

EL COEFICIENTE DE SEGURIDAD EN LA GEOMECÁNICA COMPUTACIONAL

Alejo O. Sfriso

Facultad de Ingeniería, Universidad de Buenos Aires. Av. Las Heras 2214, Buenos Aires.
asfriso@fi.uba.ar

RESUMEN

El concepto de coeficiente de seguridad no es unívoco en geotecnia. En el caso de zapatas, F_a se define como un cociente entre la capacidad de carga Q_u – calculada mediante una fórmula que no depende de F – y la carga actuante P . En el caso de taludes F_a puede ser calculado como el cociente entre el momento resistente M_r y el momento desestabilizante M_d . La geomecánica computacional trata los problemas citados con una teoría única y calcula los coeficientes de seguridad con un criterio también único. En este artículo se analizan las bases conceptuales del coeficiente de seguridad y se establece un criterio para la comparación de los coeficientes de seguridad calculados mediante procedimientos analíticos y numéricos.

PALABRAS CLAVE: Coeficiente de seguridad – geomecánica computacional – métodos numéricos.

KEYWORDS: Safety factor – computational geomechanics – numerical methods.

INTRODUCCIÓN

La aparición de programas de elementos finitos orientados a geotecnia práctica, como Plaxis (Vermeer 1998) y FLAC (Cundall 2000), produjo una serie de cambios en las técnicas de diseño y verificación de obras geotécnicas. Para muchos problemas, especialmente aquellos en los que hay una fuerte interacción suelo-estructura, los métodos numéricos han demostrado ser superiores a los analíticos porque permiten predecir mejor la respuesta del terreno en situaciones alejadas tanto de la falla como de la respuesta elástico-lineal.

Los códigos de diseño exigen la verificación de la seguridad de las construcciones y establecen coeficientes de seguridad para distintos elementos estructurales. Por ejemplo, para bases aisladas frecuentemente se exige que el coeficiente de seguridad – capacidad de carga Q_u sobre carga aplicada P – sea $F_a = Q_u/P = 3$. Una base aislada que tiene un coeficiente de seguridad $F_a = 3.0$ cuando se la calcula con la fórmula de Brinch Hansen, tiene un coeficiente $F_n = 1.5$ cuando se la calcula con un programa de elementos finitos. ¿Porqué son diferentes estos dos coeficientes de seguridad? La respuesta es simple: los coeficientes de seguridad son diferentes porque el coeficiente de seguridad depende de la fórmula que se emplea para hacer el cálculo. La comparación entre coeficientes de seguridad calculados con procedimientos diferentes es un error conceptual muy común en las oficinas de ingeniería, potenciado desde la aparición de programas de cálculo numérico.

Este artículo tiene dos objetivos: i) justificar la diferencia entre coeficientes de seguridad calculados con métodos analíticos y numéricos; y ii) sugerir un criterio que permita calcular el coeficiente de seguridad numérico equivalente a un coeficiente de seguridad analítico dado y viceversa.

EL CRITERIO DE MOHR-COULOMB

Cuando se dibuja el resultado de ensayos de resistencia al corte en el diagrama τ - σ , se observa que los suelos tienen una curva de resistencia intrínseca (CRI) que, en general, es una curva continua y convexa que podría ser expresada por una ecuación de la forma

$$s = f[\sigma_n] \quad (1)$$

donde s es la resistencia al corte y σ_n es la tensión normal en el plano de falla. En el caso general en que la CRI es curva pero el intervalo de tensiones en la que será aplicado es reducido, la ec. (1) puede expresarse de manera aproximada por una serie de Taylor

$$s = f[\sigma_n] \approx a_0 + a_1 \cdot \sigma_n + O[\sigma_n^2] \quad (2)$$

donde a_0 y a_1 son dos coeficientes y O es el error de truncamiento de la serie. La ec. (2) es empleada en todas las aplicaciones de la geotecnia práctica con una notación ligeramente diferente, de la forma

$$s = c + \tan[\phi] \cdot \sigma_n \quad (3)$$

en donde se ha cambiado el nombre de las constantes a_0 por c y de a_1 por $\tan[\phi]$. Por construcción, es evidente que la constante c de la ec. (3) no tiene significado físico alguno y que es meramente la ordenada al origen de la recta tangente a la CRI en σ_n . Esta crítica puede repetirse, sin ninguna diferencia conceptual, para la otra constante, $\tan[\phi]$.

