.11
ESTABILIDAD 1

2 CUAT. 2020

CURSO 4
PARENTE

Problema de fuerzas distribuidas

Determinar el ancho b tal que la presa no vuelque. Analizar la presa por metro lineal.



¿Dónde está posicionada la fuerza E?

Si tomamos momento respecto al punto B, se debe cumplir que el momento de la fuerza E y el momento de todos los diferenciales de fuerzas del diagrama sean iguales.

$$\int_0^{6m} dM = E \cdot z_g$$

El diferencial de momento se puede calcular como:

$$dM = dF(z) \cdot z = (\gamma_{agua} \cdot z \cdot 1m) \cdot z$$

$$M = \int_0^{6m} \gamma_{agua} \cdot 1m \cdot z^2 dz = \gamma_{agua} \cdot 1m \cdot \frac{z^3}{3}\Big|_0^{6m} = 72t \cdot m$$

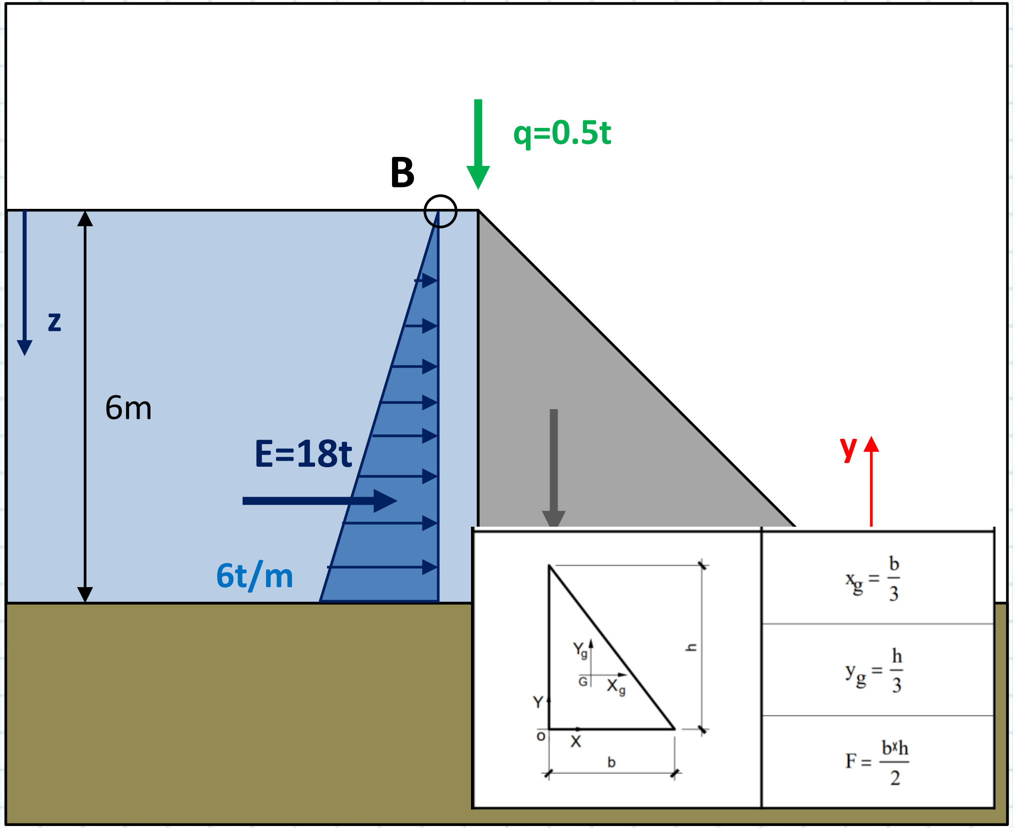
Despejando el valor de Zg:

$$z_g = \frac{72\ t \cdot m}{18t} = 4m$$

TEMA
TP2
FUERZAS
DISTRIBUIDAS
F.I.U.B.A.
DTO. ESTABILIDAD
84.02 /64.11
ESTABILIDAD 1
2 CUAT. 2020
CURSO 4
PARENTE

Problema de fuerzas distribuidas

Determinar el ancho b tal que la presa no vuelque. Analizar la presa por metro lineal.



¿Dónde está posicionada la fuerza E?

