Ejercicio N°: 1. 03

* Dado el Sistema de Fuerzas Paralelas esquematizado en la figura 1.02.01, se pide:

1. Determinar, analíticamente, la Resultante del sistema.
2. Descomponer dicha resultante, también analíticamente, en las direcciones (c) y (d) indicadas en la figura 1.02.02.
3. Determinar, analíticamente, la Equilibrante del sistema.
4. Descomponer dicha equilibrante, también analíticamente, en las direcciones (c) y (d) indicadas en la figura 1.02.02.

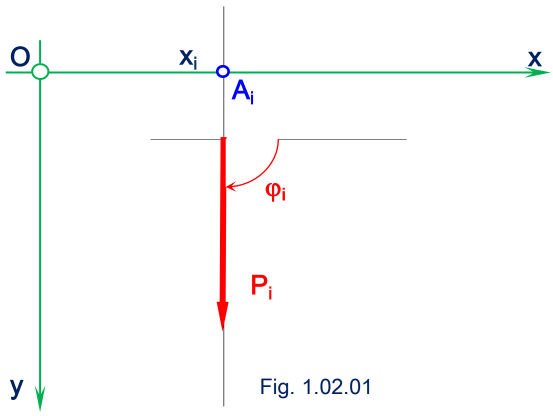


Fig. 1.02.01

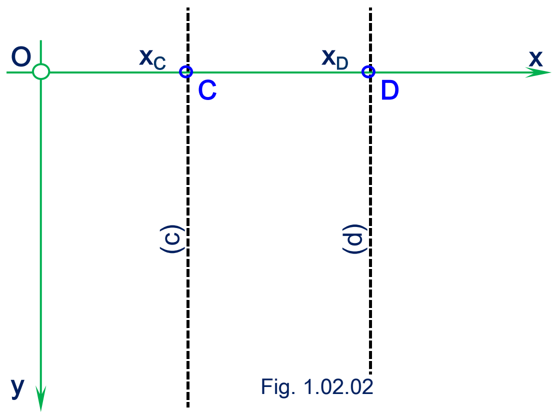


Fig. 1.02.02

D A T O S										
Fuerzas (intensidades)				Argumentos				Abcisas		
P_1	P_2	P_3	P_4	φ_1	φ_2	φ_3	φ_4	x_{A1}	x_{A2}	x_{A3}
[kN]				[°]				[m]		
100	130	60	40	270	90	270	270	3,00	8,00	12,00

D A T O S (cont.)		
Abcisas		
x_{A4}	x_C	x_D
[m]		
14,00	2,00	5,00

RESOLUCIÓN

1 Determinación analítica de la Resultante

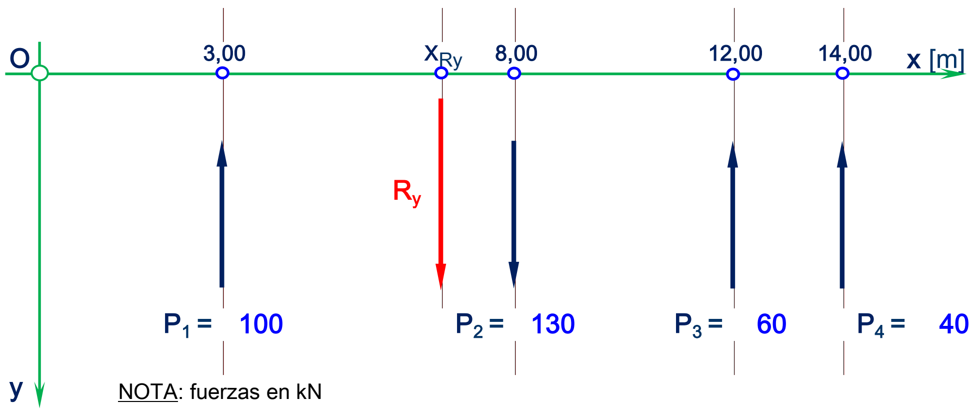
1. 1 Determinación de la Resultante / Generalidades

Antetodo, es importante recordar que, si bien las fuerzas paralelas constitutivas del sistema pueden tener cualquier dirección en el plano al que pertenecen, siempre es posible asociar la terna de ejes de referencia que se usará para resolver el problema de modo tal que el eje de ordenadas sea paralelo a las rectas de acción de las fuerzas del sistema. De este modo, los argumentos de todas las fuerzas resultarán iguales a 90° (cuando el sentido de la fuerza coincide con el del eje) o a 270° (en caso contrario).