El hecho de que la ec. (3) sea utilizada de manera universal en reemplazo de la ec. (1) se debe simplemente a que la teoría de la plasticidad no ofrece soluciones analíticas para el problema general planteado por la ec. (1), mientras que la ec. (3) ha sido integrada para numerosas aplicaciones, que incluyen los problemas de empujes, capacidad de carga y estabilidad de taludes, entre muchos otros.

SUELOS COHESIVOS Y FRICCIONALES

Se definen como suelos puramente cohesivos a aquellos que tienen una CRI que, dentro del intervalo de análisis, se ajusta con $a_0=s_u$ y $a_1=0$; como suelos puramente friccionales a aquellos que se ajustan con $a_0=0$ kPa y $a_1=\tan[\phi]$ con ϕ constante; y como suelos con cohesión y fricción a aquellos que tienen una CRI que, se ajusta con $a_0=c$ y $a_1=\tan[\phi]$ con ϕ constante.

Desde el punto de vista formal y matemático, no tiene ningún interés que el comportamiento cohesivo sea el resultado de lo que se conoce tradicionalmente como “condición no drenada”, producto de cementación o debido a cualquier otra causa. Tampoco tiene interés si el material tiene efectivamente un ángulo de fricción interna constante o variable. Debe notarse que la exigencia de que ϕ sea constante está dada únicamente por las limitaciones de las soluciones analíticas disponibles de la teoría de la plasticidad y no por cuestiones teóricas relacionadas con el comportamiento real o teórico de los suelos. De hecho, para un programa de elementos finitos es prácticamente indistinto que la resistencia de los suelos esté expresada por la ec. (1) o por la ec. (3). Si la ec. (3) se emplea con más frecuencia que la ec. (1) en los programas de elementos finitos es principalmente debido a que los ingenieros geotécnicos sólo definen los parámetros resistentes c y ϕ en sus ensayos de rutina.

EL CONCEPTO DE COEFICIENTE DE SEGURIDAD

En mecánica de suelos clásica, el coeficiente de seguridad F es el cociente entre la resistencia al corte s en el plano de falla y la tensión τ actuante en el plano de falla. Para calcular el coeficiente de seguridad, es necesario identificar el plano de falla, calcular su resistencia al corte en el momento de la falla, y calcular la tensión de corte actuante en la situación que se estudia.

En geomecánica computacional, el coeficiente de seguridad F_n se define como el mínimo factor de minoración de los parámetros de resistencia al corte que produce la pérdida de convergencia de un modelo numérico. En otras palabras, una malla que contiene diferentes suelos y está sometida a cualquier estado de cargas tiene un coeficiente de seguridad F_n cuando se verifica que al reemplazar cada juego de parámetros c y ϕ por

$$c^* = c / F_n \quad \tan[\phi^*] = \tan[\phi] / F_n \quad (4)$$

el modelo falla. Matemáticamente, que un modelo falle quiere decir que resulta imposible cumplir con las ecuaciones de equilibrio, compatibilidad y admisibilidad plástica. La diferencia entre los coeficientes de seguridad F y F_n se demuestra con el siguiente ejemplo.

