

**UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES**  
**FACULTAD DE INGENIERÍA**  
**DEPARTAMENTO DE CONSTRUCCIONES**

**TESIS DE GRADO**

**INTERACCIÓN ENTRE EL SUELO Y LA ESTRUCTURA DEL  
SISTEMA “CABEZAL – GRUPO DE PILOTES”**

**ABRIL DE 2002**

*Autor: AGUSTÍN DARÍO BERTOSSA*

*Director: JUAN CARLOS CALO*

## **ÍNDICE GENERAL**

### **1. *Introducción***

- 1.1. Motivación
- 1.2. Objetivos y alcance
- 1.3. Organización y presentación
- 1.4. Agradecimientos

### **2. *Fundaciones superficiales***

- 2.1. Funcionamiento observado de fundaciones superficiales
- 2.2. Modelos de predicción de capacidad de carga
- 2.3. Modelos de predicción de asentamientos
- 2.4. Conclusiones

### **3. *Fundaciones con pilotes***

- 3.1. Tipos de pilote, funcionamiento observado
- 3.2. Modelos de predicción de capacidad de carga
- 3.3. Modelos de predicción de asentamientos
- 3.4. Conclusiones

### **4. *Comportamiento conjunto de plateas y pilotes***

- 4.1. Asentamientos basados en la teoría de la elasticidad
- 4.2. Resolución de una estructura de fundación inmersa en un semiespacio elástico
- 4.3. Resultados obtenidos
- 4.4. Conclusiones

### **5. *Aplicaciones***

- 5.1. Modelo 1 – Fundación superficial
- 5.2. Modelo 2 – Grupo de pilotes
- 5.3. Modelo 3 – Fundación combinada de base con pilotes
- 5.4. Modelo 4 – Base con pilotes para control de asentamiento
- 5.5. Modelo 5 – Base con pilote precargado o “Base T”
- 5.6. Comparación de resultados
- 5.7. Conclusiones

### ***Anexo I: Referencias***

### ***Anexo II: Nomenclatura***

### ***Anexo III: Código de programación***

# **1. INTRODUCCIÓN**

El suelo sobre el cual yace una estructura debe poseer ciertos valores mínimos de rigidez y de capacidad de carga para que una fundación superficial tenga un funcionamiento apropiado a sus fines. Cuando estas condiciones no se satisfacen de manera económica, es solución el empleo de fundaciones profundas o “pilotes”.

Los pilotes, ya sean aislados o dispuestos en grupos, se vinculan a la estructura a través de cabezales. Para optimizar el diseño integral de la fundación se hace necesario evaluar en qué casos resulta conveniente considerar el aprovechamiento del cabezal en sí mismo como elemento de transferencia de cargas de la estructura al suelo.

La participación de los pilotes en esta transferencia de carga puede encuadrarse dentro de alguna de las siguientes categorías, según el criterio de diseño empleado:

- Total, transmitiendo el 100% de las cargas.
- Parcial, transmitiendo la mayor parte de las cargas y simultáneamente controlando los asentamientos del cabezal, que también actúa como fundación superficial.
- Mínima, cumpliendo únicamente la función de controlar los asentamientos del cabezal que actúa como fundación directa.

Un estudio del sistema “base combinado con pilotes” implica tener en cuenta la interacción completa entre pilotes, cabezal y suelo. Para ello, se deben considerar los siguientes factores de influencia:

- Las características del cabezal (rigidez como platea, tamaño y forma).
- Las características de los pilotes (cantidad, disposición en planta, longitud, diámetro y rigidez).
- Las características de las cargas aplicadas (en este trabajo se consideran únicamente cargas verticales concentradas o distribuidas sobre los cabezales).
- Las características del suelo (estratigrafía y características mecánicas de cada estrato).

En 1991, Poulos indicó las situaciones más favorables para la elección de un sistema de “base con pilotes”:

- Un perfil de suelo consistente en un estrato uniforme de arcilla relativamente dura.
- Un perfil de arena relativamente densa.
- Un perfil estratificado que sea rígido o denso debajo del nivel probable de fundación.

Por otro lado las indicadas como más desfavorables son:

- Un perfil de suelo con arcillas relativamente blandas cerca de la superficie.
- Un perfil estratigráfico de arenas poco densas en la superficie.
- Un perfil de suelo capaz de tener consolidación importante debajo del nivel del grupo de pilotes.

### **1.1. Motivación**

La aplicación de soluciones mixtas de plateas con pilotes que trabajan en conjunto, compartiendo la función de transmitir las cargas al suelo (*piled rafts*) es actualmente una práctica habitual y satisfactoria en muchos países del mundo.

En la República Argentina este sistema de fundación es de escasa aplicación, a pesar de que en la Ciudad de Buenos Aires se dan las condiciones para su aplicación de forma económicamente ventajosa. La literatura local disponible en la materia de cimentaciones está referida en general a fundaciones convencionales, superficiales o profundas, sin profundizar el análisis de la combinación de ambas alternativas. Una notable excepción la constituye el artículo de E. Núñez, "Interacción de estructuras de H<sup>o</sup>A<sup>o</sup> embebidas en suelos".

### **1.2. Objetivos y alcance**

La elaboración de un código de programación que permita estudiar el comportamiento de un cabezal con pilotes mediante un procedimiento rápido y relativamente sencillo.

El mejoramiento del conocimiento práctico del comportamiento de un cabezal con pilotes mediante la implementación y empleo del método elaborado.

La utilización de este método como herramienta para evaluar el funcionamiento de algunas fundaciones en condiciones estratigráficas simples.

### **1.3. Organización y presentación**

Esta tesis está organizada en seis secciones a saber:

Esta *Primera Sección* introductoria.

Dos secciones, *Segunda* y *Tercera*, dedicadas a la presentación de los datos conocidos y las herramientas de análisis convencionales que sirven de base para la tesis. La *Segunda Sección* está dedicada a las fundaciones superficiales, mientras que la *Tercera Sección* está dedicada a las fundaciones profundas.

Ambas están organizadas de la misma manera: en primer lugar se efectúa una descripción del funcionamiento del elemento de fundación con diferentes tipos de suelo; luego se analiza brevemente su comportamiento bajo condiciones límites, y por último se comenta la respuesta estructural en condiciones de trabajo. Cuando corresponde, se enumeran algunos modelos típicos de predicción analítica de estos fenómenos.

Dos secciones, *Cuarta* y *Quinta*, donde se presenta el resultado de un modelo de predicción de asentamientos propuesto para el problema de un cabezal-platea con pilotes, así como algunas alternativas propuestas para optimizar el comportamiento de fundaciones típicas.

### **1.4. Agradecimientos**

La investigación que condujo a esta tesis fue llevada a cabo gracias a la cátedra de Cimentaciones del Departamento de Construcciones de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Buenos Aires. Agradezco a mi director Juan C. Calo quien supo incentivar y guiarme a la concreción de este trabajo.

En particular a Alejo Sfriso quien me inició en el mundo del análisis numérico.

Quiero agradecer y expresar mi gran admiración al Ing. Eduardo Núñez, con quien los diálogos son filosofía ingenieril día a día.

Agradezco a mi señora por esperar los idus de marzo y proyectar día a día nuestro camino con amor. Agradezco también a mi familia, quien nunca dudó del éxito de este trabajo e hizo todo para ayudarme.

Quiero mencionar a todas las personas que me acompañaron en este objetivo, en especial a mis amigos y compañeros de facultad: Damián Correa, Nicolás Pecorari, Rafael G. Tornadú, Juan Pablo Ibáñez, Horacio Del Tuffo, Marcelo L. Cidades, Mario Macci, Miguel Nápoli, Julio Cueto, Marcelo Manzano, Pablo Stubelj, entre otros... Agradezco también a mis amigos de oficina: Alejandro y Miguel; y a todas las personas que se interesaron y me apoyaron en el desarrollo de esta labor.

## 2. FUNDACIONES SUPERFICIALES

### 2.1. *Funcionamiento observado en fundaciones superficiales*

#### **Definición**

Una fundación es la parte de una estructura en contacto directo con el suelo, cuya función principal es transmitir las cargas estructurales al suelo natural.

Una fundación superficial funciona principalmente mediante la transmisión de presiones normales reducidas sobre un área considerable, relativamente cerca de la superficie del terreno.

#### **Esfuerzos debido a cargas aplicadas**

Las distribuciones de esfuerzos que produce en una masa de suelo la aplicación de las cargas resultantes de la construcción de obras de ingeniería, dependen del espesor y la uniformidad de la masa de suelo, del tamaño y la forma del área cargada, y de las propiedades carga-asentamiento del suelo. El comportamiento carga-asentamiento de los materiales rara vez es simple. Sin embargo, pueden identificarse dos categorías de problemas de ingeniería.

- 1 *Los problemas de estabilidad*, se analizan considerando el equilibrio límite de una masa de suelo que está en estado de falla por cortante a lo largo de una superficie de deslizamiento potencial. Se supone que el suelo se encuentra en un estado de equilibrio plástico, y en el análisis el comportamiento del suelo se define como un valor de resistencia a la condición de falla a lo largo de la superficie de deslizamiento. Con la comparación de los esfuerzos reales se obtiene el factor de seguridad.
- 2 *La distribución de esfuerzos y de deformaciones*. El interés está centrado en la predicción de asentamientos en el suelo cuando los niveles de carga se restringen a un rango de trabajo muy por debajo del valor de falla. Para estas condiciones se puede suponer que el suelo se encuentra en un estado de equilibrio elástico. Se supone un material homogéneo, isótropo, y linealmente elástico, cuyas propiedades se definen con el módulo de elasticidad  $E$ , y la relación de Poisson,  $\nu$ .

*Las soluciones empleadas en este trabajo para la determinación de asentamientos resultan de la aplicación de la teoría de Boussinesq*, quien en 1885 desarrolló expresiones matemáticas para obtener la distribución de cargas en una masa de suelo semi-infinita\* debido a la aplicación de una carga puntual en su superficie.

#### **Formas típicas de falla de fundaciones superficiales**

Con prescindencia de las fallas de tipo estructural del material que compone un dado cimiento, existen dos mecanismos típicos de falla del suelo de fundación, los que se describen a continuación.

---

\* Una masa semi-infinita es la que está limitada por una superficie horizontal y se extiende al infinito verticalmente hacia abajo, y horizontalmente en todas las direcciones.

### ***Rotura por corte generalizado***

En cimentaciones sobre arena densa, arcillas compactas y rocas débiles se observa que existe un valor definido de carga que produce la falla generalizada del suelo, en forma de una o varias superficies de deslizamiento. El resto de la masa de suelo situada tanto por encima como por debajo de las superficies de deslizamiento prácticamente no sufre distorsiones.

El hundimiento del cimiento viene generalmente acompañado por la elevación del suelo circundante, en un mecanismo llamado “rotura por corte generalizado”. A pesar de que las teorías de capacidad de carga más utilizadas predicen que el hundimiento de la cimentación es vertical, frecuentemente se producen fallas rotacionales de la fundación. Este tipo de situación es característico de situaciones en las que la ruptura de un material conlleva fenómenos de localización de deformaciones, generalmente con ligeros incrementos del volumen del suelo.

### ***Rotura por punzonamiento***

En cimentaciones relativamente profundas colocadas sobre arena suelta o arcillas blandas, el hundimiento de la estructura se produce sin levantamiento de la superficie perimetral exterior.

La capacidad de carga de la fundación aumenta sostenidamente a medida que progresa su asentamiento, pues éste da lugar a una densificación del suelo de fundación y a un aumento de la presión media sobre el plano de cimentación.

Es frecuente la aparición de hundimientos repentinos cuando el asentamiento alcanza entre un 6% y un 8% del ancho de la base. La superficie de rotura es sub-vertical y sigue aproximadamente el perímetro de la base. Este fenómeno recibe el nombre de “punzonamiento”, designación poco feliz que induce a considerar que la base pasa a través el suelo superficial. En realidad lo que ocurre es un colapso de la estructura del suelo con una importante disminución de volumen.

## **Causales típicas de asentamiento de fundaciones superficiales**

La variación en el estado tensional debido a la aplicación de una carga, produce una acumulación de deslizamiento, giro, rotura de partículas y distorsiones elásticas en una zona de influencia limitada alrededor del área de la carga aplicada. La acumulación estática de movimientos en la dirección de interés es el asentamiento.

La principal causa de asentamiento de fundaciones sobre arenas es el giro y deslizamiento de las partículas, en el que se produce un cambio en la relación de vacíos, mientras que en arcillas el fenómeno está ligado a la disminución de volumen por consolidación y a la distorsión del material por deformación plástica de los complejos químicos de adsorción que rodean las partículas. Como consecuencia, si se elimina la tensión aplicada, la recuperación del asentamiento es relativamente pequeña. Ya que el asentamiento tiene sólo una reducida componente elástica, los parámetros “seudo elásticos” que pueden utilizarse para el cálculo de asentamientos tienen que tener en cuenta las deformaciones plásticas que siempre acompañan los cambios de estados tensionales.

Por otro lado, la obtención de parámetros elásticos aptos para el cálculo de asentamientos es complicada, debido a la dificultad de obtención de muestras inalteradas para su ensayo en laboratorio. Esto explica la tendencia actual de empleo de métodos “in situ” para la estimación de parámetros de diseño de fundaciones.

Los asentamientos que sufren las fundaciones superficiales bajo cargas verticales presentan tres componentes características:

- Asentamiento inmediato a la acción de la carga aplicada en el terreno. Parte de este asentamiento es recuperable (y podría ser considerado “elástico”) mientras que otra parte es permanente (y podría ser considerado “plástico”).
- Consolidación de depósitos de arcillas blandas, con disipación diferida de presiones neutras.
- Asentamiento secundario o de reptación, el cual está asociado a los anteriores.

En un suelo de grano fino saturado, el asentamiento inmediato tiene lugar sin disipación de presiones intersticiales, a volumen constante. El asentamiento inmediato se produce entonces por distorsión del suelo debido a una acción exterior.

Con el transcurso del tiempo las presiones neutras varían debido al flujo del agua en el suelo. Esto produce asentamientos adicionales, los que se estabilizan con la completa disipación de las sobrepresiones neutras, en lo que se conoce como “condición drenada”.

El asentamiento secundario o de reptación es producto de la rotura progresiva de partículas de grano grueso y la deformación de grupos de partículas de grano fino, a presión efectiva constante. Este fenómeno se manifiesta con importancia en suelos con gran contenido de materia orgánica.

### **Asentamiento diferencial**

Si el nivel de asiento es el mismo en toda el área de fundación, entonces no hay efectos negativos sobre la superestructura. En caso contrario, asentamientos diferenciales pueden afectar las condiciones funcionales de la estructura.

El asentamiento diferencial entre partes de la estructura puede ocurrir como resultado de:

- Heterogeneidad de suelo: una parte de la estructura se ubica sobre suelo compresible y otra parte sobre material poco compresible. Este comportamiento es frecuente en depósitos glaciales, donde lentes de arcillas se combinan en materiales predominantemente arenosos
- Variaciones en las cargas de fundación
- Grandes áreas de carga sobre fundaciones flexibles
- Ejecución de estructuras adyacentes a la fundación en momentos diferentes. Este problema ocurre en ampliaciones de edificios realizadas a mucho tiempo de la finalización de la fundación original
- Variaciones de las condiciones de uso

## ***2.2. Modelos de predicción de capacidad de carga***

Existen distintos modelos de predicción de la capacidad de carga de una fundación superficial. Prácticamente todos están basados en resultados de la teoría de la plasticidad y tienen como punto de partida la solución de Prandtl.

La solución de Prandtl resuelve el problema de la introducción de un sólido rígido en un medio continuo, semi-infinito, homogéneo e isótropo bajo condiciones de deformación plana. Esta solución, desarrollada en el marco de la teoría de la plasticidad, supone al medio continuo como rígido y perfectamente plástico.



## Capacidad de carga en arcillas

La capacidad de carga de fundaciones en arcillas depende de la velocidad de carga, comparada con la velocidad de disipación de presiones neutras. En arcillas blandas a medianamente compactas, el cambio de presión intersticial que se genera en el suelo de fundación es positivo y se disipa con lentitud, lo cual conlleva un aumento lento del esfuerzo efectivo y por tanto aumento de la resistencia al corte. Por lo tanto, el período crítico para la estabilidad de la cimentación se presenta al final de la construcción cuando la arcilla no está drenada. El análisis para esta condición puede llevarse a cabo en términos de esfuerzos totales. En cambio, las arcillas muy sobreconsolidadas presentan tendencia a la dilatancia, por lo que su carga en condición no drenada arroja una resistencia al corte mayor que la que puede medirse en el largo plazo.

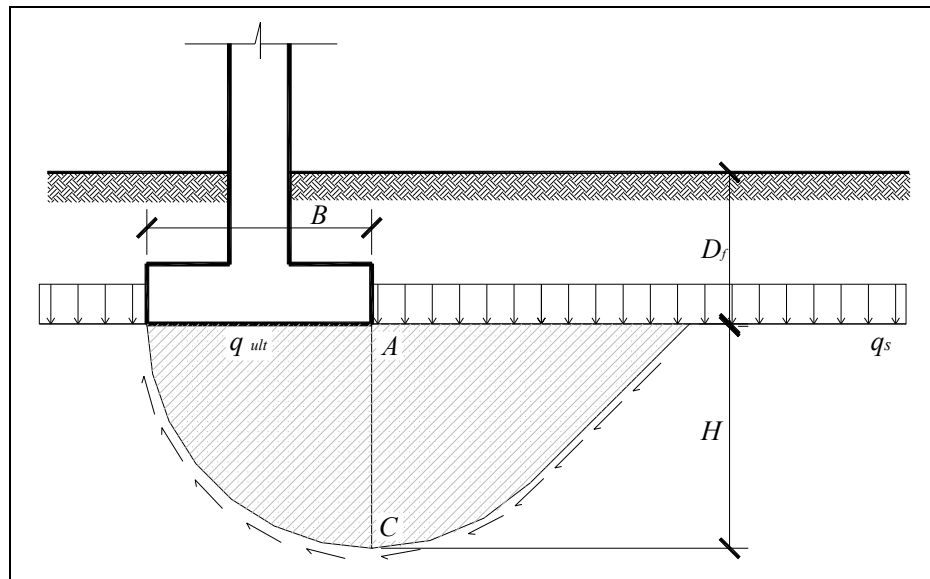


Fig. 2.1. Ejemplo de superficie de deslizamiento de una base.

En la figura 2.1 [Berry] se muestra la forma de la superficie de deslizamiento de una base corrida de ancho  $B$  a una profundidad  $D_f$  (menor a  $B$ ) en un depósito de arcilla saturada, donde la porción  $D_f$  se considera como una sobrecarga  $q_s$ . Se define  $q_{ult}$  como la presión de contacto última que provoca la falla por cortante en condiciones no drenadas del suelo de fundación. Se observa que la profundidad  $H$  de la superficie de deslizamiento es casi igual al ancho  $B$  de la base corrida.

Para la condición de  $D_f/B$  menor a uno, puede no considerarse la resistencia al corte del suelo por encima del nivel de fundación. De esta manera, la profundidad  $D_f$  de terreno puede considerarse como una sobrecarga que actúa al nivel de fundación.

Dentro de la masa de deslizamiento, se presenta una transición entre el estado de presión activa de tierras bajo la fundación y el estado de presión pasivo en el suelo circundante. Como el suelo se encuentra en equilibrio, la componente horizontal del empuje activo sobre el plano AC de la figura 2.1, es igual a la componente horizontal del empuje pasivo.

La distribución de la presión pasiva sobre AC está dada por

$$\sigma_{hp} = \sigma_v + c_u K_{p2}$$

De la misma manera del lado activo la presión está dada por

$$\sigma_{hp} = \sigma_v - c_u K_{a2}$$

Igualando ecuaciones y operando se obtiene

$$q_{ult} = c_u N_c + \gamma D_f$$

donde  $N_c$  es el factor de capacidad de carga definido como  $K_{a2} + K_{p2}$ , siendo, estos coeficientes que relacionan tensiones verticales y horizontales para el caso de empuje activo y pasivo respectivamente.

Las expresiones de capacidad portante presentadas por diversos autores muestran una expresión de capacidad portante similar a la presentada. Los valores de  $N_c$  son ligeramente diferentes, por ejemplo, Terzaghi propone  $N_c = 5.70$  (para bases rugosas), mientras que Prandtl encontró  $N_c = 5.14$  (aplicado sobre bases lisas).

### Capacidad de carga en arenas

En las cimentaciones sobre arena, el exceso de presión intersticial generado en el suelo se disipa con gran rapidez, de manera que la arena se encuentra completamente drenada al final de la aplicación de la carga. Por consiguiente, el análisis de equilibrio debe realizarse para esfuerzos efectivos.