Si tomamos momento respecto al punto B, se debe cumplir que el momento de la fuerza E y el momento de todas los diferenciales de fuerzas del diagrama sean iguales.

$$\int_0^{6m} dM = E \cdot z_g$$

El diferencial de momento se puede calcular como:

$$dM = dF(z) \cdot z = (\gamma_{agua} \cdot z \cdot 1m) \cdot z$$

$$M = \int_0^{6m} \gamma_{agua} \cdot 1m \cdot z^2 dz = \gamma_{agua} \cdot 1m \cdot \frac{z^3}{3}\Big|_0^{6m} = 72t \cdot m$$

Despejando el valor de Zg:

$$z_g = \frac{72\ t \cdot m}{18t} = 4m \qquad \frac{\int zw(z)dz}{\int w(z)dz}$$

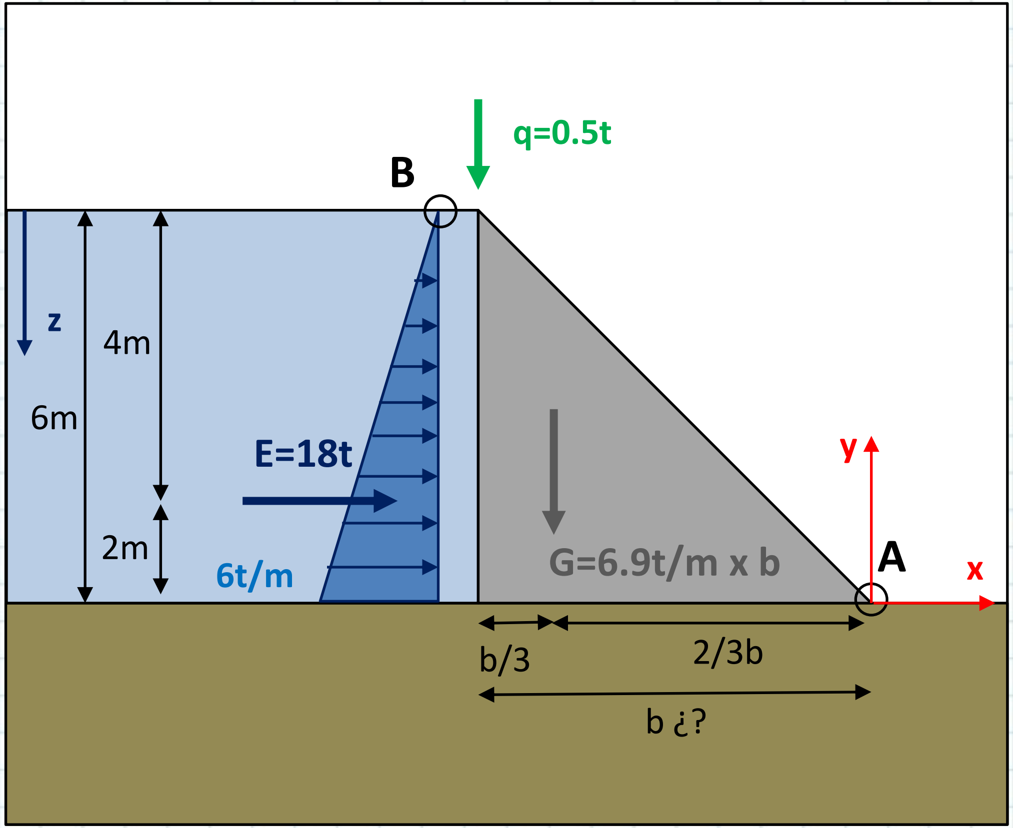
Eso es la definición de centroide. Esos valores están tabulados

$$z_g = \frac{2}{3} \cdot 6m = 4m$$

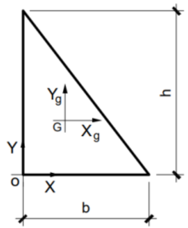
(La fuerza resultante actúa en el centroide del diagrama de fuerzas)

Problema de fuerzas distribuidas

Determinar el ancho b tal que la presa no vuelque. Analizar la presa por metro lineal.