Dado que un sistema de fuerzas paralelas es un caso especial de fuerzas concurrentes, la cantidad de ecuaciones que deben plantearse es igual a 2, y si se analizan las 3 alternativas posibles, se ve que en este caso (fuerzas paralelas) es muy útil elegir el planteo de 1 ecuación de proyección sobre el eje "y" (todas las fuerzas se proyectan sobre él en verdadera magnitus) y 1 ecuación de momentos con respecto a un punto cualquiera del plano.

Por medio de la *ecuación de proyección* se obtienen la *intensidad* de la resultante, así como su *dirección* y *sentido* (dados por su argumento), mientras que la *ecuación de momentos* permite deducir a qué *distancia* del centro de momentos se ubica su recta de acción.

1. 2 Determinación de la Resultante / Esquema de análisis



1. 3 Determinación de la Resultante / Ecuación de proyección

$$\Sigma P_i y = P_1 y + P_2 y + P_3 y + P_4 y = (-100 + 130 - 60 - 40)\text{ kN} = -70 \text{ kN}$$

Por lo tanto, se tiene que:

R_x =	0,00 kN
R_y =	-70,00 kN

(φ_{Ry} = 270°, o sea: ↑)

1. 4 Determinación de la Resultante / Ecuación de momentos

Se elige como centro de momentos el origen de coordenadas O:

CG

$\Sigma\, M^O P_i y = \quad M_R^{\,O}$ (teorema de Varignon)

$\boldsymbol{\Sigma\, M^O P_i y =}$ (-100 . 3,00 + 130 . 8,00 - 60 . 12,00 - 40 . 14,00) kN.m = **-540 kN.m**

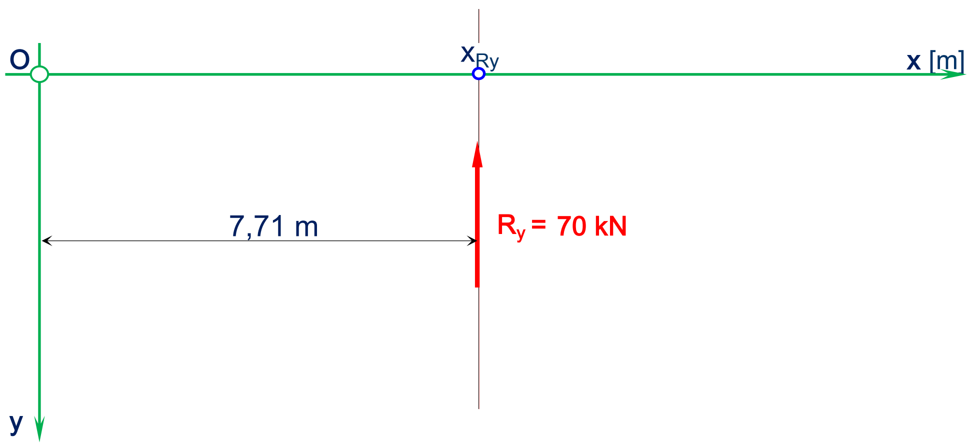
Esto significa, entonces, que la resultante debe producir con respecto al punto O un momento de sentido antihorario.
Si bien, lógicamente, la determinación de la ubicación de la recta de acción de la resultante puede llevarse a cabo mediante un procedimiento totalmente analítico, es decir, mecánico, nosotros la obtendremos razonando. Y no es mucho lo que hay para decir:
Si el momento con respecto a O debe ser antihorario (negativo, a la luz de nuestra terna), y la resultante resultó de sentido contrario al del eje "y", puede colegirse, rápidamente, que su vector representativo debe ubicarse con respecto a O hacia el lado de las abcisas positivas, es decir, hacia la derecha.

Así, tendremos:

$M_R^{\,O} = |R_y \,.\, x_{Ry}| = 540$ kN.m => $x_{Ry} =$ 540 kN.m / 70 kN = 7,71 m