Sea una muestra sometida a un ensayo triaxial en el que se mide $c=0$ kPa y $\phi=30^\circ$. La ec. (3) puede expresarse en términos de tensiones principales como

$$\sigma_{df} = (\sigma_1 - \sigma_3)_f = 2c\sqrt{N_\phi} + \sigma_3(N_\phi - 1) \quad (5)$$

donde

$$N_\phi = \tan^2 \left[\pi/4 + \phi/2 \right] \quad (6)$$

El coeficiente de seguridad F es el cociente entre la tensión desviadora en falla σ_{df} y la tensión desviadora aplicada σ_d , o entre la resistencia al corte y la tensión que actúa en el plano de falla, o sea

$$F = \sigma_{df} / \sigma_d = s / \tau \quad (7)$$

En la figura 1 se muestran los círculos de Mohr en falla y actuantes para el caso de $F=2.00$, junto con las líneas que representan s , τ , σ_d y σ_{df} .

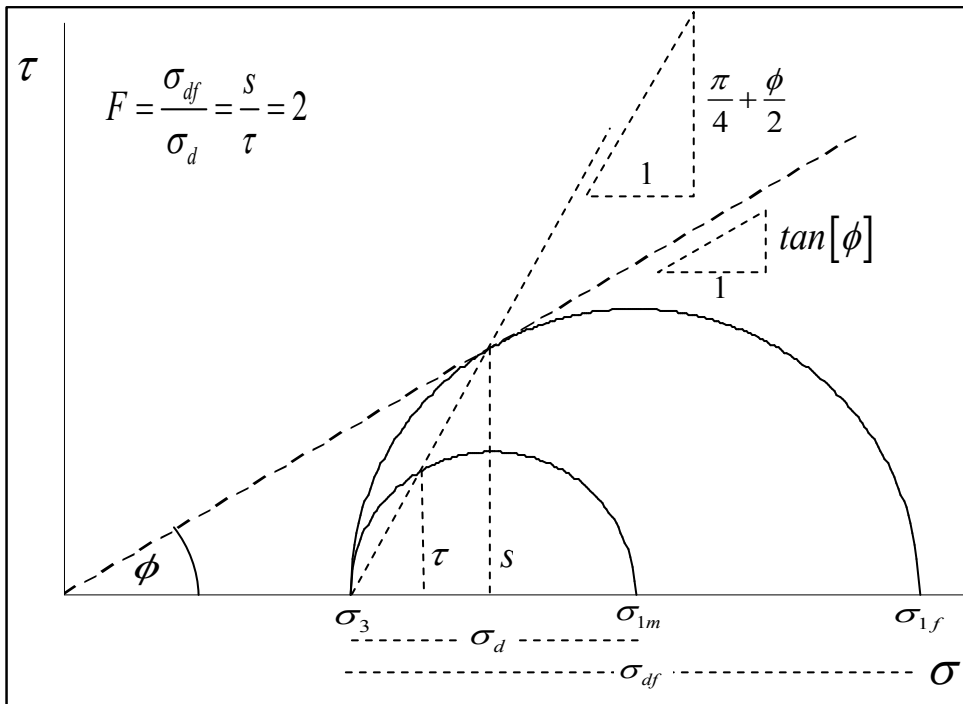


Fig. 1: Coeficiente de seguridad F . Definición convencional.

Si $F=2.00$, el ángulo de fricción interna movlizado ϕ_{mob} es

$$\phi_{mob} = 2 \left(\tan^{-1} \left[\sqrt{1 + (N_\phi - 1)/F} \right] - \pi/4 \right) = 2 \left(\tan^{-1} \left[\sqrt{1 + (3 - 1)/2} \right] - \pi/4 \right) = 19.5^\circ \quad (8)$$

por lo que

$$F_n = \tan[30^\circ] / \tan[19.5^\circ] = 1.63 \quad (9)$$

por lo que $F=2.00$ según la ec. (7) es equivalente a $F_n=1.63$ según la ec. (4). En la figura 2 se repite la figura 1 con el agregado de la definición de F_n .