Con el mismo razonamiento empleado para arcillas, se plantea al equilibrio de empujes activo y pasivo del suelo obteniéndose la siguiente expresión de presión de contacto última

$$q_{ult} = \gamma D_f N_q + 1/2 \gamma D_f B [1 - (1 - \nu)^2 (1 - \gamma' / \gamma)] N_\gamma$$

Donde  $N_q$  y  $N_\gamma$  son factores de capacidad de carga definidos. El problema de la capacidad de carga fue estudiado por Terzaghi y luego por Meyerhof seguido por otros. Todos obtuvieron una ecuación similar a la mostrada, pero con diferentes expresiones para  $N_q$  y  $N_\gamma$  [Berry]. Como ejemplo y para entender su funcionamiento se muestran las expresiones de  $N_q$  y  $N_\gamma$  deducidas por Berry:

$$N_q = e^{\pi \tan(\phi)} \tan^2(45^\circ + \phi/2)$$

$$N_\gamma = N_q - 1$$

En la expresión de capacidad portante se puede observar lo siguiente:

- 1 A mayor valor de  $\phi'$  mayor será  $N_\gamma$  y  $N_q$  en consecuencia también la capacidad portante.
- 2 La capacidad portante neta aumenta con la profundidad  $D_f$  y con el ancho  $B$ .
- 3 Si el nivel freático está por debajo de una profundidad  $B$  del nivel de fundación, y éste aumenta hasta el nivel de fundación, entonces la capacidad portante disminuye al 50 % aproximadamente.

### Modelo de capacidad de carga de Brinch – Hansen

En el desarrollo de esta tesis se utiliza la formulación analítica de Brinch-Hansen para calcular la carga de hundimiento por ser una de las más utilizadas entre las disponibles en la bibliografía.

La expresión de capacidad de carga se define como:

$$q_{ult} = \bar{\gamma} D_f N_q S_q d_q i_q + 1/2 \gamma B \bar{q} N_\gamma S_\gamma d_\gamma i_\gamma + c N_c S_c d_c i_c$$

donde  $c$  es la cohesión,  $\bar{q}$  la presión efectiva al nivel de fundación ( $D_f \bar{\gamma}$ ),  $\bar{\gamma}$  el peso unitario efectivo del suelo,  $B$  el ancho de fundación,  $N$  los factores de capacidad de carga,  $S$  los coeficientes de forma,  $i$  los coeficientes de inclinación,  $d$  los coeficientes de profundidad.

### 2.3. Modelos de predicción de asentamientos

El análisis de los asentamientos que experimenta una fundación superficial se puede realizar mediante distintos procedimientos.

Existen métodos empíricos que se basan en ensayos y casos históricos documentados, a partir de los cuales se plantean ecuaciones que reproducen el comportamiento observado. Estos métodos proporcionan una buena aproximación únicamente para las condiciones similares a las de ensayo, disminuyendo su capacidad predictiva al extrapolarlos a otras situaciones.

Por otro lado existen los métodos analíticos, entre los que se destacan la teoría de la elasticidad y de la plasticidad. La primera proporciona una rápida aproximación para configuraciones medianamente complejas, y tiene un gran campo de aplicación en la ingeniería práctica. La segunda tiene mejor capacidad predictiva, pero ofrece soluciones a unas pocas geometrías simples, con condiciones muy particulares de materiales y carga.

Como método alternativo, aún no completamente establecido, se encuentran los métodos numéricos en general y el de los elementos finitos en particular.

*Este trabajo está basado principalmente en la teoría de la elasticidad como herramienta principal para la predicción del comportamiento de un cabezal con pilotes.* Las aplicaciones de la teoría de la elasticidad son prácticas, repetibles y de modelación sencilla. Desafortunadamente, toda su capacidad predictiva descansa en una acertada elección de parámetros de deformación que tengan en cuenta todas las circunstancias no contempladas por el modelo en sí mismo, como nivel y velocidad de carga, seguridad global, etcétera. La presentación formal de la teoría aplicada se desarrolla en el capítulo 5.

Un procedimiento teórico de uso generalizado en la actualidad, es la aplicación de la teoría de la subrasante o del coeficiente de balasto, para el conocimiento del comportamiento de fundaciones, la cual, se presenta a continuación.

#### ***Teoría de la subrasante o del coeficiente de balasto***

La teoría de la subrasante permite una estimación conceptual de la interacción mecánica entre estructuras y suelos de fundación en estados lejanos a la ruptura. El procedimiento se basa en la hipótesis (muy simplificada) de que el asentamiento en algún elemento de la estructura sometido a una carga arbitraria, es enteramente independiente de la carga de los elementos a su alrededor [Terzaghi]. Se asume entonces que

$$p = k_s w \quad (2.1)$$

donde  $p$  es la presión de contacto,  $w$  el asentamiento y  $k_s$  la constante de proporcionalidad llamada coeficiente de reacción de la subrasante o coeficiente de balasto.

La determinación del módulo de balasto se puede realizar en forma experimental mediante un ensayo de carga normalizado. El resultado obtenido se corrige luego según fórmulas que tienen en cuenta el tamaño, forma, profundidad, nivel de tensiones y rugosidad de la fundación. Terzaghi propone las siguientes relaciones para la obtención del módulo de balasto en bases superficiales:

$$k_s = k_{s1} / B \quad (2.2)$$

$$k_s = k_{s1} (B+1 / (2 B))^2 \quad (2.3)$$

donde  $B$  es el ancho de la fundación y  $k_{s1}$  el valor del coeficiente de balasto obtenido en el ensayo de carga normalizado. La expresión (2.2) es representativa del comportamiento de arcillas, mientras que el (2.3) se aplica a arenas.

La determinación de  $k_s$  puede efectuarse en función parámetros elásticos de suelo. Vesic (1961) propone

$$k_s = E_s / (B (1 - \nu^2))$$

La teoría de la subrasante tiene gran aplicación en el diseño de fundaciones donde la rigidez de la estructura afecta los fenómenos de interacción. Por ejemplo, el análisis de una viga de fundación puede ser resuelto mediante un sistema de barras sobre una cama de resortes donde la ecuación diferencial clásica de la viga queda de la forma

$$EI (d^4w / dx^4) = q = - k_s w$$

Esta solución es empleada por muchos ingenieros para el desarrollo de un análisis discretizado en elementos de bases, vigas y plateas.

## **2.4. Conclusiones**

Se establecieron pautas necesarias para el diseño de fundaciones, se analizaron los problemas de equilibrio límite y la distribución de esfuerzos y de deformaciones resultante. Se presentaron brevemente algunos métodos analíticos para la determinación de la capacidad de carga y la determinación de asentamientos en la estructura. De los modelos presentados, los únicos que fueron aplicados de manera efectiva en el resto de esta tesis son los derivados de la teoría elástica y, en mucha menor medida, los derivados de la teoría de reacción de la subrasante.

### **3. FUNDACIONES CON PILOTES**

Una estructura se funda sobre pilotes cuando el suelo situado inmediatamente por debajo de su base no tiene suficiente capacidad de carga, o cuando una estimación de costos lo justifica.

A efectos de analizar el comportamiento de las fundaciones profundas sin escapar a los objetivos de esta tesis, se estudia el funcionamiento de los grupos de pilotes hincados y perforados. Luego se hace mención a los pilotes de inyección de pequeño diámetro o “micropilotes” puesto que son elementos de buen funcionamiento en conjunto con fundaciones superficiales rígidas.

#### **3.1. Tipos de pilote, funcionamiento observado**

##### **Clasificación de pilotes según la forma de transmitir su carga al suelo**

###### ***Pilotes de fricción en suelos sueltos de grano grueso***

Estos pilotes transfieren al suelo la mayor parte de su carga por fricción lateral. La hincada en grupos, con una distancia pequeña entre pilotes, reduce la porosidad y la compresibilidad del suelo situado dentro y alrededor del grupo. Por esta razón también son llamados “pilotes de compactación”.

###### ***Pilotes de fricción en suelos de grano fino***

Estos pilotes transmiten su carga al suelo por fricción lateral, pero sin llegar a compactar el terreno en forma perceptible. Estas fundaciones se denominan fundaciones sobre “pilotes flotantes”.

###### ***Pilotes resistentes por la punta***

Este tipo de pilotes transmite su carga a un estrato firme a una profundidad considerable por debajo de la base de la estructura, fundamentalmente a través de presión normal en la punta del pilote y fricción del fuste con el material que rodea la punta.

##### **Clasificación de pilotes según su tecnología de instalación**

En términos de la instalación, existen dos tipos diferenciados: los pilotes “hincados” y los pilotes “perforados”. A continuación se mencionan los efectos de ambos sobre distintos tipos de suelo.

###### ***Pilotes hincados***

Se denomina así a los pilotes instalados mediante cargas de impacto o vibración. Las acciones dinámicas de los impactos inducen a distintos comportamientos del suelo dependiendo de sus características mecánicas.

###### **A) Efectos sobre suelo cohesivo**

Los efectos más importantes durante el hincado de un pilote en suelo cohesivo son [De Mello, 1969]:

1. Perturbación total de la estructura del suelo alrededor del pilote
2. Cambios del estado de tensión en la zona cercana al pilote
3. Disipación del exceso de presiones de poros desarrolladas alrededor del pilote.
4. Recuperación a largo plazo de la resistencia del suelo

La diferencia esencial entre las acciones de pilotes bajo cargas dinámicas y estáticas es que los suelos cohesivos muestran pronunciados efectos de tiempo y, debido a esto, existe una gran diferencia en el comportamiento entre acciones rápidas y lentas.

El suelo es empujado lateralmente y, si está saturado, la superficie del terreno puede levantarse apreciablemente debido a que el volumen total de suelo se mantiene constante.

La arcilla perturbada por la hincada del pilote pierde una considerable proporción de su resistencia al corte debido al incremento temporáneo de presión de poros, que es proporcional al grado de perturbación del suelo y a su compacidad inicial. Por el gradiente de presiones resultante, el agua tiende a drenar, comenzando así el proceso de consolidación del material remoldeado.

La arcilla reduce su relación de vacíos cerca del pilote, y la aumenta en zonas más lejanas. Con el transcurso de los días, las tensiones de fricción tienden a alcanzar el nivel de resistencia del suelo como si éste hubiese permanecido imperturbable [*Prakash*].

Se evidencia un aumento del módulo de deformación del suelo sometido a hincada de pilotes, que no aparece cuando se instalan pilotes perforados. Este fenómeno se debe al exceso de presiones de poros y la consecuente re-consolidación del material, ocasionada por el efecto de la hincada. Para arcillas rígidas el módulo de elasticidad puede alcanzar 40 a 80 MPa, para pilotes perforados e hincados respectivamente [*Poulos*].

#### B) Efectos sobre suelo arenoso

Los pilotes en arena por lo general son colocados por vibración. Los efectos que produce este tipo de colocación son:

1. Densificación de la arena
2. Aumento del valor de presión lateral alrededor del pilote

Ensayos de penetración realizados antes y después de la hincada de pilotes muestran una densificación de la arena en radios del orden de aproximadamente 10 diámetros. El incremento de la densidad resulta en un aumento del ángulo de fricción. La hincada de un pilote desplaza horizontalmente el volumen de suelo que éste ocupa, aumentando las tensiones horizontales que actúan en el fuste. Este efecto es tenido en cuenta por el factor  $K$  de relación entre tensiones verticales y horizontales para el cálculo de la capacidad de carga.

#### ***Pilotes perforados***

Los pilotes perforados son construidos con hormigón armado in situ, colado una vez realizada la perforación en el suelo. La elección de este tipo depende de las condiciones económicas y de suelo que lo llevan a competir con otros tipos.

En arcillas, la perforación puede realizarse sin soportes por un tiempo limitado. En arenas, en cambio, la perforación debe mantenerse estable mediante la utilización de fluidos de perforación o camisas.

### A) Comportamiento de un suelo arcilloso

Durante la instalación, los causales que condicionan el comportamiento de pilotes implantados en arcilla son:

1. Efecto de la humedad sobre la adherencia entre el suelo y el pilote
2. Efecto de la perforación en la capacidad de carga por punta
3. Problemas constructivos que se presentan durante la instalación

#### *Adherencia entre el suelo y el pilote*

La adherencia entre el suelo y el pilote es menor a la resistencia no drenada antes de la instalación. El ablandamiento de la arcilla inmediatamente adyacente a la superficie ocurre debido a:

1. La absorción de la humedad del agua del hormigón, el drenaje del agua de la arcilla hacia la perforación; las tensiones en la periferia
2. Migración del agua contenida en la arcilla hacia el agujero de excavación
3. Agua empleada durante la excavación para facilitar la operación de herramientas de trabajo

Meyerhof y Murdock encontraron que el contenido de agua en la arcilla inmediatamente adyacente al fuste de un pilote perforado en Londres, se incrementó en un 4 %. Así también, la distancia a la cual el contenido de agua no fue alterado era de 3 pulgadas. Cuanto más sea el tiempo entre excavación y hormigonado, mayor será la variación del contenido de humedad.

#### *Capacidad portante en punta*

La perforación de pilotes puede ocasionar perturbaciones en el suelo debajo de la punta del pilote durante el empleo de las herramientas de perforación ocasionando ablandamientos de la arcilla. Estos efectos pueden resultar en incremento de asentamientos como también puede generarse disminuir la capacidad de carga en punta.

### B) Comportamiento de un suelo arenoso

La ejecución de pilotes perforados en arena requiere una camisa o un fluido que contenga las paredes de la perforación. En caso de utilizar camisa, su izado, mientras se efectúa el hormigonado, ocasiona perturbaciones en el suelo que la rodea. También pueden existir perturbaciones debido la convergencia de la perforación. Si la punta de los pilotes se compacta con suficiente energía, el suelo remoldeado que cayó durante las operaciones de perforación se recompacta, y la resistencia final no se ve alterada de manera significativa. En caso de utilizar lodos de perforación, se forma una película en las paredes del pozo, que puede resultar en una reducción de la fricción entre el pilote y el suelo que lo rodea.

### ***Pilotes de Inyección***

#### Aplicación a micropilotes

Un tipo de pilotes de inyección o “micropilotes” consiste básicamente en una barra de acero roscado, a modo de armadura, y un recubrimiento de lechada de cemento inyectada (grouting). La transferencia de tensiones y absorción de cargas es posible principalmente a través de la fricción

entre la lechada que recubre el tendón roscado y el suelo, incrementada debido a la aplicación de uno o más ciclos de post-inyección a media o alta presión. El recubrimiento de lechada de cemento toma la fricción radial en el suelo y protege al acero de la corrosión.

En cuanto a su comportamiento mecánico, puede decirse que los asentamientos medios son muy pequeños (menos de 5 mm bajo cargas de diseño) debido a la excelente fricción entre suelo y cemento y a que el asentamiento de pilotes en servicio es proporcional a su diámetro. Por este motivo, son muy apropiados para casos donde se presentan cargas dinámicas, como fundaciones para antenas, recalce de fundaciones, etcétera.

### Inyección en punta

Otra aplicación de hormigón inyectado son los pilotes de inyección en punta. Esta tecnología consiste en la colocación de un pilote de hormigón in situ, con una vaina de inyección desde la cabeza hasta la punta del pilote. Una vez instalado el pilote y llegado a un cierto grado de endurecimiento, se inyecta lechada de cemento con aditivos en la punta a través de la vaina. Esta inyección provoca un gran confinamiento del suelo en la zona de la punta, ocasionando un levantamiento del pilote y provocando tensiones negativas en el fuste. Durante la aplicación de las cargas en estado de servicio, el pilote primeramente debe vencer dichas tensiones negativas en el fuste y luego seguir la trayectoria de asentamientos típica. Por otro lado, la punta tiene mayor rigidez que un pilote común ya que durante la inyección aumentó la presión de confinamiento, con su consecuente aumento de la capacidad de carga. En tercer lugar, la inyección de lechada funciona como método de ensayo para evaluar la capacidad portante del pilote.

## **Asentamiento de un pilote aislado**

### ***Asentamiento en suelos friccionales***

La distribución de presiones de contacto suelo-pilote es compleja. Un factor influyente es la perturbación ocasionada durante la instalación del pilote, ya que, según la técnica empleada se provocarán distintos estados de tensiones iniciales. Otro factor importante es la rigidez relativa del pilote para punta y fricción, la cual depende del tipo de pilote y técnica de ejecución.

El desplazamiento necesario para desarrollar la resistencia por fricción es reducido y se encuentra en el orden de los 5 a 10 milímetros, dependiendo del tipo de pilote, sus dimensiones y tipo de suelo [Prakash]. Sin embargo, Vesic en 1977; y Sharma y Joshi en 1988 encontraron que la resistencia por fricción se desarrolla por completo luego de un desplazamiento de 10 mm. Por otro lado, el desplazamiento necesario para movilizar la resistencia de punta es grande y depende del tipo de suelo, tipo de pilote y tamaño. Por consiguiente, la rigidez aportada por el fuste es mayor que la aportada por la punta, por lo que inicialmente la transferencia de cargas al suelo se desarrolla mayormente a través del fuste. A medida que las cargas aumentan, la punta tiende a tomar una mayor proporción de las mismas. Finalmente, cuando el fuste alcanza su resistencia máxima, toda la carga restante se transfiere por la punta.

En la figura 3.1 se muestra un ejemplo donde se ve la distribución de esfuerzos en función del asentamiento del pilote. En la misma, las curvas  $R_f$ ,  $R_p$  y  $R_t$  son las curvas de “carga – asentamiento” para el fuste, la punta y la resultante total respectivamente. Las expresiones  $P_u$  son las cargas últimas tomadas por punta, fuste o resultante; “ $s_{u\ fuste}$ ” y “ $s_{u\ punta}$ ” son los asentamientos correspondientes a las cargas últimas según sea de fuste o de punta.



Puede verse en este ejemplo (figura 3.1) que para el asentamiento " $s_{u\ fuste}$ " el fuste toma alrededor del 60 % de la carga total, en cambio para el nivel de asentamientos último " $s_{u\ total}$ ", al estar agotada la resistencia por fricción, la punta toma mas del 50 % de la carga de rotura total.

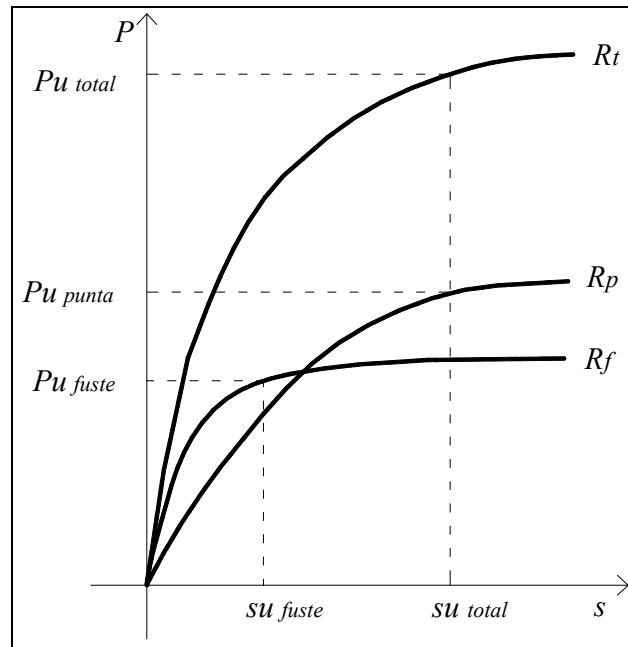


Fig. 3.1. Diagrama de cargas en función del desplazamiento de un pilote aislado para el fuste, punta y carga total.

### Asentamiento en suelos cohesivos

El asentamiento de un pilote en suelo cohesivo consiste en la suma de dos factores:

1. Asentamiento a corto plazo ocurrido en la aplicación de la carga.
2. Asentamiento a largo plazo dado por la disipación de presiones neutras y reptación.

En general, el asentamiento a corto plazo resulta de una compresión elástica del suelo, el cual comprende una gran proporción del asentamiento total para suelos saturados y sobreconsolidados.

### Asentamiento de pilotes en grupo

El asentamiento de pilotes de fricción se considera como resultado de tres causas [Taylor, 1948]:

1. Asentamiento debido a la compresión del pilote y del movimiento de los pilotes relativo al suelo adyacente
2. Asentamiento debido a la compresión ocurrida en el suelo entre pilotes
3. Asentamiento debido a la compresión que ocurre en el estrato compresible por debajo de la punta de los pilotes

La segunda y tercera causa son de mayor grado respecto a la primera. Estos asentamientos pueden ser muy pequeños en suelos saturados debido a la consolidación y a la lenta disipación de presión de poros.

Ya que existe una perturbación parcial en la estructura del suelo alrededor de los pilotes, no es posible obtener estimaciones exactas del asentamiento según el ítem 2. Las perturbaciones

producidas por pilotes hincados pueden conducir a un aumento de asentamientos luego de aplicar la carga de trabajo.

El aumento de asentamientos depende de:

1. El área de influencia de suelo perturbado
2. El tipo de suelo
3. El nivel de carga actuante
4. El tipo de instalación del pilote

### ***3.2. Modelos de predicción de capacidad de carga***

Un pilote bajo carga axial transfiere carga al suelo que lo rodea tanto por su punta como por el fuste. Con la suma de la capacidad portante por punta y por fuste se obtiene la carga última del pilote.

Existen métodos empíricos y semiempíricos para determinar la capacidad de carga de un pilote, los más conocidos son:

1. Análisis estático, utilizando la resistencia del suelo teórica
2. Análisis empíricos, utilizando ensayos de campo estándar
3. SPT: Ensayo de penetración estándar
4. CPT: Ensayo del cono holandés
5. Ensayo de medición de presiones
6. Ensayos dinámicos
7. Fórmulas empíricas de hincado de pilotes
8. Ecuación de onda
9. Ensayo de carga

*De estos métodos, se trabaja en esta tesis con el método de análisis estático dado su gran poder de predicción y generalidad en sus aplicaciones.*

A continuación se explica el funcionamiento de análisis estático y luego se hace mención sobre el ensayo de carga como herramienta empírica que también permite evaluar la sensibilidad de modelos teóricos.

