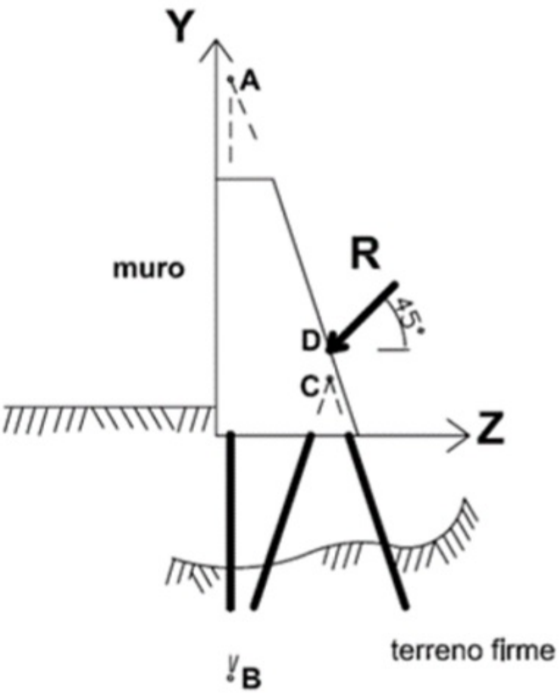
Problema:



El muro de contención de la figura está apoyado en el terreno y está sostenido por tres pilotes con dirección A-B, B-C y A-C

Equilibrar el sistema en las tres direcciones con una acción resultante R

Datos

$R_0 := 2000\ kN$ $\alpha := 45°$

$y_A := 125\ m$ $z_A := 5\ m$

$y_B := -85\ m$ $z_B := 5\ m$

$y_C := 20\ m$ $z_C := 40\ m$

$y_D := 30\ m$ $z_D := 40\ m$

Dado que el sistema debe encotrarse en equilibrio y todas las acciones y reacciones se encuentran aplicadas en un cuerpo que suponemos rígido, el muro de contención, lo que debemos hacer es plantear las ecuaciones que surgen del equilibrio. Estas ecuaciones indican que la sumatoria de las fuerzas actuantes en el cuerpo deben ser iguales a cero y la sumatoria de los momentos en un punto, o un eje, también deben ser iguales a cero.

Estas ecuaciones surgen de que de existir un momento o fuerza resultante distinta de cero, el cuerpo estaría en movimiento, lo cual no debe suceder en ningun caso de un cuerpo en equilibrio.

Por esta razón planteareamos tres ecuaciones de equilibrio para hallar las tres incógnitas (las reacciones de los pilotes), estas pueden ser:

1. TRES ECUACIONES DE MOMENTO: En este caso se tiene que tener la precaución de no tomar tres puntos alineados.
2. DOS ECUACIONES DE PROYECCIÓN Y UNA DE MOMENTOS: La precaución al plantearlas es que los ejes no deben ser concurrentes ni paralelos.
3. DOS ECUACIONES DE MOMENTO Y UNA DE PROYECCIÓN: En este caso no se pueden tomar dos puntos que, en la recta que los une, corte de manera perpendicular a la recta de proyección elegida.

El hecho de tener ciertos cuidados al plantear las ecuaciones tiene que ver con que sino el sistema de ecuaciones planteado tendría ecuaciones linealmente dependientes y no podríamos hallar la solución.

En este caso elegí plantear tres ecuaciones de momento para establecer las fuerzas equilibrantes. Los puntos elegidos serán A, B y C. Esta elección, tanto de tres ecuaciones de momento como de esos tres puntos en particular no es una elección caprichosa sino que tiene como fin obtener un sistema de ecuaciones que puede ser representado con una matriz diagonal lo cual implica que cada ecuación planteada tendrá solo una incognita, por lo cual será de resolución inmediata. Esta forma de resolución es denominada como método gráfico analítico de Ritter.

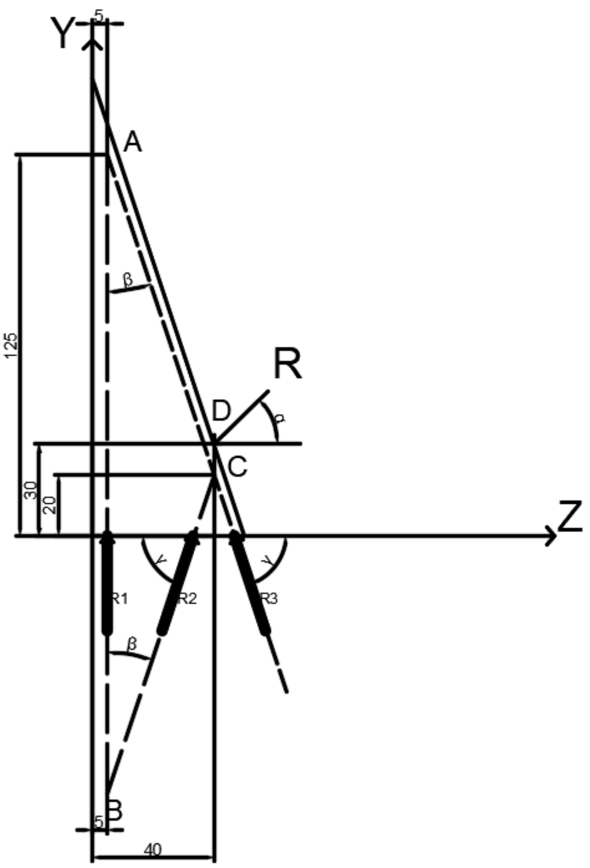
Resolución:

Las ecuaciones son:

(1) $$\sum M^A = 0 = R_2 \cdot d_{2A} + R_0 \cdot d_{0A}$$

(2) $$\sum M^B = 0 = R_3 \cdot d_{3B} + R_0 \cdot d_{0B}$$

(3) $$\sum M^C = 0 = R_1 \cdot d_{1C} + R_0 \cdot d_{0C}$$



Siendo los ángulos:

$$\beta := \operatorname{atan}\left(\frac{35}{105}\right) = 0.322 \quad rad$$

$$\gamma := \frac{\pi - 2 \cdot \beta}{2} = 1.249 \quad rad$$

Existen al menos dos formas de resolver el ejercicio una vez planteadas las ecuaciones

1. Como coordenadas y productos vectoriales para plantear los momentos
2. Descomponiendo las reacciones y acciones en los ejes y z.

