

Ejercicio N°: 1.02

* Dado el siguiente sistema de fuerzas, se pide:

- 1 Clasificarlo.
- 2 Determinar, analíticamente, la RESULTANTE del sistema.
- 3 Determinar, analíticamente, la EQUILIBRANTE del sistema.

DATOS

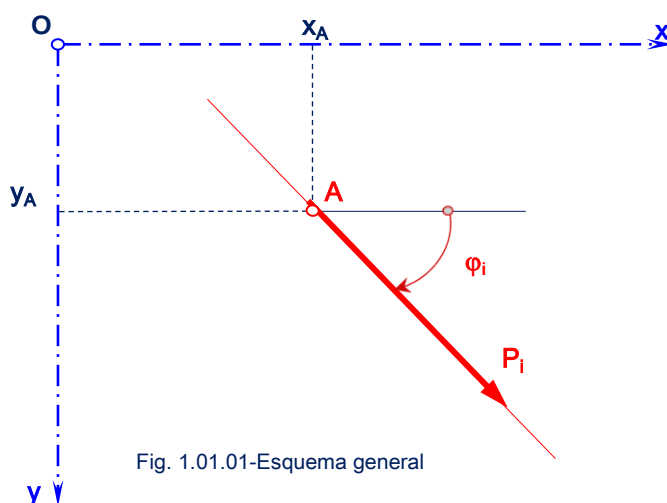


Fig. 1.01.01-Esquema general

NOTA: la terna de referencia es una *terna izquierda*.

$ P_1 $	$ P_2 $	$ P_3 $	φ_1	φ_2	φ_3	x_A	y_A
[t]			[°]			[m]	
2,0	4,0	8,0	45	180	315	3,00	-2,50

Referencias

$|P_i|$ = Intensidad de cada una de las fuerzas

$|\varphi_i|$ = Argumento de cada una de las fuerzas

RESOLUCIÓN

1 Clasificación del sistema de fuerzas

De acuerdo con los datos del problema, las rectas de acción de las tres fuerzas dadas pasan por el punto A, es decir, que concurren a un mismo punto. Por lo tanto, dado que el sistema es *plano* en este caso, estamos frente a un **Sistema Coplanar de Fuerzas Concurrentes**.

2 Resultante / Determinación analítica

2.1 Resultante / Comentarios previos

Para resolver este punto, debemos recordar que hallar la resultante de un sistema de fuerzas significa *determinar otro* (denominado *equivalente* del anterior), *formado por la menor cantidad de fuerzas generalizadas posibles*.

Dado que nuestro sistema es plano, podremos reducir el sistema original a una única fuerza y, teniendo en cuenta que el sistema dado es concurrente al punto A, sabemos de antemano que la resultante que buscamos debe, necesariamente, pasar por dicho punto. Por lo tanto, nuestro problema involucra la determinación de 2 incógnitas, a saber, la *intensidad* y el *argumento de la resultante*, con lo que la misma quedará totalmente determinada.

Desde el punto de vista analítico, esto implica el planteo de 2 ecuaciones de condición, que nosotros elegiremos de proyección sobre los ejes de referencia x e y .

Antes de plantear las ecuaciones, estableceremos el *esquema de análisis* del problema que, como sabemos, debe contener todos los datos e incógnitas correspondientes.