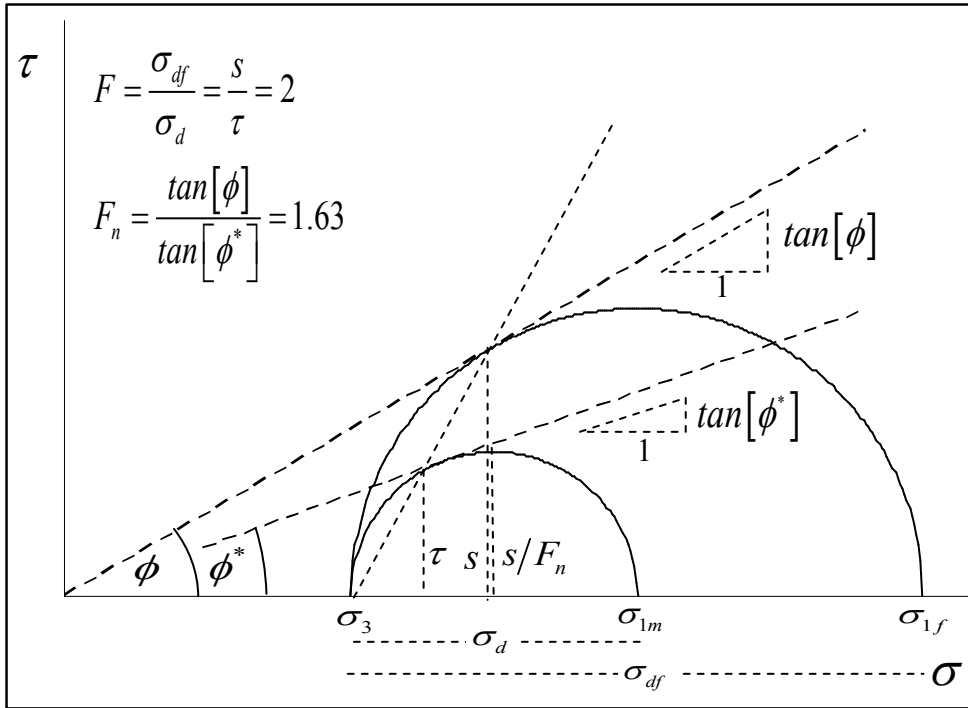


Fig. 2: Comparación entre el coeficiente de seguridad convencional F y el numérico F_n .

EL COEFICIENTE DE SEGURIDAD COMO COCIENTE ENTRE FUERZA RESISTENTE Y CARGA APLICADA EN LA CONFIGURACIÓN DE FALLA

En mecánica de suelos aplicada es muy frecuente la definición y uso de coeficientes de seguridad que dependen del problema. Por ejemplo, para el análisis de fundaciones superficiales se define el coeficiente de seguridad como

$$F_a = Q_u / P \quad (10)$$

donde Q_u es la capacidad de carga y P es la carga actuante en la zapata. Si se emplea la fórmula de Brinch Hansen (Brinch Hansen 1961), Q_u es

$$Q_u = c \cdot N_c \cdot s_c \cdot d_c \cdot i_c + q \cdot N_q \cdot s_q \cdot d_q \cdot i_q + \frac{1}{2} B \cdot \gamma \cdot N_\gamma \cdot s_\gamma \cdot d_\gamma \cdot i_\gamma \quad (11)$$

La ec. (11) es una ecuación no lineal en ϕ . Una ecuación es no lineal cuando

$$f[\alpha x] \neq \alpha f[x] \quad (12)$$

Como ejemplo de la no linealidad de la ec (11), el factor de profundidad del primer término es

$$d_c = 1 + \frac{0.35}{B/D + 0.6 / (1 + 7 \tan^4[\phi])} \quad (13)$$

Naturalmente y debido a la no linealidad, la prescripción de un coeficiente de seguridad basado en la ec. (10) implica un coeficiente de seguridad totalmente diferente cuando se aplica la ec. (4) o ec. (7).