### **Análisis estático (capacidad teórica)**

#### ***Capacidad de carga de un pilote aislado en suelo cohesivo***

##### Capacidad de punta

Para suelo cohesivo la capacidad portante es crítica en el período de corto plazo, ya que la resistencia de la arcilla se incrementa con la consolidación o bien, existe una recuperación de resistencia del suelo perturbado a largo plazo. La resistencia por punta es:

$$Q_p = A_p c_u N_c$$

Donde  $A_p$  es la sección del pilote,  $c_u$  la cohesión en condición no drenada y  $N_c$  el factor de capacidad de carga. Según se muestra en la tabla 4.1 el valor de  $N_c$  aumenta con la relación  $D_f/D$  hasta alcanzar el valor de 9 para relaciones de  $D_f/D$  mayores a 4, (valor correspondiente a la mayoría de fundaciones de pilotes).

$D_f/D$	$N_c$
1	7.8
2	8.5
$\geq 4$	9

Valores del factor de capacidad de carga  $N_c$  para distintas razones entre profundidad de fundación y diámetro de pilote ( $D_f/D$ )

### Capacidad de fuste

Para arcillas normalmente consolidadas se puede expresar la capacidad de fuste mediante la expresión:

$$Q_f = (\pi D) \sum (c_{ai} \Delta L_i)$$

Donde  $(\pi D)$  es el perímetro;  $c_{ai}$  es la adhesión entre el estrato  $i$  y el pilote; y  $\Delta L_i$  es el espesor del  $i$ -ésimo estrato. Es usual la evaluación de la adhesión para arcillas homogéneas saturadas como una proporción de la resistencia al corte de una arcilla no perturbada dentro de una longitud del pilote. La relación  $c_a / c_u$  depende de numerosos factores tales como: (1) la naturaleza y resistencia de la arcilla, (2) dimensiones y métodos de instalación de pilotes, y (3) la historia de carga. Estas correlaciones son obtenidas mediante ensayos de campo.

Al no intervenir el peso específico en la expresión de la resistencia al corte, la capacidad portante total del pilote es independiente del nivel freático. [Prakash]

### Resistencia al corte no drenada de un suelo cohesivo

El suelo cercano a pilotes hincados es desplazado y perturbado en una distancia de alrededor un diámetro del pilote. Dentro de esta zona perturbada, la presión de poros causada por la hincada se disipa rápidamente y luego de la consolidación, el suelo puede resultar más resistente que antes de la instalación del pilote. Asimismo, en arcillas muy sensibles o rígidas, la resistencia al corte final puede resultar menor que la del suelo en estado no perturbado, debido a la pérdida de la estructura cementante del material.

Por otro lado, cerca de pilotes perforados, la arcilla es ablandada en una distancia de alrededor de una pulgada durante las tareas de instalación del pilote. La experiencia ha mostrado que no hay un cambio significativo de la resistencia al corte con el tiempo, por lo que los pilotes perforados pueden tener una resistencia friccional mucho menor que la de pilotes hincados del mismo diámetro [Meyerhof].

### **Capacidad de carga de un grupo de pilotes en suelo cohesivo**

La capacidad de carga puede estimarse como el menor de los siguientes valores:

1. Acción de grupo: Falla del bloque de pilotes por rotura del suelo a lo largo de un diámetro imaginario. El valor se determina mediante la ecuación de pilote individual con diámetro y punta equivalentes al volumen del grupo de pilotes
2. Acción individual: La carga total de pilotes puede evaluarse como  $n$  veces la carga de un pilote aislado

Si los pilotes están poco espaciados la capacidad de acción en grupo es menor que la de acción individual. La razón entre capacidad de carga de grupo e individual se define como eficiencia de grupo. La eficiencia de grupo depende de los parámetros del suelo, el tamaño y la forma, y del espaciamiento.

En la tabla 4.2 se presentan los valores de eficiencia de grupo para distintos espaciamentos entre pilotes obtenidos por Whitaker (1957).

Espaciamiento de pilotes	3 D	4 D	5 D	6 D	8 D
Eficiencia de grupo	0.7	0.75	0.85	0.9	1.0

Tabla 4.2. Eficiencia de grupo en función del espaciamiento. Whitaker (1957)

### **Capacidad de carga de un pilote aislado en suelo no cohesivo**

Cuando un pilote es instalado en un suelo no cohesivo, el material cercano al pilote resulta perturbado hasta una distancia de varios diámetros del pilote. En pilotes hincados este fenómeno produce una compactación con un incremento de la densidad del suelo. En pilotes perforados dicha perturbación resulta en un aflojamiento del material y en un incremento local de la relación de vacíos.

Ya que la instalación de pilotes provoca perturbaciones en el suelo, la capacidad de carga debe ser estimada en función de sus propiedades perturbadas. Es difícil predecir tales propiedades dada la complejidad de la interacción entre el suelo y el pilote, durante y después de la construcción. Por ello, la capacidad de carga se estima en función de la resistencia inicial del suelo (aunque algunos autores han propuesto valores de parámetros del suelo después de la hincada de pilotes). Los efectos de perturbación del suelo son reflejados en coeficientes empíricos de factores de carga “ $N_q$ ” y fricción en el fuste.

#### Capacidad de punta

La ecuación de capacidad de carga resulta:

$$Q_p = A_p \bar{\gamma} D_f N_q$$

$$Q_p = A_p \bar{q} N_q$$

Donde  $A_p$  es la sección del pilote,  $D_f$  la profundidad de punta,  $\bar{\gamma}$  el peso unitario efectivo del suelo y  $\bar{q}$  la sobrepresión efectiva en la punta.

El comportamiento del terreno respecto de la punta se asemeja al de una base superficial sólo cuando la profundidad de empotramiento de la punta es de unos pocos diámetros, a partir de una profundidad determinada “profundidad crítica” se estabiliza o crece muy lentamente la resistencia

por punta. La profundidad crítica es variable con las propiedades del suelo y esta se encuentra entre las 10 y 20 veces el diámetro del pilote.

El valor de  $N_q$  depende de la relación  $D_f/D$ , el método de instalación y el ángulo de fricción del estrato portante.

### Capacidad de fuste

La capacidad portante por fuste se puede expresar de la forma:

$$Q_f = (\pi D) K_s \tan(\delta) \sum \sigma_{vi} L_i$$

Donde  $(\pi D)$  es el perímetro,  $K_s$  es la relación entre tensiones verticales y horizontales,  $\delta$  es adoptado frecuentemente como  $2/3 \phi$ .

Los resultados de análisis muestran que el valor de  $K_s$  aumenta con el volumen desplazado de suelo.

Se adopta como relación entre tensiones horizontales y verticales los propuestos por la cátedra de cimentaciones presentados en la tabla 4.3.

<i>Tipo de pilote</i>	<i>Coefficiente de empuje <math>K_s</math></i>
Perforado	1.0
Hincado, de desplazamiento	3.0

Tabla 4.3. Relación asumida entre las tensiones verticales y radiales alrededor de pilotes cilíndricos, en función de su método de instalación

### ***Capacidad de carga de un grupo de pilotes en suelo no cohesivo***

Hasta el momento no existe una teoría racional aplicable para predecir la capacidad de carga de un grupo de pilotes. A continuación se mencionan los criterios de diseño propuestos por Prakash.

1. La capacidad de grupo en punta se puede establecer como de la capacidad de carga de punta de un pilote aislado multiplicada por el número de pilotes del grupo
2. La carga última de fricción del grupo de pilotes puede ser mayor que la suma de los pilotes individuales debido a una mayor compactación y compresión lateral causada por la hinca de pilotes dentro de un área relativa pequeña. De esta manera resulta dificultoso cuantificar este incremento de capacidad

Es de destacar que en arenas, a menos que sea arena muy densa o que la separación de pilotes sea muy grande, la eficiencia global del grupo\* suele ser mayor a la unidad. La máxima eficiencia es alcanzada para separaciones de pilotes en el orden de los dos a tres diámetros, y en general en rangos de 1.3 a 2.0 [Poulos].

\* Se denomina “eficiencia de grupo” a la relación entre la carga promedio de un pilote del grupo en la falla y la carga última de un pilotes aislado.

## **Ensayo de carga**

El ensayo de carga de un pilote consiste en la aplicación de una secuencia pre-establecida de cargas en intervalos constantes, mientras se miden los asentamientos resultantes. El fin del ensayo sobreviene cuando se completa la secuencia de cargas, cuando se alcanza el asentamiento máximo especificado, o cuando el pilote falla por capacidad de carga, lo que se manifiesta como un incremento no controlado de los asentamientos para una carga que se mantiene en el tiempo.

El ensayo de carga, correctamente interpretado y empleado (ya que sus resultados representan una respuesta a corto plazo), es el método más preciso para la determinación de la capacidad de carga. Ya que el ensayo de carga no sólo entrega el valor de la capacidad de carga sino también informa sobre la relación de asentamientos y nivel de carga en el pilote. Este método puede emplearse también para determinación de la rigidez de un pilote para distintos niveles de carga.

### **3.3. Modelos de predicción de asentamientos**

Los métodos de predicción pueden dividirse en tres categorías diferenciadas. La primera, de fundamentos netamente empíricos, es la de mayor aplicación ingenieril. La segunda categoría se fundamenta en teorías simplificadas de cálculos simplificados y reducido requerimiento computacional. La tercera categoría envuelve técnicas analíticas o numéricas avanzadas tales como el método de los elementos finitos.

En la elección de una categoría apropiada se deben tener en cuenta los siguientes factores:

1. La escala del problema
2. El presupuesto disponible de la obra
3. La información geotécnica disponible
4. La complejidad del perfil estratigráfico y de las condiciones de carga
5. La etapa de diseño
6. La experiencia del proyectista con los métodos considerados

Las alternativas para evaluar la respuesta de asentamientos en pilotes se clasifican según Poulos de la siguiente forma presentada en la tabla 4.4.

<i>Categoría</i>	<i>Método de predicción de asentamiento</i>
Procedimientos empíricos	Correlaciones aproximadas con el diámetro del pilote [Meyerhof, 1985]
Procedimientos basados en soluciones analíticas simplificadas	Soluciones elásticas (Randolph y Wroth, 1978; Poulos y Davis, 1980)
Procedimientos basados en resolución de métodos numéricos más complejos	Elementos finitos de comportamiento elástico (Ej: Valliappan, 1974)
	Análisis no lineal de transferencia de cargas (Coyle y Reese, 1966)
	Análisis no lineal por elementos finitos (Ej. Randolph, 1979)

Tabla 4.4. Cuadro representativo del estado del arte

### **3.4. Conclusiones**

En este capítulo se presentó una clasificación simple de los diferentes tipos de pilotes, según la forma de introducción de cargas al suelo de fundación y según la tecnología de instalación. Se estudiaron algunos mecanismos que producen el asentamiento de los pilotes bajo carga y se describieron brevemente las teorías, fórmulas y ensayos más utilizados en la práctica profesional para la predicción y evaluación de la rigidez y resistencia de pilotes aislados y grupos de pilotes.

## 4. COMPORTAMIENTO CONJUNTO DE PLATEAS Y PILOTES

En este capítulo se presenta el modelo utilizado para el análisis de asentamientos de un cabezal con pilotes mediante la aplicación de la teoría de la elasticidad. Los resultados obtenidos se muestran mediante gráficos, y están referidos en primer lugar a un grupo de pilotes, y luego, a un sistema de cabezal con pilotes, en el que se considera que el cabezal está en contacto con el suelo.

### 4.1. Asentamientos basados en la teoría de la elasticidad

La relación entre la carga aplicada sobre una fundación y su asentamiento depende de numerosos factores, los que deben englobarse en los pocos parámetros disponibles en la teoría de la elasticidad. Por lo tanto, una adecuada caracterización de estos parámetros es de vital importancia para la confiabilidad de las predicciones de asentamiento.

En depósitos de arena, el módulo de deformación varía con la presión media, lo que se traduce en una dependencia entre el módulo y la profundidad bajo la superficie del terreno. En depósitos de arcilla saturada, los asentamientos que se presentan inmediatamente luego de la aplicación de la carga se producen sin ningún drenaje del agua intersticial del suelo. Esta es una condición de cambio de volumen nulo en la masa de suelo, por lo cual la relación de Poisson se acerca al valor de 0.5. Si la arcilla está normalmente consolidada, el módulo de deformación aumenta casi linealmente con la profundidad. En cambio, si la arcilla está sobreconsolidada, el módulo de deformación depende fundamentalmente de la presión de preconsolidación, y con frecuencia es aproximadamente independiente de la profundidad.

#### *El problema de Boussinesq*

Dentro del campo elástico, el modelo analítico más desarrollado para el estudio de las deformaciones de una masa de suelo es el de Boussinesq, en el que se sustituye al depósito por un semiespacio elástico, homogéneo e isótropo de módulo elástico constante. Este modelo simple permite el estudio del efecto que provoca una carga puntual aplicada sobre la superficie del terreno, lo que se muestra en la en la figura 5.1.

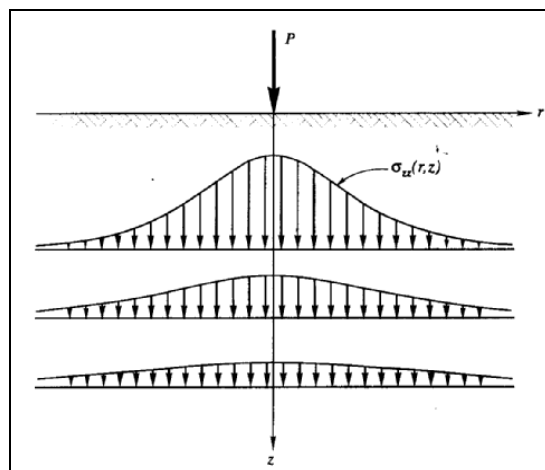


Figura 5.1. Distribución de tensiones  $\sigma_z$  para distintas profundidades



El asentamiento para el punto (x, y, z) es igual a:

$$s = P (1 + \nu) (2 (1 - \nu) + \cos^2 \varphi) (2\pi E \rho)^{-1}$$

donde  $P$  es la carga vertical,  $\varphi$  el ángulo entre la vertical y el vector que va de  $P$  a  $s$ . En esta tesis se ha utilizado esta solución para la estimación de tensiones y asentamientos de bases superficiales y cabezales de pilotes.

### El problema de Midlin

El problema de la carga concentrada en el interior del semiespacio, pero lo suficientemente próxima a la superficie para que sea evidente su influencia, lo resuelve Midlin en el año 1936. La carga  $P$  está aplicada a una distancia  $z$  debajo de la superficie del semiespacio, y el origen de coordenadas se ubica a una distancia  $c$  arriba de la superficie libre, como se muestra en la figura 5.2. De esta forma la carga se aplica en el punto  $z = 2c$ . Así se introducen las definiciones:

$$\begin{aligned} z_1 &= z - 2c \\ r^2 &= x^2 + y^2 \\ R_1^2 &= r^2 + z^2 \\ R_2^2 &= r^2 + z_1^2 \end{aligned}$$

De esta manera  $z_1$  y  $R_1$  son la distancia vertical y radial de la ubicación de la carga, hasta la ubicación del efecto provocado. La expresión del asentamiento es:

$$s = \frac{P}{16 \cdot \pi \cdot G \cdot (1 - \nu)} \cdot \left[ \frac{(3 - 4\nu)}{R_1} + \frac{8 \cdot (1 - \nu)^2 - (3 - 4\nu)}{R_2} + \frac{(z - c)^2}{R_1^3} + \frac{(3 - 4\nu) \cdot (z + c)^2 - c \cdot z}{R_2^3} + \frac{6 \cdot c \cdot z \cdot (z + c)^2}{R_2^5} \right]$$

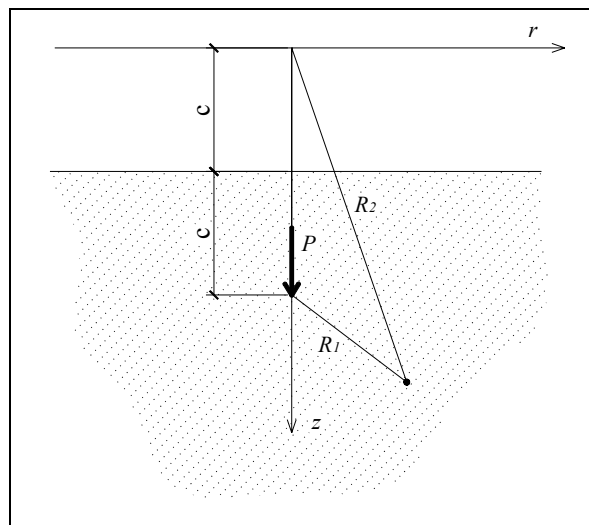


Figura 5.2. Ubicación de ejes en la ecuación de Midlin

Esta ecuación se utiliza para el estudio de la interacción entre fustes de pilotes. Para el caso de la punta de pilotes, y para llegar a una mejor aproximación al considerar la superficie de la

punta, se emplea la ecuación de Poulos. Esta ecuación es la integral de la ecuación de Midlin en la superficie de la punta. El factor de influencia resultante de un elemento superficial de punta de pilote es (Poulos).

$$s = P \frac{\pi}{4} \times \frac{(1+\nu)DL_p}{\pi \cdot E \cdot (1-\nu)D_p^2} \cdot \left[ \frac{(3-4\nu)D_p}{2L_p} + (5-12\nu+8\nu^2)(\Delta-2) + (5-8\nu)\left(1-\frac{2}{\Delta}\right) + 1 - \frac{8}{\Delta^3} - \right. \\ \left. - 4\left(\frac{h}{L_p}-1\right)^2 \left\{ \left(\frac{1}{2\left(\frac{h}{L_p}-1\right)}\right) - \frac{1}{\Psi} \right\} - (3-4\nu) \left\{ \Psi - 2\left(\frac{h}{L_p}-1\right) \right\} - (5-12\nu+8\nu^2)\left(\Theta - 2\frac{h}{L_p}\right) - \right. \\ \left. - \left\{ 2(3-4\nu)\left(\frac{h}{L_p}\right)^2 - 2\frac{h}{L_p} + 1 \right\} \left\{ \left(\frac{L_p}{h} - \frac{2}{\Theta}\right) - \left(2 - \frac{L_p}{h}\right)\left(1 - \frac{8}{\left\{4 + \left(\frac{D_p}{2h}\right)^2\right\}^{3/2}}\right) \right\} \right]$$

donde

$$\Delta = \sqrt{4 + \left(\frac{d_p}{2L_p}\right)^2}; \Psi = \sqrt{4\left(\frac{h}{L_p}-1\right)^2 + \left(\frac{d_p}{2L_p}\right)^2}; \Theta = \sqrt{4\left(\frac{h}{L_p}\right)^2 + \left(\frac{d_p}{2L_p}\right)^2};$$

### **Modelo de reacción de la subrasante para interacción entre pilotes**

Tanto la expresión de Boussinesq como la de Midlin tienen una singularidad en coincidencia con el punto de aplicación de la carga, por lo que en esa zona conviene recurrir a otra teoría que permita determinar las tensiones y asentamientos.

O'Neill propone la aplicación de la teoría de Winkler, según se describe a continuación.

La respuesta de un pilote, según el método de reacción de la subrasante, responde a la siguiente ecuación diferencial:

$$-E_p A_p (d^2w / dz^2) + K_s w = 0$$

donde  $E_p$  es el módulo de elasticidad del pilote,  $A_p$  su sección transversal,  $K_s$  la rigidez del suelo y  $w$  el asentamiento vertical. Para la respuesta del fuste, la relación entre la carga y el asentamiento esta dada por:

$$w = \tau_o \cdot r_o \int_{r_o}^{r_m} \frac{1}{G \cdot r} \cdot dr$$

donde  $G$  es el módulo al corte del suelo,  $\tau_o$  es la tensión,  $r_o$  el radio del pilote,  $r_m$  el radio de influencia de los asentamientos provocados por la carga vertical que actúa en el mismo elemento. Para un módulo de corte constante, la rigidez de la masa de suelo se define de la ecuación:

$$K_s = 2 \pi G_s L_p (\ln(r_m / r_o))^{-1}$$

de manera que el factor de desplazamiento en el lugar de la aplicación de la carga es la inversa de  $K_s$ . Se emplea entonces un modelo híbrido que cumple la teoría elástica en todo el dominio, excepto en la zona de singularidad, donde se recurre a la teoría de Winkler.

#### ***4.2. Resolución de una estructura de fundación inmersa en un semiespacio elástico***

Diversos investigadores han desarrollado análisis basados en la teoría de la elasticidad, entre ellos se destacan D’Appolonia (1965), Poulos y Davis (1968), Randolph y Worth (1978).

La estructura de fundación, por definición, transmite cargas al suelo por medio de presiones de contacto, ya sea, a través de tensiones de compresión en la base de fundaciones superficiales o profundas, o tensiones de fricción por el fuste de pilotes. *El modelo numérico desarrollado en esta tesis representa al conjunto de presiones en el suelo, como cargas equivalentes actuantes en elementos nodales.*

Un cabezal rígido vinculado a un grupo de pilotes recibe cargas verticales y/o momentos flexores en superficie. Estas cargas son transferidas por el cabezal a los pilotes y luego al suelo, o bien directamente al suelo que se encuentra inmediatamente bajo el cabezal.