2.2 Resultante / Esquema de análisis

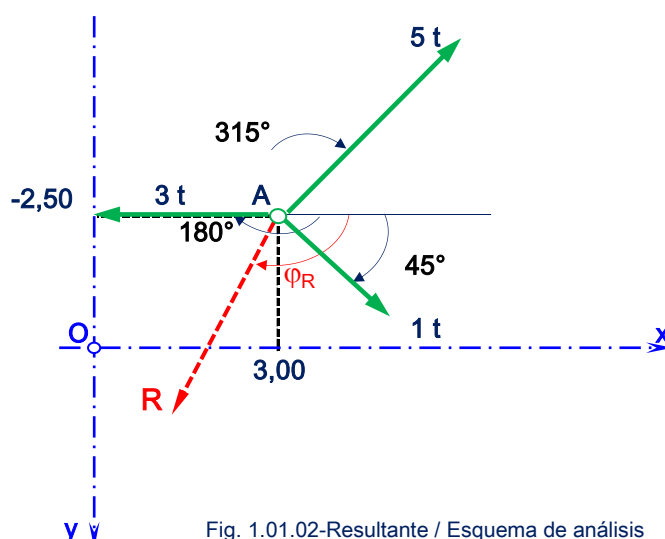


Fig. 1.01.02-Resultante / Esquema de análisis



2.3 Resultante / Planteo de las ecuaciones de equivalencia

Antes de formalizar el planteo de las ecuaciones de equivalencia, cabe recordar que, trabajando con los argumentos de las fuerzas, las proyecciones sobre el eje de abscisas se obtienen, directamente, multiplicando el módulo de cada fuerza por el coseno de su respectivo argumento, mientras que las que corresponden al eje de ordenadas son el producto que surge de multiplicar dichos módulos por el seno de los argumentos, o sea, que el signo de la proyección lo da el de la función trigonométrica correspondiente.

$$\begin{aligned} \text{Así, tendremos:} \quad R_x &= \sum P_i x = \sum |P_i| \cdot \cos \varphi_i \\ R_y &= \sum P_i y = \sum |P_i| \cdot \sin \varphi_i \end{aligned}$$

que, escritas para nuestro problema, son las siguientes:

$$\begin{aligned} R_x &= |P_1| \cdot \cos \varphi_1 + |P_2| \cdot \cos \varphi_2 + |P_3| \cdot \cos \varphi_3 = \\ &= (1,00 \cdot \cos 45^\circ + 3,00 \cdot \cos 180^\circ + 5,00 \cdot \cos 315^\circ) \text{ t} = 1,243 \text{ t} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} R_y &= |P_1| \cdot \sin \varphi_1 + |P_2| \cdot \sin \varphi_2 + |P_3| \cdot \sin \varphi_3 = \\ &= (1,00 \cdot \sin 45^\circ + 3,00 \cdot \sin 180^\circ + 5,00 \cdot \sin 315^\circ) \text{ t} = -2,828 \text{ t} \end{aligned}$$

2.4 Resultante / Componentes, módulo y argumento

O sea que las *componentes de la resultante* son:

$$\begin{aligned} R_x &= 1,243 \text{ t} \\ R_y &= -2,828 \text{ t} \end{aligned}$$

NOTA: dos decimales son suficientes, como resultado final.

Luego, su *intensidad* es igual a:

$$\begin{aligned} |R| &= \sqrt{[(1,243)^2 + (-2,828)^2]} \text{ t} = \\ &= 3,09 \text{ t} \end{aligned}$$

$ R = 3,09 \text{ t}$

Ahora, para dejar completamente definida la resultante R es necesario hallar su argumento φ_R . Esto requiere que, primero, determinemos el cuadrante en el que se ubica el vector. Dado que la función trigonométrica "tg" tiene el mismo signo en dos cuadrantes opuestos, identificaremos unívocamente la dirección y el sentido de R calculando el $\cos \varphi_R$ y el $\sin \varphi_R$:

$$\begin{aligned} \cos \varphi_R &= R_x \div |R| = 1,243 \div 3,09 > 0 \\ \sin \varphi_R &= R_y \div |R| = -2,828 \div 3,09 < 0 \end{aligned}$$

Dado que la función "cos" asume signo positivo en el primero y en el cuarto cuadrantes, mientras que la función "sen" lleva signo negativo en el tercero y en el cuarto, deducimos que *la resultante de nuestro problema actuará orientada en el 4° cuadrante* (lo que puede corroborarse aplicando el Principio del Paralelogramo a las respectivas componentes R_x y R_y).