Elegiremos la segunda forma dado que es la que en general se utiliza para resolver este tipo de problemas.

(1)

$$0 = -R_{2y} \cdot d_{2Az} - R_{2z} \cdot d_{2Ay} + R_{0y} \cdot d_{0Az} + R_{0z} \cdot d_{0Ay}$$

Siendo

$d_{2Ay} := y_A - y_B = 210\ m$ $\qquad$ $d_{2Az} := z_A - z_B = 0\ m$

$d_{0Ay} := y_A - y_D = 95\ m$ $\qquad$ $d_{0Az} := z_D - z_A = 35\ m$

$R_{0y} := R_0 \cdot \sin(\alpha) = 1414.214\ kN$ $\qquad R_{0z} := R_0 \cdot \cos(\alpha) = 1414.214\ kN$

$R_{2z} = R_2 \cdot sin(\beta)$ $\qquad R_{2y} = R_2 \cdot cos(\beta)$

$$0 = -R_2 \cdot cos(\beta) \cdot d_{2Az} - R_2 \cdot sin(\beta) \cdot d_{2Ay} + R_{0y} \cdot d_{0Az} + R_{0z} \cdot d_{0Ay}$$

$$0 = -R_2 \cdot \left(cos(\beta) \cdot d_{2Az} + sin(\beta) \cdot d_{2Ay}\right) + R_{0y} \cdot d_{0Az} + R_{0z} \cdot d_{0Ay}$$

$$R_2 := \frac{R_{0y} \cdot d_{0Az} + R_{0z} \cdot d_{0Ay}}{\cos(\beta) \cdot d_{2Az} + \sin(\beta) \cdot d_{2Ay}} = 2768.465\ kN$$

(2)

$$0 = -R_{3y} \cdot d_{3Bz} - R_{3z} \cdot d_{3By} + R_{0y} \cdot d_{0Bz} - R_{0z} \cdot d_{0By}$$

Siendo

$d_{3By} := y_C - y_B = 105\ m$ $\qquad d_{3Bz} := z_C - z_B = 35\ m$

$d_{0By} := y_D - y_B = 115\ m$ $\qquad d_{0Bz} := z_D - z_B = 35\ m$

$R_{0y} := R_0 \cdot \sin(\alpha) = 1414.214\ kN$ $\qquad R_{0z} := R_0 \cdot \cos(\alpha) = 1414.214\ kN$

$R_{3z} = R_3 \cdot cos(\gamma)$ $\qquad R_{3y} = R_3 \cdot sin(\gamma)$

$$0 = -R_3 \cdot sin(\gamma°) \cdot d_{3Bz} - R_3 \cdot cos(\gamma°) \cdot d_{3By} + R_{0y} \cdot d_{0Bz} - R_{0z} \cdot d_{0By}$$

$$0 = -R_3 \cdot \left(sin(\gamma°) \cdot d_{3Bz} + cos(\gamma°) \cdot d_{3By}\right) + R_{0y} \cdot d_{0Bz} - R_{0z} \cdot d_{0By}$$

$$R_3 := \frac{R_{0y} \cdot d_{0Bz} - R_{0z} \cdot d_{0By}}{\sin(\gamma) \cdot d_{3Bz} + \cos(\gamma) \cdot d_{3By}} = -1703.671\ kN$$

Que el signo sea negativo significa que el sentido es opuesto al que opté en el esquema de referencia

(3)

$$0 = R_{1y} \cdot d_{1Cz} + R_{0y} \cdot d_{0Cz} - R_{0z} \cdot d_{0Cy}$$

Siendo

$d_{1Cz} := z_C - z_A = 35\ m$

$d_{0Cy} := y_D - y_C = 10\ m$ $\qquad d_{0Cz} := z_D - z_C = 0\ m$

$R_{0y} := R_0 \cdot \sin(\alpha) = 1414.214\ kN$ $\qquad R_{0z} := R_0 \cdot \cos(\alpha) = 1414.214\ kN$ $\qquad R_{1y} = R_1$

$$0 = R_1 \cdot d_{1Cz} + R_{0y} \cdot d_{0Cz} - R_{0z} \cdot d_{0Cy}$$

$$R_1 := \frac{-R_{0y} \cdot d_{0Cz} + R_{0z} \cdot d_{0Cy}}{d_{1Cz}} = 404.061 \ kN$$

Comprobación mediante fórmulas de proyección

ΣF_y $\quad R_1 + R_2 \cdot \cos(\beta) + R_3 \cdot \sin(\gamma) - R_0 \cdot \sin(\alpha) = 0 \ kN$ ESTÁ EN EQUILIBRIO

ΣF_z $\quad R_2 \cdot \sin(\beta) - R_0 \cdot \cos(\alpha) - R_3 \cdot \cos(\gamma) = 0 \ kN$ ESTÁ EN EQUILIBRIO