A continuación se describen las herramientas teóricas empleadas en el modelo numérico que resuelve el problema de una base superficial apoyada sobre un grupo de pilotes embebidos en un material elástico lineal.

#### ***Hipótesis adoptadas***

*Las hipótesis del modelo numérico son:*

- El suelo es un semiespacio elástico lineal. El semiespacio puede estar dividido en zonas de diferente módulo elástico.
- Cada elemento de pilote y base se comporta elásticamente y puede desplazarse sólo en una única dirección, normal a la superficie del semiespacio.
- Cada elemento estructural tiene el mismo desplazamiento que el suelo en contacto con él.
- Si se produce algún fenómeno de desplazamiento en la interfase estructura-suelo, la no-linealidad del suelo es confinada sólo a una angosta zona de suelo adyacente al fuste del pilote, pero el suelo entre pilotes permanece esencialmente elástico.

#### ***Condiciones geométricas y propiedades estructurales***

- El cabezal es indeformable.
- La cantidad de pilotes, sus características mecánicas y geométricas y la disposición en planta pueden ser arbitrariamente elegidas.
- La sección del pilote en la punta puede ser distinta que a lo largo del fuste.
- Los pilotes trabajan únicamente por esfuerzo normal.

### **Ecuaciones de desplazamiento del suelo**

El desplazamiento vertical del suelo adyacente al pilote en un elemento “*i*”, debido a la aplicación de una carga en el elemento “*j*”, se expresa como

$$s_{ij} = I_{ij} p_j / E_{sij} \quad (1)$$

donde  $I_{ij}$  es el “factor de desplazamiento”. Los elementos ubicados en la cabeza del pilote tienen acoplada la rigidez de la base y del fuste de pilote. Este factor es obtenido como el resultado de la acción en paralelo de ambas componentes, según

$$I_{c_{ij}} = (1 / I_{b_{ij}} + 1 / I_{p_{ij}})^{-1}$$

donde  $I_c$ ,  $I_b$ ,  $I_p$  son el factor de desplazamiento en la cabeza del pilote, en la base y en el fuste del pilote respectivamente. Para la punta del pilote se aplica la misma solución integrada en la superficie de la punta, según se detalló en el apartado anterior.

El módulo elástico se expresa como el promedio de los módulos de los nodos  $i$  y  $j$  según lo establece Poulos (1979)

$$E_{sij} = (E_{si} + E_{sj}) / 2$$

Si bien las ecuaciones presentadas en el ítem 4.1 son válidas para un medio elástico constante, Poulos propone considerar el módulo elástico variable. Este módulo es el que se aplica en esta tesis.

### **Ecuaciones de desplazamiento del pilote**

Se asume que el material del pilote tiene una constante elástica  $E_p$  y su sección es  $A_p$ . La condición de compatibilidad de deformaciones bajo carga axial implica

$$s_{i+1,M} - s_{i,M} = N_{i+1,M} / E_p A_p \quad (2)$$

donde  $N_{i+1,M}$  es el esfuerzo normal en el pilote  $M$  a la profundidad del elemento  $i+1$ .

### **Vinculación entre el pilote y el suelo**

De la hipótesis de contacto permanente entre el suelo y el pilote se obtiene la condición de compatibilidad de desplazamientos entre el fuste de pilote y el suelo adyacente. Esto es:

$$s_{si} = s_{pi} \quad (3)$$

El asentamiento  $s_{si}$  de la porción de suelo que rodea al elemento “ $i$ ” es igual al asentamiento  $s_{pi}$  del elemento de pilote “ $i$ ”. Por otro lado, en cada elemento “ $i$ ” de pilote se transfiere una componente vertical de carga  $P_i$  al suelo. Esta componente, sumada con las componentes de los elementos existentes por debajo de ella y en el mismo pilote, son el esfuerzo normal  $N_{i,M}$  del pilote  $M$  al nivel de la componente “ $i$ ”.

$$N_{i+1,M} = \sum P_{j,M} \quad (3b)$$

donde  $j$  va de  $i+1$  a  $n$  ( $n$  es el elemento de la punta).

### **Ecuaciones de equilibrio**

El equilibrio entre las acciones exteriores y las sollicitaciones internas son, siguiendo coordenadas cartesianas

$$Q_{ext} = \sum P_i \quad (4)$$

$$M_{yy_{ext}} = \sum P_i x \quad (5)$$

$$M_{xx_{ext}} = \sum P_i y_i \quad (6)$$

donde  $Q_{ext}$ ,  $M_{yy_{ext}}$  y  $M_{xx_{ext}}$  son las acciones exteriores a la estructura,  $P_i$  son las cargas nodales en los  $i$  elementos de la estructura  $x_i$  e  $y_i$ .

### **Condición de deformación plana de la base**

Se consideran únicamente bases y cabezales rígidos, por lo que el movimiento de la base puede determinarse mediante tres grados de libertad globales: el desplazamiento vertical  $U$  y dos giros ortogonales entre sí. Siguiendo coordenadas cartesianas, el desplazamiento local de cada nodo está relacionado con las coordenadas globales a través de:

$$u_{bk} = U + \theta_y x_i + \theta_x y_i \quad (7)$$

donde  $u_{bk}$  es el asentamiento vertical de los  $k$  elementos de base que la conforman,  $U$ ,  $\theta_y$ , y  $\theta_x$  son el asentamiento global, y giros en  $x$  e  $y$  globales de la base.

### **Resolución del problema**

Se han expuesto las ecuaciones cinemáticas y de equilibrio necesarias para resolver un sistema de cabezal con pilotes. Las incógnitas son: la carga que se transfiere al suelo de cada elemento, el desplazamiento de cada elemento, y las incógnitas cinemáticas globales.

Para un sistema de  $M$  pilotes, existen  $n_f$  elementos de fuste,  $n_p$  elementos de punta y  $n_c$  elementos de cabeza combinados con el cabezal.  $M$  pilotes con  $n$  elementos cada uno, excluyendo los elementos de la cabeza del pilote, y  $m$  elementos de base, definen  $(n M + m)$  asentamientos locales e igual número de componentes de carga. El número de incógnitas cinemáticas globales es 3. Luego, la cantidad total de incógnitas es  $2 (n M + m) + 3$ .

De las ecuaciones expuestas en la expresión (1) existen tantas ecuaciones como elementos, es decir,  $(n M + m)$  ecuaciones. De la expresión (2), pueden plantearse  $M n$  ecuaciones. Las ecuaciones de equilibrio (4), (5) y (6) son tres en total. Finalmente, de la expresión (7) se plantean  $m$  ecuaciones ya que son aplicadas a los elemento de base y elementos de cabeza de pilotes únicamente. En total se obtiene igual cantidad de ecuaciones que incógnitas. Por esto, el sistema expuesto es compatible y determinado, y, por ser un problema elástico, tiene solución única.

### **Consideraciones sobre el código de programación**

El código de programación fue desarrollado en el programa “Mathematica” versión 4.1. En el Anexo III se presentan las rutinas codificadas.

El sistema funciona de manera confiable si cada pilote se divide al menos en unos diez elementos. El módulo elástico es constante en cada elemento, aunque puede asignarse un módulo elástico distinto para cada elemento.

El código resuelve un sistema de base con grupo de pilotes. Para los análisis de una base aislada se empleó el código desconectando la influencia de pilotes, y viceversa par el cálculo de grupo de pilotes independiente del cabezal.

### 4.3. Resultados obtenidos

Se definen algunos parámetros adimensionales para facilidad de presentación de datos.

	Definición	Rango de trabajo
Razón de espaciamiento entre pilotes	$S/D$	2.5 a 10
Esbeltez de pilote	$L_p/D$	10 a 100
Rigidez suelo pilote	$E_p/E_s$	100 a 10000

donde  $E_p$  es el módulo elástico del pilote;  $E_s$  el módulo elástico del suelo;  $S$  el espaciamiento entre pilotes;  $D$  el diámetro y  $L_p$  la longitud del pilote. El desplazamiento normalizado para un cabezal con pilotes debido a una carga vertical se define como:

$$I_w = w_z E_s / Q_z$$

donde  $w_z$  es el desplazamiento vertical debido a una carga  $Q_z$ .

En la figura 4.1 se muestra un cabezal con nueve pilotes, donde se ve la ubicación de los pilotes y la distribución de nodos representativos del cabezal. Se denomina  $PI$  al pilote central, con  $P2$  a los pilotes laterales y  $P3$  a los esquineros.

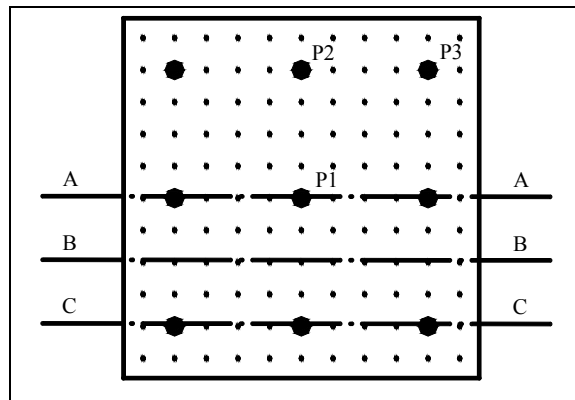


Fig. 4.1. Esquema en planta de la estructura de análisis

La estructura de la fig. 4.1 se emplea para la presentación de resultados cuyas características de suelo y funcionamiento estructural se especifica en cada ítem. En adelante, se considera que los pilotes tienen elementos de punta con diámetro igual al del fuste para todos los casos salvo aclaración. La geometría y parámetros mecánicos son explicados en cada gráfico.

### Interacción ente pilotes cercanos

#### Distribución de cargas en pilotes

La figura 4.2 muestra la proporción de carga tomada por cada tipo de pilote (de la figura 4.1): pilote de esquina ( $P3$ ), pilote lateral ( $P2$ ) y pilote central ( $P1$ ). La proporción de carga es variable con respecto al espaciamiento  $S$  entre pilotes. Los pilotes tienen una esbeltez  $L/D$  igual a 20. La relación entre módulos elástico del suelo y el hormigón es de 3000 y el módulo de Poisson es

0.35, valor representativo de muchas arcillas medianamente compactas y sobre-consolidadas. La carga individual  $P_i$  de cada pilote está referida a la carga media  $P_m = Q_z / n_p$  del grupo de pilotes.

Con los valores obtenidos y para una separación relativa  $S/D = 3$ , los pilotes de las esquinas ( $P3$ ) toman un 20 % por encima del valor promedio. En cambio, el pilote central ( $P1$ ) toma sólo el 55 % del promedio.

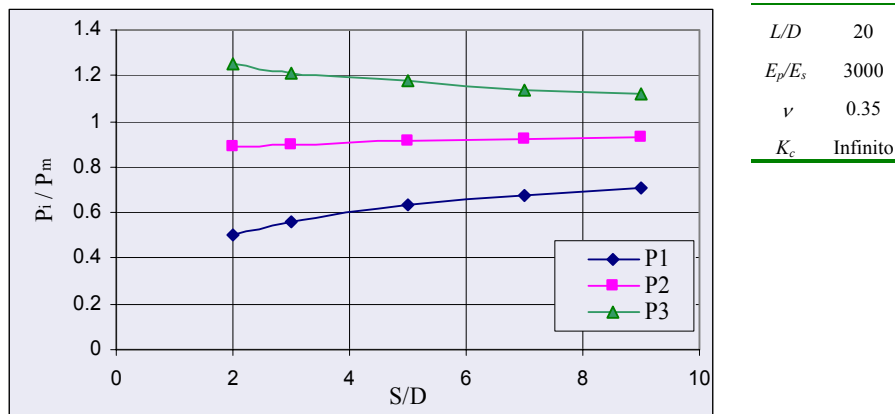


Fig 4.2. Razón entre la carga para pilotes 1, 2 y 3 y la carga promedio del grupo de pilotes ( $P_i / P_m$ ) en función de la razón entre el espaciamiento y el diámetro de pilotes ( $S/D$ ).

En la figura 4.3 se muestra la variación de asentamientos de la misma estructura, para distintas relaciones de espaciamiento entre pilotes  $S/D$ . Se observa que para un  $S/D = 3$ , el asentamiento es del orden del 50 % ( $43 / 28$ ) superior al asentamiento correspondiente a  $S/D = 10$ .

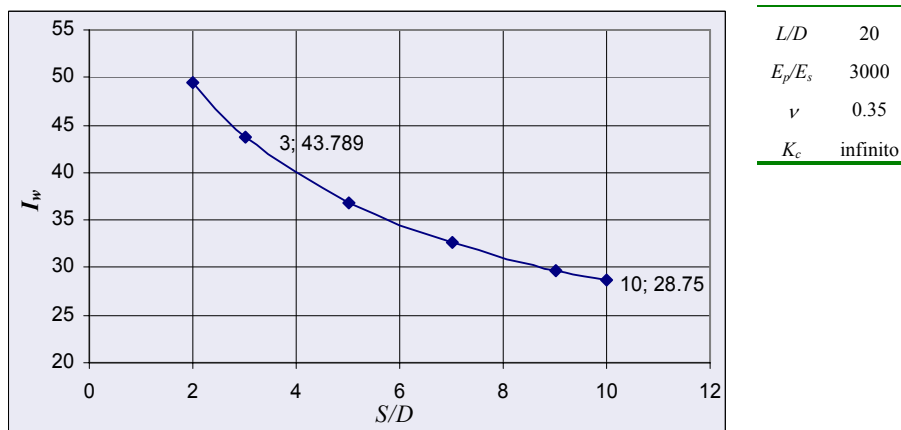


Fig 4.3. Asentamiento normalizado de pilotes ( $I_w$ ) en función de la razón espaciamiento y diámetro ( $S/D$ ) de pilotes.

En la figura 4.4 se muestra, en escala logarítmica, la incidencia de la relación de rigidez entre suelo y pilote sobre los asentamientos. Se adopta un espaciamiento relativo de  $S/D = 5.0$ .

Puede observarse que para  $E_p/E_s < 1000$  se produce un notorio aumento de los asentamientos de la estructura. Como ejemplo, una arena densa con un ángulo de fricción de 40 grados aprox., tiene

un módulo de deformación del orden de los 100 MPa, por lo que para un pilote de hormigón la relación es  $E_p/E_s \sim 300$ . Por lo tanto, para arenas densas la influencia de la compresibilidad del pilote en el asentamiento global de la estructura es del 36% (49/36) mayor que en el caso de pilotes rígidos.

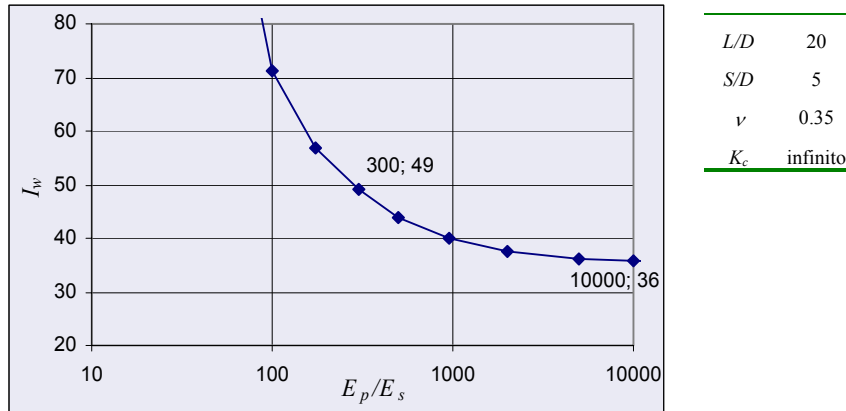


Fig 4.4. Asentamiento normalizado ( $I_w$ ) en función de la relación de rigideces entre pilotes y suelo ( $E_p/E_s$ )

#### Asentamiento relativo entre pilotes libres

Se muestra la influencia de un pilote cargado sobre los pilotes vecinos situados a una distancia  $S$  suponiendo que no existe cabezal de vinculación. La relación de módulos elásticos  $E_p / E_s$  es 3000, con módulo de Poisson de 0.35. Se observan asentamientos de pilotes vecinos ubicados a  $S/D = 3$  del pilote cargado, en el orden del 22 % al 38 % del valor del asentamiento de éste.

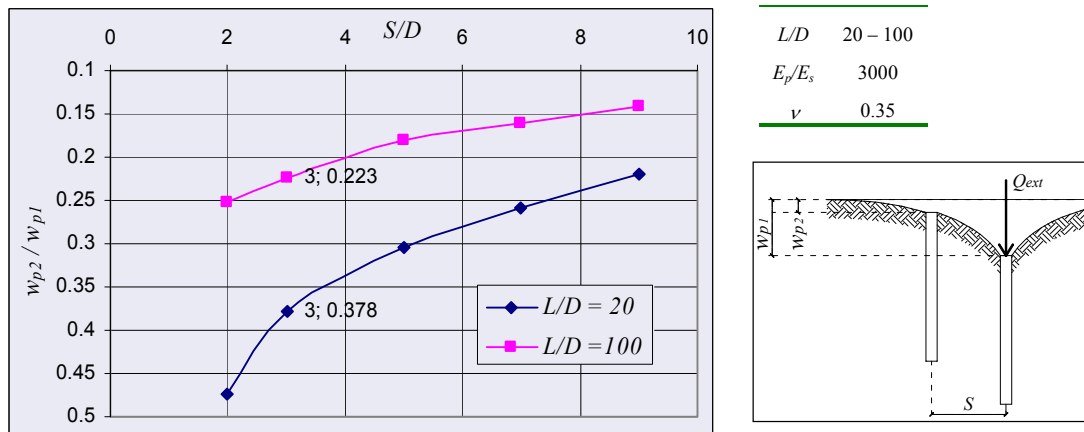


Fig. 4.5. Asentamiento relativo entre un pilote sin carga vertical exterior, cercano a otro pilote con carga vertical, sin vinculación estructural alguna entre ambos ( $w_{p2} / w_{p1}$ ), en función de la razón entre el espaciamiento y el diámetro de pilotes ( $S/D$ )



## Análisis de un sistema de grupo de pilotes con cabezal apoyado en el suelo

El trabajo realizado tiene aplicabilidad a un grupo de pilotes cualesquiera, vinculados con un cabezal de rigidez infinita, apoyados sobre un estrato elástico y lineal, sometidos a cargas verticales excéntricas o centradas.

Los resultados mostrados corresponden a una estructura compuesta por nueve pilotes vinculada a un cabezal rígido, solicitada por una carga exterior vertical centrada. El cabezal está apoyado en el suelo con capacidad de transferir cargas como fundación directa. La geometría y parámetros mecánicos son explicados en cada gráfico.

La figura 4.6 muestra el porcentaje de carga tomado por el cabezal en función de la carga total de la estructura, para distintas relaciones  $S/D$  y para relaciones entre módulos de elasticidad  $E_p/E_s = 3000$  y  $200$ . El módulo de Poisson es de  $0.35$ . En esta figura, se observa una gran influencia de la rigidez del suelo en la distribución de esfuerzos. Por ejemplo, para una relación  $S/D$  igual a  $4$  y una relación  $E_p/E_s = 3000$  ( $E_p=30000$  MPa y  $E_s= 10$ MPa, correspondiente a una arcilla compacta), el cabezal comienza interactuar con el suelo en una proporción mayor al  $10\%$  del total de la carga. Para una relación  $E_p/E_s= 200$  ( $E_p=30000$  MPa y  $E_s= 10$  MPa, correspondiente a una arena densa), la colaboración de cabezal en la transferencia de cargas es del  $31\%$  del total de la carga.

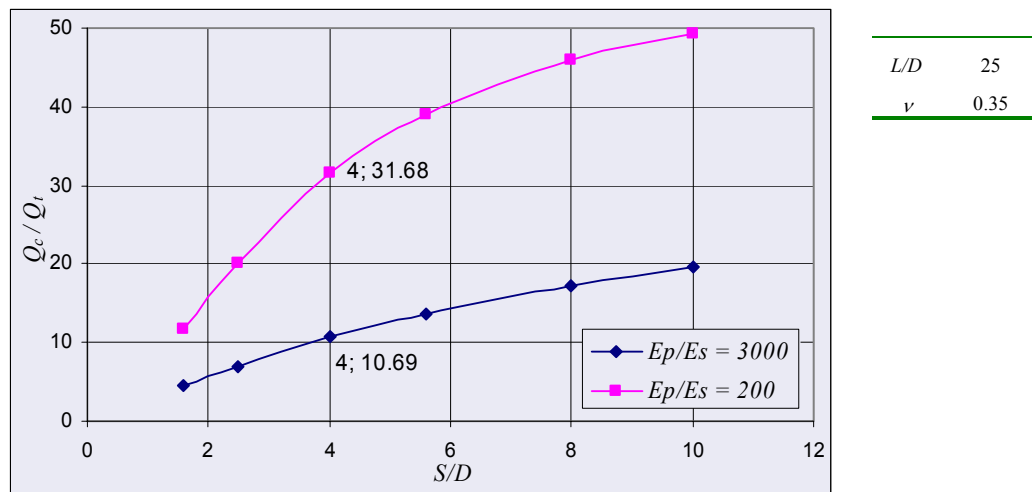


Fig. 4.6. Razón entre la carga transmitida al suelo por el cabezal y la carga total ( $Q_c / Q_t$ ), en función de razón de entre el espaciamiento y el diámetro de pilotes ( $S/D$ )

En la figura 4.7 se observa la relación de asentamientos entre el sistema base con pilotes y una base aislada para distintas relaciones de  $E_p / E_s$  en escala logarítmica. La esbeltez de los pilotes  $L/D$  es igual a  $20$ . La curva obtenida corresponde a una solución de la teoría elástica de asentamientos, donde el módulo de elasticidad del material es inversamente lineal con los asentamientos producidos en el mismo.