Por último, una vez identificado el cuadrante, hallaremos el argumento de R por medio de cualquiera de las tres funciones trigonométricas. Nosotros lo haremos



empleando el $\cos \varphi_R$ obtenemos:

$$\begin{aligned}\varphi_{R1} &= 66,3^\circ \quad y \\ \varphi_{R2} &= 293,7^\circ\end{aligned}$$

Por lo tanto, dado que ya hemos ubicado a R en el cuarto cuadrante, será:

$$\varphi_R = 293,7^\circ$$

2.5 Resultante / Expresión vectorial

En base a sus componentes, la *expresión vectorial de R* es:

$$R = 1,24 \, \vec{e}_x - 2,83 \, \vec{e}_y \quad [t]$$

2.6 Resultante / Esquema final de resultados

En base a todos los resultados obtenidos, puede realizarse el siguiente esquema final, a modo de resumen:

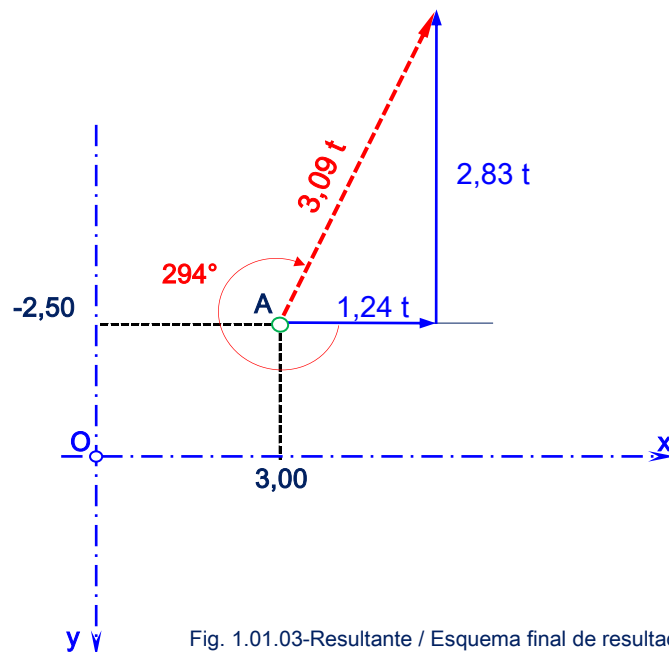


Fig. 1.01.03-Resultante / Esquema final de resultados

3 Equilibrante / Determinación analítica

3.1 Equilibrante / Comentarios previos

Dado que conceptualmente determinar la equilibrante del sistema significa hallar la fuerza opuesta de la resultante, no abundaremos en comentarios en este caso y limitaremos cada paso a la ejecución de los cálculos correspondientes.

3. 2 Equilibrante / Esquema de análisis

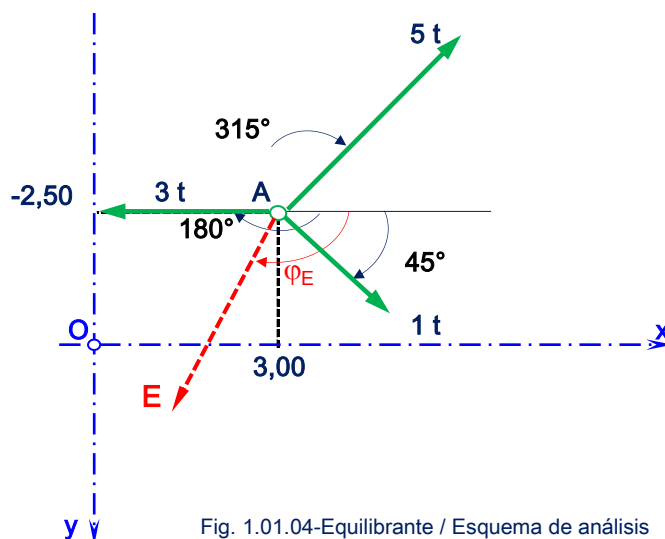


Fig. 1.01.04-Equilibrante / Esquema de análisis

3. 3 Equilibrante / Planteo de las ecuaciones de equilibrio

$$\begin{aligned}\sum P_i x + E_x &= \sum |P_i| \cdot \cos \varphi_i + E_x = 0 && \text{(suma de proyecciones sobre el eje X)} \\ \sum P_i y + E_y &= \sum |P_i| \cdot \sin \varphi_i + E_y = 0 && \text{(suma de proyecciones sobre el eje Y)}\end{aligned}$$