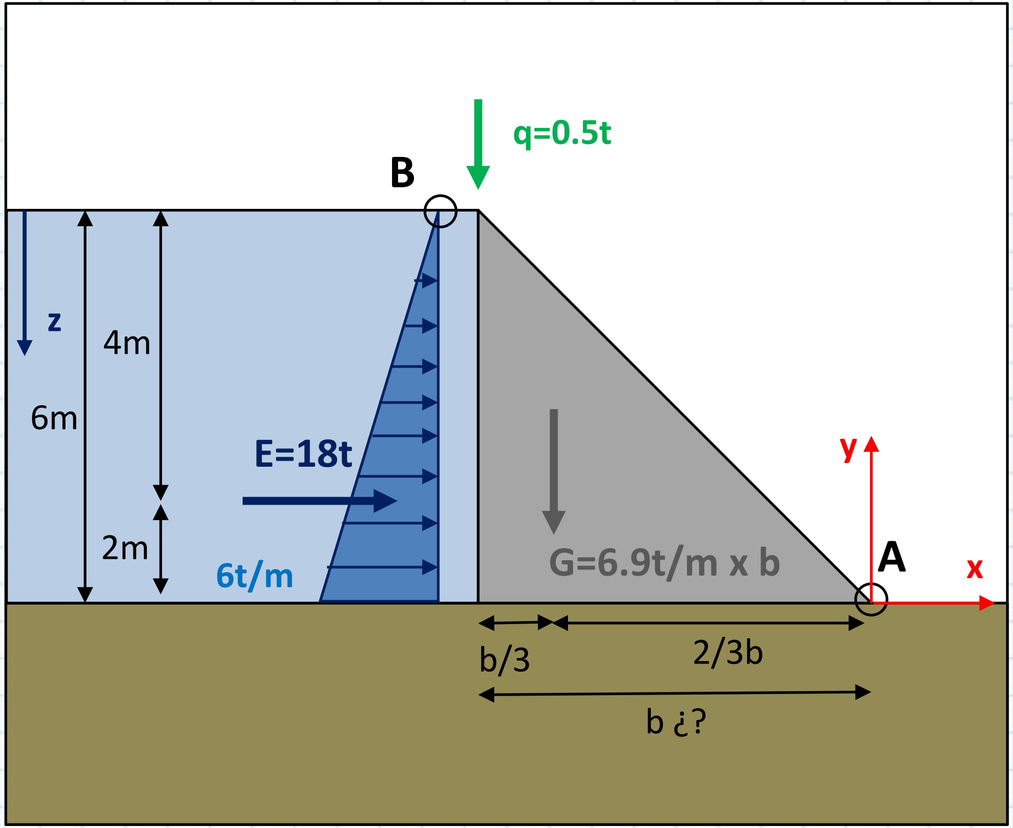
¿Dónde está posicionada la fuerza G? Utilizamos los valores tabulados para ubicar el centroide



	$x_g = \frac{b}{3}$
	$y_g = \frac{h}{3}$
	$F = \frac{b \times h}{2}$

Problema de fuerzas distribuidas

Determinar el ancho b tal que la presa no vuelque. Analizar la presa por metro lineal.



Seguridad al volcamiento.

$$FS_{volc} = \frac{\sum M^A_{estabilizantes}}{\sum M^A_{desestabilizantes}} = \frac{M^A_G + M^A_q}{M^A_E}$$