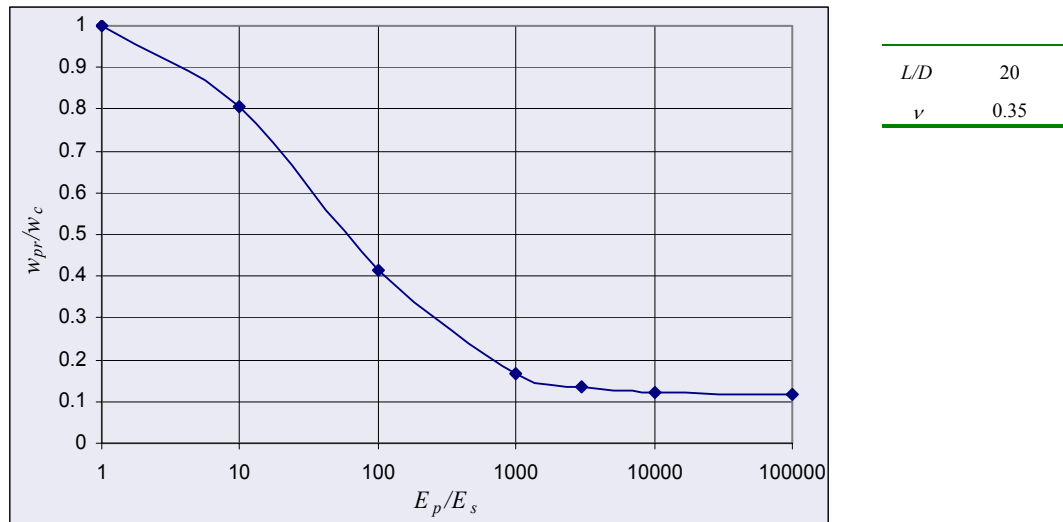


Fig. 4.7. Variación de la razón de asentamientos "base con pilotes / base aislada" ( $w_c/w_{pr}$ ), en función del módulo elástico del material "pilote / suelo" ( $E_p/E_s$ )

La figura 4.8 muestra los asentamientos obtenidos para el caso de suelo heterogéneo, con módulo elástico creciente con la profundidad. La esbeltez de los pilotes  $L/D$  es de 25, mientras que el módulo de elasticidad del suelo al nivel de la base ( $E_{s\ sup}$ ) es constante y se adoptó una relación  $E_p / E_{s\ sup} = 3000$ . En abscisas se muestra la variación del módulo del suelo ubicado a la profundidad de la punta de los pilotes ( $E_{s\ punta}$ ). El suelo es elástico semi – infinito con un módulo de Poisson de 0.35.

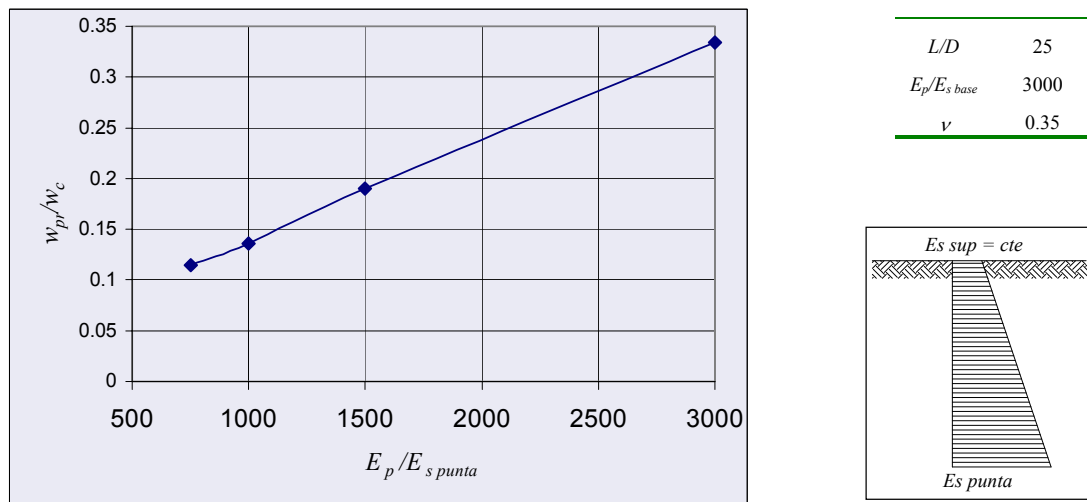


Fig. 4.8. Variación de la razón de asentamientos "base con pilotes / base aislada" ( $w_c/w_{pr}$ ) para distintas relaciones de módulos elásticos al nivel de la punta de los pilotes" ( $E_p/E_{s\ punta}$ )

La figura 4.9 muestra la incidencia del módulo de Poisson sobre los asentamientos, para un grupo de pilotes con una esbeltez de  $L/D = 25$ , con una relación de  $E_p / E_s = 200$ . La influencia del módulo de Poisson sobre el asentamiento global es mínima del orden del 5 %.

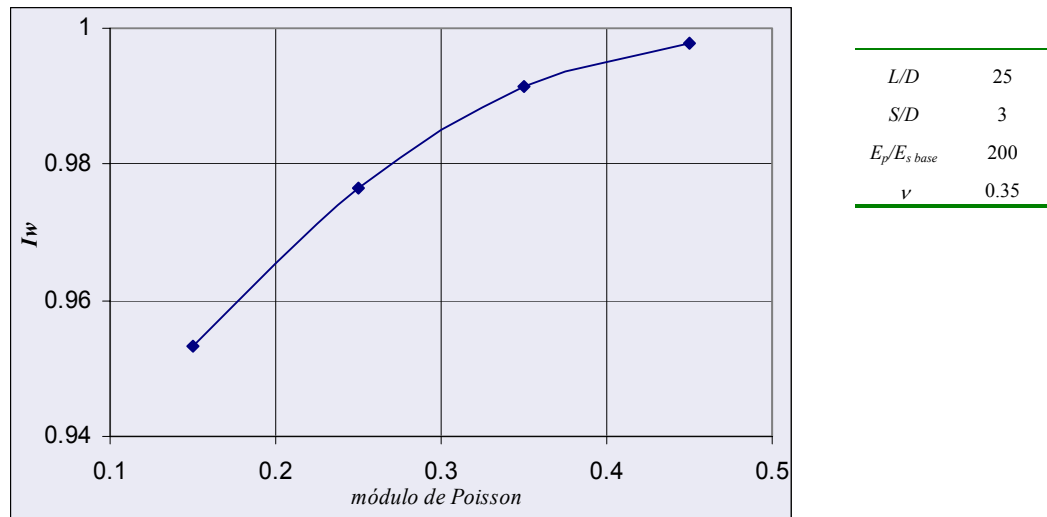


Fig. 4.9. Asentamiento normalizado ( $I_w$ ) en función del módulo de Poisson

La existencia de un material de gran rigidez a cierta profundidad afecta el comportamiento de las fundaciones. La influencia de esta configuración estratigráfica en los asentamientos se representa en la figura 4.10. El valor de  $K_{estrato}$  es la razón de rigideces entre el suelo de fundación y el estrato inferior de rigidez superior ( $E_s / E_{s \text{ inf}}$ ). El estrato incompresible se ubica a una distancia por debajo de la punta igual al 20 % de la longitud del pilote.

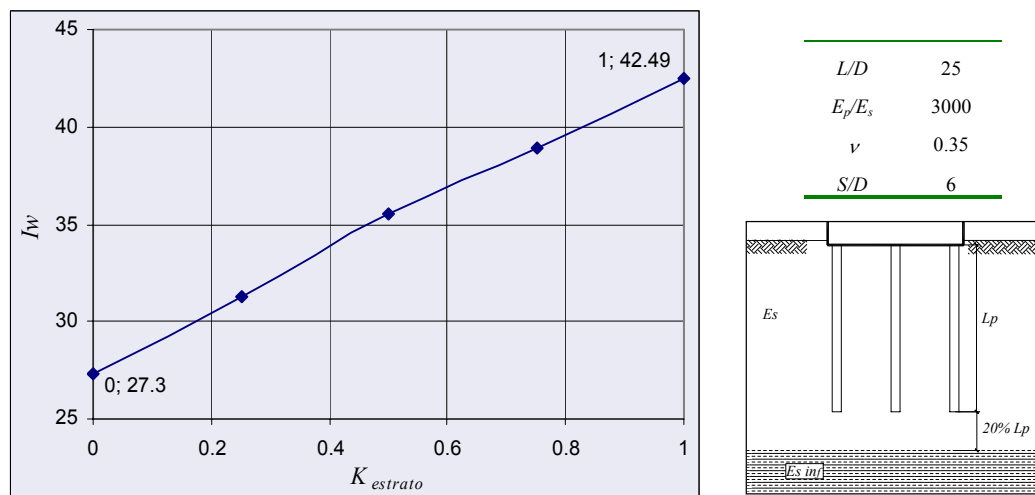


Fig. 4.10. Asentamiento normalizado ( $I_w$ ) en función de la razón de rigideces entre el suelo de fundación y otro estrato inferior de rigidez apreciablemente mayor ( $K_{estrato}$ )

La figura 4.11 muestra la influencia de un estrato inferior de rigidez infinita ( $K_{estrato} \approx 0$ ) para distintos espesores de suelo compresible  $h$ . Esta incidencia se muestra en valores relativos a los asentamientos de un semiespacio sin estrato rígido inferior ( $K_{estrato} = 1$ ). Por ejemplo, para un

espesor de estrato compresible  $h$  igual a 1.4 veces la longitud de pilotes  $L_p$ , la incidencia en asentamientos de un estrato de rigidez relativa infinita se traduce en una reducción del 17% respecto al valor correspondiente a un estrato compresible semi-infinito.

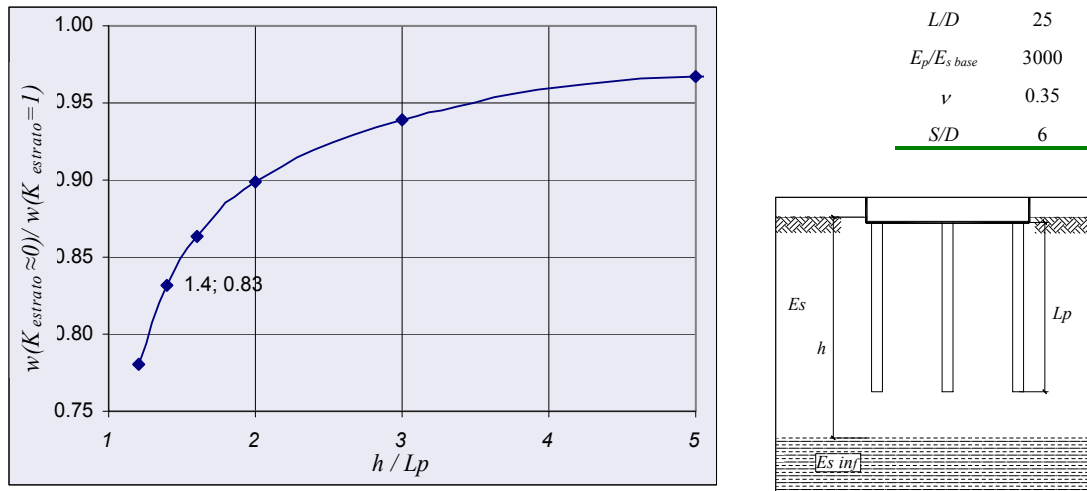


Fig. 4.11. Razón de asentamientos entre un perfil de suelo con estrato rígido por debajo del estrato compresible y un perfil de estrato compresible semi-infinito, en función del espesor  $h$  del estrato compresible

La figura 4.12 muestra una distribución de tensiones a lo largo del fuste para los pilotes  $P1$ ,  $P2$  y  $P3$ . Dadas las condiciones de rigidez, se observa que para niveles cercanos a la superficie, el pilote de esquina tiene niveles notoriamente mayores de tensiones de fuste, en cambio, en la zona cercana a la punta esta distribución se homogeniza.

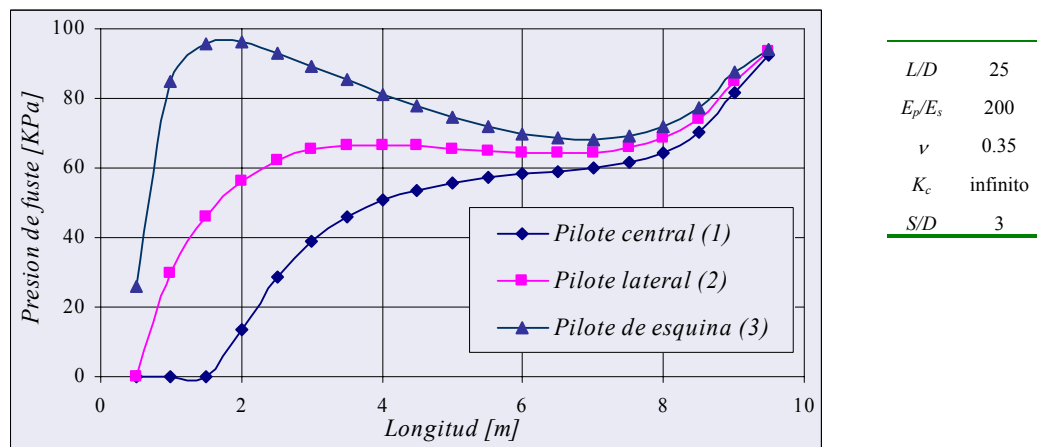


Fig. 4.12. Tensiones de fuste para pilotes 1, 2 y 3 en función de la profundidad ( $L$ )

En la figura 4.13 se ven presiones de contacto en el fuste de pilote para un pilote tipo 3 (según la figura 4.1) con relaciones de rigidez entre pilote y suelo  $E_p / E_s$  variables.

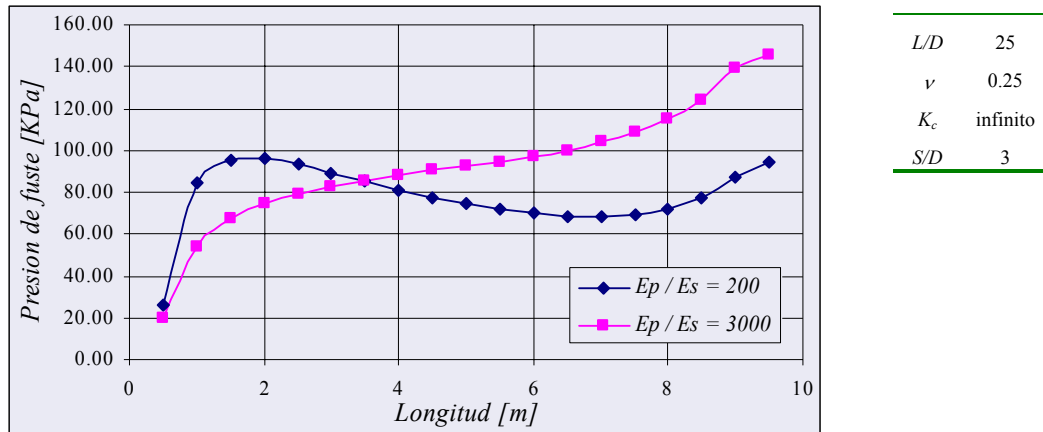
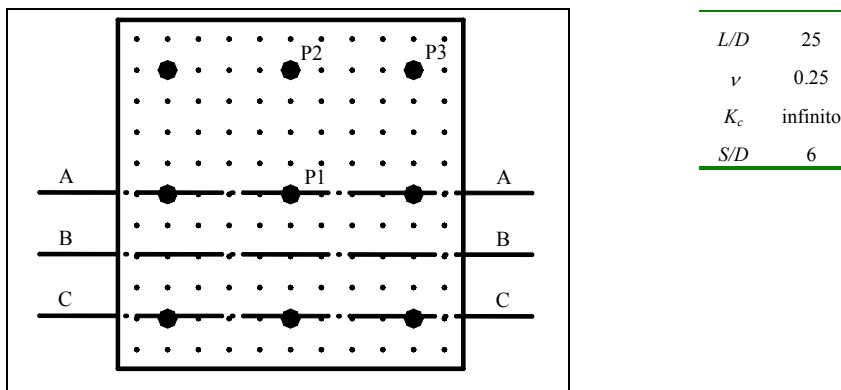


Fig. 4.13. Distribución de presiones de fuste a lo largo de un pilote de esquina (pilote 3) para la estructura de cabezal con pilotes, representados con relaciones de rigidez suelo – pilote  $E_p/E_s = 200$  y  $3000$ .

En la figura 4.14 se presentan las distribuciones de presiones en la superficie para las secciones A-A, B-B, y C-C según el gráfico 4.1. El resultado mostrado en el gráfico corresponde a una base con pilotes con separación de  $S/D$  igual a 6, con una relación de módulos de  $E_p/E_s$  igual a 3000. La esbeltez de los pilotes es de 25. Aquí puede observarse el efecto de la base rígida en la distribución de presiones de contacto. La rigidez infinita a flexión de la base induce picos de presiones en los extremos del cabezal, del orden del doble de la presión promedio, aunque ocupan menos del 15 % del total de la superficie de fundación.



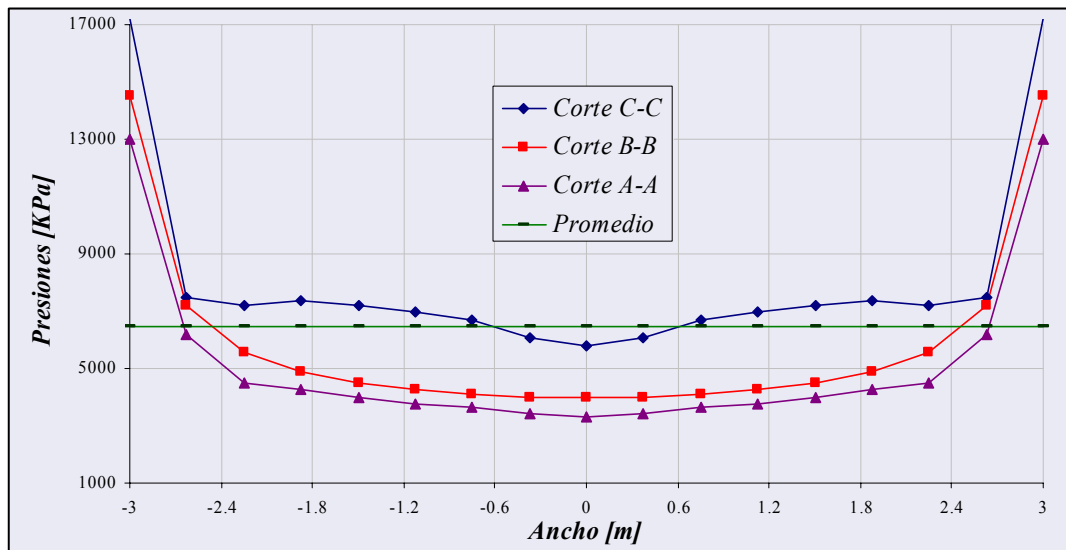


Fig 4.14. Distribución de presiones de contacto en el cabezal, distribuías en el ancho B, para los cortes A-A, B-B y C-C; y promedio de presiones de contacto en la base .

#### 4.4. Conclusiones

Se ha desarrollado un modelo numérico apto para la predicción del comportamiento conjunto de un cabezal en contacto con el suelo y un grupo arbitrario de pilotes. El modelo reproduce razonablemente la contribución del cabezal en la transmisión de las cargas de superestructura al terreno de fundación, y permite ponderar el efecto de la disposición y características de los pilotes y de la rigidez de los diferentes estratos de suelo.

Se han presentado algunos ejemplos de cálculo que permiten mostrar que, con parámetros típicos, el cabezal toma entre el 15% y el 45% de la carga total, para separaciones entre pilotes y rigideces relativas suelo – estructura usuales en la práctica profesional. Aunque el menor de los valores citados puede inducir a despreciar la acción conjunta cabezal – pilotes, el mayor indica que una acertada predicción de capacidad de carga y de asentamientos en servicio requiere de la consideración de todos los mecanismos de interacción suelo – estructura. Aun en el caso de un grupo de pilotes cuyo cabezal no está en contacto con el suelo, este modelo permite analizar la interacción entre las tensiones que los diferentes pilotes imponen al suelo en que están embebidos. De esta manera puede reproducirse la evidencia experimental de que un grupo de pilotes distribuido uniformemente, con todos sus pilotes sometidos a una misma carga, sufre mayores asentamientos en los pilotes centrales que en los pilotes de borde.