O sea:

$$\begin{aligned}|P_1| \cdot \cos \varphi_1 + |P_2| \cdot \cos \varphi_2 + |P_3| \cdot \cos \varphi_3 + E_x &= 0 \\ (1,00 \cdot \cos 45^\circ + 3,00 \cdot \cos 180^\circ + 5,00 \cdot \cos 315^\circ + E_x) t &= 0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}|P_1| \cdot \sin \varphi_1 + |P_2| \cdot \sin \varphi_2 + |P_3| \cdot \sin \varphi_3 + E_y &= 0 \\ (1,00 \cdot \sin 45^\circ + 3,00 \cdot \sin 180^\circ + 5,00 \cdot \sin 315^\circ + E_y) t &= 0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{De donde se obtiene:} \quad E_x &= -1,243 t \\ E_y &= 2,828 t\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{O sea, que las componentes de la equilibrante son:} \quad E_x &= -1,243 t \\ E_y &= 2,83 t\end{aligned}$$

$$\text{Y su intensidad es igual a: } |E| = \sqrt{(-1,243)^2 + (2,828)^2} t = 3,09 t$$

$$|E| = 3,09 t$$

Ahora sólo nos resta determinar su *argumento*:

$$\begin{aligned}\cos \varphi_E &= E_x \div |R| = -1,243 \div 3,09 < 0 \Rightarrow 2^\circ \text{ ó } 3^\circ \text{ cuadrante} \\ \sin \varphi_E &= E_y \div |R| = 2,828 \div 3,09 > 0 \Rightarrow 1^\circ \text{ ó } 2^\circ \text{ cuadrante}\end{aligned}$$

De lo que se deducimos que *la equilibrante debe actuar orientada en el 2º cuadrante*.



Empleando el $\cos \varphi_E$ obtenemos:

$$\begin{aligned}\varphi_{E1} &= 113,7^\circ \quad y \\ \varphi_{E2} &= 246,3^\circ\end{aligned}$$

Por lo tanto, dado que ya hemos ubicado a E en el 2º cuadrante, será:

$$\varphi_E = 113,7^\circ$$

3. 5 Equilibrante / Expresión vectorial

En base a sus componentes, la *expresión vectorial de R* es:

$$E = -1,24 \, \check{e}_x + 2,83 \, \check{e}_y \, [t]$$

3. 6 Equilibrante / Esquema final de resultados

En base a todos los resultados obtenidos, realizaremos, como en 2.6, el siguiente esquema final, a modo de resumen:

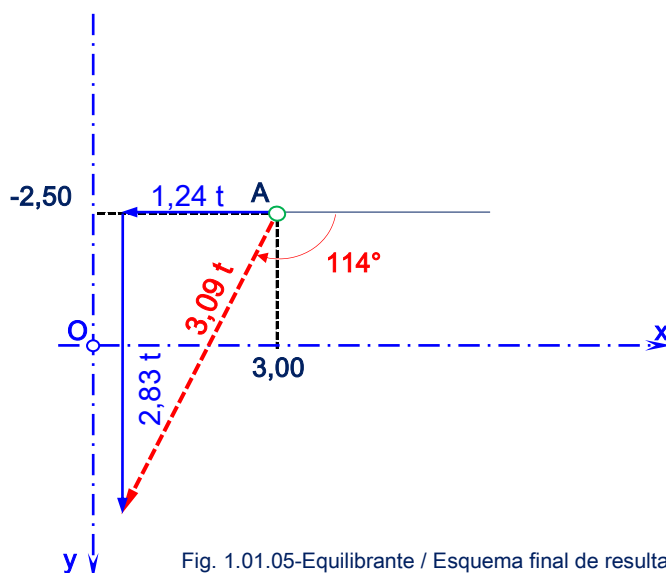


Fig. 1.01.05-Equilibrante / Esquema final de resultados

-----oOo-----