Es importante que esto sea destacado, porque en ingeniería estructural se trabaja con materiales que tienen resistencia constante, por lo que las ecuaciones del tipo de la ec. (11) son lineales, y por lo tanto el cociente entre carga de falla y carga actuante es igual al cociente entre tensión de falla y tensión actuante. En cambio, en geotecnia se trabaja frecuentemente con funciones no lineales derivadas del hecho que los suelos son materiales friccionales. Por ejemplo, un coeficiente de seguridad $F_a = 3.0$, calculado con la ec. (10), no significa que la tensión de corte bajo la fundación sea un tercio de la resistencia al corte.

RUTINA DE CÁLCULO DEL COEFICIENTE DE SEGURIDAD EN LOS MÉTODOS NUMÉRICOS

Los programas de geomecánica computacional, por ejemplo Plaxis (Vermeer 1998), frecuentemente incluyen una rutina que permite emplear la definición de coeficiente de seguridad dada por la ec. (4). La citada rutina tiene el siguiente algoritmo:

- 1: se impone $F_n = 1.00$.
- 2: se calculan los parámetros $c^* = c/F_n$ y $\tan[\phi^*] = \tan[\phi]/F_n$.
- 3: se verifican las ecuaciones de equilibrio, compatibilidad y admisibilidad plástica de todo el modelo con los parámetros reducidos c^* y ϕ^* que, en la primera iteración son iguales a c y ϕ .
- 4: se incrementa F_n .
- 5: se repiten los pasos 2 – 4 hasta que en el paso 3 no pueda alcanzarse el equilibrio en algún punto del modelo. El valor de F_n alcanzado se informa como coeficiente de seguridad.

Debe notarse que la rutina descrita no hace ninguna hipótesis sobre la forma de falla del modelo. Es más, si un modelo incluye varios suelos, una zapata y un talud, el coeficiente de seguridad informado puede ser el valor que produce inestabilidad en la zapata, inestabilidad en el talud o una falla combinada de ambos sectores, y en cualquiera de los suelos involucrados.

En el caso de la zapata, la forma de falla puede parecerse o no a la figura de falla de Brinch Hansen (Brinch Hansen 1961). En el caso del talud, la superficie de falla rara vez parecerá un círculo perfecto. También puede producirse la falla de algún sector del modelo o de algunos elementos estructurales mucho antes que se produzca la falla general de la geometría que se estudia, lo que es típico de los problemas que exhiben ruptura progresiva. Por definición, es imposible calcular un coeficiente de seguridad F_n separado para cada sector de un modelo numérico. Siempre se informa un único valor, que corresponde a la falla del sector más débil del problema que se analiza. Por lo tanto, se requiere un criterio para la comparación entre coeficientes de seguridad.

CRITERIO PARA LA COMPARACIÓN DE FACTORES DE SEGURIDAD

El ejemplo presentado en los párrafos anteriores sugiere un criterio simple para comparar coeficientes de seguridad obtenidos por diferentes métodos, o para convertir un coeficiente de seguridad especificado para un método analítico a un coeficiente de seguridad apto para su empleo en programas de cálculo numérico. El criterio se basa en reducir todos los coeficientes de seguridad a la forma definida por la ec. (4) y puede emplearse, por ejemplo, para comparar coeficientes de seguridad obtenidos mediante diferentes procedimientos analíticos.

Cálculo de un coeficiente de seguridad numérico a partir de un coeficiente de seguridad analítico

Si se conoce el coeficiente de seguridad analítico F_a y se desea saber cuál es el coeficiente de seguridad numérico F_n equivalente, el procedimiento es:

- 1: con los parámetros c y ϕ se calcula la carga última, por ejemplo Q_u para el ejemplo de la base aislada.
- 2: con el coeficiente de seguridad analítico F_a se calcula la carga de servicio, por ejemplo $P = Q_u/F_a$.
- 3: se encuentra F_n tal que la carga última Q_u^* calculada con $c^* = c/F_n$ y $\tan[\phi^*] = \tan[\phi]/F_n$ sea $Q_u^* = P$.