## 5. APLICACIONES

En este capítulo se utiliza el modelo desarrollado e implementado en el capítulo anterior para el análisis del comportamiento de diferentes sistemas de fundación, sometidos a una misma carga en un perfil estratigráfico simple, típico de la Ciudad de Buenos Aires. Como criterio de comparación se han elegido los asentamientos de las fundaciones y los requerimientos estructurales de hormigón.

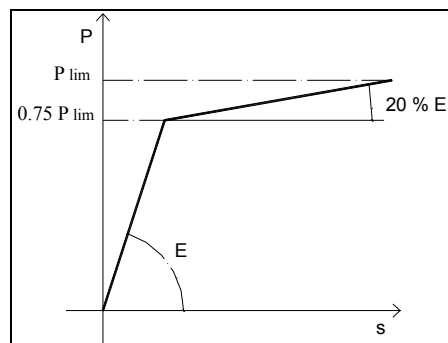
La capacidad de carga de cada elemento estructural es obtenida mediante las fórmulas de Brinch Hansen. Para la combinación de fundaciones superficiales y profundas se considera como carga última a la suma de las capacidades de carga de cada elemento estructural sin tener en cuenta la interacción entre ellos. Para la capacidad portante del grupo de pilotes se tiene en cuenta la eficiencia de grupo según lo explicado en el capítulo 3.

A continuación sigue una presentación de los parámetros del suelo intervinientes y una explicación de las características geométricas y mecánicas de las estructuras elegidas para efectuar comparaciones.

El perfil de suelo empleado consiste en un único estrato de características mecánicas uniformes con la profundidad. De acuerdo a las hipótesis del modelo, se considera un material lineal, homogéneo e isótropo. Los parámetros de resistencia fueron empleados para el cálculo de la capacidad de carga (Brinch-Hansen). Éstos son:

$E_{suelo}$	(KPa)	150000
$\nu$	(-)	0.35
$\phi$	(°)	10
$c$	(KPa)	200

La relación entre la carga aplicada y el hundimiento de la estructura es lineal y está dividida en dos etapas. En la primera, el módulo elástico del suelo es el módulo inicial. Esta etapa es válida hasta el 75 % de la carga de rotura global. En la segunda etapa, se tiene en cuenta la proximidad a la carga límite con la aplicación de un módulo elástico del suelo del 20 % del módulo inicial.

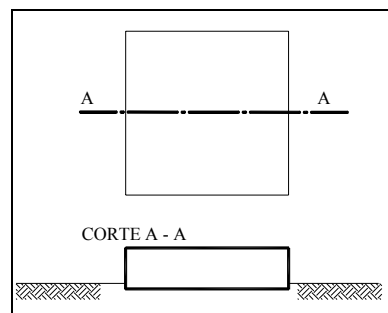


Historia de carga - hundimiento adoptado

### 5.1 Modelo 1 - Fundación superficial

La fundación superficial consiste en una base cuadrada rígida, fundada a una profundidad de 0.50 metros bajo el nivel de terreno natural. La geometría de la base es modelada con elementos nodales equidistantes de deformación rígida en toda la superficie.

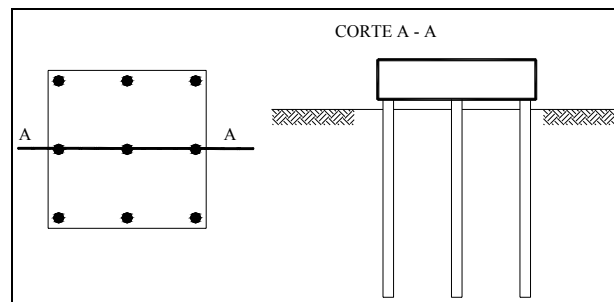
La distribución de presiones de contacto sobre la base rígida no es uniforme y el módulo de elasticidad es variable con la progresión de la carga. Por lo tanto, en un determinado nivel de carga existen elementos que tienen diferentes módulos de deformación. El modelo no tiene en cuenta este fenómeno, pues se supone un suelo elástico lineal en toda la masa. Las diferencias entre los resultados del cálculo elástico riguroso y este modelo simplificado son relativamente poco importantes y están limitadas a los bordes exteriores de la fundación.



Geometría típica de una base rígida

### 5.2 Modelo 2 - Grupo de pilotes

El grupo de pilotes estudiado tiene 9 elementos iguales, de 40 cm de diámetro y 10 m de longitud, dispuestos en tres filas y tres columnas a una distancia de 5 diámetros entre sí. El cabezal que vincula todos los pilotes no está en contacto con el suelo.

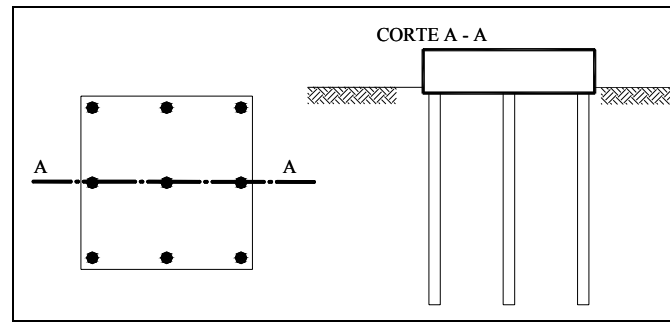


Geometría típica de un grupo de pilotes

### 5.3 Modelo 3 - Fundación combinada de base con pilotes

En el sistema de base con pilotes se estudia a un grupo de pilotes vinculados a un cabezal rígido apoyado sobre el suelo al nivel del terreno natural.





Geometría típica de una base y grupo de pilotes

#### 5.4 Modelo 4 - Base con pilotes para control de asentamientos

La base superficial combinada con pilotes para control de asentamientos consiste en una base superficial que transfiere inicialmente la totalidad de cargas exteriores al suelo, hasta un determinado nivel de asentamiento. Luego, la transferencia de cargas se realiza en combinación con pilotes hasta la carga de trabajo. Para ello, entre la base y el grupo de pilotes existe una separación de forma tal que la base pueda asentarse inicialmente sin reacción del suelo en contacto con pilotes.

De esta manera se puede aplicar a la base un nivel de carga cercano al de rotura (seguridad igual a 1.3 por ejemplo) y emplear al grupo de pilotes para limitar el aumento de asentamientos. La carga a soportar por pilotes en condición de servicio es la diferencia entre la acción exterior y la transferida al suelo por la base.

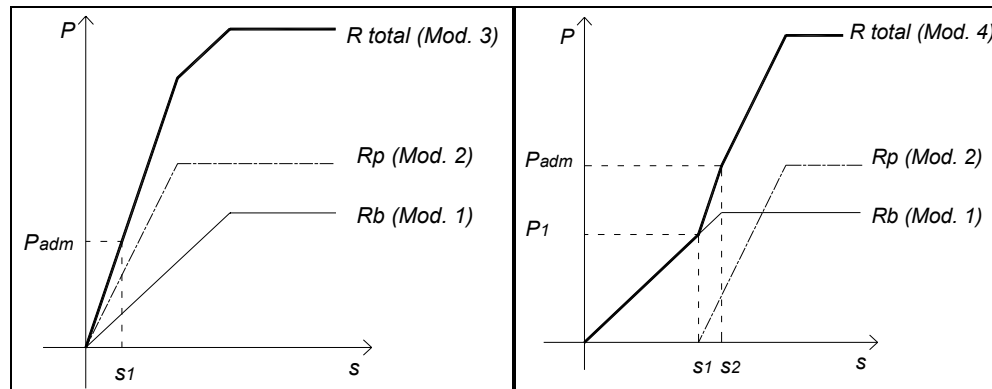
A los efectos de entender el funcionamiento de este tipo de fundación, se comparan las curvas de asentamiento ( $P-s$ ) para los modelos 3 y 4. En el cuadro 5.1 se observa el funcionamiento combinado de base y grupo de pilotes cuando ambos actúan desde el inicio de la aplicación de cargas. Las curvas  $R_b$ ,  $R_p$  y  $R_t$  son la relación  $P-s$  para una base aislada, el grupo de pilotes y el comportamiento conjunto de ambas fundaciones, respectivamente. En esta estructura la seguridad a rotura es global. Esto es, al funcionar la totalidad de la fundación desde el inicio de la aplicación de cargas, la totalidad de la fundación debe cumplir con una seguridad a rotura global. Entonces, para el modelo 3, la carga admisible es igual a:

$$Q_{adm} = (Q_{gpu} + Q_{bu}) / v_g$$

En el cuadro 5.2, se observa en la curva  $R_t$ , que la base comienza a trabajar en forma aislada, luego, para un determinado nivel de asentamiento  $s_1$ , pasa a trabajar en conjunto con el grupo de pilotes hasta llegar la base a una carga poco antes de la carga de rotura. Así se llega a una carga admisible igual a:

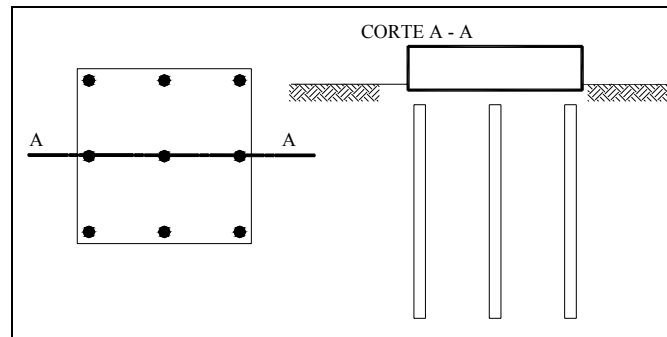
$$Q_{adm} = Q_{bu} / v_b + Q_{pu} / v_p$$

En este caso, la presión de contacto de la base superficial puede ser elevada, puesto que los pilotes actúan como control de asentamientos y mejora de la capacidad última de la fundación. Por ejemplo, se puede poner en funcionamiento a la estructura con una seguridad  $v_b$  igual a 1.3 para la base y una seguridad  $v_p$  de 3 en pilotes. Con esto se aprovecha al máximo la capacidad de carga de la base, obteniéndose un valor mayor de la carga admisible de estructura, y el grupo de pilotes es empleado para garantizar la seguridad a rotura de la estructura.



Cuadro 5.1 y 5.2. Diagrama de carga – hundimiento para modelos modelo 3 y 4. En cada diagrama se muestra en forma separada, las curva de carga para la base superficial (Modelo 1) y grupo de pilotes (Modelo 2) corresp. al sistema de base con pilotes.

Entonces, la solución de pilotes para control de asentamientos es más eficiente para cargas admisibles que la solución convencional de combinación de base con pilotes. Por otro lado, en la solución convencional, al trabajar la totalidad de la estructura desde el comienzo de la aplicación de cargas, la estructura es más rígida que la segunda, y por ende sus asentamientos son inferiores. Este tipo de estructura permite el empleo de pilotes más esbeltos.



Geometría típica de cabezal con pilotes para control de asentamientos

La resolución en el código de programación se realiza en forma iterativa. Los pasos necesarios para la obtención de resultados son los siguientes:

- 1 Se resuelve un sistema de base superficial sometido a la carga exterior del problema:
- 2 Se compara el nivel de asentamientos:
  - a. Si el asentamiento es menor que la separación entre base y pilotes, entonces se ha llegado a la solución definitiva y corresponde a la de una base superficial donde los pilotes no intervienen estructuralmente
  - b. Si el asentamiento es mayor a la separación entre pilotes, se realiza un modelo adicional que tenga en cuenta la combinación de cabezal con pilotes y donde la carga aplicada sea la diferencia entre la carga exterior y la carga tomada por la base hasta llegar al contacto con los pilotes. En este caso el asentamiento final es la suma de la separación de pilotes más el asentamiento de la estructura

combinada de base con pilotes. Dada la posible proximidad a la carga de rotura en la base, se ha tenido en cuenta el efecto de plastificación mediante la disminución del módulo de elasticidad del suelo superficial.

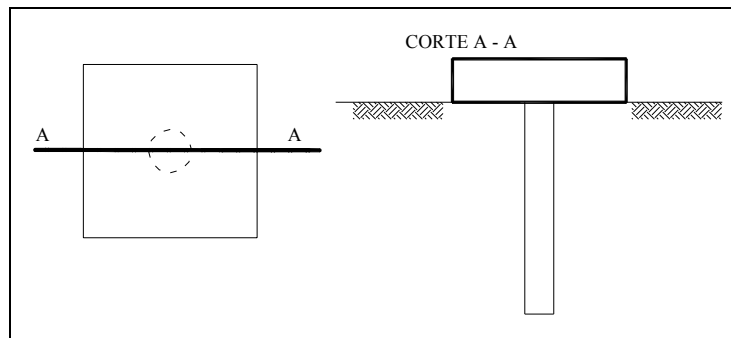
### 5.5 Modelo 5 - Base con pilote precargado o “Base T”

La fundación de base con pilote precargado consiste en un único pilote de elevada rigidez colocado directamente bajo la columna y vinculado a la fundación superficial de manera que pueda ser precargado. El objeto de la precarga es aumentar la capacidad de carga y la rigidez, disminuyendo así el asentamiento máximo de la fundación.

En el código de programación se incluye el efecto de la precarga mediante una carga exterior. Por lo tanto, la base recibe la diferencia de carga entre la acción externa y la carga introducida por el pilote. El asentamiento resultante es la suma del asentamiento inicial en el pilote más el asentamiento provocado en el conjunto de base mas pilote.

En esta estructura se aprovecha al máximo la capacidad de carga del pilote. A la inversa del caso anterior, la base es el elemento estructural que funciona para control de asentamientos.

La precarga del pilote provoca tensiones entre el suelo y el fuste antes de la aplicación de la carga exterior. De este modo, en condiciones de trabajo, el pilote toma la mayor parte de carga y las solicitaciones estructurales de la base son muy reducidas. Esto significa que se puede reducir la seguridad a rotura del monopilote, ya que la base es el elemento estructural que controla asentamientos y aporta el resto de capacidad de carga necesaria para cumplir con una seguridad adecuada.



Geometría típica de cabezal con pilote precargada.

### 5.6 Comparación de resultados

Se presentan los resultados para las distintas alternativas de fundación detalladas en los párrafos anteriores, todas sometidas a una carga vertical de 10 MN, con los parámetros mecánicos de los suelos presentados al inicio de este capítulo.

La tabla 5.1 muestra los resultados de asentamientos y seguridad a rotura, como también la proporción de carga tomada por cada elemento estructural. La longitud de pilotes adoptada es de 10 metros y el diámetro adoptado es de 40 cm, salvo aclaración. La relación de módulos  $E_p/E_s$  es de 200.

Nº	Tipo	w [mm]	v	$Q_b$ [%]	$Q_p$ [%]	b [m]	L/D	Observaciones
1	Base aislada	8.95	2.5	100	0	4.5	-	
2	Grupo de pilotes	5.15	2.4	0	100	4.5	30	Pilotes de 40 cm. Longitud de 12 metros
3	Combinación de base con pilotes	4.30	2.8	22	78	3	28	Pilotes de 40 cm. Longitud de 10 metros
4	Combinación de base con pilotes para control de asentamientos	21.00	1.3 (base) 3.5 (pilotes)	50	50	2.5	40	Base con micropilotes de 25 cm. Longitud de 12 metros.
5	Pilote precargado	18.00	1.3 (pilote) 3.5 (base)	25	75	2.5	11	Longitud de pilote de 10 metros, Diámetro de 90 cm.

Tabla 5.1. Cuadro de diseño para distintas alternativas de fundación

En la figura 5.2 se muestra el asentamiento correspondiente a cada tipo de estructura. Los máximos asentamientos totales ocurren para el empleo de pilotes de asentamientos (modelo 4) y la base con pilote precargado (modelo 5).

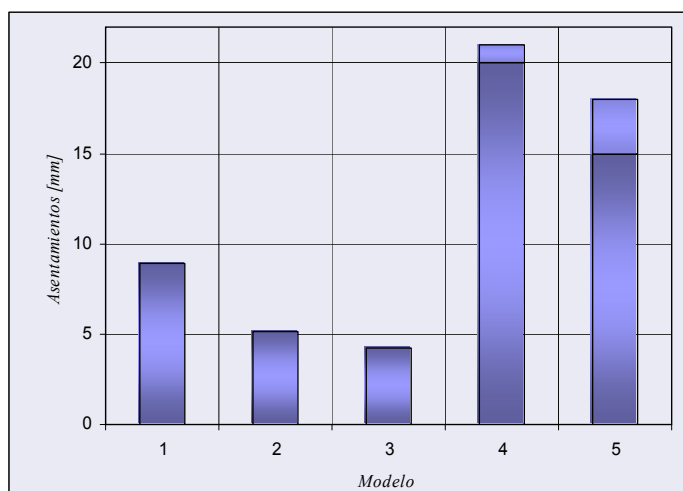


Figura 5.2. Asentamientos de los diferentes modelos. 1) base aislada; 2) grupo de pilotes; 3) base con pilotes; 4) base con pilotes de control; con separación de 20 mm entre pilotes y base incluido 5) base T. con separación entre pilote y base de 15 mm incluido

En la figura 5.3 se muestran los volúmenes de hormigón necesarios para la ejecución de las estructuras. Para cada modelo, se incluye el volumen total y el volumen correspondiente a bases profundas únicamente. Para la determinación del volumen de cada estructura se adoptó una altura de cabezal de 1.00 metro.

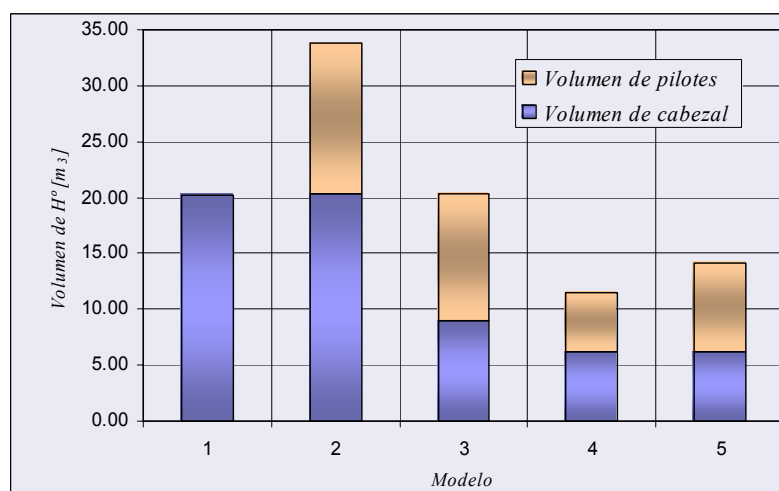


Figura 5.3. Cómputo de  $H^0$  necesario de bases superficial y profundas, para las diferentes alternativas de fundación. 1) base aislada; 2) grupo de pilotes; 3) base con pilotes; 4) base con pilotes de control; y 5) base T.

Modelo	Volumen [%]
1	100
2	162
3	105
4	57
5	67

Porcentaje de volumen de hormigón referido al necesario para una base superficial

En la figura 5.4, se expone la superficie ocupada por cada tipo de fundación.

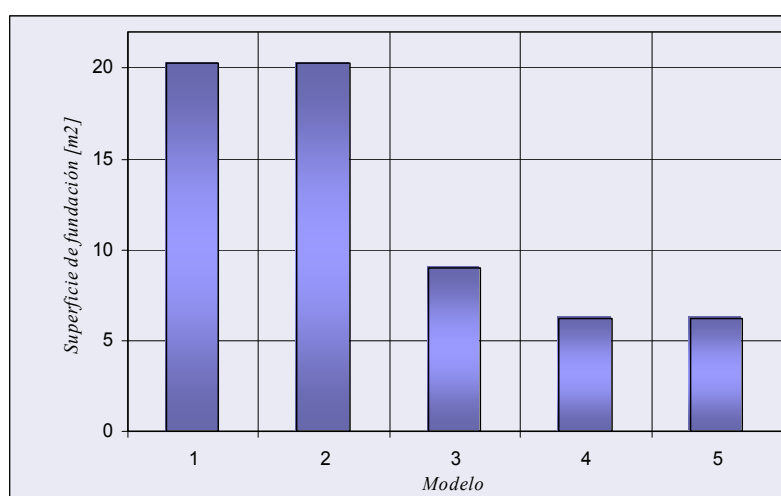


Figura 5.4. Superficie ocupada para las diferentes alternativas de fundación. 1) base aislada; 2) grupo de pilotes; 3) base con pilotes; 4) base con pilotes de control; y 5) base T.

## 5.7 Conclusiones

En este capítulo se estudió el comportamiento del modelo desarrollado en el capítulo 4 como herramienta de diseño ingenieril. El análisis se restringió a la comparación de los asentamientos y distribución de cargas para cinco sistemas de fundación: i) base aislada; ii) grupo de pilotes; iii) base con pilotes; iv) base con pilotes de control de asentamientos; y v) base con monopilote precargado. El modelo resuelve adecuadamente la interacción entre pilotes y base superficial en todos los casos, y permite la consideración de tipologías de fundación complejas para las que no existen soluciones analíticas cerradas, como es el caso de los ejemplos vi) y v). Es interesante notar que:

- i. El modelo “iv) base con pilotes de control de asentamientos” resulta el más económico. El consumo de hormigón de un cabezal con pilotes disminuyó en este ejemplo un 40% respecto del modelo “iii) base con pilotes” por el simple expediente de separar los pilotes del cabezal unos 20 mm.