Por lo tanto, se tiene que: $\boxed{x_{Ry} = \mathbf{7{,}71\ m}}$

1. 5 Determinación de la Resultante / Resumen



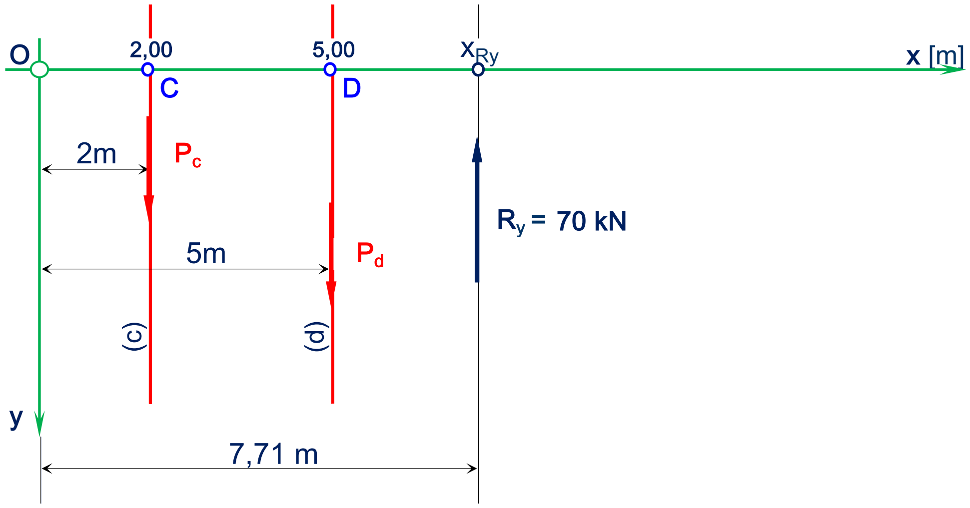
2 Descomposición de la resultante en las direcciones (c) y (d)

2. 1 Descomposición de la resultante / Comentarios previos

Antes de plantear cualquier ecuación, debemos tener en cuenta que descomponer una fuerza implica la resolución de un problema de equivalencia. Una vez que esto está claro, el resto de los comentarios que deben hacerse son similares a los del punto 1.1. Sólo debemos tener en cuenta que ahora es más expeditivo plantear 2 ecuaciones de momentos con respecto a los puntos en los que las rectas de acción de las fuerzas a calcular cortan al eje de abcisas, ya que hacerlo de este modo permite el planteo de 2 ecuaciones desacopladas con 1 incógnita cada una.

El sentido de las incógnitas lo adoptaremos positivo (argumento de las fuerzas = 90°) para facilitar la lectura de los resultados: si el signo es positivo, el sentido de la fuerza incógnita coincidirá con el del eje "y"; si es negativo, tendrá sentido contrario.

2. 2 Descomposición de la resultante / Esquema de análisis



2. 3 Determinación de la fuerza P_c

En este caso, el centro de momentos será el punto D, de modo que P_D no participe de la ecuación. Por lo tanto, tendremos: $(M_R)^D = (M_{PC})^D$

O sea: -70 kN . (7,71-5,00) m = - P_C . (5,00 - 2,00) m

De donde: P_C = 70 kN . (7,71-5,00) m / (5,00 - 2,00) m

$\boxed{P_C = 63{,}23 \text{ kN}}$ ↓

2. 4 Determinación de la fuerza P_D

En este caso, el centro de momentos será el punto C, de modo que P_C no participe de la ecuación. Por lo tanto, tendremos: $(M_R)^C = (M_{PD})^C$

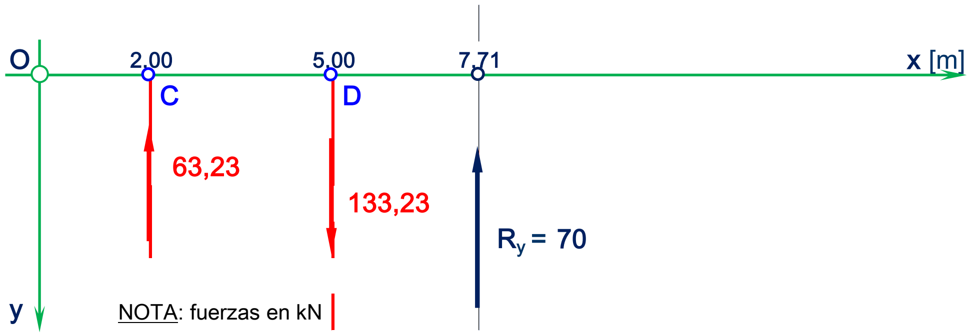
O sea: -70 kN . (7,71-2,00) m = + P_D . (5,00 - 2,00) m