Por ejemplo, sea una zapata cuadrada aislada con los siguientes datos: $B=2m$; $L=2m$; $D=2m$; $\gamma=20 \text{ kN/m}^3$; $c=20 \text{ kPa}$; $\phi=30^\circ$. Se exige $F_a=3.00$. ¿Cuanto debe valer F_n ?

- 1: la capacidad de carga según Brinch Hansen es $Q_u=2384 \text{ kPa}$.
- 2: la carga de servicio es $P=Q_u/F_a=2384 \text{ kPa}/3=795 \text{ kPa}$.
- 3: si se prueba con $c^* = c/F_n$ y $\tan[\phi^*] = \tan[\phi]/F_n$, se encuentra que con $F_n=1.50$, $c^*=13.3 \text{ kPa}$ y $\phi^*=21^\circ$ que, introducidos en la fórmula de Brinch-Hansen, da $Q_u=789 \text{ kPa}$.

Por lo tanto, para este ejemplo $F_a=3.00$ es equivalente a $F_n=1.50$.

Cálculo de un coeficiente de seguridad analítico a partir de un coeficiente de seguridad numérico

Es el problema inverso: se conoce F_n y se desea conocer el F_a equivalente. El procedimiento es:

- 1: con los parámetros $c^*=c/F_n$ y $\tan[\phi^*]=\tan[\phi]/F_n$ se calcula la carga última por métodos analíticos, por ejemplo Q_u^* para el ejemplo de la base aislada.
- 2: se calcula la carga última analítica Q_u con c y ϕ .
- 3: se calcula $F_a=Q_u/Q_u^*$.

Por ejemplo, sea una zapata cuadrada aislada con los siguientes datos: $B=2m$; $L=2m$; $D=2m$; $\gamma=20 \text{ kN/m}^3$; $c=20 \text{ kPa}$; $\phi=30^\circ$. Para su carga de servicio se calculó un coeficiente de seguridad $F_n=1.20$ mediante un modelo de elementos finitos ¿Cuanto vale F_a ?

- 1: con los parámetros $c^*=c/F_n=20 \text{ kPa}/1.20=16.7 \text{ kPa}$ y $\phi^*=atan[\tan[\phi]/F_n]=25.7^\circ$ se calcula $Q_u^*=1379 \text{ kPa}$ mediante la fórmula de Brinch-Hansen.
- 2: con los parámetros $c=20 \text{ kPa}$ y $\phi=30^\circ$ se calcula la carga última $Q_u=2384 \text{ kPa}$.
- 3: se calcula $F_a=Q_u/Q_u^*=2384 \text{ kPa}/1379 \text{ kPa}=1.73$.

Por lo tanto, para este ejemplo $F_n=1.20$ es equivalente a $F_a=1.73$. El valor que debe compararse con el prescrito en los códigos para bases aisladas es F_a y no F_n .

Conversión entre coeficientes de seguridad analíticos

Este problema se plantea cuando se emplea una fórmula analítica para resolver un problema y se obtiene un coeficiente de seguridad que ha sido definido para otra fórmula analítica. Por ejemplo, se calcula la capacidad de carga de una base con carga excéntrica mediante la fórmula de Brinch Hansen (1961) y se dispone de un coeficiente de seguridad reglamentario definido para la fórmula de Terzaghi (Terzaghi y Peck 1948). El procedimiento es:

- 1: con los parámetros c y ϕ se calcula la carga última, por ejemplo Q_{uB} según Brinch – Hansen para el ejemplo de la base aislada con carga excéntrica.
- 2: se calcula el coeficiente de seguridad analítico F_a .
- 3: se calcula el coeficiente de seguridad numérico F_n .
- 4: se calcula la carga última Q_{uT}^* con la fórmula de Terzaghi y con los parámetros $c^*=c/F_n$ y $\tan[\phi^*]=\tan[\phi]/F_n$.
- 5: se calcula la carga última Q_{uT} con los parámetros c y ϕ .
- 6: se calcula el coeficiente de seguridad de comparación como Q_{uT}/Q_{uT}^* .