- ii. El modelo “v) base con monopilote precargado” muestra que el pilote toma el 80% de la carga exterior, por lo que el requerimiento de armadura del cabezal se reduce cuatro veces respecto del modelo “iv) base con pilotes de control de asentamientos”.
- iii. Se confirma la conclusión del capítulo 4, respecto a que es importante considerar la influencia del cabezal para suelos rígidos ( $E_p/E_s < 400$ , por ejemplo), donde aquel toma más del 20 % de la carga total.

Estos análisis pueden realizarse para cualquier geometría de fundación, estratigrafía y distribución de cargas exteriores. Una corrida típica lleva menos de un minuto en todos los casos prácticos analizados, y sus resultados son reproducibles con diferentes esquemas de discretización.

## **ANEXO I: REFERENCIAS**

- 1 ASCE – *Design of pile foundations* - Technical engineering and design guides as adapted from the US ARMY CORPS OF ENGINEERS, no.1
- 2 Berry, L. Peter; Reid David. – *Mecánica de suelos* – McGraw-Hill – 1993 .
- 3 Bowles, Joseph E.; P. E.; S. E. – *Foundation Analysis and Design – 5th Edition* – McGraw-Hill – 1996.
- 4 Briaud, Jean Louis; Gibbens, Robert M – *Predicted and Measured Behavior of Five Spread Footings on Sand – Geotechnical Special Publication No.41* – American Society of Civil Engineers – 1994
- 5 Crisfield, M. A. – *Non linear finite element analysis of solids and structures – Volume 1* - 1991– John Wiley & Sons, Inc.
- 6 Davis, R. O.; Selvadurai, A. P. S. – *Elasticity and Geomechanics* – Cambridge University Press – 1996.
- 7 Jiménez Salas, J. A.; De Justo Alpañes, J. L – *Geotecnia y Cimientos II y III, Mecánica del suelo de las Rocas – 2da edición* – Editorial Rueda.
- 8 Juárez Badillo, E.; Rico Rodríguez, A. – *Mecánica de Suelos – Tomo II* – 1980 – Editorial Limusa.
- 9 Núñez, E. – *Relación Interacción de estructuras de H<sup>o</sup>A° embebidas en suelos* – Reporte técnico de la Universidad de Buenos Aires – Argentina.
- 10 Poulos, H. G.; Davis, E. H. – *Pile Foundation Analysis and Design* – 1980 – John Wiley & Sons, Inc.
- 11 Prakash, Shamsheer; Sharma, Hari D. – *Pile Foundations in engineering Practice* – 1990 – John Wiley & Sons, Inc.
- 12 Terzaghi, K.; Peck, R.; Mesri, G. – *Soil Mechanics in Engineering Practice – 3rd Edition* – Wiley Interscience – 1996.
- 13 Tomlinson, M. J. – *Foundation Design & Construction – 6ta edición* – Longman Scientific & Technical – 1995.
- 14 Ulrich, Edward J. – *Design and Performance of Mat Foundations* – American Concrete Institute – 1995.
- 15 Van Impe, W. F. – *Technical Report On Settlement Prediction Methods For Piled Raft Foundations* – Ghent University, Belgium – 1996
- 16 Xu. K. J.; Poulos H. G. – *General elastic analysis of piles and pile groups.* – John Wiley & Sons, Inc – 1999.



## ANEXO II: NOMENCLATURA

$c_u$	cohesión en condición no drenada
$c'$	cohesión en condición drenada
$h$	espesor de estrato compresible
$s, w$	asentamiento vertical
$n_p$	número de pilotes
$A_p$	sección de pilote
$B$	ancho de base superficial
$D$	diámetro de pilotes
$D_f$	nivel de fundación
$E_i$	módulo de deformación inicial, dependiente de la presión de confinamiento menor
$E$	módulo de deformación medio
$F$	factor de seguridad
$K_s$	rigidez del suelo
$K_{estrato}$	relación de rigideces entre el suelo de fundación y el estrato inferior.
$M_{xx_{ext}}$	momento alrededor del eje x-x
$M_{yy_{ext}}$	momento alrededor del eje y-y
$Q_{adm}$	capacidad portante última de la estructura de fundación
$Q_{bu}$	capacidad portante última de la base superficial
$Q_{pu}$	capacidad portante última de un pilote
$Q_{gpu}$	capacidad portante última del grupo de pilotes
$Q_p$	capacidad portante de la punta de un pilote
$Q_{ext}$	carga vertical exterior
$S$	separación entre pilotes
$\phi_u$	ángulo de fricción del suelo en condición no drenada
$\phi'$	ángulo de fricción del suelo en condición drenada
$\gamma$	peso unitario
$\gamma'$	peso unitario sumergido
$\bar{\gamma}$	peso unitario
$\kappa$	permeabilidad media al agua
$\nu$	módulo de Poisson
$\nu_b$	seguridad en base superficial
$\nu_p$	seguridad en pilotes

## **ANEXO III: CÓDIGO DE PROGRAMACIÓN**

Se desarrolló un código de programación que resuelve el problema de una fundación combinada de una base rígida con pilotes bajo cargas verticales. El código presentado es una herramienta útil para conocer las presiones de contacto entre el suelo y la estructura; así como también los asentamientos de la estructura. La ventaja de este método es la facilidad y rapidez con que se obtienen resultados, y la capacidad de modelación de alternativas medianamente complejas.

Se describen a continuación algunas pautas para el empleo del código, y se presenta la estructura de la codificación realizada en el programa Matemática 4.1

Características de los pilotes: el código prevé la posibilidad de modelar pilotes con variación de su diámetro y/o longitud. Se considera también, que los pilotes tienen resistencia infinita, con lo cual, no está considerada la falla de pilotes. Los mismos pueden distribuirse en cualquier posición, y la cantidad es ilimitada. Para el análisis de una base superficial, se desconecta la influencia de pilotes asignando un módulo de elástico en pilotes nulo.

Condiciones del suelo: el código prevé la estratificación del semiespacio con diversos tipos de suelo, donde los elementos son ubicados en forma automática para cubrir elementos que no sean heterogéneos (de modo que un elemento no llegue a ocupar dos tipos de suelo distintos). Está contemplada la influencia de un estrato de rigidez considerablemente mayor debajo del semiespacio elástico. La división de elementos del cabezal debe ser mayor a la superficie de la sección del pilote.

### *Comentarios*

Este método es apropiado para pilotes de desplazamiento ya que se supone un suelo de comportamiento elástico lineal. Otros tipos de pilote muestran una marcada relación no lineal de la relación carga vs. asentamientos [*Van Impe*]. El modelo no tiene en cuenta no linealidad mecánica.

### *Diagrama de flujo del procedimiento de cálculo*

1. Inicio
2. Entrada de datos de pilote, base y suelo; cargas actuantes
3. Geometría: definición de nodos y elementos
4. Definición de submatrices de influencia y condiciones de borde
5. Ensamble de matrices
6. Resolución numérica
7. Salida de resultados

# Fundación combinada de base con pilotes en medio elástico

## Inicialización

### ■ Módulos de programación

```
In[256]:= << LinearAlgebra`MatrixManipulation`  
<< Calculus`VectorAnalysis`  
<< Graphics`MultipleListPlot`  
<< Graphics`Graphics`  
<< Graphics`Graphics3D`  
<< Graphics`PlotField3D`  
<< DiscreteMath`ComputationalGeometry`  
<< Statistics`DescriptiveStatistics`
```

### ■ Unidades

Unidades de Longitud , área , volumen : metro , metro <sup>2</sup> , metro <sup>3</sup>  
Unidad de fuerza : KN  
Unidad de momento : KN metro  
Unidad de tensión : KPa

### ■ Definición de variables

Acts - Acciones	Flexib - flexibilidad	React - Reacción
Adics - Adicionales	Head - Cabeza de pilte	Rel - relación
Antrs - Anteriores	In - Interno	Struct - Estructura
Coord - Coordenada	Inf - Influencia	Sup - Superficie
Constit - Constitutiva	Long - Longitud	Tip - punta
Diam - Diametro	Nod - Nodo	Vect - vector
Dif - Diferencia	Out - externo	Δs - Asentamiento
Div - división	Pile - pilote	
Elastic - Elasticidad	Pres - Presión	
Elem - elemento	Rigid - Rigidez	

### ■ Generación de Nodos para Base cuadrada

## Entrada de datos

### ■ Constantes

Ctes - Vector que define constantes a ser utilizadas en todo el código sin ser modificadas

$\gamma_{agua}$  - Peso específico del agua

$\emptyset_{fuste}$  - Diámetro en fuste

$\emptyset_{Tip}$  - Diámetro en punta

```
In[266]:= Clear[Ctes,  $\gamma_{agua}$ , Elastic,  $\emptyset_{fuste}$ ,  $\emptyset_{Tip}$ , LongMaxElem, LongPile]
```

```
Ctes = {  
   $\gamma_{agua}$  = 1,  
  Elastic = 3000000., poisson = 0.24,  
   $\emptyset_{fuste}$  = 0.35,  $\emptyset_{Tip}$  = 0.35,  
  LongMaxElem = 1.0, LongPile = 10.  
};
```

### ■ Soil

Soil - Definición de los parámetros del suelo

Cota superior de estrato

Elastic, modulo de poisson

Napa - Indica el nivel

cotarigidsoil - Nivel de estrato de rigidez superior en la profundidad

RateRigid - Razón de rigidez entre estrato rígido y compresible

Nota: Los signos de los desplazamientos límite son todos positivos

```
In[268]:= Clear[DataSoil, Soil, napa, cotarigidsoil, RateRigid,  
  CotaSup, Es, vs]
```

```
DataSoil = {  
  Soil = {  
    {CotaSup = 0.00, Es = 150000., vs = 0.4},  
    {CotaSup = 25.0, Es = 150000., vs = 0.4}},  
  napa = 10.0,  
  cotarigidsoil = 20.,  
  RateRigid = 0.  
};
```

#### ■ Estructura de fundacion

DataStrudut - Vector de datos referidos al a estructura

Coords - coordenadas de los elementos de base (referidas al par de ejes cartesianos coincidente con el centro de rigidez de la estructura),

Pile - Vector de datos de pilotes

Coordenadas de pilotes

Diametro de fuste

Diametro de punta

Longitud máxima de elemento pilote

Longitud de pilote

Module de elasticidad y Poisson

ID - nro de elemento de Base, diametro fuste, diam en punta, Longitud maxima de elemento, Longitud del pilote, Elastic del material, modulo de poisson -

```
In[270]:= Clear[DataStruct, Coords, Pile, NodsBasePile, ancho, largo, DivElemAncho, DivElemLargo]
```

```
NodsBasePile = {13., 17., 21., 57., 61., 65., 101., 105., 109.};
```

```
DataStruct = {  
Coords = GiveNodsInSquare [  
  ancho = 3.0,  
  largo = 3.0,  
  DivElemAncho = 10.,  
  DivElemLargo = 10.],
```

```
Pile = Table [  
{N[NodsBasePile[[i]],  
Øfuste, ØTip,  
LongMaxElem, LongPile,  
Elastic, poisson},  
{i, Dimensions[NodsBasePile][[1]]}]  
];
```

#### ■ Cargas

DataAcciones - carga vertical, momento y-y, momento x-x.

```
In[273]:= Clear[DataActs]  
DataActs = {10000., 0., 0.};
```

*Código*

■ Nodos

GiveNodsBase - entrega las coordenadas de nodos de superficie

```
Clear[GiveNodsBase, NodsBase]
GiveNodsBase[DataStruct_] := Module[
  (*Matriz que indica las Coords x,y,z de Nods Base*)
  {Coords, NumelsBase, NodsBase, cont},
  Coords = DataStruct[[1]];
  NumelsBase = Dimensions[Coords][[1]];
  NodsBase = Table[0, {NumelsBase}];
  Do[NodsBase[[cont]] = {Coords[[cont,1]], Coords[[cont,2]], 0},
    {cont, NumelsBase}];
  NodsBase];
NodsBase = GiveNodsBase[DataStruct];
```

GiveNodsPile - entrega las coordenadas de nodos de pilotes

```
Clear[GiveNodsPile, NodsPile]
GiveNodsPile[DataSoil_, DataStruct_] :=
  Module[(*Vector que reúne todos las cotas de las matrices Dato_*)
  {napa, cotasSoil, Coords, NumelsBase, Pile, NumPiles,
  NumNodsPile, LongPile, Longmaxelem, VectNods, cotas,
  conjunto, ordenado, NodsPile, dimNodsPile, NodAhead,
  NodBack, NodsAdics, cont, contdos, conttres, vecNodsAdics,
  VectNodsSoil, NumelemBase, NodstotalPile, NodsXX, NodsYY,
  NodstotalXX, NodstotalYY},

  {Coords, Pile} = DataStruct;
  napa = DataSoil[[2]];
  cotasSoil = DataSoil[[1,All,1]];
  {NumelsBase, NumPiles} = (Dimensions /@ {Coords, Pile})[[All,1]];
  NumNodsPile = Sum[Pile[[3,4]], {i, NumPiles}];
  Longmaxelem = Pile[[All,4]];
  LongPile = Pile[[All,5]];
  VectNods = Table[0, {NumPiles}];
  Do[cont = 1;
  (*"cont" me da el Num de estratos que estan en contacto con el
  Pile en analisis*)
  While[cotasSoil[[cont]] < LongPile[[contdos]],
    If[cont > Dimensions[cotasSoil][[1]], Break[]];
    cont++];
  (*"cotas" me indica los Leveles superior de estratos que influyen
  en el Pile*)
  cotas = Take[cotasSoil, cont - 1];
  conjunto = Flatten[{cotas, LongPile[[contdos]]}];
  (*Agrega el Level de napa si es necesario*)
  If[napa < LongPile[[contdos]],
  conjunto = Flatten[{conjunto, napa}];
  ordenado = Sort[conjunto, (#2 > #1) &];
  NodsPile = Union[ordenado];
  dimNodsPile = Dimensions[NodsPile][[1]];
  Do[NodAhead = NodsPile[[conttres]];
  NodBack = NodsPile[[conttres - 1]];
  If[NodAhead - NodBack > Longmaxelem[[contdos]],
  NodsAdics = Ceiling[(NodAhead - NodBack) / Longmaxelem[[contdos]]] - 1;
  vecNodsAdics = Table[
    NodBack +  $\left(\frac{\text{NodAhead} - \text{NodBack}}{\text{NodsAdics} + 1}\right)$  contcuatro,
  {contcuatro, NodsAdics}];
  NodsPile = Join[NodsPile, vecNodsAdics],
  {conttres, 2, dimNodsPile}];
  NodsPile = Sort[NodsPile, (#2 > #1) &];
  NodsPile = Delete[NodsPile, 1];
  NumelemBase = Pile[[contdos, 1]];
  NodsXX = Table[Coords[[NumelemBase, 1]],
  {Dimensions[NodsPile][[1]]}];
  NodsYY = Table[Coords[[NumelemBase, 2]],
  {Dimensions[NodsPile][[1]]}];
  If[contdos == 1,
  NodstotalPile = NodsPile;
  NodstotalXX = NodsXX;
  NodstotalYY = NodsYY,
  NodstotalPile = Flatten[{NodstotalPile, NodsPile}];
  NodstotalXX = Flatten[{NodstotalXX, NodsXX}];
  NodstotalYY = Flatten[{NodstotalYY, NodsYY}],
  {contdos, NumPiles}];
  NodsPile = {NodstotalXX, NodstotalYY, NodstotalPile};
  Transpose[NodsPile];
  NodsPile = GiveNodsPile[DataSoil, DataStruct];
```

■ Elementos

```
Clear[ElemsBase]
ElemsBase = {DataSoil[[1, 1, 2]], DataSoil[[1, 1, 3]]};

Clear[GiveElemsPile, ElemsPile, NumElsXPile]
(*Matriz que indica: Diam, Longitud (cero para Elem de Tip),
Elastic del Pile, Poisson del Pile, Elastic del Soil,
Poisson del Soil para cada Elem de Pile*)
GiveElemsPile[Nods_, DataSoil_, DataStruct_] := Module[

{Soil, NumNods, Coords, Pile, NumNodsBase,
NumNodsPile, NumPiles, ElasticSoil, PoissonSoil,
ElasticSoilElem, PoissonSoilElem, LongElem,
DiamElemSup, NumofPile, VectElemPiles, NodAhead, NodBack,
cotaelem, NumestratoPile, DiamElem, contdos, CoordPile, NumBase,
NodsAntrs, conttres, cont, Diamtotal, ElasticPile,
PoissonPile, LongElemSup, ElasticSoilElemSup,
PoissonSoilElemSup, NodsInPile, DiamEnFuste, ElastElemPile,
PoisElemPile, DiamInTip, GiveElems, positionheadNod},

Soil = DataSoil[[1]];
{Coords, Pile} = DataStruct;
{NumNods, NumPiles, NumNodsBase} =
(Dimensions /@ {Nods, Pile, Coords}) [[All, 1]];
NumNodsPile = NumNods - NumNodsBase;
ElasticSoil = Soil[[All, 2]];
PoissonSoil = Soil[[All, 3]];
ElasticSoilElem = PoissonSoilElem = LongElem = DiamElem =
NumofPile = Table[0, {NumNodsPile}];
contdos = 1;
Do[contdos = cont + NumNodsBase;
CoordPile = Take[Nods[[contdos]], 2];
NumBase = N[Position[Coords, CoordPile] [[1, 1]]];
NumofPile[[cont]] = Position[Pile[[All, 1]], NumBase] [[1, 1]],
{cont, NumNodsPile}];
VectElemPiles = Table[0, {NumPiles}];
Do[VectElemPiles[[cont]] = Dimensions[Split[NumofPile] [[cont]]],
{cont, NumPiles}];
Diamtotal = Pile[[All, 2]];
ElasticPile = Pile[[All, 6]];
PoissonPile = Pile[[All, 7]];
LongElemSup = Table[0, {NumPiles}];
ElasticSoilElemSup = Table[Soil[[1, 2]], {NumPiles}];
PoissonSoilElemSup = Table[Soil[[1, 3]], {NumPiles}];
Clear[contdos]; conttres = 0;
Do[Do[conttres++ 1;
cotaelem = Nods[[conttres + NumNodsBase, 3]];
NumestratoPile = Estrato[cotaelem, Soil];
ElasticSoilElem[[conttres]] = ElasticSoil[[NumestratoPile]];
PoissonSoilElem[[conttres]] = PoissonSoil[[NumestratoPile]];
contNod = contdos;
Which[contdos == 1,
LongElem[[conttres]] = Nods[[conttres + NumNodsBase, 3]],
1 < contdos < VectElemPiles[[cont, 1]],
LongElem[[conttres]] = NodAhead =
Nods[[conttres + 1 + NumNodsBase, 3]] - Nods[[conttres + NumNodsBase, 3]],
contdos == VectElemPiles[[cont, 1]],
LongElem[[conttres]] = 0],
{contdos, VectElemPiles[[cont, 1]]}],
{cont, NumPiles}];
positionheadNod = 1;
NodsAntrs = 1;
Do[LongElem = Insert[LongElem,
Nods[[NumNodsBase + NodsAntrs, 3]], positionheadNod];
positionheadNod++ 1;
NodsAntrs = NodsAntrs + VectElemPiles[[cont, 1]],
{cont, NumPiles}];
ElasticSoil = Join[ElasticSoilElemSup, ElasticSoilElem];
PoissonSoil = Join[PoissonSoilElemSup, PoissonSoilElem];
Do[NodsInPile = VectElemPiles[[cont, 1]];
DiamEnFuste = Table[Pile[[cont, 2]], {NodsInPile - 1}];
ElastElemPile = Table[Pile[[cont, 6]], {NodsInPile}];
PoisElemPile = Table[Pile[[cont, 7]], {NodsInPile}];
DiamInTip = {Pile[[cont, 3]]};
Diamtotal = Join[Diamtotal, DiamEnFuste, DiamInTip];
ElasticPile = Join[ElasticPile, ElastElemPile];
PoissonPile = Join[PoissonPile, PoisElemPile],
{cont, NumPiles}];
{Diamtotal, ElasticPile, PoissonPile, ElasticSoil, PoissonSoil,
LongElem, VectElemPiles}];
ElemsPile = GiveElemsPile[Nods, DataSoil, DataStruct] [[1]];
NumElsXPile = GiveElemsPile[Nods, DataSoil, DataStruct] [[2]]];
```