De donde: P_D = -70 kN . (7,71-2,00) m / (5,00 - 2,00) m

$\boxed{P_D = -133{,}23 \text{ kN}}$ ↑

2. 5 Descomposición de la resultante / Resumen

CG

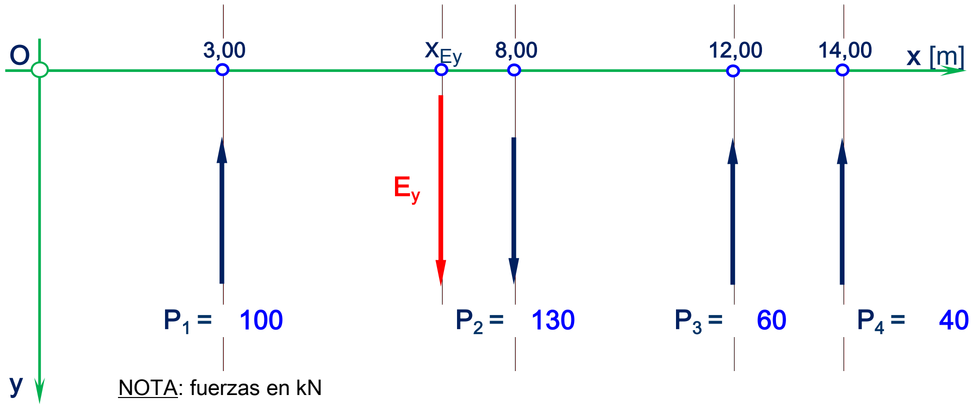


3 Determinación analítica de la Equilibrante

3. 1 Determinación de la Equlibrante / Generalidades

Los comentarios que debemos hacer en este caso no difieren demasiado de los que hemos hecho al determinar la resultante de las cuatro fuerzas que se daban inicialmente. Lo único que debemos tener presente es que si ahora coexistirá con ellas una fuerza nueva que las equilibre, el sistema completo no tendrá resultante, por lo que tanto la ecuación de proyección como la de momentos deberán ser iguales a cero.

3. 2 Determinación de la Equilibrante / Esquema de análisis



3. 3 Determinación de la Equilibrante / Ecuación de proyección

$\Sigma\,(P_i y + E_y) = 0 \quad \Rightarrow \quad P_1 y + P_2 y + P_3 y + P_4 y + Ey = 0$

$(-100 + 130 - 60 - 40)\ \text{kN} + Ey = 0$

Por lo tanto, se tiene que:

$E_x =$	0,00 kN
$E_y =$	70,00 kN

($\varphi_{Ey} = 90°$, o sea: ↓)

3. 4 Determinación de la Equilibrante / Ecuación de momentos

Se elige como centro de momentos el origen de coordenadas O:

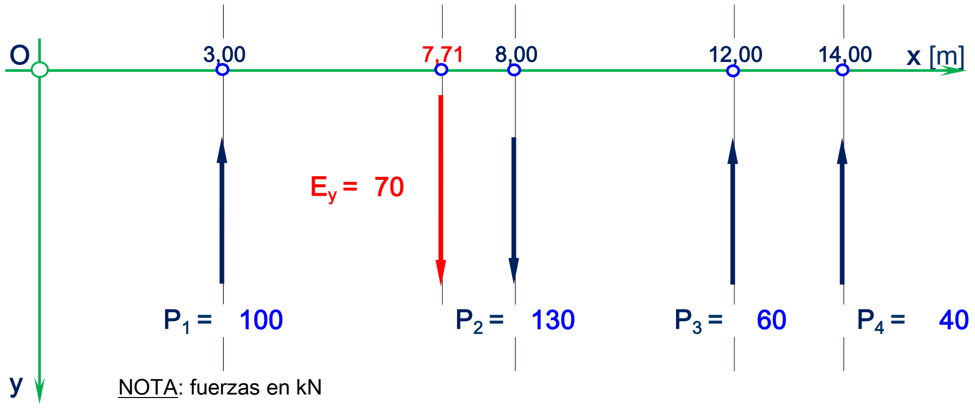
CG

$\Sigma\, M^{O}_{(Piy\,+\,Ey)} = \quad 0 \qquad =>$

$=> \quad (-100\ .\ 3{,}00 + 130\ .\ 8{,}00 - 60\ .\ 12{,}00 - 40\ .\ 14{,}00 + E_y\ .\ x_{Ey})\ \text{kN.m}$

De donde se obtiene: $\boxed{x_{Ey} = \quad 7{,}71\ \text{m}}$

3. 5 Determinación de la Equilibrante / Resumen



NOTA: fuerzas en kN

----oOo----

CG