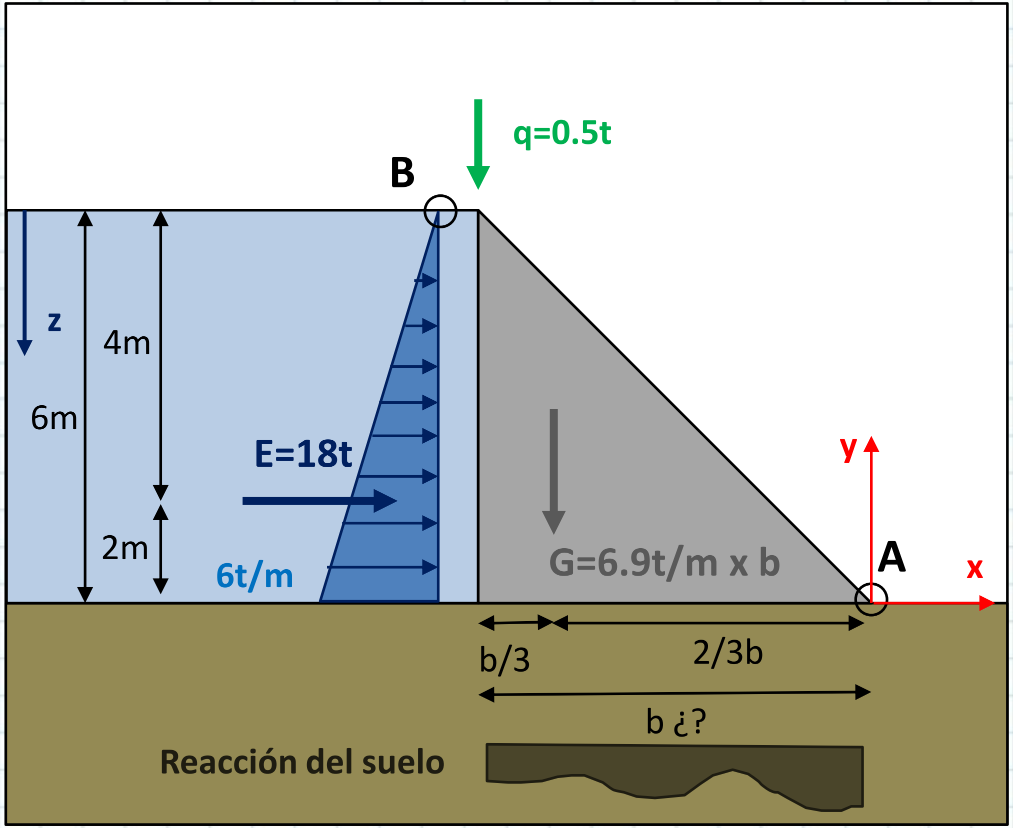
Si $FS_{volc} < 1$ la presa vuelca

Si $FS_{volc} > 1$ la presa no vuelca

Caso extremo en $FS_{volc} = 1$

Problema de fuerzas distribuidas

Determinar el ancho b tal que la presa no vuelque. Analizar la presa por metro lineal.



Seguridad al volcamiento.

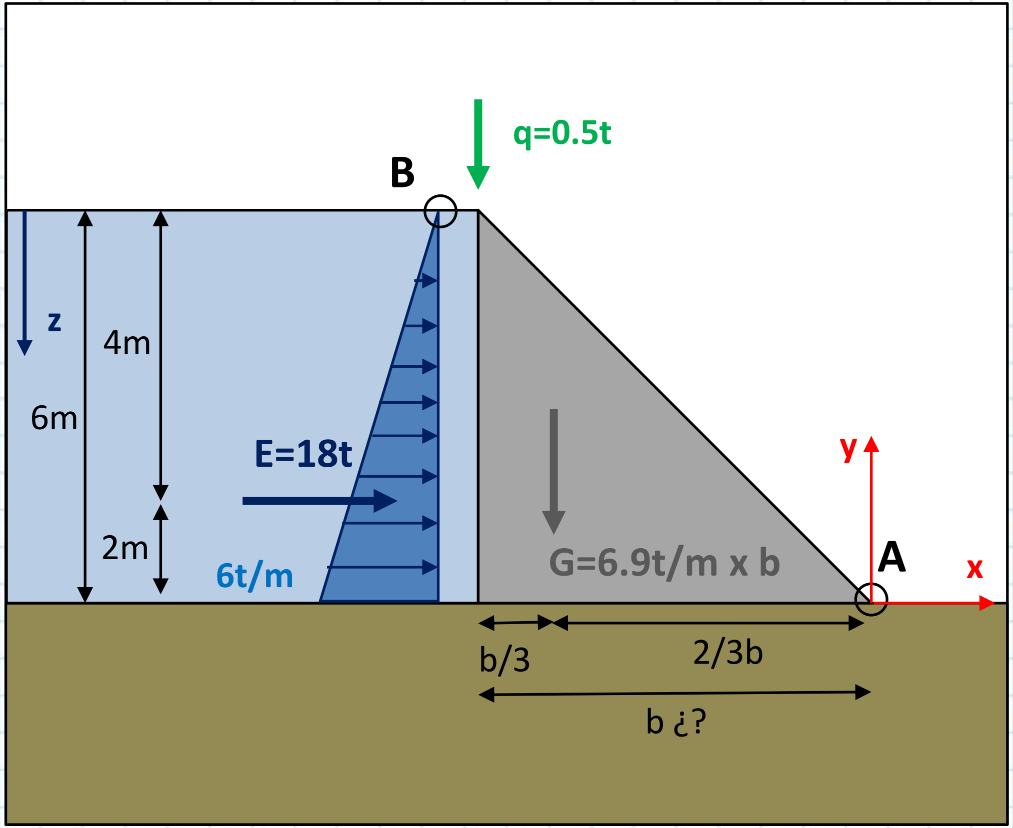
$$FS_{volc} = \frac{\sum M^A_{estabilizantes}}{\sum M^A_{desestabilizantes}} = \frac{M^A_G + M^A_q}{M^A_E}$$

Si $FS_{volc} < 1$ la presa vuelca
Si $FS_{volc} > 1$ la presa no vuelca
Caso extremo en $FS_{volc} = 1$

**(Esto no es equilibrio, es una definición.
Tengan presente que hay una fuerza distribuida más que actúa sobre la presa y que no conocemos su forma)**

Problema de fuerzas distribuidas

Determinar el ancho b tal que la presa no vuelque. Analizar la presa por metro lineal.