¿QUÉ SIGNIFICA $F_n=1.50$?

Es interesante analizar qué significa $F_n=1.50$ para los diferentes problemas prácticos de la geotecnia. Por simplicidad, se analiza únicamente el caso de materiales puramente friccionales, con $\phi=30^\circ$ y $\phi=40^\circ$. En este caso, $F_n=1.50$ es equivalente a

- 1: Empuje pasivo, $F_a=1.40-1.50$ ($\phi=30^\circ$) a $F_a=1.60-1.70$ ($\phi=40^\circ$).
- 2: Capacidad de carga de fundación superficial, $F_a=2.80-3.40$ ($\phi=30^\circ$) a $F_a=3.80-5.20$ ($\phi=40^\circ$).
- 3: Capacidad de carga en la punta de pilotes, $F_a=3.00-3.50$ ($\phi=30^\circ$) a $F_a=5.50-7.00$ ($\phi=40^\circ$).
- 4: Fricción lateral en pilotes, $F_a=1.50$.
- 5: Estabilidad de taludes, $F_a=1.20-1.60$ (depende del método de cálculo).

Es notable la similitud entre los valores obtenidos y los sugeridos por los diferentes códigos de diseño para cada uno de los problemas analizados. Debe notarse que estos resultados son producto de cálculos en los que se emplearon fórmulas de la teoría de la plasticidad y por lo tanto no guardan relación alguna con

análisis de deformaciones u otros criterios que han sido ampliamente utilizados para la justificación de los coeficientes de seguridad empleados habitualmente en geotecnia. Es más, los ejemplos presentados sugieren que el coeficiente de seguridad $F=3.00$ habitualmente exigido para zapatas superficiales debe ser asociado la ecuación utilizada para calcularlo, puesto que ec. (11) no necesariamente define un coeficiente de seguridad igual al de otras ecuaciones de capacidad de carga utilizadas en la práctica profesional con igual o mayor frecuencia que aquella.

CONCLUSIONES

El empleo de un dado coeficiente de seguridad está asociado al método de cálculo para el cual ha sido especificado. En casos complejos que involucran ecuaciones fuertemente no lineales como el del problema de capacidad de carga, el coeficiente de seguridad depende fuertemente de las no-linealidades existentes en las ecuaciones utilizadas para definirlo, por lo que diferentes fórmulas de capacidad de carga implican diferentes coeficientes de seguridad para una misma base y terreno. Por otra parte, el coeficiente de seguridad calculado por métodos numéricos tiene un procedimiento único e independiente del problema que se analiza. Se presentó un criterio que permite la comparación entre coeficientes de seguridad calculados con distintos procedimientos y la conversión de coeficientes de seguridad especificados para un dado procedimiento a otro cualquiera.

AGRADECIMIENTOS

El autor desea expresar su reconocimiento a su maestro, E. Núñez, por sus comentarios a este artículo y por su permanente predisposición y entusiasmo para continuar, con los años, la discusión que comenzó en las primeras clases de Mecánica de Suelos y que hoy continua con un ritmo que no decae.

TRABAJOS CITADOS EN EL TEXTO

- BRINCH HANSEN, J. 1961. A general formula for bearing capacity. Bulletin 11, Danish Geotechnical Institute.
- CUNDALL, P., 2000. FLAC 4.0 Users Manual. Itasca Cons. Gr., Minnesota, USA.
- TERZAGHI, K, y PECK, R. 1948. Soil mechanics in engineering practice. Wiley, 577 p.
- VERMEER, P. 1998. Plaxis Users Manual. Balkema, Rotterdam. Ne, 477 p.