■ Influence de Base

```

Clear[GiveInfBase, InfBase]
(*Matriz que da las flexibilidades en cualquier punto debido a
causas en Nods de Base*)
GiveInfBase[DataStruct_, DataSoil_, Nods_, ElemsPile_, ElemsBase_] :=
Module[{NumNods, NumNodsBase, NumPiles, NumNodsPile, ElasticSoilBase,
PoissonSoilBase, ElasticSoilPile, PoissonSoilPile, InfBase,
LevelEffect, estratoEfect, Levelcausa, estratocausa, ElasticMedia,
PoissonMedia, Distancia, cont, contdos, InfHead},
{ElasticSoilBase, PoissonSoilBase} = ElemsBase;
{ElasticSoilPile, PoissonSoilPile} = Take[ElemsPile, {4, 5}];
{NumNods, NumNodsBase, NumPiles, NumNodsPile} = Dimensions /@ {Nods,
DataStruct[[1]], DataStruct[[2]], ElemsPile[[1]]}[[All, 1]];
InfBase = Table[0, {NumNods}, {NumNodsBase}];
Do[Do[ElasticMedia = ElasticSoilBase;
PoissonMedia = PoissonSoilBase;
Distancia = DistanciasNods[contdos, cont, Nods, DataSoil][[1]];
InfBase[[contdos, cont]] = (1 - PoissonMedia2) / (Pi Distancia ElasticMedia),
{contdos, NumNodsBase}] (*Efect en Bases*);
InfBase[[cont, cont]] = InfBase[[cont, cont]] +  $\frac{(1 + PoissonMedia)}{(Pi ElasticMedia)}$ ;
Do[LevelEffect = Nods[[contdos + NumNodsBase, 3]];
Levelcausa = Nods[[cont, 3]];
ElasticMedia =
0.5 (ElasticSoilBase + ElasticSoilPile[[contdos + NumPiles]]);
PoissonMedia = 0.5 (PoissonSoilBase + PoissonSoilPile[[contdos + NumPiles]]);
Distancia = DistanciasNods[NumNodsBase + contdos, cont, Nods, DataSoil][[1]];
InfBase[[NumNodsBase + contdos, cont]] =  $\frac{(2 Pi Distancia ElasticMedia)}{2 (1 - PoissonMedia) + \left(\frac{LevelEffect - Levelcausa}{Distancia}\right)^2}$ ;
{contdos, NumNodsPile - NumPiles}] (*Efect en Piles*);
{cont, NumNodsBase}] (*causa*);
Clear[cont, contdos]; InfHead = Table[0, {NumNods}, {NumNodsBase}];
Do[NumdeBasePile = Floor[Pile[[cont, 1]]]; Levelcausa = Nods[[NumdeBasePile, 3]];
(*Inf de Head en Nods Base*) Do[LevelEffect = Nods[[contdos, 3]];
ElasticMedia = 0.5 (ElasticSoilBase + ElasticSoilPile[[cont]]);
PoissonMedia = 0.5 (PoissonSoilBase + PoissonSoilPile[[cont]]);
{ρ1, ρ2, ρ3, ρ4} = DistanciasNods[contdos, NumdeBasePile, Nods,
DataSoil];
φf = ElemsPile[[1, cont]];
If[{ρ1, ρ2, ρ3, ρ4} == DistanciasNods[1, 1, Nods, DataSoil],
L = If[ElemsPile[[6, cont]] == 0, L = 0.1, L = ElemsPile[[6, cont]]];
rm = 2.5 L (1 - PoissonMedia);
InfHead[[contdos, NumdeBasePile]] =
 $\frac{1}{ElasticMedia} InfFusteWinkler[PoissonMedia, L, rm, φf/2]$ ,
InfHead[[contdos, NumdeBasePile]] =
 $\frac{1}{ElasticMedia} InfFuste[PoissonMedia, φf, cotarigidsoil, ρ1, ρ2, ρ3,$ 
 $ρ4, LevelEffect, Levelcausa, RateRigid]$ ,
{contdos, NumNodsBase}]; (*Inf de Head en Nods Pile*)
Do[LevelEffect = Nods[[contdos + NumNodsBase, 3]];
ElasticMedia = 0.5 (ElasticSoilPile[[contdos + NumPiles]] + ElasticSoilPile[[cont]]);
PoissonMedia = 0.5 (PoissonSoilPile[[contdos + NumPiles]] + PoissonSoilPile[[cont]]);
{ρ1, ρ2, ρ3, ρ4} = DistanciasNods[contdos + NumNodsBase, NumdeBasePile,
Nods, DataSoil];
φf = ElemsPile[[1, cont]];
If[{ρ1, ρ2, ρ3, ρ4} == DistanciasNods[1, 1, Nods, DataSoil],
L = If[ElemsPile[[6, cont]] == 0, L = 0.1, L = ElemsPile[[6, cont]]];
rm = 2.5 L (1 - PoissonMedia);
InfHead[[contdos + NumNodsBase, NumdeBasePile]] =
 $\frac{1}{ElasticMedia} InfFusteWinkler[PoissonMedia, L, rm, φf/2]$ ,
InfHead[[contdos + NumNodsBase, NumdeBasePile]] =
 $\frac{1}{ElasticMedia} InfFuste[PoissonMedia, φf, cotarigidsoil, ρ1, ρ2, ρ3,$ 
 $ρ4, LevelEffect, Levelcausa, RateRigid]$ ,
{contdos, NumNodsPile - NumPiles}],
{cont, NumPiles}];
Do[NumdeBasePile = Floor[Pile[[contdos, 1]]];
Do[InfBase[[cont, NumdeBasePile]] =
 $\left(1 / \left(\frac{1}{InfBase[[cont, NumdeBasePile]]} + \frac{1}{InfHead[[cont, NumdeBasePile]]}\right)\right)$ ,
{cont, NumNods}], {contdos, NumPiles}]; InfBase];
InfBase = GiveInfBase[DataStruct, DataSoil, Nods, ElemsPile, ElemsBase];

```



■ Inf de Piles

```
(*En el caso que los Piles tengan Diams diferentes,
estos tendran rigideces proporcionales a los Diams de los mismos*)
(*Se aclara que NumNodsPile representa la cantidad de Nods in
cluyendo aquellos que estan acoplados con la Base,
por ello los Nods netamente de Pile son "NumNodsPile-NumPiles"*)
Clear[GiveInfPile, InfPile]
GiveInfPile[DataSoil_, DataStruct_, Nods_, ElemsPile_, NumElsXPile_] :=
Module[

{Soil, NumNods, NumNodsBase, NumNodsPile, ElasticSoilBase,
PoissonSoilBase, ElasticSoilPile, PoissonSoilPile, DiamMedia,
InfPile, Levelcausa, estratocausa, LevelEffect, estratoEffect,
ElasticMedia, PoissonMedia, Distancia, cotarigidsoil, cont, contdos},

{Soil, napa, cotarigidsoil, RateRigid} = DataSoil;
{Coords, Pile} = DataStruct;
{ElasticSoilBase, PoissonSoilBase} = ElemsBase;
{ElasticSoilPile, PoissonSoilPile} = Take[ElemsPile, {4, 5}];
{NumNods, NumNodsBase, NumPiles} =
(Dimensions /@ {Nods, Coords, Pile})[[All, 1]];
NumNodsPile = NumNods - NumNodsBase;
DiamMedia = Mean[DataStruct[[2, All, 2]]];
InfPile = Table[0, {NumNods}, {NumNodsPile}];
(*Effect en Bases debido a Piles*);
Do[Levelcausa = Nods[[NumNodsBase + cont, 3]];
Do[LevelEffect = Nods[[contdos, 3]];
ElasticMedia = 0.5 (ElasticSoilPile[[cont + NumPiles]] + ElasticSoilBase);
PoissonMedia = 0.5 (PoissonSoilPile[[cont + NumPiles]] + PoissonSoilBase);
{ρ1, ρ2, ρ3, ρ4} = DistanciasNods[contdos, NumNodsBase + cont, Nods, DataSoil];
φf = ElemsPile[[1, cont + NumPiles]];
If[{ρ1, ρ2, ρ3, ρ4} == DistanciasNods[1, 1, Nods, DataSoil],
L = If[ElemsPile[[6, cont + NumPiles]] == 0, L = 0.1, L = ElemsPile[[6, cont + NumPiles]]];
rm = 2.5 L (1 - PoissonMedia);
InfPile[[contdos, cont]] =
1
----- InfFusteWinkler[PoissonMedia, L, rm, φf / 2],
ElasticMedia
InfPile[[contdos, cont]] =
1
----- InfFuste[PoissonMedia, φf, cotarigidsoil, ρ1, ρ2, ρ3,
ElasticMedia
ρ4, LevelEffect, Levelcausa, RateRigid]],
{contdos, NumNodsBase}];
Do[LevelEffect = Nods[[NumNodsBase + contdos, 3]];
ElasticMedia =
0.5 (ElasticSoilPile[[cont + NumPiles]] + ElasticSoilPile[[contdos + NumPiles]]);
PoissonMedia =
0.5 (PoissonSoilPile[[cont + NumPiles]] + PoissonSoilPile[[contdos + NumPiles]]);
{ρ1, ρ2, ρ3, ρ4} = DistanciasNods[NumNodsBase + contdos, NumNodsBase + cont,
Nods, DataSoil];
φf = ElemsPile[[1, cont + NumPiles]];
If[{ρ1, ρ2, ρ3, ρ4} == DistanciasNods[1, 1, Nods, DataSoil],
L = If[ElemsPile[[6, cont + NumPiles]] == 0, L = 0.1, L = ElemsPile[[6, cont + NumPiles]]];
rm = 2.5 L (1 - PoissonMedia);
InfPile[[NumNodsBase + contdos, cont]] =
1
----- ElasticMedia
InfFusteWinkler[PoissonMedia, L, rm, φf / 2],
InfPile[[NumNodsBase + contdos, cont]] =
1
----- ElasticMedia
InfFuste[PoissonMedia, φf, cotarigidsoil, ρ1, ρ2, ρ3, ρ4,
LevelEffect, Levelcausa, RateRigid]],
{contdos, NumNodsPile} (*Effect en Piles*),
{cont, NumNodsPile} (*causa*);
NodsTip = 0;
Do[NodsTip = NumElsXPile[[cont, 1]] + NodsTip;
InfPile[[NumNodsBase + NodsTip, NodsTip]] =
1
----- ElasticSoilPile[[NodsTip + NumPiles]]
InfTip[PoissonSoilPile[[NodsTip + NumPiles]], Pile[[cont, 2]], Pile[[cont, 3],
Pile[[cont, 5]], cotarigidsoil], {cont, NumPiles}];
InfPile];
InfPile = GiveInfPile[DataSoil, DataStruct, Nods, ElemsPile, NumElsXPile];
```

■ Ensamble de matrices

```
(*Ensamble matrices de Inf*)
Clear[GiveInf, Inf]
GiveInf[Nods_, InfBase_, InfPile_] :=
  Module[{NumNods, NumNodsBase, cont, contdos},
    NumNods = Dimensions[Nods][[1]];
    NumNodsBase = Dimensions[InfBase][[2]];
    Inf = AppendRows[InfBase, InfPile];
    Inf];
Inf = GiveInf[Nods, InfBase, InfPile];
```

■ Matriz de relacion de causas en el Soil, expresadas para despeje de incognitas.

```
Clear[GiveInfdeCalculo, InfdeCalculo]
GiveInfdeCalculo[DataStruct_, NumElsXPile_, Inf_] := Module[

  {NumNods, Coords, Pile, NumNodsBase, NumFiles, Equilibrio,
  InfdeCalculo, positionheadNod, positiontipNod, MatrixNodSuperior,
  MatrixNodInferior, NumelemBasePile, NodsBase, NodsPile,
  DifAsBasePile, DifAsPiles},

  NumNods = Dimensions[Nods][[1]];
  {Coords, Pile} = DataStruct;
  NumNodsBase = Dimensions[Coords][[1]];
  NumFiles = Dimensions[Pile][[1]];
  Equilibrio = TakeMatrix[Inf, {1, 1}, {NumNodsBase, NumNods}];
  InfdeCalculo = Equilibrio;
  positionheadNod = NumNodsBase + 1;
  Clear[positiontipNod];

  Do[positiontipNod = positionheadNod - 1 + NumElsXPile[[cont, 1]];
  MatrixNodSuperior = TakeMatrix[Inf, {positionheadNod, 1},
  {positiontipNod - 1, NumNods}];
  MatrixNodInferior = TakeMatrix[Inf, {positionheadNod + 1, 1},
  {positiontipNod, NumNods}];
  positionheadNod = positionheadNod + NumElsXPile[[cont, 1]];
  NumelemBasePile = Pile[[cont, 1]]; NodsBase = Inf[[NumelemBasePile]];
  NodsPile = MatrixNodSuperior[[1]];
  DifAsBasePile = NodsBase - NodsPile;
  DifAsPiles = MatrixNodSuperior - MatrixNodInferior;
  InfdeCalculo = AppendColumns[InfdeCalculo, {DifAsBasePile, DifAsPiles},
  {cont, NumFiles}];
  InfdeCalculo];
InfdeCalculo = GiveInfdeCalculo[DataStruct, NumElsXPile, Inf];
```

■ Matriz de condicion de equilibrio

```
Clear[GiveMatrizH, MatrizH]
(*La Matriz H es la que hace cumplir las ecuaciones de equilibrio
vertical, y momentos en X-X, Y-Y *)
GiveMatrizH[Nods_] :=
  Module[{NumNods, VectUnitario, cont, VectCoords, MatrizH},
    NumNods = Dimensions[Nods][[1]];
    VectUnitario = Table[1, {1}, {NumNods}];
    VectCoords = Table[0, {2}, {NumNods}];
    Do[VectCoords[[cont]] = Transpose[Nods][[cont]],
    {cont, 2}];
    MatrizH = AppendColumns[VectUnitario, VectCoords];
    MatrizH];
MatrizH = GiveMatrizH[Nods];
```

■ Matriz de condicion plana de deformacion

```
Clear[GiveMatrizCondicionPlana, MatrizCondicionPlana]
(*Matriz que relaciona los desplazamientos en la Base con el Vect
cinematica global, imponiendo la deformacion plana de la Base*)
GiveMatrizCondicionPlana[DataStruct_, Nods_] := Module[

  {Coords, NumNods, NumNodsBase, NumNodsPile, CoordsBase,
  AsVertical, BrazoElasticoXXeYY, MatrizCondicionPlana, MatrizNula},

  Coords = DataStruct[[1]];
  NumNods = Dimensions[Nods][[1]];
  NumNodsBase = Dimensions[Coords][[1]];
  NumNodsPile = NumNods - NumNodsBase;
  AsVertical = Table[-1, {NumNodsBase}, {1}];
  BrazoElasticoXXeYY = TakeMatrix[-Nods, {1, 1}, {NumNodsBase, 2}];
  MatrizCondicionPlana = AppendRows[AsVertical, BrazoElasticoXXeYY];
  MatrizNula = Table[0, {NumNodsPile + 3}, {3}];
  MatrizCondicionPlana = AppendColumns[MatrizCondicionPlana, MatrizNula];
  MatrizCondicionPlana];
MatrizCondicionPlana = GiveMatrizCondicionPlana[DataStruct, Nods];
```

■ Matriz de ecuación constitutiva del Pile

```
Clear[GiveConstitPile, ConstitPile]
GiveConstitPile[DataStruct_, Nods_, NumElsXPile_] := Module[

  {Coords, Pile, NumNods, NumNodsBase, NumNodsPile, NumPiles,
   ConstitPile, Diam, Seccion, ElasticPile, LongElem, FlexibPile,
   RelForceOutIn, Nodinicial, NodsInPile, FlexibBasePileLocal,
   FlexibPileLocal, FlexibLocal, Triangular, FilaSobrante,
   TriangularRecortada, Numcolumnasizq, MatrixOutInGlobal,
   MatrixNulaIzq, MatrixNulaDer, MatrixOutInLocal, fila, columna,
   ConstitGlobal},

  {Coords, Pile} = DataStruct;
  NumNods = Dimensions[Nods][[1]];
  NumNodsBase = Dimensions[Coords][[1]];
  NumNodsPile = NumNods - NumNodsBase;
  NumPiles = Dimensions[Pile][[1]];
  ConstitPile = Table[0, {NumNodsPile}, {NumNodsPile}];
  {Diam, ElasticPile, LongElem} = Drop[ElemPile, {3, 5}];
  Seccion = 0.25 Diam2 Pi;
  FlexibPile =  $\frac{\text{LongElem}}{\text{ElasticPile Seccion}}$ ;
  RelForceOutIn = Table[0, {NumPiles}];
  Nodinicial = NumPiles + 1;
  Do[NodsInPile = NumElsXPile[[cont, 1]];
   FlexibBasePileLocal = Take[FlexibPile, {cont}];
   FlexibPileLocal =
    Take[FlexibPile, {Nodinicial, Nodinicial + NodsInPile - 2}];
   FlexibLocal = Join[FlexibBasePileLocal, FlexibPileLocal];
   Triangular = UpperDiagonalMatrix[FlexibLocal[[#2]] &, NodsInPile];
   RelForceOutIn[[cont]] = Triangular;
   Nodinicial = Nodinicial + NodsInPile, {cont, NumPiles}];
  Numcolumnasizq = 0;
  MatrixOutInGlobal = Table[0, {NumNodsBase}, {NumNodsPile}];
  Do[NodsInPile = NumElsXPile[[cont, 1]];
   MatrixNulaIzq = Table[0, {NodsInPile}, {Numcolumnasizq}];
   MatrixNulaDer = Table[0, {NodsInPile},
    {NumNodsPile - Numcolumnasizq - NodsInPile}];
   MatrixOutInLocal = AppendRows[MatrixNulaIzq, RelForceOutIn[[cont]],
    MatrixNulaDer];
   Numcolumnasizq = Numcolumnasizq + NodsInPile;
   MatrixOutInGlobal = AppendColumns[MatrixOutInGlobal, MatrixOutInLocal,
    {cont, NumPiles}];
  ConstitPile = AppendRows[Table[0, {NumNods}, {NumNodsBase}],
   MatrixOutInGlobal];
  ConstitPile];
ConstitPile = GiveConstitPile[DataStruct, Nods, NumElsXPile];

Clear[GiveMatrizDespeje, MatrizdeDespeje]
GiveMatrizDespeje[InfdeCalculo_, MatrizH_, MatrizCondicionPlana_,
  ConstitPile_] := Module[{MatrizdeDespeje},
  MatrizdeDespeje = AppendColumns[InfdeCalculo - ConstitPile, MatrizH];
  MatrizdeDespeje = AppendRows[MatrizdeDespeje, MatrizCondicionPlana];
  MatrizdeDespeje];
MatrizdeDespeje = GiveMatrizDespeje[InfdeCalculo, MatrizH,
  MatrizCondicionPlana, ConstitPile];

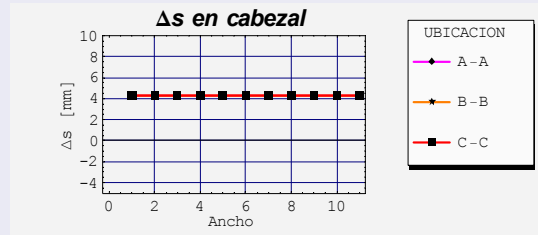
Clear[GiveVectSolucion, VectSolucion]
GiveVectSolucion[Nods_, DataActs_] := Module[{NumNods},
  NumNods = Dimensions[Nods][[1]];
  VectSolucion = Join[Table[0, {NumNods}], DataActs];
  VectSolucion = GiveVectSolucion[Nods, DataActs];

  Clear[Solucion]
  Solucion[MatrizdeDespeje_, VectSolucion_] :=
  LinearSolve[MatrizdeDespeje, VectSolucion];
```

## Resultados

### ■ Asiento en Nods Base, extremos en Base, idem en Piles

In[371]:= Show[PloteoAsientosBase]



Out[371]= - Graphics -

### ■ Relacion de Reacciones

In[372]:= Show[DiagramaReact]

Level de trabajo [%]- BASE - Pile



Out[372]= - Graphics -

In[373]:= RazónBasePiles

Out[373]//TableForm=

	Carga transferida [KN]	[%]
Base	2214.83	22.1483
Pilote	7785.17	77.8517

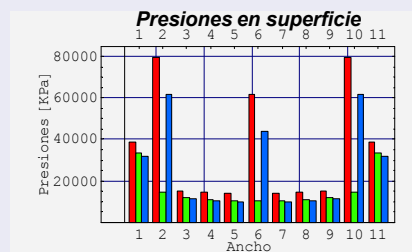
### ■ Presiones máximas

In[374]:= PresExt

Out[374]//TableForm=

	Max KPa	X [m]	Y [m]	Min KPa	X [m]	Y [m]
Base	797.841	-1.2	-1.2	98.3926	$2.22045 \times 10^{-16}$	0.3
Pilote	1929.35	$2.22045 \times 10^{-16}$	$2.22045 \times 10^{-16}$	-45.2375	$2.22045 \times 10^{-16}$	$2.22045 \times 10^{-16}$

In[375]:= Show[PloteoPresesBase]



Out[375]= - Graphics -

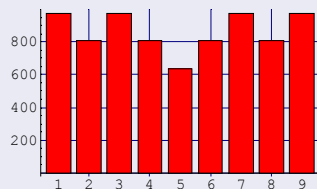
■ Cargas en pilotes

In[376]:= **CargasEnPilote**

Out[376]//TableForm=

Pile 1	Pile 2	Pile 3
0.737675	0.938614	1.12697

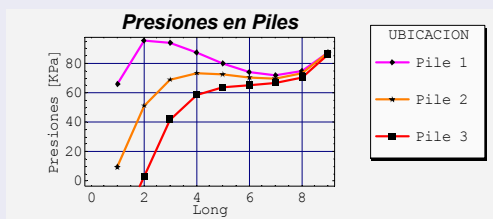
In[377]:= **BarChart[ShowPreses[[2]], GridLines -> Automatic]**



Out[377]= - Graphics -

■ Cargas en fuste

In[378]:= **Show[PlotPresesEnFile]**



Out[378]= - Graphics -

■ Superficie de presiones

In[379]:= **SuperficieCargas;**