Seguridad al volcamiento.

$$FS_{volc}=\frac{\sum M^A_{estabilizantes}}{\sum M^A_{desestabilizantes}}=\frac{M^A_G+M^A_q}{M^A_E}$$

Si $FS_{volc}<1$ la presa vuelca

Si $FS_{volc}>1$ la presa no vuelca

Caso extremo en $FS_{volc}=1$

(Esto no es equilibrio, es una definición.
Tengan presente que hay una fuerza distribuida más que actúa sobre la presa y que no conocemos su forma)

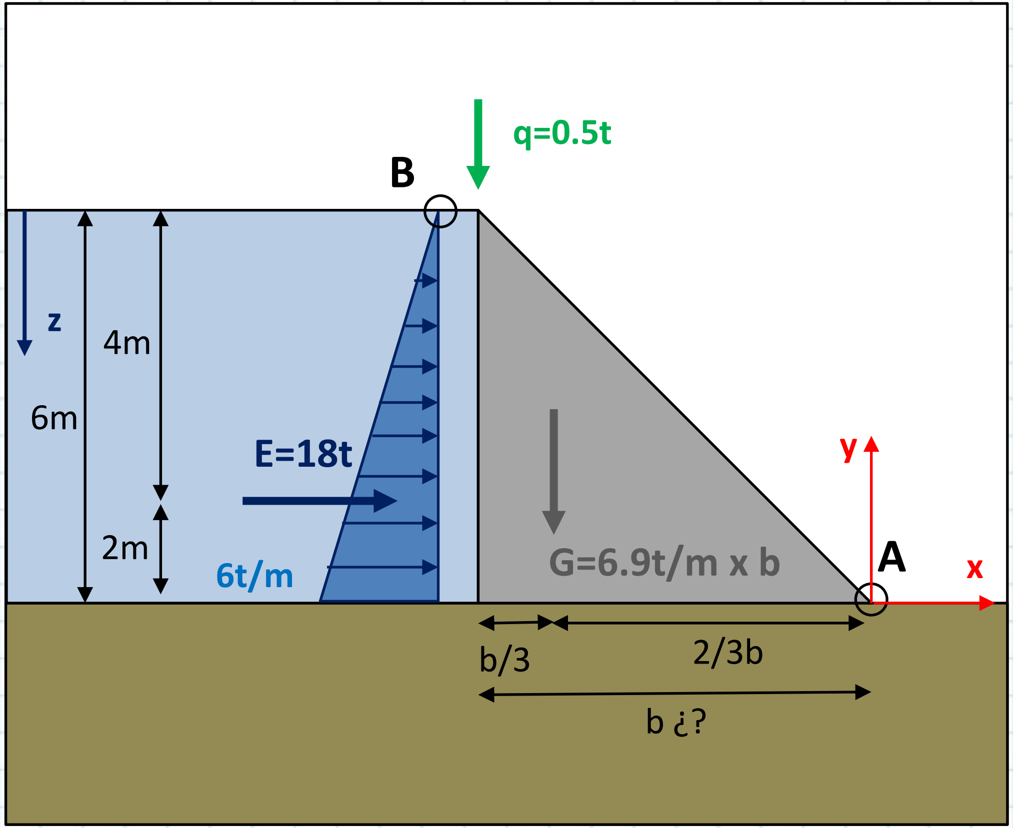
En el caso extremo:

$$G\cdot\frac{2}{3}b+q\cdot b=E\cdot 2m$$

$$6.9\frac{t}{m}\cdot\frac{2}{3}b^2+0.5t\cdot b-18t\cdot 2m=0$$

Problema de fuerzas distribuidas

Determinar el ancho b tal que la presa no vuelque. Analizar la presa por metro lineal.



Seguridad al volcamiento.

$$FS_{volc} = \frac{\sum M^A_{estabilizantes}}{\sum M^A_{desestabilizantes}} = \frac{M^A_G + M^A_q}{M^A_E}$$

Si $FS_{volc} < 1$ la presa vuelca
Si $FS_{volc} > 1$ la presa no vuelca
Caso extremo en $FS_{volc} = 1$

(Esto no es equilibrio, es una definición.
Tengan presente que hay una fuerza distribuida más que actúa sobre la presa y que no conocemos su forma)

En el caso extremo:

$$G \cdot \frac{2}{3} b + q \cdot b = E \cdot 2m$$

$$6.9 \frac{t}{m} \cdot \frac{2}{3} b^2 + 0.5t \cdot b - 18t \cdot 2m = 0$$

$$b = -2.85m \; ; \boxed{b = 2.74m}$$

TEMA
TP2
FUERZAS
DISTRIBUIDAS
F.I.U.B.A.
DTO. ESTABILIDAD
84.02 /64.11
ESTABILIDAD 1
2 CUAT. 2020
CURSO 4
PARENTE